UNIVERSITÄT IN RIGA

WISSENSCHAFTLICHE ABHANDLUNGEN

NEUE FOLGE DER ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

KLASSE DER MATHEMATISCHEN ABTEILUNG DER FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK UND NATURWISSENSCHAFTEN

UNIVERSITĀTE RĪGĀ

ZINĀTNISKIE RAKSTI

LATVIJAS UNIVERSITĀTES RAKSTU TURPINĀJUMS

MATĒMATIKAS UN DABAS ZINĀTŅU FAKULTĀTES MATĒMATIKAS NODAĻAS SERIJA

BAND 1. SĒJUMS

Nr. 3

S. VASIĻEVSKIS

Über die Wahl der Sterne zu Zeit-u. Azimutbestimmungen

RIGA
LATVJU GRĀMATA
1943

Über die Wahl der Sterne zu Zeit- und Azimutbestimmungen

von *S. Vasiļevskis.*

Die Frage über die günstigste Wahl der Sterne zu Zeit- und Azimutbestimmungen ist mehrfach untersucht und diskutiert worden[1]. Die gewonnenen Ergebnisse sind je nach den Voraussetzungen verschieden. Eine von den Voraussetzungen ist üblich die, daß zwei Sterngruppen gewählt werden: Zeit- und Azimutsterne. Für jede Gruppe werden gewöhnlich die günstigsten Zenitdistanzen resp. Deklinationen gesucht. Es ist mir nicht bekannt, daß in der Frage über die günstigste Verteilung der Sterne in jeder Gruppe irgendwelche Untersuchungen vorgenommen worden sind. Die vorliegende Arbeit ist ein Versuch in dieser Richtung.

Für die Bestimmung des Uhrstandes u und des Azimuts k hat man die bekannten Gleichungen

$$u + kK = l - iI, \tag{1}$$

wo

i — die Neigung der Horizontalachse,

$K = \dfrac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta}$ — der Koeffizient des Azimuts,

$I = \dfrac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta}$ — „ „ der Neigung,

φ — die Polhöhe des Beobachtungsortes,

δ — die Deklination des beobachteten Sterns,

$l = \alpha - T$,

α — die Rektaszension des beobachteten Sterns,

T — die registrierte Durchgangszeit desselben ist.

---

[1] Hinweise auf die Literatur bei N. E. Nörlund, Über die Wahl von Sternen bei Zeit- und Längenbestimmungen. Verhandlungen der VIII. Tagung der Baltischen Geodätischen Kommission, Helsinki, 1936.

Wenn man das Gewicht der Gleichung (1) mit p bezeichnet und die Methode der kleinsten Quadrate anwendet, so sind die Gewichte von u und k folgende[2]:

$$P_u = \frac{[p] \cdot [pKK] - [pK]^2}{[pKK]}, \qquad P_k = \frac{[p] \cdot [pKK] - [pK]^2}{[p]}. \tag{2}$$

Das Gewicht der Gleichung (1), abgesehen von den Rektaszensionsfehlern, ist

$$p = \frac{1}{\frac{1}{m}(\xi^2 + \eta^2 \cdot \sec^2 \delta) + \mu_i^2 I^2} \tag{3}$$

Zur Vereinfachung der Reduktionen wollen wir anstatt der Formel (3) den angenäherten Ausdruck

$$p = \frac{1}{\frac{\eta^2}{m} \cdot \sec^2 \delta} \tag{4}$$

gebrauchen, denn das beibehaltene Glied ist das wichtigste. In der Ausgleichung wird $\mu_i^2 I^2$ gewöhnlich nicht in Betracht gezogen. Das wäre aber nur dann zulässig, wenn die Neigung der Horizontalachse unabänderlich wäre oder auch sich sehr gleichmäßig änderte. Das Glied $\frac{\xi^2}{m}$ ist nicht von der Deklination abhängig, aber es vermindert doch die Änderung des Gewichtes und könnte nur dann vernachlässigt werden, wenn man für die Beobachtungen eine objektive Methode, z. B. die Photographie, anwenden würde. Den Einfluß der vernachlässigten Glieder werden wir zum Schluß betrachten.

Man nehme

$$p = \cos^2 \delta = \cos^2 (\varphi - z) \tag{4'}$$

anstatt (4), denn die Gewichtseinheit ist willkürlich. z ist die Zenitdistanz des Sterns, positiv zum Äquator. Ebenso

$$K = \frac{\sin z}{\cos (\varphi - z)},$$
$$pK = \sin z \cdot \cos (\varphi - z),$$
$$pKK = \sin^2 z.$$

---

[2] B. Aurell. Über die Wahl der Sterne bei Zeitbestimmungen im Meridian. Verh. d. VIII. Tagung d. Balt. Geod. Kommission, Helsinki, 1936.

Nach der Einsetzung dieser Werte in die Ausdrücke (2) und nach einigen Reduktionen erhält man

$$P_u = \frac{n^2 - [\cos 2z]^2 - [\sin 2z]^2}{n - [\cos 2z]} \cdot \frac{\cos^2 \varphi}{2},$$
$$P_k = \frac{n^2 - [\cos 2z]^2 - [\sin 2z]^2}{n - [\cos 2(90^0 - \delta)]} \cdot \frac{\cos^2 \varphi}{2}, \tag{5}$$

wo n die Anzahl der beobachteten Sterne ist. δ ist vom südlichen Himmelsäquator über den Pol von 0^0 bis 180^0 gerechnet. Aus diesen Formeln ersieht man, daß die Genauigkeit der Zeit- und Azimutbestimmungen von der Polhöhe abhängig ist.

Jetzt betrachten wir den Einfluß der Verteilung der Sterne auf P_u und P_k. Zuerst setzen wir voraus, daß nur eine Sterngruppe beobachtet worden ist.

Wenn die Sterne aus einem solchen Katalog gewählt worden sind, in dem eine gleichmäßige Verteilung der Sterne über den Himmel gegeben ist, so ist die normale Verteilung in bezug auf die Zonen die, daß je größer die Deklination der Zone, desto kleiner die Anzahl der Sterne ist, und zwar: die $\sin \delta$ bilden eine arithmetische Progression. Die Zusatzsterne des FK_3 sind entsprechend der oben erwähnten Voraussetzung gewählt worden [3]. Wieweit das in der nördlichen Hemisphäre ohne Polkalotte gelungen ist, zeigt die folgende Tabelle 1.

Tabelle 1.

δ	0^0	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	70^0	80^0
Die Anzahl n der Sterne des FK_3	126	112	117	103	103	68	59	54	
$10^3 . \sin \delta$	0	174	342	500	643	766	866	939	985
$10^3 . \Delta \sin \delta$	174	168	158	143	123	100	73	46	
$\frac{\Delta \sin \delta}{n} . 10^5$	138	150	135	139	119	147	124	85	
Die Anzahl der Sterne des NFK	58	58	61	53	64	57	54	49	

Dies zeigt, daß auch FK_3 eine geringe Häufung der Sterne in den hohen Deklinationen aufweist. In der unteren Zeile der Tabelle ist die Anzahl der Sterne des NFK angegeben, woraus man ersieht,

[3] A. Kopff und H. Nowacki, Zusatzsterne des Dritten Fundamentalkatalogs des Berliner Astronomischen Jahrbuchs, AN 252 (1934).

daß hier eine beinah gleichmäßige Verteilung über die Zonen vorliegt. Wenn man Sterne aus diesem Katalog wählt, so ist die normale Verteilung die, daß die Deklinationen der Sterne eine arithmetische Progression bilden. Diese Verteilung wollen wir jetzt betrachten, besonders deshalb, weil in diesem Fall die Reduktionen einfacher sind. Auch FK_3 läßt eine solche Wahl zu, weil die Anzahl der Sterne dort genügend groß ist.

Bezeichnet man die mittlere Zenitdistanz der Sterngruppe mit z_0 und die Differenz der Progression mit d, so erhält man nach einigen Reduktionen

$$\begin{aligned} [\sin 2z] &= \frac{\sin nd \,.\, \sin 2z_0}{\sin d}, \\ [\cos 2z] &= \frac{\sin nd \,.\, \cos 2z_0}{\sin d}. \end{aligned} \tag{6}$$

Setzt man

$$r = \frac{\sin nd}{\sin d}, \tag{7}$$

so ergibt sich aus (5)

$$\begin{aligned} P_u &= \frac{n^2 - r^2}{n - r \,.\, \cos 2z_0} \,.\, \frac{\cos^2 \varphi}{2}, \\ P_k &= \frac{n^2 - r^2}{n - r \,.\, \cos 2(90^0 - \delta_0)} \,.\, \frac{\cos^2 \varphi}{2}. \end{aligned} \tag{8}$$

Nun betrachten wir diese Ausdrücke. Aus (7) ist leicht zu ersehen, daß

$$\lim_{d \to 0} r = n, \quad r \leqq n, \tag{9}$$

und deshalb ist bei $d = 0$ auch $P_u = 0$ und $P_k = 0$, mit Ausnahme folgender Fälle:

$$\begin{aligned} &\text{falls } z_0 = \ 0^0, \text{ so } P_u = \frac{0}{0}, \\ &\quad\text{„}\quad \delta_0 = 90^0, \text{ „ } P_k = \frac{0}{0}. \end{aligned} \tag{10}$$

Bevor wir diese unbestimmten Formen lösen, wollen wir die Extreme der P_u und P_k finden, unter der Voraussetzung, daß $r = \mathrm{Const} < n$, d. h. $d > 0$. Man differenziere (8) nach z und δ:

$$\frac{dP_u}{dz_0} = -\frac{r \,.\, \sin 2z_0 \,.\, (n^2 - r^2)}{(n - r \,.\, \cos 2z_0)^2} \,.\, \cos^2 \varphi,$$
$$\frac{dP_k}{d\delta_0} = \frac{r \,.\, \sin 2(90^0 - \delta_0) \,.\, (n^2 - r^2)}{[n - r \,.\, \cos 2(90^0 - \delta_0)]^2} \,.\, \cos^2 \varphi. \tag{11}$$

Der Ausdruck $n^2 - r^2 > 0$ und die Nenner sind nicht 0 oder ∞; deshalb erhält man aus $\sin 2z_0 = 0$ die z_0, bei welchen P_u die extremen Werte erreicht. Das gibt $z_0 = 0^0$ und $z_0 = 90^0$. Gleicherweise sind die Extreme des P_k bei $\delta_0 = 0^0$ und $\delta_0 = 90^0$. Es ist ersichtlich, daß die Maxima bei $z_0 = 0^0$ und $\delta_0 = 90^0$ liegen. Nun wollen wir die Abhängigkeit dieser extremen Werte von r betrachten.

Aus (8) bei $z_0 = 0^0$ und bei beliebigem r ergibt sich

$$P_u = (n + r) \,.\, \frac{\cos^2 \varphi}{2},$$

und bei $\delta_0 = 90^0$ (12)

$$P_k = (n + r) \,.\, \frac{\cos^2 \varphi}{2}.$$

(9) ergibt, daß der maximale Wert von r bei $d = 0^0$ ist. In diesem Fall erhalten wir die Lösungen der unbestimmten Formen (10):

$$P_u = P_k = n \,.\, \cos^2 \varphi \,, \tag{13}$$

die auch zwei singuläre Punkte ergeben. In allen anderen Fällen, d. h. bei $d > 0^0$, sind die maximalen Gewichte kleiner, und zwar: je größer d, d. h. je breiter die Zone der gewählten Sterne ist, desto kleiner ist das maximale Gewicht. Dies zeigen uns anschaulich die graphischen Darstellungen der Ausdrücke (8) (Fig. 1).

Aus (8) ersieht man, daß die Kurven von P_u resp. P_k symmetrisch gegen die Achse $z_0 = 0^0$ resp. $\delta_0 = 90^0$ sind, und daß die beiden Kurvenscharen kongruent sind; darum genügt es nur eine, z. B. P_u, darzustellen und auch nur auf einer Seite von der Achse. Um die Abhängigkeit der Kurven von φ zu vermeiden, wird $P_u \,.\, \sec^2 \varphi$ dargestellt. Als Anzahl der Sterne wurde $n = 12$ gewählt. Die Zahlen bei jeder Kurve bezeichnen den Wert der d. Die Darstellungen reichen bis $z_0 = 40^0$, aber bei $d = 8^0$, 9^0 und 10^0 bis zu solchem z_0, bei dem die untere Grenze der Zone $z = 80^0$ erreicht.

Außer den schon obenerwähnten Eigenschaften der Funktionen P_u und P_k ist hier noch zu sehen, daß bei kleinem d die Kurven steiler sind; darum muß z_0 resp. δ_0 wirklich nahe bei 0^0 resp. 90^0 sein. Bei größeren d sind die Maxima flach, und man darf größere Werte

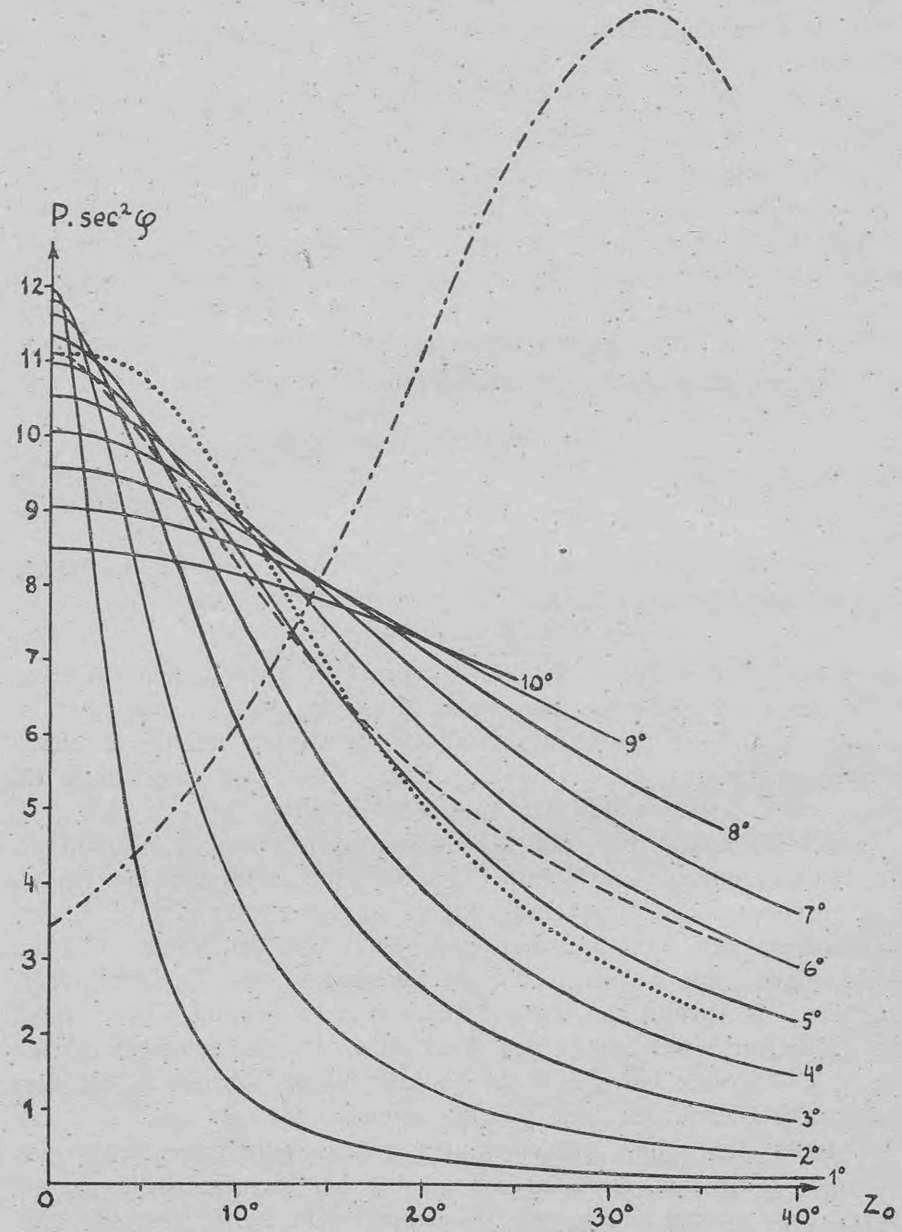

Fig. 1.

von z_0 gebrauchen. Das widerspricht zum Teil dem Ergebnis von N. E. Nörlund[1], daß bei einer kleinen Zenitdistanz die Lösung instabil sei. Die Lösung ist instabil nur im Fall einer schmalen Zone, aber bei genügend großem d kann man ein beinahe maximales Gewicht erlangen, das dennoch recht stabil in bezug auf Änderungen der mittleren Zenitdistanz ist.

Falls man nur den Uhrstand u oder nur den Azimut k bestimmen muß, so muß entweder eine kleine Zenitdistanz z_0, oder auch δ_0 nahe bei 90^0 gewählt werden. Sind aber simultan u und k mit gleichem Gewicht bei Anwendung einer Sterngruppe zu bestimmen, so muß man $z_0 = \frac{1}{2}(\varphi - 90^0)$ wählen, z. B. in Riga bei $\varphi = 57^0$ $z_0 = -16^0{,}5$. Nun betrachten wir, was für ein r resp. d zu wählen ist, um für die Gewichte ein Maximum zu erhalten. Bei $z_0 = \frac{1}{2}(\varphi - 90^0)$ ist

$$P_u = P_k = \frac{n^2 - r^2}{n - r \, . \sin\varphi} \cdot \frac{\cos^2\varphi}{2} \, . \tag{14}$$

Daraus folgt:

$$\frac{dP_u}{dr} = \frac{dP_k}{dr} = \frac{r^2 \sin\varphi - 2nr + n^2 \sin\varphi}{(n - r\sin\varphi)^2} \cdot \frac{\cos^2\varphi}{2} \, .$$

Der Nenner kann nicht ∞ sein; darum ist $r^2 \sin\varphi - 2nr + n^2 \sin\varphi = 0$. Das ergibt

$$r = n \frac{1 \pm \cos\varphi}{\sin\varphi} \, .$$

Aus $\frac{d^2 P_u}{dr^2} = 0$ ergibt sich, daß der maximale Wert des P_u resp. P_k bei

$$r = n \frac{1 - \cos\varphi}{\sin\varphi} = n \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \tag{15}$$

ist. Dieser Ausdruck zusammen mit (14) ergibt

$$P_{u\,max} \, . \sec^2\varphi = P_{k\,max} \, . \sec^2\varphi = \frac{n}{2} \, . \sec^2 \frac{\varphi}{2} \, . \tag{16}$$

Durch diese Formeln gelangt man zu einem unerwarteten Resultat, das dem allgemein angenommenen geradezu entgegengesetzt ist, und zwar: eine Sterngruppe ist günstiger gerade in höheren Breiten.

Die Tabelle 2 ermöglicht bei $n = 12$ d zu finden, wenn r aus (15) gefunden worden ist.

Tabelle 2.

d	0^0	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0	6^0	7^0	8^0	9^0	10^0
r	12,0	11,9	11,7	11,2	10,7	9,9	9,1	8,2	7,1	6,1	5,0

Bei $\varphi = 57^0$ ist $r = 6{,}5$, $d = 8^0{,}5$ und $P_{u\,max} \,.\, \sec^2\varphi = P_{k\,max} \,.\, \sec^2\varphi = 7{,}8$. Das kann man auch unmittelbar aus Fig. 1 ablesen. Selbstverständlich sind alle diese Ergebnisse von der Annäherung (4) beeinflußt worden.

Wir gehen jetzt zu der Frage der zwei Sterngruppen über. Bezeichnet man:

z — die Zenitdistanzen der Zeitsterne,
ζ — „ „ „ Azimutsterne,
n — die Anzahl der Zeitsterne,
ν — „ „ „ Azimutsterne,
$N = n + \nu$,

so ergibt sich aus (5):

$$P_u = \frac{N^2 - ([\cos 2z] + [\cos 2\zeta])^2 - ([\sin 2z] + [\sin 2\zeta])^2}{N - [\cos 2z] - [\cos 2\zeta]} \,.\, \frac{\cos^2\varphi}{2} \qquad (17)$$

Einen ähnlichen Ausdruck ergibt auch P_k.

Bei der Voraussetzung, daß in jeder Gruppe die Deklinationen der Sterne eine arithmetische Progression bilden, mit der Differenz d bei den Zeitsternen und ε bei Azimutsternen, und mit Anwendung der Bezeichnungen

$$r = \frac{\sin nd}{\sin d}, \quad \rho = \frac{\sin \nu\varepsilon}{\sin \varepsilon}$$

ergibt sich nach den entsprechenden Reduktionen:

$$\begin{aligned} P_u &= \frac{N^2 - r^2 - \rho^2 - 2r\rho \,.\, \cos 2(z_0 - \zeta_0)}{N - r \,.\, \cos 2z_0 - \rho \,.\, \cos 2\zeta_0} \,.\, \frac{\cos^2\varphi}{2}, \\ P_k &= \frac{N^2 - r^2 - \rho^2 - 2r\rho \,.\, \cos 2(z_0 - \zeta_0)}{N - r \,.\, \cos 2(90^0 - \delta_0) - \rho \,.\, \cos 2(90^0 - \vartheta_0)} \,.\, \frac{\cos^2\varphi}{2}, \end{aligned} \qquad (18)$$

wo δ_0 die mittlere Deklination der Zeitsterne und ϑ_0 — der Azimutsterne ist.

Es ist leicht zu ersehen, daß auch hier die maximalen Werte des P_u bei $z_0 = \zeta_0 = 0$ und die Maxima des P_k bei $\delta_0 = \vartheta_0 = 90^0$ erreicht worden sind. Um die günstigsten Bedingungen zu einer simultanen

Bestimmung des u und k zu finden, wollen wir jetzt die graphische Methode allein anwenden. Wollen wir also $P_u = f(\zeta_0)$ und $P_k = F(\zeta_0)$ aus (18) bei verschiedenen Werten der z_0, r und ρ graphisch darstellen. Wählen wir $\varphi = 57^0$, $n = 10$, $\nu = 2$, was ungefähr dem üblichen Beobachtungsprogramm entspricht. Die Berechnungen haben gezeigt, daß bei einer solchen Wahl der Quotient ρ resp. die Distanz ε das Resultat wenig beeinflußt. Bei Änderung der Distanz ε von 5^0 bis 25^0 überschreitet die Veränderung des $P_u \,.\, \sec^2\varphi$ und $P_k \,.\, \sec^2\varphi$ nicht 0,5. Deshalb sind Kurven nur bei $\varepsilon = 5^0$ gezeichnet worden (Fig. 2).

Die gewählten mittleren Zenitdistanzen z_0 der Zeitsterne sind 0^0, $+5^0$, $+10^0$ und $+30^0$. Die Differenzen der Deklinationen der Zeitsterne sind:

d	Art der Kurve
2^0	————————
5^0	- - - - - - - - - - - -
8^0	—.—.—.—.—.—.—

Die Kurven der P_u und P_k sind je nach dem Befinden der Maxima voneinander zu unterscheiden: das Maximum des P_u ist bei kleinen und P_k bei großen ζ_0. Die Kurven zeigen, daß bei $\varphi = 57^0$ die günstigste Zenitdistanz z_0 nahe bei 0^0 ist, und daß eine große Abweichung davon ($z_0 = 30^0$) sowohl P_u wie auch P_k vermindert. Alle Fälle weisen die günstigsten Bedingungen zur Bestimmung des u und k bei breiter Zone der Zeitsterne auf. Eine schmale Zone gibt wohl ein größeres Gewicht P_u, aber dabei wird P_k bedeutend kleiner. Um das maximale P_k zu erreichen, muß man die Azimutsterne in der unteren Kulmination wählen.

Es ist noch der Einfluß der in (4) zugelassenen Annäherungen bei $\varphi = 57^0$ zu betrachten.

Die Werte der Konstanten des Ausdrucks (3) wollen wir nach B. Aurell[2] nehmen, d. h. $\xi = 0^s{,}032$; $\eta = 0^s{,}0234$; $\mu_i = 0^s{,}008$; $m = 10$. Um diese Gewichte mit den angenäherten zu vergleichen, wollen wir die Einheit der Gewichte so wählen, daß bei $\delta = \varphi = 57^0$ das Gewicht $p = 1$ sei. Außerdem ist $d = 5^0$ bei einer Sterngruppe und $d = \varepsilon = 5^0$, $z_0 = 0^0$ und 30^0 bei zwei Sterngruppen gewählt worden. Diese den oben erwähnten Voraussetzungen entsprechenden Kurven sind in Fig. 1 und Fig. 2 dargestellt.

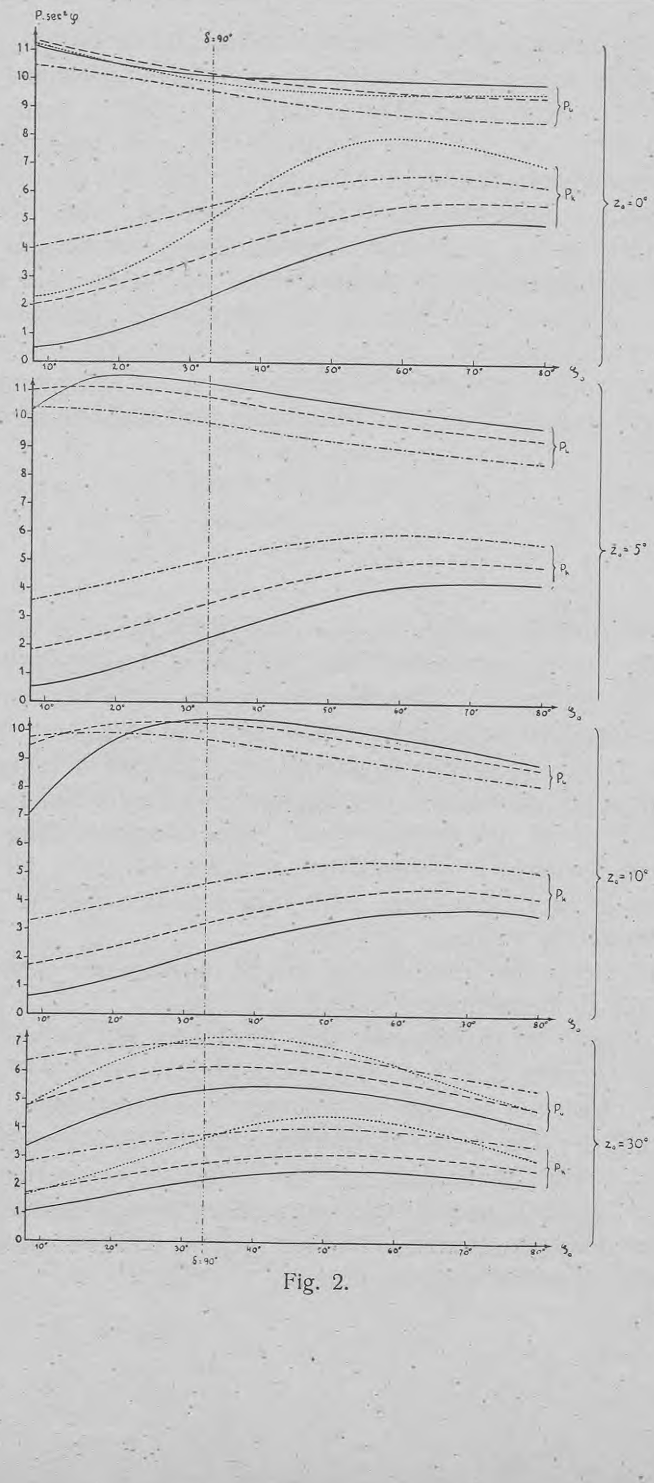
P. sec² φ
δ=90°
P_L
P_K
$z_0 = 0°$
$z_0 = 5°$
$z_0 = 10°$
$z_0 = 30°$
10° 20° 30° 40° 50° 60° 70° 80°
φ_0
δ=90°

Fig. 2.

Auch im Fall einer Sterngruppe ist die Kurve nicht mehr symmetrisch. Der Zweig der Kurve ist bei negativen Zenitdistanzen mit einer unterbrochenen Linie (----------) und bei positiven z_0 mit einer punktierten (....................) Linie dargestellt. Und dennoch zeigt die Kurve einen ähnlichen Verlauf wie bei der vorigen P_u, nur ist es möglich, in der Richtung zum Äquator noch mehr von der Bedingung $z_0 = 0^0$ abzuweichen. Sehr große Gewichte erhält man für den Azimut (punktiert-unterbrochene Linie _._._._), was dadurch zu erklären ist, daß die in (4) vernachlässigten Glieder ξ und μ_i die Gewichte bei hohen Deklinationen vergrößern. Das eben Gesagte widerlegt nicht, sondern verstärkt nur das frühere Ergebnis, daß zur Bestimmung der Zeit oder auch nur des Azimuts am vorteilhaftesten nur eine Sterngruppe zu gebrauchen ist.

Falls zwei Sterngruppen gegeben sind, so erhält man einen ähnlichen Verlauf der Kurven wie früher, nur sind die Maxima des P_k größer und die Kurven steiler (in Fig. 2 sind die Kurven mit punktierten Linien gezeichnet). Auch sind die Abszissen der Maxima andere [4].

Zusammenfassend kommen wir zu folgenden Ergebnissen:

1) Die Genauigkeit der Bestimmung der Zeit und des Azimuts ist von der Polhöhe abhängig und zwar: das Gewicht des Resultats ist ungefähr proportional $\cos^2\varphi$. Deshalb wäre z. B. den Bestimmungen der Verbesserungen der Zeitfunksignale in Sternwarten auf niederen Breiten der Vorzug zu geben.

---

[4] Die Abhängigkeit der Maxima von Veränderungen der ξ, η und μ_i hat B. Aurell [2] gefunden, doch scheint es, daß in dem Ergebnis ein Versehen steckt. B. Aurell hat die Deklinationen des Azimutsterns gefunden, bei denen P_u und P_k ihre Maxima erreichen. Die Deklinationen sind in folgender Form ausgedrückt: $\delta_{A\,max} = f(\xi, \eta, \mu_i)$. Bei den weiteren Bildungen $\frac{\partial\, \delta_{A\,max}}{\partial \xi}$, $\frac{\partial\, \delta_{A\,max}}{\partial \eta}$ und $\frac{\partial\, \delta_{A\,max}}{\partial \mu_i}$ ist nicht beachtet worden, daß die benutzten Bezeichnungen A, B und C nicht konstant, sondern auch abhängig von ξ, η und μ_i sind. Die Unterschiede der Resultate sind folgende:

	Nach B. Aurell	Verbessert
Für $P_{u\,max}$	$d(tg\,\delta_A) = +\ 26\ d\xi$	$-\ 58$
	$d(tg\,\delta_A) = +\ 127\ d\eta$	$-\ 38$
	$d(tg\,\delta_A) = +\ 903\ d\mu_i$	$+\ 281$

2) Falls nur die Zeit zu bestimmen ist, so ist es, unabhängig von der Polhöhe, am vorteilhaftesten, nur eine Sterngruppe mit der mittleren Zenitdistanz nahe bei 0^0 zu wählen. Je schmäler die Zone bei derselben Anzahl der Sterne ist, desto größer ist das erreichte maximale Gewicht, aber die mittlere Zenitdistanz muß nach Möglichkeit klein sein. Bei der Wahl einer breiteren Zone darf die mittlere Zenitdistanz größer sein.

3) Falls nur der Azimut zu bestimmen ist, so ist es, unabhängig von der Polhöhe, am vorteilhaftesten, nur eine Sterngruppe mit der mittleren Zenitdistanz nahe bei $\varphi - 90^0$ zu wählen. Auch das übrige ist analog 2).

4) Falls simultan Zeit und Azimut zu bestimmen sind, so darf eine Gruppe nur dann gewählt werden, wenn φ genügend groß ist. Im allgemeinen sind aber zwei Sterngruppen zu wählen. Auf der Breite 57^0 muß die mittlere Zenitdistanz der Zeitsterngruppe nahe bei 0^0 sein, die Zenitdistanz der Azimutsterne ungefähr bei -60^0, d. h. in der unteren Kulmination. Schmälere Zonen der Zeitsterne ermöglichen besser die Zeit, breitere — den Azimut zu bestimmen.

Zum Schluß ist noch zu bemerken, daß die erwähnten Folgerungen, nur von den zufälligen Fehlern ausgehend, gemacht worden sind. Verlangt man aber die Ausschaltung der systematischen Fehler, so kommt man möglicherweise zu anderen Folgerungen.

Par zvaigžņu izvēli laika un azimuta noteikšanai.

Kopsavilkums.

Jautājums par zvaigžņu izvēli laika un arī azimuta noteikšanai ir daudzkārt apskatīts un diskutēts, un iegūtie slēdzieni ir dažādi, atkarībā no pamata pieņēmumiem. Parasti tiek izvēlētas divas zvaigžņu grupas un meklētas izdevīgākās šo grupu zenitdistances, nepētījot grupas struktūras, t. i. zvaigžņu sadalījuma iespaidu. Šis darbs ir mēģinājums apskatīt izvēles jautājumu atkarībā arī no zvaigžņu sadalījuma.

Pazīstamie nolīdzinājumi (1), kuŗu svari ir (3), ļauj noteikt pulksteņa korekciju u un instrumenta azimutu k. Šo lielumu svarus vispārīgā veidā dod (2). Šo svaru maksimālo vērtību meklēšanā rodams problēmas atrisinājums. Ņemot (3) vietā tuvinātas nolīdzinājumu svaru vērtības (4) resp. (4′), iegūtas izteiksmes (5). Tuvinājuma iespaids apskatīts darba beigās, un atrasts, ka tas nemaina galīgos slēdzienus.

Izvēlēts tāds zvaigžņu sadalījums, lai deklinācijas veidotu aritmētisku progresiju, jo tas vienkāršo matēmatiskās izteiksmes un arī skaitāms par normālu, ja novērojumu pamatā liek katalogu NFK, ko rāda 1. tabula. Tādu sadalījumu pielaiž arī FK_3.

Izvēloties vienu zvaigžņu grupu, iegūtas svaru izteiksmes (8), kas grafiski attēlotas 1. zīmējumā. Divu grupu gadījumā radušās izteiksmes (18), grafiski attēlotas 2. zīmējumā.

Iegūtie galīgie slēdzieni ir:

1) Laika un azimuta noteikšanas precīzitāte atkarīga no platuma: (5) rāda, ka svari proporcionāli $\cos^2\varphi$ (lai grafisko attēlu līknes nebūtu atkarīgas no φ, attēlots $P \,.\, \sec^2\varphi$).

2) Ja jānoteic tikai laiks, tad, neatkarīgi no ģeografiskā platuma, izdevīgāka ir viena zvaigžņu grupa ar vidējo zenitdistanci tuvu 0^0. Ar šo slēdzienu pretrunā ir vispārpieņemtais ieskats, ka viena grupa der tikai maziem platumiem, un N. E. Nörlunda slēdziens, ka pie

mazas vidējās zenitdistances svars ir nestabils. Svara nestabilitāte ir tikai ļoti šauras joslas gadījumā, bet vispāri stabilitāte pilnīgi pietiekoša.

3) Ja jānoteic tikai azimuts, tad slēdziens analogs ar 2), tikai vidējai zenitdistancei jābūt tuvu $\varphi - 90^0$.

4) Ja jānoteic laiks un azimuts reizē, tad vienu grupu var lietot, pretēji vispārpieņemtajam ieskatam, tikai pietiekoši lielos platumos (rāda (16) izteiksme), bet vispāri lietojamas divas grupas. Pie $\varphi = 57^0$ laika zvaigznēm jābūt tuvu zenītam, azimuta zvaigznēm — apakšējā kulminācijā.

Slēdzieni iegūti, apskatot tikai gadījuma kļūdu ietekmi. Sistēmatisko kļūdu izslēgšanas prasība varētu dot arī citus rezultātus.

AFV Nr. II/00854. Eksemplāru skaits 1100. Papīrs iespiežamais H 1 c 45 kg, 67 × 95 cm, no Jaunciema papīra fabrikas. Iespiests un brošēts Latvijas vērtspapīru spiestuvē 1943. g. Nr. 24674 V 88.