

UNIVERSITÄT IN RIGA

WISSENSCHAFTLICHE  
ABHANDLUNGEN

NEUE FOLGE DER ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

KLASSE DER MATHEMATISCHEN ABTEILUNG  
DER FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK  
UND NATURWISSENSCHAFTEN

UNIVERSITĀTE RĪGĀ

ZINĀTNISKIE  
RAKSTI

LATVIJAS UNIVERSITĀTES RAKSTU TURPINĀJUMS

MATEMATIKAS UN DABAS ZINĀTŅU  
FAKULTĀTES MATEMATIKAS  
NODALĀS SERIJA

BAND **1.** SĒJUMS

Nr. 4

A. BRIKMANIS

**Zur Frage über die Wahl der Sterne  
bei Zeitbestimmungen im Meridian**

RIGA  
LATVJU GRĀMATA  
1943

UDK 529

Bp 535

PLW

144d

8

L. U. ZINĀTNISKĀ  
BIBLIOTĒKA  
93 - 7731

# Zur Frage über die Wahl der Sterne bei Zeitbestimmungen im Meridian.

Von A. Brikmanis.

Bei der Untersuchung des Problems über die Wahl der Sterne bei Zeitbestimmungen im Meridian hat N. E. Nörlund<sup>1</sup> vorausgesetzt, daß die Neigung der horizontalen Achse des Instruments unveränderlich bleibt. Daraus ergibt sich dann, daß die Wahl der Sterne unabhängig von den Fehlern der Neigungsbestimmungen der horizontalen Achse ist.

Bei der Bearbeitung derselben Frage hat B. Aurell<sup>2</sup> den aus der bekannten Mayerschen Formel sich ergebenden Bedingungsgleichungen<sup>3</sup>

$$S + K_1 k = 1_1,$$

$$S + K_2 k = 1_2,$$

-----  
-----

Gewichte zugeschrieben, je nach den mittleren Fehlern der beobachteten Größen 1, wobei er betont hat, daß der Einfluß der mittleren Fehler der Neigungsbestimmungen der horizontalen Achse ( $\mu_i I$ ) auf die mittleren Fehler von 1 von derselben Größe sein kann wie der Einfluß der mittleren Fehler der Durchgangszeiten ( $\mu_\tau$ ). Dasselbe ist nochmals aus der Tabelle Nr. 1 zu ersehen<sup>4</sup>.

<sup>1</sup> Über die Wahl von Sternen bei Zeit- und Längenbestimmungen. Von N. E. Nörlund. Verhandlungen der in Tallinn und Tartu vom 20. bis 23. August 1935 abgehaltenen VIII. Tagung der Baltischen Geodätischen Kommission. Helsinki 1936.

<sup>2</sup> Über die Wahl der Sterne bei Zeitbestimmungen im Meridian. Von Bengt Aurell. Verhandlungen der in Tallinn und Tartu vom 20. bis 23. August 1935 abgehaltenen VIII. Tagung der Baltischen Geodätischen Kommission. Helsinki 1936.

<sup>3</sup> Die Bezeichnungen von B. Aurell sind beibehalten.

<sup>4</sup> Bei der Berechnung der Tabelle sind die von B. Aurell in der obengenannten Arbeit angegebenen Konstantenwerte gebraucht worden.

Tabelle 1.

$\delta$	$\mu_\tau$	$\mu_i$ bei $\varphi = 0^\circ$	$\mu_i$ bei $\varphi = +20^\circ$	$\mu_i$ bei $\varphi = +40^\circ$	$\mu_i$ bei $\varphi = +60^\circ$	$\mu_i$ bei $\varphi = +80^\circ$
$0^\circ$	$12 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
+10	12	8	8	7	5	3
+20	13	8	8	8	7	4
+30	13	8	9	9	8	6
+40	14	8	10	10	10	8
+50	15	8	11	12	12	11
+60	17	8	12	15	16	15
+70	23	8	15	20	23	23
+80	42	8	23	35	43	46

B. Aurell schreibt deshalb den Bedingungsgleichungen die Gewichte

$$P_l = \frac{1}{\mu_\tau^2 + \mu_i^2 l^2}$$

zu, oder anders geschrieben

$$P_l = \frac{1}{a^2 + b^2 \sec^2 \delta + c^2 \cos^2(\varphi - \delta) \sec^2 \delta}, \quad (1)$$

wo  $\varphi$  — die geographische Breite,  $\delta$  — die Deklination<sup>5</sup> des beobachteten Sternes und  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — die empirisch gefundenen Konstanten bedeuten.

Da ich die Absicht hatte, die die Sternwahl entscheidenden Kurven<sup>6</sup> für  $\varphi = +57^\circ$  nach N. E. Nörlund zu berechnen, so habe ich untersucht, in welcher Weise sich der von Nörlund abgeleitete Ausdruck für das Gewicht des Uhrstandes verändert, falls den Bedingungsgleichungen Gewichte von der Form (1) zugeschrieben werden und somit der Einfluß der Fehler der Neigungsbestimmungen berücksichtigt wird.

Geht man von dem Ausdruck des Gewichtes des nach der Methode der kleinsten Quadrate gefundenen Uhrstandes

$$p_s = [p] - \frac{[pK]^2}{[pKK]} \quad (2)$$

<sup>5</sup> Die Deklination ist hier vom südlichen Himmelsäquator aus über den Pol bis  $180^\circ$  gezählt worden, damit man für die Sterne in der oberen wie auch in der unteren Kulmination die Koeffizienten der Neigung und des Azimuts durch dieselben Formeln ausdrücken könnte.

<sup>6</sup> Siehe die genannte Arbeit von N. E. Nörlund, S. 103.

aus und behält man die von Nörlund gesetzte Voraussetzung, daß eine Gruppe von Sternen in der Zenitdistanz  $z$  und die andere in der Zenitdistanz  $z'$  beobachtet worden ist, so kann man (2), wie folgt, umschreiben

$$p_s = [p] + [p'] - \frac{\{[pK] + [p'K']\}^2}{[pKK] + [p'K'K']}$$

wo — ebenso wie in (2) —  $K$  und  $K'$  die Koeffizienten des Azimuts der in den Zenitdistanzen  $z$  und  $z'$  beobachteten Sterne und  $p, p'$  die Gewichte der betreffenden Bedingungsgleichungen sind. Setzt man statt  $K$  und  $K'$  die bekannten Ausdrücke für die Koeffizienten des Azimuts und statt  $p, p'$  die betreffenden Ausdrücke von der Form (1), multipliziert mit einer konstanten Größe  $\kappa$ , so erhält man nach manchen Reduktionen den folgenden Ausdruck für das Gewicht des Uhrstandes

$$p_s = \frac{\kappa N \cos^2 \varphi \sin^2 (z - z')}{(1 + \nu) \sin^2 z \{a^2 \cos^2 (\varphi - z') + b^2 + c^2 \cos^2 z'\} + \left(1 + \frac{1}{\nu}\right) \sin^2 z' \{a^2 \cos^2 (\varphi - z) + b^2 + c^2 \cos^2 z\}}, \quad (3)$$

wo  $\kappa = a^2 + b^2 + c^2 \cos^2 \varphi$  und  $\nu$  und  $N$  dieselbe Bedeutung haben wie bei Nörlund. (3) ist also der von Nörlund gegebene Ausdruck, wobei aber der Einfluß der Neigungsfehler berücksichtigt worden ist.

Auch die  $z, z'$ -Kurven sind nach Nörlund gezeichnet worden, wobei im Ausdruck (3) den Konstanten  $a, b, c$  die von B. Aurell angegebenen Werte ( $a = \frac{0.032}{\sqrt{10}}, b = \frac{0.0234}{\sqrt{10}}, c = 0.008$ ) zugeschrieben und ebenso auch bestimmte Werte für  $\varphi, \nu, N$  und  $p_s$  gewählt wurden. Hier hat es sich nun gezeigt, daß die Ergänzung des von Nörlund gegebenen Ausdruckes mit den die Neigungsfehler enthaltenden Gliedern keine entscheidende Bedeutung für die Sternwahl hat.

In der gegebenen Zeichnung sind mit ununterbrochenen Linien die Kurven für  $\varphi = +57^\circ, \nu = 1, N = 10$  und die angeschriebenen Werte von  $p_s$  gegeben. Um einen Vergleich zu haben, sind in derselben Zeichnung mit punktierten Linien Kurven für  $c = 0$  gegeben, die denselben Werten von  $\varphi, \nu, N$  und den angeschriebenen Werten von  $p_s$  entsprechen (Gewichtseinheit dieselbe wie bei  $c \neq 0$ ). Aus

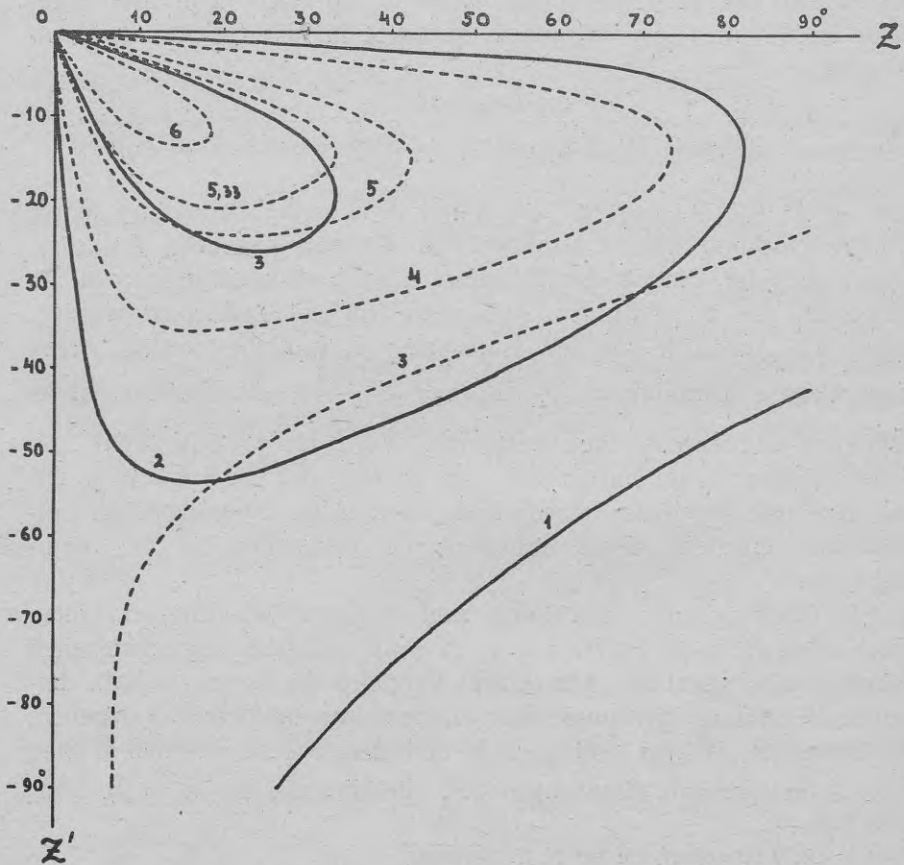
<sup>7</sup> Die Zählungsart wie bei N. E. Nörlund.

der Zeichnung ersieht man, daß bei  $c=0$  viel größere Gewichte vorkommen, was aber auch ohne weiteres verständlich ist, wenn man die zwei Gewichtsausdrücke, die für  $c \neq 0$  und  $c=0$  gebraucht worden sind, betrachtet:

$$p = \frac{\kappa}{a^2 + b^2 \sec^2 \delta + c^2 \cos^2(\varphi - \delta) \sec^2 \delta},$$

und

$$p_1 = \frac{\kappa}{a^2 + b^2 \sec^2 \delta}.$$



Der Verlauf der Kurven mit den gleichen angeschriebenen Werten von  $p_s$  ist stark verschieden. Es ist aber damit nicht gesagt, daß die Sternwahl bei  $c=0$  und  $c \neq 0$  stark verschieden sein wird, denn die Wahl der Sterne ist ja nicht nur mit dem Gewicht einer gewissen Größe verknüpft, sondern mit möglichst großem Gewicht und genügender Stabilität im Sinne Nörlunds. Die Wahl der Sterne kann beinahe ebenso oder sogar genau ebenso ausfallen. Z. B., die Schleifen  $c=0$ ,  $p_s=5,33$  und  $c \neq 0$ ,  $p_s=3$  haben dieselbe Ausdehnung in der Richtung der  $z$ -Achse und beinahe dieselbe in der Richtung der  $z'$ -Achse. Falls man nun diese beiden Schleifen als eine noch genügend stabile Sternwahl bestimmend wählt, so unterscheiden sich die mittleren Zenitdistanzen der gewählten Sterngruppen nur um einige Grade.

Zum Schluß möchte ich noch folgendes bemerken. Im Ausdruck (3) erhält  $p_s$  den maximalen Wert, wenn alle Sterne im Zenit beobachtet worden sind, wobei dann

$$P_{max} = \frac{n N \cos^2 \varphi}{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 + c^2}.$$

Hieraus ist auch die von B. Aurell erwähnte Tatsache<sup>8</sup> ersichtlich, daß in höheren Breiten nicht so großes Gewicht für den Uhrstand gewonnen werden kann. In der Tabelle 2 sind für verschiedene Breiten die maximal zu erreichenden Gewichte des Uhrstandes gegeben (die Anzahl der beobachteten Sterne ist überall dieselbe, nämlich 10).

Tabelle 2.

$\varphi$	$P_{max}$
0°	10,0
10	9,5
20	9,0
30	7,8
40	6,5
50	4,7
60	3,3
70	1,7

<sup>8</sup> Siehe die genannte Arbeit von B. Aurell, S. 120.

Pie jautājuma par zvaigžņu izvēli laika noteikšanai,  
izdarot meridiānnovērojumus.

**Kopsavilkums.**

Meridiānnovērojumos iegūtās pulksteņa korekcijas svāra izteiksme, ko devis N. E. Nörlund's, šinī darbā papildināta ar instrumenta horizontālās ass slīpuma noteikšanas kļūdu ietekmi saturētājiem locekļiem un apskatīta šāda papildinājuma nozīme novērojamo zvaigžņu izvēlē.



61

LU bibliotēka



930007731

57494

PLU  
144d

AFV Nr. II/00854. Eksemplāru skaits 1100. Papīrs iespiežamais H1 c 45 kg, 67 × 95 cm, no Jaunciema papīra fabrikas. Iespiests un brošēts Latvijas vērtspapīru spiestuvē 1943. g. Nr. 24675 V 88.