UNIVERSITÄT IN RIGA

WISSENSCHAFTLICHE ABHANDLUNGEN

NEUE FOLGE DER ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

KLASSE DER MECHANISCHEN FAKULTÄT

UNIVERSITĀTE RĪGĀ

ZINĀTNISKIE RAKSTI

LATVIJAS UNIVERSITĀTES RAKSTU TURPINĀJUMS

MECHANIKAS FAKULTĀTES SERIJA

BAND 1. SĒJUMS

Nr. 2

A. VĪTOLS

Kāda heterohidraulika kā jaunu hidraulisku disciplīnu avots

RIGA
LATVJU GRĀMATA
1943

Kāda heterohidraulika kā jaunu hidraulisku disciplīnu avots.

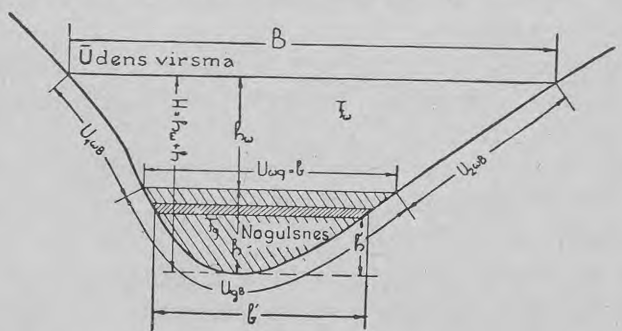
A. Vītols.

Savā publicējumā: „Kāda vispārināta hidraulika — psammohidraulika — kā nogulšņu kustības un citu maisījumu hidraulikas problēmu atrisināšanas ierocis“[1] biju izvedis tā saucamo psammohidraulisko līdzojumu ($14^{\underline{bis}}$) (sk. op. cit.), kuŗa veids ir sekošais:

$$y_n - y_0 = \left[\left(1 - \frac{q_n}{Q}\right)\frac{V_n^2}{2g} - \left(1 - \frac{q_0}{Q}\right)\frac{V_0^2}{2g}\right] + \frac{\varepsilon}{2gQ}\left(v_n^2 q_n - v_0^2 q_0\right) +$$

$$+ \left[\frac{1}{Q}\int_{So}^{Sn}\left\{\frac{V^3 U_{WB}}{C^2{}_{WB}} + \frac{(V_s - v)^3 b}{C^2{}_{wg}}\right\} ds\right] + \frac{(\varepsilon - \alpha)\,\omega}{Q}\Big|\,\Omega\,\Big|_{S.}^{Sn} \quad (14^{\underline{bis}}).$$

Še apzīmē (sk. op. cit. ar 2. zīm. un še pieliktu zīm. 1):



Zīm. 1.

y_n resp. y_0 — strāvas līmeņa ordinātes šķēlienos, kuŗu atstatumi no kāda brīvi vēlēta sākuma šķēliena ir S_n resp. S_0, tā kā (y_n—y_0) ir strāvas līmeņa absolūtais kritums starp min. šķēlieniem;

---

[1] „Ekonomists“ Nr. 13/14 — 1939., tālākajā tekstā apzīmēts ar op. cit. Darbs Profesiju kameras godalgots.

Q — maisījuma (ūdens un nogulšņu) strāvas kopējais caurteces vairums;
q_n resp. q_0 — nogulšņu strāvas caurteces vairums šķēlienos F_n resp. F_0;
g — smaguma spēka paātrinājums;
V_n resp. V_0 — ūdens strāvas vidējie ātrumi šķēlienos F_{wn} resp. F_{wo};
γ_w — ūdens specifiskais svars;
γ_g — nogulšņu specifiskais svars;
$\varepsilon = \frac{\gamma_g}{\gamma_w}$ — nogulšņu relātīvais svars;
V_n resp. V_0 — nogulšņu strāvas vidējie ātrumi nogulšņu strāvas šķēlienos F_{gn} resp. F_{g0};
S_n resp. S_0 — šķēlienu F_n resp. F_0 atstatumi no kāda brīvi vēlēta sākuma šķēliena;
$F_w + F_g = F$ — maisījuma strāvas kopšķēliens;
V — ūdens strāvas vidējais ātrums kādā strāvas šķēlienā, kuŗa atstatums no kāda brīvi vēlēta sākuma šķēliena ir s;
$Uw\beta = U\beta w = U_1 w\beta + U_2 w\beta$ (sk. 1. zīm.) — ūdens apslapinātā gultnes perimetra daļa;
$Cw\beta$ resp. Cwg — Chézy koeficienti starp ūdens strāvu un upes gultnes krasta daļām resp. starp ūdens un nogulšņu strāvām;
V_s — ūdens strāvas dibens ātrums (gar nogulšņu kārtas augšējo virsmu);
v — vidējais nogulšņu strāvas kustības ātrums kādā šķēlienā;
b — nogulšņu kārtas augšējās kārtas platums;
ds — bezgalīgi mazs atstatums starp 2 maisījuma strāvas šķēlieniem;
α — tā saucamais suspensijas koeficients (dinamiskās reakcijas koeficients) (sk. op. cit. VI);
$\omega = \mu\nu n$, kur μ ir birstošo ķermeņu berzes koeficients, n un ν ir formulas $v' = \nu h'^n$ parametri, kas izteic ātrumu maiņas hipotezi nogulšņu masā (sk. op. cit. III);
$|\Omega|_{So}^{Sn}$ — ar šo simbolu ir apzīmēta kāda augstākās pakāpes nogulšņu ķermeņa statiska momenta resp. inerces momenta funkcija (sk. op. cit. V).

Tātad, kā redzams, absolūtais kritums starp diviem šķēlieniem ir 4 augstumu summa:

$$y_n - y_0 = h_{kw} + h_{kg} + h_{rw} + h_{rg},$$

kur h_{kw} ir ūdens strāvas kinētiskais augstums, h_{kg} — nogulšņu strāvas kinētiskais augstums, h_{rw} — ūdens strāvas enerģijas zudumu augstums, h_{rg} — nogulšņu strāvas enerģijas zudumu augstums.

Izdalot min. līdzojumu uz strāvas gaŗumu $S_n - S_0$, iegūstam saistību starp attiecīgiem kritumiem jeb gradientiem:

$$\frac{y_n - y_0}{S_n - S_0} = i = \frac{1}{S_n - S_0}\left[\left(1 - \frac{q_n}{Q}\right)\frac{V_n^2}{2g} - \left(1 - \frac{q_0}{Q}\right)\frac{V_0^2}{2g} + \frac{\varepsilon}{2gQ}\left(v_n^2 q_n - v_0^2 q_0\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{Q}\int_{S_0}^{Sn}\left\{\frac{V^3 U w \beta}{C_{w\beta}^2} + \frac{(V_S - v)^3 b}{C_{wg}^2}\right\} ds + \frac{(\varepsilon - \alpha) w}{Q}\left|\Omega\right|_{S_0}^{Sn}\right] =$$

$$= i_{kw} + i_{kg} + i_{rw} + i_{rg}.$$

Kā jau tika minēts (op. cit.), izvestais maisījuma strāvas līdzojums nepārprotami aizrāda uz parādības sarežgīto norisi no mechanikas viedokļa, kādēļ veltīgām jābūt tagadnes hidraulikas pūlēm mēģināt noteikt īpašu Chézy koeficientu strāvai, kas pārvieto nogulsnes. Šādas tendences — raksturot nogulšņu strāvu ar kādu īpašu Chézy koeficientu vēl izpaudās dažos V Baltijas valstu hidrologu konferences Helsinkos 1936. g. iesniegtos referātos.

Heterohidraulika.

Kā rāda jau min. publicējuma virsraksts: „Kāda vispārināta hidraulika etc.", publicējuma autors bija skaitījis līdzojumu ($14^{\underline{bis}}$) par kādas vispārinātas hidraulikas līdzojumu. Tagad mēģināsim šo vispārinājumu vēl kāpināt. Šinī nolūkā līdzojuma ($14^{\underline{bis}}$) locekli

$$\frac{(\varepsilon - \alpha)\,\omega}{Q}\left|\Omega\right|_{S_0}^{Sn},$$

pirmkārt, atvietosim ar loc. h_r, kādas heterogenas substances (tai starpā arī nogulšņu) iekšējas berzes zudumu augstuma izteiksmi, tā kā atkarībā no koeficientu ε, α un ω skaitliskām nozīmēm h_r atsevišķā gadījumā varēs pāriet arī h_{rg} — nogulšņu iekšējas berzes zudumu izteiksmē, jeb, citādi runājot, h_{rg} būs h_r atsevišķs gadījums. Attiecīgu hidrauliku, kuŗa apskata kādas heterogenas (maisījuma) strāvas kustības likumus, bez heterogenas substances speciāla raksturojuma, nosauksim par heterohidrauliku.

Dismorfihidraulika un stereohidraulika.

Piegriezīsim vērību tam apstāklim, ka $|\Omega|_{S_0}^{S_n}$ sastādīšanā piedalās

$$\frac{dv'}{dh'} = \frac{d}{dh'}(\nu h'^n) = n\nu h'^{n-1},$$

kas ir substances deformācijas ātruma gradients, kuŗu vektoru algebrā apzīmē ar: $\frac{dv'}{dh'} = \overline{Grad}\, v' = \overline{\nabla}\, v'$. Deformējošamies ķermeņiem šis gradients $\overline{Grad}\, v' \neq 0$, cietiem, turpretim, $\overline{Grad}\, v' = 0$. Sakarā ar šo heterohidraulikā rodas 2 nozarojumi, jeb rodas šīs hidraulikas bifurkācija. Nosauksim heterohidrauliku ar $\overline{Grad}\, v' \neq 0$ par dismorfohidrauliku (no grieķu vārda δύσμορφον (σῶμα) = deformējošs ķermenis).

Heterohidrauliku ar $\overline{Grad}\, v' = 0$, pie kuŗa $h_r = 0$, nosauksim par stereohidrauliku (no grieķu vārda στερεός = ciets, starr, steif, hart, fest)

I. Dismorfohidraulika ($\overline{Grad}\, v' \neq 0$).

Tā kā $\overline{Grad}\, v' \neq 0$, tad dismorfohidraulikā

$$h_r = \frac{(\varepsilon - \alpha)\,\omega}{Q} \left|\Omega\right|_{S_0}^{S_n} \neq 0,$$

t. i. šis loceklis heterohidrauliskā līdzojumā nezūd, sakarā ar ko, atkarībā no ε un α skaitliskām vērtībām, no heterohidraulikas var atvasināt dažus speciālus hidraulikas veidus.

1) Ja $\alpha = 1$, tad $(\varepsilon - \alpha)_{\alpha=1} = (\varepsilon - 1)$, un tad nonākam pie mums jau pazīstamas psammohidraulikas.

2) Ja $\varepsilon - \alpha = 0$, tad $h_r = 0$ un nonākam pie speciālas hidraulikas, kas apraksta ūdens strāvas, kuŗa piesātināta ar nogulšņiem suspendētā stāvoklī, kustības likumus; šinī gadījumā pārējie heterohidrauliskā līdzojuma ($14^{\underline{bis}}$) locekļi var palikt, jo ūdens strāva nes zināmu substances daudzumu q un tāpat var pielaist atšķirīgus cieto un ūdens daļiņu kustības ātrumus sakarā ar ko

$$\frac{(V_s - v)^3\, b}{C_{wg}^2} \neq 0;$$

b vietā jānāk kādam līneālam lielumam, kas raksturotu, tā sakot, summāro ūdens un cieto daļiņu kontakta virsmu, gar kuŗu notiek berze. Jāmin, ka varētu min. līdzojuma veidu arī vienkāršot, piešķiŗot tam vienkārši D. Bernoulli līdzojuma veidu ar Chézy koeficientiem, kuŗu vērtības atkarātos no ūdens strāvas pārsātināšanas ar nogulšņu daļiņām pakāpes. Jādomā gan, ka pirmais variants, ar hidraulisku elementu sīkāku diferenciāciju, solītu vairāk izredžu uz panākumiem. Ir pieņemams, ka pēc tam, kad atrasts solidāks ierocis parādības pētīšanai, suspendēto nogulšņu pētīšana varētu izvērsties par vairāk jeb mazāk neatkarīgu un patstāvīgu heterohidraulikas apakšnozari, kādēļ nebūtu lieks šim hidraulikas veidam piešķirt attiecīgu nosaukumu, p. piem. varētu to nosaukt par artetohidrauliku (no grieķu vārda ἀρτητός = suspendents, pacelts).

3) Kad $\varepsilon - \alpha > 0$, notiek pāreja no psammohidraulikas uz artetohidraulikas parādībām. Arī šis parādību veids var un modinās pētītāju interesi un sakarā ar pārejas raksturu, šo parādību stadiju varētu nosaukt par hemipsammohidraulisku (no grieķu vārda ἡμι = puse).

4) Un beidzot, kad $(\varepsilon - 1) = 0$, tad nogulšņi pārvēršas ūdenī,

$$(h_r)_{\varepsilon-1=0} = 0,\ V_s - v = V,\ \left(1 - \frac{q_n}{Q}\right)\frac{V_n^2}{2g} - \left(1 - \frac{q_0}{Q}\right)\frac{V_0^2}{2g} +$$

$$+ \frac{\varepsilon}{2gQ}(v_n^2 . q_n - v_0^2 q_0)_{\varepsilon=1} = \left(1 - \frac{q_n}{Q}\right)\frac{V_n^2}{2g} - \left(1 - \frac{q_0}{Q}\right)\frac{V_0^2}{2g} +$$

$$+ \frac{q_n}{Q}\frac{V_n^2}{2g} - \frac{q_0}{Q}\frac{V_0^2}{2g} = \frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g}.$$

Tālāk

$$\frac{1}{Q}\int_{S_0}^{Sn} \frac{V^3 U_{w\beta}}{C_{w\beta}^2} ds = \frac{1}{Q}\int_{S_0}^{Sn} \frac{V^3 . U . F}{C^2 F} ds = \frac{1}{Q}\int_{S_0}^{Sn} \frac{V^2 . Q}{C^2 \frac{F}{U}} ds =$$

$$= \int_{S_0}^{Sn} \frac{V^2}{C^2 R} ds \text{ un } y_n - y_0 = \frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} + \int_{S_0}^{Sn} \frac{V^2}{C^2 R} ds,$$

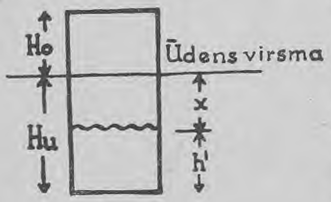
t. i. psammohidrauliskais līdzojums pie $\varepsilon = 1$ pāriet pazīstamā D. Bernoulli potamohidrauliskā līdzojumā. Šo tādā ceļā atvasināto hidrauliku, kā pretstatu heterohidraulikai, varētu nosaukt par homohidrauliku (no grieķu vārda ὁμός = vienāds, līdzīgs).

Turpinot h_r locekļa ģenerālizācijas procesu, mēs varam mēģināt piešķirt koeficientam ε nozīmi $\varepsilon < 1$ un prasīt, vai būtu iespējams kāds hidraulisks process tādos apstākļos.

Pirmkārt, mums būtu jākonstatē, ka tad $\varepsilon - 1 < 0$ un $h_r < 0$, kas nav iespējams, kādēļ jānotiek procesa radikālai maiņai. Patiesi, ja $\varepsilon < 1$, tad substancei jāuzpeld un jākustas pa daļai iegremdētā stāvoklī. Ja apskatāmies dabā pēc tādas parādības, tad viegli nonākam pie ledus putras kustības parādības, kas hidroloģijā ieņem redzāmu vietu un izvirza hidrotechnikā dažādas problēmas. Šo jaunā veida hidrauliku sauksim par kriohidrauliku (no grieķu vārda τό κρύος = ledus, aukstums, ledusaukstums) un apskatīsim to tuvāk.

Kriohidraulika. $\varepsilon < 1$.

Substancē, kas, pateicoties $\varepsilon < 1$, pacēlusies no dibens un peld, izdalīsim kādu elementu ar 4 savstarpīgi ortogonām vertikālām plaknēm (sk. sk.). Pieņemsim, ka masas augstums virs ūdens līmeņa ir H_0, peldes dziļums H_u. Iedomāsimies tālāk kādu šī elementa šķēlienu x dziļumā; tad, apzīmējot substances specifisko svaru ar γ_e varam uzrakstīt sekošu sakarību:



1) $\gamma_e(H_0 + H_u) = \gamma_w H_u, \gamma_e H_0 + \gamma_e H_u = \gamma_w H_u.$

(Archimeda likums). Tālāk, mēģināsim noteikt spiedi uz horizontālo šķēlienu x dziļumā. Uz šo šķēlienu darbojas viss elementa augšējās daļas svars, bet no apakšas uz augšu darbojas celtspēka spraigums (Auftriebsspannung) — $\gamma_w x$, tā kā rezultējoša spiede ir:

$$\gamma_e (H_0 + x) - \gamma_w x = \gamma_e H_0 + \gamma_e x - \gamma_w x = \gamma_e H_0 - x (\gamma_w - \gamma_e),$$

bet berzes spēks —

$$\mu \, [\gamma_e H_0 - x (\gamma_w - \gamma_e)].$$

Iekšējo elementāro berzes darbu laika vienībā varam izteikt tā:

$$dA = \mu bds \frac{dv'}{dh'} dh' \, [\gamma_e H_0 - x (\gamma_w - \gamma_e)] = \mu bds \; Grad\, v'. \, dh'.$$

$$[\gamma_e H_0 - x (\gamma_w - \gamma_e)] = \mu bds \; Grad\, v' dh' \, [(\gamma_w - \gamma_e) H_u - (\gamma_w - \gamma_e) x]$$

(uz līdzojuma 1 pamata) =

$$\mu bds \; Grad\, v' dh' \gamma_w [(1 - \varepsilon) (H_u - x)] = \mu bds \; Grad\, v' dh' \gamma_w (1 - \varepsilon) \, h'.$$

(Šīs darba izteiksmes sastādīšanas jautājumā konsultēt op. cit. VI)

Nointegrējot sastādīto diferenciālu, mēs iegūtu iegremdētas ledus masas iekšējas berzes darba izteiksmi, neatkarīgu, kā redzams, no peldošas substances ķermeņa augstuma virs līmeņa, H_0. Ledus masai virs līmeņa būtu jāsastāda atsevišķa darba izteiksme, kuŗas vispārējais veids varētu būt:

$$dA_0 = \gamma_w \cdot \frac{\gamma_e}{\gamma^w} \mu b d s \, Grad v'' \, (H_0 - h'') \, dh'' = \gamma_w \cdot \varepsilon d V''ol, \, (H_0 - h''),$$

kur ar $dVol$ apzīmēts ledus masas ķermeņa augšējās daļas elements. Tā kā $\varepsilon = \varepsilon - 1 + 1 = 1 - (1 - \varepsilon)$, tad augšējās daļas darba izteiksmi varēs sadalīt 2 daļās, no kuŗām daļa ar koeficientu $(1 - \varepsilon)$ varēs pievienot iegremdētās daļas darbam, bet otra daļa būs neatkarīga no ε. Būtu veltīgi nodarboties ar minēto darba izteiksmju analitisko veidu, jo krioloģiskais process ir sevišķi chaotisks, tādēļ var runāt tikai par kādām summārām izteiksmēm, pie kam berzes darbu augšejā daļā var pierakstīt un iedomāties koncentrētu iegremdētā daļā un visu peldošas substances masu var iedomāties atvietotu, uz Archimeda likuma pamata, ar izspiestā ūdens masu, tā ka krioloģiskās strāvas gabarits sakritīs ar ūdens strāvas gabaritu. Šī koncepcija ir sevišķi auglīga procesa pētīšanai: pētītāja rīcībā tad ir tikai heterogena ūdens strāva, sastāvoša no ūdens strāvas, kas uzrāda tīrā ūdens īpašības un ūdens strāvas līdz strāvas līmenim, kas atsķiŗas ar sevišķi stipru iekšējo berzi, pie kam kopteces daudzums tāpat sastādās no 2 daļām $Q_w + Q_e = Q_{w_1} + Q_{w_2} = Q$. Nobeidzot jautājumu par krioloģiskā procesa iekšējo berzi, būtu, tātad, jāmin, ka, saskaņā ar procesa sevišķu haotiskumu, berzes zudumu augstumu varētu izteikt

$$h_{rk} = \frac{(1 - \varepsilon)}{Q} \cdot \left| \beta_1 \right|_{S_0}^{Sn} + \frac{\left| \beta_2 \right|_{S_0}^{Sn}}{Q},$$

kur $\left| \beta \right|_{S_2}^{Sn}$ būtu sevišķi nenoteikts un svārstīgs, pie kam β dimensija būtu:

$$(h_{rk}) \, [L] = \frac{(1 - \varepsilon) \, [L^0]}{(Q) \, [L^3 T^{-1}]} \left| (\beta) \right|_{S_0}^{Sn} [x], \text{ no kurienes } x = L^4 T^{-1}.$$

Ja kriohidraulisko līdzojumu mēs gribētu tieši sastādīt, neatvasinot to no heterohidrauliskā, tad mēs varētu konstatēt arī vienu šī procesa priekšrocību, proti, sastādot kopējo spiedes un smaguma darba izteiksmi kriohidrauliskai strāvai, nebūtu jāķeŗas pie tiem tuvinājumu vienkāršojumiem, kādus lietojām, sastādot psammohidraulisko resp.

heterohidraulisko līdzojumu (Sk. op. cit. II), pie kam šī izteiksme tieši būtu: $dA_{(s+p)} = \gamma_w dt\ (y_2 - y_1)$.

Tālāk, noskaidrosim kriohidrauliskā līdzojuma galīgo veidu. Tā kā kriohidrauliskā strāva sastāv no divām ūdens strāvam — tīrā un fiktīva ūdens — kuŗam katrai ir savi atšķirīgi ātrumi un iekšēja berze (tīrai ūdens strāvai šīs berzes darbs saskaņā ar hidraulikas elementāro koncepciju ir 0, fiktīvai, ledus putras substanci atvietojušai,

$$h_{rk} = \frac{(1-\varepsilon)}{Q} \cdot \beta ,$$

tad kinētiskās enerģijas kopējā izteiksme ir:

$$\left(1-\frac{q_n}{Q}\right)\frac{V_n^2}{2g} - \left(1-\frac{q_0}{Q}\right)\frac{V_0^2}{2g} + \frac{\varepsilon}{2gQ}\left(v_n^2 q_n - v_0^2 q_0\right) =$$

$$\left(1-\frac{Q_{\underset{n}{w_2}}}{Q}\right)\frac{V_n^2}{2g} - \left(1-\frac{Q_{\underset{\circ}{w_2}}}{Q}\right)\frac{V_0^2}{2g} + \frac{1}{2gQ}\left(v_n^2 . Q_{\underset{n}{w_2}} - v_0^2 Q_{\underset{\circ}{w_2}}\right).$$

Še ar Q_{w_2} ir apzīmēts ledus putras substances caurteces daudzums, ekvivalents attiecīgam fiktīvam ūdens caurteces daudzumam. Nākamais loceklis

$$\frac{1}{Q}\int_{S_0}^{Sn}\left\{\frac{V^3 . U_{w\beta}}{C_{w\beta}^2} + \frac{(V_s - v)^3 b}{C_{wg}^2}\right\} ds$$

paliek negrozīgs, tikai indeku g, domātu nogulšņiem, būtu jāatvieto ar l (ledus). Beidzamais loceklis ir

$$h_{kr} = \frac{(1-\varepsilon)}{Q} \mid \beta \mid_{S_0}^{Sn}$$

un viss kriohidrauliskais līdzojums gūst galīgu veidu:

$$y_n - y_0 = \left(1-\frac{Q_{\underset{n}{w_2}}}{Q}\right)\frac{V_n^2}{2g} - \left(1-\frac{Q_{\underset{\circ}{w_2}}}{Q}\right)\frac{V_0^2}{2g} + \frac{1}{2gQ}\left(v_n^2\, Q_{\underset{n}{w_2}} - v_0^2\, Q_{\underset{\circ}{w_2}}\right) +$$

$$+ \frac{1}{Q}\int_{S_0}^{Sn}\left\{\frac{V^3 . U_{w\beta}}{C_{w\beta}^2} + \frac{(V_s - v)^3}{C_{wl}^2} b\right\} ds + \frac{(1-\varepsilon)}{Q} \mid \beta . \mid_{S_0}^{Sn} .$$

Tā kā, kā minēts, kriohidrauliskais process ir sevišķi haotisks, tad no kriohidraulikas pagaidām varētu sagaidīt tikai vispārēja veida aizrādījumus, kuŗi ir diezgan pamācoši un pie kuŗu noskaidrošanas mēs stājamies. Kriohidrauliskā procesā dominējošs faktors ir ledus substances iekšējā berze, kuŗas izteicējs ir

$$h_{kr} = \frac{(1-\varepsilon)}{Q} \left| \beta \right|_{S_0}^{S_n}.$$

Ņemot vērā, ka upes gultne ir veidojusies tā, lai tece būtu caurmērā vienmērīga (ātrumu maiņu strāvas virzienā raksturo ātruma svārstības, kā uz vienu, tā uz otru pusi, strāvas teces nolēninājumi un paātrinājumi nomaina viens otru), tad, rodoties procesam ar spēcīgiem enerģijas zudumiem, jāsagaida attiecīgs $(y_n - y_0)$ spēcīgs pieaugums. Ja ordināti y_0 attieksim uz kāda recipienta līmeni (jūras, ezera, galvenās strāvas arterijas, kāda aizsprostojuma atzīmi u. t. t.), tad y_n vērtībai neaprobežoti būtu jāpieaug, ko upes gultnes orografiskie apstākļi nepieļauj, kādēļ kriohidrauliskais process nevar netraucēti norist, rodas pazīstamie ledus sastrēgumi, kas kriohidraulisko strāvu saskalda atsevišķos biefos, pieskaņo to vairāk jeb mazāk vietējiem orografiskiem apstākļiem. Saprotams, ka sastrēgumi arī sagaidāmi tur, kur upes orografiskie apstākļi veicina

$$h_{kr} = \frac{(1-\varepsilon)}{Q} \left| \beta \right|_{S_0}^{S_n}$$

pieaugumu, kur notiek ledus putras substances ķermeņa sevišķi ievērojama deformācija, saistīta ar h_{kr} pieaugumu. Tādas vietas upē varētu būt: ledus masu pārvirzīšanās no platas upes gultnes šaurajā, kad notiek ledus ķermeņa deformācija, saistīta ar iekšējā spiediena pieaugumu (pieaug 2 elementi: ir spiediens, ir iekšēja deformācijas ātruma gradients);

upes gultnes meandrizācija (izlocijumi), kas izsauc centripetālos spēkus, kas palielina spiedienu;

zemūdens akmeņi, salas, sēkļi, kuŗi palielina *Gradv'*.

Kā redzams, jaunais kriohidrauliskais ierocis pieļauj izskaidrot zinātniski vienu otru procesa parādību. Vēlāk varēs domāt, piem., par $\left| \beta \right|_{S_0}^{S_n}$ skaitlisko vērtību atrašanu uz novērojumu pamata, kas būs interesants solis uz priekšu kriohidraulikā.

Nobeidzot jautājumu par kriohidraulikas pamatiem, parādīsim vēl, kā no kriohidrauliska līdzojuma iegūt homohidraulisko, D. Bernoulli, līdzojumu. Šo pēdējo iegūstam, pārvēršot ledus masu ūdenī, t. i. pielīdzinot $(1-\varepsilon)=0$. Tad saskaņā ar tagadnes hidraulikas elementāro koncepciju: $V_n = v_n$, $V_0 = v_0$, $V_s - v = 0$ un:

$$y_n - y_0 = \left(1 - \frac{Q_{w_2 n}}{Q}\right)\frac{V_n^2}{2g} - \left(1 - \frac{Q_{w_2 0}}{Q}\right)\frac{V_0^2}{2g} + \frac{1}{2gQ}\left(v_n^2 Q_{w_2 n} - v_0^2 Q_{w_2 0}\right) +$$

$$+ \frac{1}{Q}\int_{S_0}^{S_n}\left\{\frac{V^3 U_{w\beta}}{C_{w\beta}^2} + \frac{(V_s - v)^3 b}{C_{we}^2}\right\} ds + \frac{(1-\varepsilon)}{Q} \left|\beta\right|_{S_0}^{S_n} =$$

$$= \frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} + \frac{1}{Q}\int_{S_0}^{S_n}\frac{V^3 U.F}{C^2 F} ds = \frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} + \frac{1}{Q}\int_{S_0}^{S_n}\frac{V^2 V F}{C^2 \frac{F}{U}} ds =$$

$$= \frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} + \frac{1}{Q}\int_{S_0}^{S_n}\frac{V^2 Q}{C^2 R} ds = \frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} + \int_{S_0}^{S_n}\frac{V^2\, ds}{C^2 R}$$

(D. Bernoulli potamohidraulikas (upju hidraulikas) homohidrauliskais līdzojums.)

II. Stereohidraulika ($Grad\, v' = 0$).

Sakarā ar $Grad\, v' = 0$. $h_r = 0$ vienmēr. Tālāk, izšķirsim gadījumus $\varepsilon > 1$, $\varepsilon < 1$, un $\varepsilon = 1$ $(\varepsilon - 1 = 0)$.

$\varepsilon > 1$. Litohidraulika.

Tūlīt noskaidrosim, ar kādu procesu pie $\varepsilon > 1$ mums ir darīšana. Tā kā $Grad\, v' = 0$, tad substance ir ciets ķermenis. Tā kā $\varepsilon > 1$, tad šis ķermenis var kustēties tikai pa upes dibenu. Kādi ir tie cietie ķermeņi, kas var kustēties pa upes dibenu ne kā deformējošs kontinuums, bet kā cieti ķermeņi? Tie ir akmeņi, kas pārvietojas, gan slīdēdami (translātīvi), gan rotējot. Tā kā akmens grieķu valodā ir λίθος, tad attiecīgu hidrauliku, kas varētu nodarboties ar akmeņu kustības pētīšanu strāvā, varētu nosaukt par litohidrauliku.

Apskatīsim, kādiem pārveidojumiem vispārējos vilcienos būtu jāpadod heterohidrauliskais līdzojums. Kā jau tika konstatēts $h_r = 0$, pārējos locekļus būtu jāpārveido, ņemot vērā, kā pārvietojas atsevišķi ķermeņi (diskrētie masas koncentrējumi) un ne vairs kontinuums, un tādēļ minētam pārveidojumam būtu jābūt radikālākam. Ņemot vērā litohidraulikas, kā rādās, nelielo praktisko nozīmi, mēs pašreiz atturēsimies no litohidrauliska līdzojuma uzstādīšanas. Aprobežojoties ar šo īso piezīmi par litohidrauliku, gribu minēt, ka vienu reizi savā inženieŗa praksē sastapos ar litohidraulikas problēmu, proti, uz Volgas (augšejā daļā), kur ievērojami akmeņu daudzumi ceļoja pa upi uz leju. Bija nodomāts akmeņos iekalt pazīšanas zīmes, kas atļautu izsekot akmeņu pārvietojumiem, bet šis projekts palika nereālizēts I pasaules kaŗa apstākļu dēļ.

$\varepsilon < 1$. Plotohidraulika.

Kad $\varepsilon < 1$, tad substance uzpeld, pie kam šī gadījuma izpētīšana, pateicoties $Grad\ v' = 0$, ir vienkāršāka nekā krioprocesa. Ciets, nedeformējošs, peldošs ķermenis var būt laiva, kuģis, plosts u. t. t. Šīs atziņas pietiek, lai saprastu, cik liela nozīme piekrīt hidraulikai, kas nodarbotos ar peldošo ķermeņu kustības likumu pētīšanu. Šo hidrauliku, kas atkal var tikt atvasināta no heterohidraulikas kā pēdējās atsevišķs gadījums, sauksim par plotohidrauliku, no grieķu vārda πλωϊὸν = peldošs ķermenis.

Kuģu pretestības literātūrā mēs sastopamies ar formulām, kas tieši, ad hoc, ir izvestas. Mūsu uzdevums būs parādīt, ka taisni tās no šīm formulām, kas korrekti izvestas, var tikt iegūtas kā heterohidraulikas atsevišķi gadījumi. Caur šo tad mēs būsim pamatojuši plotohidraulikas eksistences tiesības.

Tālākajā mūsu pētījuma gaitā nodarbosimies ar plosta — prizmatiska ķermeņa — pretestības jautājumu no heterohidrauliska viedokļa. Plosta gaŗumu pieņemsim pietiekoši gaŗu, lai varētu ignorēt plosta middelpretestību. Minams būtu, ka vajadzības gadījumā šo pretestību varētu ņemt vērā, kas neprasītu liekas pūles.

Mēs atzīmēsim tūlīt vienu ļoti ērtu plotogadījuma īpašību: proti, plosta masu var atvietot ar tā izspiesta ūdens tilpuma masu — uz Archimeda likuma pamata. Ja tas ir tā, tad plotoprocess atvietots ar tīri hidraulisku procesu: mūsu rīcībā ir tīrā ūdens strāva, sastāvoša no 2 ūdens daļām ar ātrumiem V resp. v, un ar iekšējo berzi savā starpā tādu pašu, kāda rodas starp plostu un pēdējam gaŗām plūstošu ūdens strāvu. Šī koncepcija vienkāršo kontinuitātes līdzojumu, kas pāriet: $(F-f)\,V + vf = F\,.\,W = Q\,(a)$, kur apzīmē:

F — caur plostu netraucētās ūdens strāvas šķēlienu;
W— netraucētas strāvas ātrumu;
V — traucētās (starp plostu un kanāļa sienām) strāvas ātrumu;
v — plosta ātrumu;
f — plosta iegremdētas daļas šķēlienu;
Q — kopējo caurteces daudzumu.

Tālāk izvēlēsimies kādu literātūrā sastopamu plosta kustības pretestības formulu, kuŗai centīsimies piešķirt heterohidraulisku formu. Par tādu izvēlēsimies Vītola formulu[1] Op. cit.[3] 55. lpp. atrodam sekošu formulu (2):

$$\gamma l \sin\alpha \left\{\omega v + (\Omega - \omega) V\right\} - \frac{V^3 P l \gamma}{C^2} - (V - v)\left[f(v_r)\right] -$$
$$\frac{\gamma}{g} l \left\{(\Omega - \omega) V \frac{dV}{dt} + \omega v \frac{dv}{dt}\right\} = 0.$$

Še apzīmē:

γ — specifisko ūdens svaru;
$\Omega = F$;
$\omega = f$;
$P = U$;
l — plosta gaŗumu;
$f(v_r)$ — berzes spēks, kas rodas starp ūdens prizmu un plostu, un kas ir relātīva ātruma $(V - v) = v_r$ funkcija.

Funkcijas $f(v_r)$ veids tika noteikts uz novērojuma pamata, kas tika izvesti, velkot plostu ar dažādiem ātrumiem brīvā, atklātā ūdenī uz Ķīšezera pie Rīgas (sk. op. cit.[1, 2, 3]); turpretim, mēs pieņemsim še hidraulisku pretestības formu ar berzes spraiguma izteiksmi.

$$\tau = \gamma \frac{(V - v)^2}{C^2}, \text{ sakarā ar ko } f(v_r) = f(V - v) = \gamma \frac{(V - v)^2}{C^2_{FW}} l\,(b + 2h),$$

kur apzīmē:

---

[1] Alfrēds Vītols: „Calcul Cinématique des canaux de flottage" (Rapport présenté au World Power Conference Sectional meeting, Bâle, Switzerland, August 31-September 12 1926, arī Acta Universitatis Latviensis XIV 1926, pages 415—446).

[2] Alfrēds Vītols: „Mouvement du radeau dans le Canal de flottage" (Rapport présenté au Fourth International Congress for Applied Mechanics, Cambridge, England, 3—9 July 1934.

[3] Alfrēds Vītols: Über die kinematische Berechnung der Flossgassen; Zeitschrift für Wasserkraft und Wasserwirtschaft, 5. Heft, 1935. S. 54—56.

b — plosta platumu un h plosta iegrimes dziļumu,

C_{FW} — Chézy koeficientu starp ūdens strāvu un plosta apslapināto virsmu.

Tālāk var likt $l \sin \alpha = y_n - y_0$, kur $(y_n - y_0)$ izteic absolūtu kritumu starp plosta gala šķēlumiem. Bez tam: $\omega v + (\Omega - \omega) V = fv + (F - f) V = F . W = Q . (a)$ un tāpēc līdzojums (2) pāriet:

$$\gamma Q (y_n - y_0) = \frac{\gamma l}{g}\left\{(Q-q)\frac{dV}{dt} + \frac{q dv}{dt}\right\} + \gamma l \left\{\frac{V^3 U}{C^2} + \frac{(V-v)^3 (b+2h)}{C^2_{FW}}\right\},$$

$$y_n - y_0 = \frac{l}{g}\left\{\left(1 - \frac{q}{Q}\right)\frac{dV}{dt} + \frac{q}{Q}\frac{dv}{dt}\right\} + \frac{l}{Q}\left\{\frac{V^3 U}{C^2} + \frac{(V-v)^3 (b+2h)}{C^2_{FW}}\right\} (3).$$

Šinī pretestības formulā jau izpaužas pretestības parādības ģeneāloģiska radniecība ar hetero-resp. stereohidrauliku. Tālāk apskatīsim dažus speciālus gadījumus, kuŗiem jānoved pie korrektiem gala rezultātiem.

$Q = 0$, $W = 0$ (kanālis bez krituma, ar stāvošu ūdeni).

Kontinuitātes līdzojums (a) pieņem veidu:

$$(F - f) V + fv = 0, = \left(\frac{F}{f} - 1\right) V + v = (m-1) V + v = 0, V = \frac{v}{m-1}.$$

Relātīvais ātrums

$$v_r = (V - v) = - \frac{v}{m-1} - v = - \frac{v . m}{m-1}, \frac{dV}{dt} = \frac{-1}{m-1} . \frac{dv}{dt}.$$

a) Gadījums $y_n - y_o = 0$ (plostu karavāna atbrīvota no velkoņa).

Līdzojums (3) pāriet:

$$(y_n - y_0) Q = 0 = \frac{q}{g}\left(\frac{dv}{dt} - \frac{dV}{dt}\right) + \frac{V^3 U}{C^2} + \frac{(b+2h)}{C^2{}_{FW}} . (V - v)^3 \quad (4),$$

jeb pēc V izslēgšanas:

$$0 = \frac{fv}{g}\frac{dv}{dt} . \frac{m}{m-1} + \frac{v^3}{(m-1)^3}\left\{\frac{U}{C^2} + m^3 \frac{(b+2h)}{C^2_{FW}}\right\}, \text{ jeb:}$$

$$0 = \frac{bh}{g}\frac{dv}{dt} m + \frac{v^2}{(m-1)^2}\left\{\frac{U}{C^2} + m^3 \frac{(b+2h)}{C^2_{FW}}\right\} \quad . \; . \quad (4^{\text{bis}}).$$

Pie šī pārveidojuma jāpiezīmē, ka, neskatot uz to, ka pretestības locekļa priekšā būtu jāmaina zīme + uz —, tomēr ir atstāta zīme +, jo pretestības loceklis nevar mainīt savu zīmi. Līdzojumu ($4^{\underline{bis}}$) beidzot novedam pie veida $\frac{dv}{v^2} + Adt = 0$, pielīdzinot

$A = \left\{\frac{U}{C^2} + \frac{m^3(b+2h)}{C^2_{FW}}\right\}\frac{g}{bh(m-1)^2 m}$. Iegūto dif. līdzojumu

$$\frac{dv}{v^2} + Adt = -d\left(\frac{1}{v}\right) + Adt \text{ nointegrēsim:}$$

$$A\int_0^t dt = At = \int_{v_0}^v d\left(\frac{1}{v}\right) = \frac{1}{v} - \frac{1}{v_0}, \text{ no kurienes}$$

$$\frac{1}{v} = At + \frac{1}{v_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Ar šīs formulas palīdzību var uziet ātrumu v, kas atbilst momentam t, skaitot laiku $t_0 = 0$ no momenta, kad plostu karavāna, ieguvusi ātrumu v_0, tika atbrīvota no velkoņa. Kā viegli var pārliecināties, ātrumu v maiņas likums ir asimptotisks, $(v)_{t\to\infty} = 0$. Šo pašu formulu var pielietot arī ātrumu likumam brīvā, atklātā ūdenī (ne kanālī), uzejot

$$A_0 = \lim\,(A)_{m\to\infty} = \lim\left[\left\{\frac{U}{C^2} + \frac{m^3(b+2h)}{C^2_{FW}}\right\}\frac{g}{bh(m-1)^2 m}\right]_{m\to\infty} =$$

$$\lim\left\{\frac{U.g}{C^2 bh(m-1)^2 m}\right\}_{m\to\infty} + \lim\left\{\frac{(b+2h)}{C^2_{FW}}\,\frac{g}{bh}\,\frac{1}{(1-{}^1/_m)^2}\right\}_{m\to\infty} =$$

$$\frac{(b+2h)}{C^2_{FW}}\,\frac{g}{bh} = \lim\,(A)_{m\to\infty}.$$

Tad:

$$\frac{1}{v} = \lim\,(A)_{m\to\infty}.t + {}^1/v_0 \quad \ldots\ldots \quad (5^{\underline{bis}}).$$

Ja mēs gribētu uziet v maiņas likumu, kā funkciju no plosta noietiem attālumiem, tad vajadzētu dif. nolīdzinājumā

$$\frac{dv}{v^2 dt} + A = 0$$

ievest pārvietojuma elementu $ds = vdt$, tad:

$$\frac{dv}{dtV^2} ds + Ads = \frac{vdv}{v^2} + Ads = \frac{dv}{v} + Ads = 0 = dlnv +$$

$$+ Ads, \int_{v_0}^{v} dlnv = ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -A\int_{o}^{t} ds = -As; v = v_0 e^{-As} \quad (6),$$

bet ezerā: $v = v_0 e^{-lim\,(A)\overset{.S}{m} \to \infty}$ ($6^{\underline{bis}}$). Šīs funkcijas tāpat ir asimptotiskas.

b) Plostu karavāna tiek vilkta ar vienmērīgu ātrumu

$$\left(\frac{dv}{dt} = 0\right).$$

Šim gadījumam ir vislielākā praktiskā nozīme. Lai iegūtu sakarību starp vilcēju spēku no vienas puses un karavānas ātrumu no otras — atgriezīsimies pie līdzojuma veida ($4^{\underline{bis}}$);

$$\frac{bh}{g}\frac{dv}{dt} m + \frac{v^2}{(m-1)^2}\left\{\frac{U}{C^2} + m^3 \frac{(b+2h)}{C^2_{FW}}\right\} = 0.$$

Šo līdzojumu pareizināsim uz $\frac{l\gamma}{m-1}$, lielumu, uz kuŗu mēs pirmatnējo līdzojumu saīsinājām. Pēc tādas operācijas līdzojuma ($4^{\underline{bis}}$) dimensija būs spēka dimensija [kg]. Pēc tam, ņemot vērā, ka $\frac{dv}{dt} = 0$, iegūstam, rakstot 0 vietā P — spēka apzīmējumu:

$$P = \frac{v^2 l\gamma}{(m-1)^3}\left\{\frac{U}{C^2} + m^3 \frac{(b+dh)}{C^2_{FW}}\right\}.$$

Šī formula pilnīgi sakrīt ar tiešā ceļā izvesto plosta pretestības formulu. Brīvā ūdenī (ne kanālī)

$$P_0 = \lim (P)_{m\to\infty} = \lim\left[\frac{v^2 l\gamma}{(m-1)^3}\left\{\frac{U}{C^2} + m^3\frac{(b+2h)}{C^2_{FW}}\right\}\right]_{m\to\infty} =$$

$$= \frac{(b+2h)}{C^2_{FW}} l\gamma\, v^2.$$

Iesniegts fakultātei 1942. g. 10. janvārī.

Hidraulisku disciplīnu ģeneāloģiska tabula.

Heterohidraulika: heterohidrauliskā līdzojumā ietilpstoši koeficienti ε un α un *Grad* v' ir nenoteikti lielumi un funkcijas

Grad $v' \neq 0$: Dismorfohidraulika					*Grad* $v' = 0$: Stereohidraulika		
$(\varepsilon-\alpha)_{\alpha=1} = (\varepsilon-1) > 0$, $\varepsilon > 1$	$(\varepsilon-\alpha) = 0$, $\varepsilon > 1$	$1 < \varepsilon > \alpha > 1$, $(\varepsilon-\alpha) > 0$, $\varepsilon > 1$	$(\varepsilon-\alpha)_{\alpha=1} = 0$, $\varepsilon = 1$	$(\varepsilon-\alpha)_{\alpha=1} = (\varepsilon-1) < 0$, $\varepsilon < 1$	$(\varepsilon-\alpha)_{\alpha=1} = (\varepsilon-1) > 0$, $\varepsilon > 1$	$(\varepsilon-\alpha)_{\alpha=1} = (\varepsilon-1) < 0$, $\varepsilon < 1$	$(\varepsilon-\alpha)_{\alpha=1} = \varepsilon-1 = 0$, $\varepsilon = 1$
Psammohidraulika	Artetohidraulika	Psammoartetohidraulika	Homohidraulika	Kriohidraulika	Litohidraulika	Plotohidraulika	Homohidraulika

Eine Heterohydraulik als Urquelle neuer hydraulischer Disziplinen.

Autoreferat.

In der Abhandlung: „Kāda vispārināta hidraulika — psammohidraulika — kā nogulšņu kustības un citu maisījumu hidraulikas problēmu atrisināšanas ierocis“[1] (Eine verallgemeinerte Hydraulik — Psammohydraulik — als Werkzeug zur Lösung des Problemes der Geschiebebewegung und anderer Probleme der Gemenge-Hydraulik) hatte der Autor die sogenannte psammohydraulische Gleichung ($14^{\underline{\text{bis}}}$) (Op. cit.[1]) abgeleitet, die in dem obigen Texte unter ($14^{\underline{\text{bis}}}$) zitiert ist. In dieser Gleichung spielt die Hauptrolle das letzte Glied derselben

$$h_r = \frac{(\varepsilon - \alpha)\,\omega}{Q} \left|\Omega\right|_{S_0}^{Sn},$$

das die Höhe der inneren Reibungsverluste zum Ausdruck bringt. In diesem Ausdruck bedeuten: ε — das Verhältnis des spezifischen Gewichtes der Geschiebesubstanz γ_g zu demjenigen des Wassers, also

$$\varepsilon = \frac{\gamma_g}{\gamma_w} > 1.$$

α ist der sogenannte Suspensionskoeffizient, dessen Aufgabe es ist, den Einfluss der Suspension des Geschiebes zum Ausdruck zu bringen; $\omega = \mu\nu n$, wo μ der Koeffizient der inneren Reibung ist, ν und n stammen aus dem Deformationsausdruck der Substanz $v' = \nu h'^n$, wo h' die Höhe der Geschiebeschicht über dem Flussboden bedeutet; v' ist die Deformationsgeschwindigkeit; $\left|\Omega\right|_{S_0}^{Sn}$ ist der Ausdruck eines Trägheitsmomen-

[1] „Ekonomists“ Nr. 13/14 1939 (im Texte der Abhandlung bezeichnet mit Op. cit. 1). Arbeit prämiiert von der Berufskammer des ehemaligen Freistaates Lettland. Eine verkürzte Fassung derselben findet man in der Zeitschrift Wasserkraft und Wasserwirtschaft, 1939, Heft 11/12, S. 122—135.

tes höheren Grades des Geschiebekörpers zwischen den Endschnitten desselben im Abstand S_n bezw. S_0 von einem Anfangsquerschnitt, als Reper.

Der Ausdruck für $|\Omega|_{S_0}^{S_n}$ ist aus dem Begriffe der Arbeit der inneren Reibung entstanden (s. op. cit. 1).

Die in dem Ausdrucke für h_r enthaltenen Koeffizienten ε, α, ω, $|\Omega|_{S_0}^{S_n}$ haben Zahlenwerte, die den Eigenschaften der Geschiebesubstanz entsprechen.

Jetzt wollen wir uns eine hypothetische Substanz mit unbestimmten Eigenschaften vorstellen. Das würde heissen, dass die Zahlenwerte ε, α, ω und der Ausdruck $|\Omega|_{S_0}^{S_n}$ unbestimmt sind. Diese Hydraulik, die die Bewegungsgesetze des Stromes, der diese hypothetische Substanz trägt, untersucht, wird die Heterohydraulik genannt. Diese Hydraulik ist die Stammutter einer ganzen Generation von neuen hydraulischen Disziplinen (s. die genealogische Tabelle), die durch Zueignung den erwähnten Koeffizienten von Zahlenwerten, die eine bestimmte Substanz charakterisieren, entstehen.

Zuerst wird in dem Ausdrucke $|\Omega|_{S_0}^{S_n}$ der Deformationsgradient

$$Grad\, v' = \frac{dv'}{dh'} = \frac{d\,.\,\nu h'^n}{dh'} = \nu n h'^{\,n-1}$$

hergestellt. Abhängig davon, ob die von dem Strome getragene Substanz deformierbar ist oder nicht, wird der Gradient $grad\ v' \neq 0$, oder $grad\, v' = 0$. Im ersten Falle haben wir mit einer deformierbaren Substanz (Geschiebe, Eisbrei) zu tun, im zweiten — mit einem undeformierbaren Körper oder Systeme von Körpern.

Die Heterohydraulik mit $grad v' \neq 0$ nennen wir die Dysmorphohydraulik, die mit $grad\ v' = 0$ — die Stereohydraulik. Die weitere Verzweigung der hydraulischen Disziplinen geschieht auf Grund der Zahlenwerte von ε und α. Bei $(\varepsilon - \alpha)_{\alpha=1} = \varepsilon - 1 > 0$ haben wir den Fall der Psammohydraulik, bei $(\varepsilon - \alpha)_{\alpha>1} = (\varepsilon - \alpha) > 0$ — der Artetopsammo- oder Hemipsammohydraulik: die Substanz bewegt sich nämlich teils längs dem Boden, teils im suspendierten Zustande.

Wenn $(\varepsilon - \alpha) = 0$, so ist

$$h_r = \frac{(\varepsilon - \alpha)\,\omega}{Q}\,|\Omega|_{S_0}^{S_n} = 0,$$

und wir haben den Fall der völligen Suspension. Diese Hydraulik, die

Bewegungserscheinungen mit Geschiebe gesättigter Ströme untersucht, nennen wir die Artetohydraulik. Wenn $\varepsilon < 1$ ist, so schwimmt die Substanz auf. Solch eine Substanz kann der Eisbrei sein. So entsteht die Kryohydraulik. Wenn $grad\ v' = 0$, so, wie gesagt, haben wir den Fall der Stereohydraulik. Hier verschwindet ebenfalls

$$h_r = \frac{(\varepsilon - \alpha)\,\omega}{Q} \left|\Omega\right|_{S_0}^{S_n}, \text{ da } \left|\Omega\right|_{S_0}^{S_n} = 0.$$

Die Unterfälle sind: $\varepsilon > 1$ und $\varepsilon < 1$. Wenn $\varepsilon > 1$, so sinkt der Körper bezw. das System der Körper. Wenn wir damit Steine meinen, so haben wir die Lithohydraulik.

Ist $\varepsilon < 1$, so schwimmt der Körper auf, und wir haben den Fall der Plotohydraulik, die sich mit dem Widerstandsproblem schwimmender Körper, Schiffe, Flösse und überhaupt schwimmender Fahrzeuge befasst.

Als Sonderfall der Heterohydraulik folgt die heutige Potamohydraulik, die dann die Homohydraulik genannt wird. Dieser Übergang dürfte als ein Merkmal des soliden Aufbaues der heterohydraulischen Disziplinen aufgefasst werden; ebenso dürfte der Umstand gedeutet werden, dass aus der Heterohydraulik Widerstandsformeln schwimmender Körper — und gerade in deren korrekter Gestalt — abgeleitet werden konnten.

P $\frac{LU}{144 f}$

AFV Nr. II/00854. Eksemplāru skaits 1100. Papīrs iespiežamais H 1 c 45 kg, 67 × 95 cm, no Jaunciema papīra fabrikas. Iespiests un brošēts Latvijas vērtspapīru spiestuvē 1943. g. Nr. 24608. V 1136.