

PSRS AUGSTĀKĀS IZGLĪTĪBAS MINISTRĪJA
LATVIJAS VALSTS UNIVERSITĀTE
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР
ЛАТВИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ZINĀTNISKIE RAKSTI УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

IV

TEHNISKĀS ZINĀTNES
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

LATVIJAS PSR ZINĀTŅU AKADEMIJAS IZDEVNIECĪVA
ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК ЛАТВИЙСКОЙ ССР

PSRS AUGSTĀKĀS IZGLĪTĪBAS MINISTRIJA
LATVIJAS VALSTS UNIVERSITĀTE

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР
ЛАТВИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ZINĀTNISKIE RAKSTI УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

IV SEJUMS
T O M

LATVIJAS PSR ZINĀTŅU AKADEMIJAS IZDEVNIECĪBA
RĪGĀ 1953

REDAKCIJAS KOLEĢIJA:

ķīm. zin. kand. *K. Neilands* (atbildīgais redaktors),
LPSR ZA īstenais loceklis *K. Plaude*,
prof. techn. zin. doktors *J. Panovko*,
techn. zin. kand. *A. Mālmeisters*,
techn. zin. kand. *A. Meldris*,
techn. zin. kand. *V. Ivanovskis* (sekretars).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

канд. хим. наук *К. Нейланд* (ответственный редактор),
действительный член АН ЛССР *К. Плауде*,
проф. доктор технич. наук *Я. Пановко*,
канд. технич. наук *А. Малмейстер*,
канд. технич. наук *А. Мелдрис*,
канд. технич. наук *В. Ивановский* (секретарь).

TECHNISKĀS ZINĀTNES
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

PRIEKSVARDS

Latvijas Valsts universitātes Rakstu IV sējumā sakopoti 1950. — 1951. gadā pabeigtie mehanikas un inženierceltniecības fakultātes mācības spēku zinātniski pētnieciskie darbi. Sējumā ievietotie darbi aptver dažādas inženierzinātņu problēmas, kā enerģētikas, radiotehnikas, mehanikas un inženierdarinājumu teorijas.

Elastīgo svārstību teorijas jautājumi apskatīti divos darbos. Prof. Dr. J. Panovko izstrādājis jaunu tuvinātu metodi nelineāru vērpes svārstību uzdevumu risināšanai. Izmantojot virtuālā darba teorēmu, techn. zin. kand. A. Mālmeisters izstrādājis jaunu tuvinātu metodi pašsvārstību frekvences noteikšanai. Būvmehanikas problēmu laukā ietilpst techn. zin. kand. A. Strēķa darbs (par temperatūras spriegumiem tvaika vadā) un vec. pasn. Z. Mēneša darbs (par fokussmetodes pielietošanu telpisku rāmju aprēķināšanā).

Techn. zin. kand. A. Meldra darbā apskatīts jautājums par apgriezta secības pretestības noteikšanu sinchronģeneratoros. Vec. pasn. H. Bauera rakstā izpētīts jautājums par vienlaicīgu divu radiatoraitāju darbu ar vienu antenu.

Techn. zin. kand. Dorošenkova un vec. pasn. J. Mauriņa darbos stāstīts par pētījumiem mehanismu teorijas laukā (par neapaļo ripu profilu liekuma rādiusiem un par sarežģītu kinematisku sistēmu pātrinājumiem).

Ģipsbetona projektēšanas problēmai veltīts vec. pasn. R. Gredzena darbs.

Techn. zin. kand. R. Menzina darbā izstrādāta grafiski analītiska metode trigonometriskā tīkla mērījumu kļūdas izlīdzināšanai. Automaģistraļu pārejas līkņu jautājumi apgaismoti vec. pasn. J. Driķes darbā.

Redakcijas koleģija.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящем томе публикуются работы, выполненные на механическом и инженерно-строительном факультетах Латвийского Государственного Университета в 1950—1951 гг. и посвященные различным проблемам инженерной науки: энергетике, радиотехнике, механике, инженерным сооружениям.

Вопросы теории упругих колебаний рассмотрены в двух статьях. Проф. д-р Я. Пановко дал новый приближенный метод решения задач нелинейной теории крутильных колебаний; канд. техн. наук А. Малмейстер на основе теоремы о взаимности виртуальных работ указал новый приближенный способ вычисления собственных частот. К области строительной механики относятся работы канд. техн. наук А. Стрекиса (о температурных напряжениях в паропроводах) и ст. преподав. Ж. Менеса (о приложении метода фокусов к расчету пространственных рам). В статье канд. техн. наук А. Мельдриса рассмотрен вопрос определения сопротивления обратной последовательности синхронного генератора. В статье ст. преподав. Х. Бауэра исследована задача одновременной работы двух радиопередатчиков на одной антенне. В статье канд. техн. наук А. Дорошенкова и ст. преподав. Я. Мауриня исследуются вопросы теории механизмов (о радиусах кривизны кулачковых профилей и об ускорениях в сложных кинематических цепях).

Проблема проектирования состава гипсобетона рассмотрена в статье ст. преподав. Р. Гредзена.

В статье канд. техн. наук К. Мензина излагается графоаналитический способ выравнивания ошибок тригонометрической сети. Вопрос проектирования переходных кривых на автодорогах рассмотрен в статье Я. Дрипе.

Редакционная коллегия.

DIVU RADIOFONIJAS RAIDĪTĀJU VIENLAICIGS DARBS AR KOPIĢU ANTENU

H. Bauers

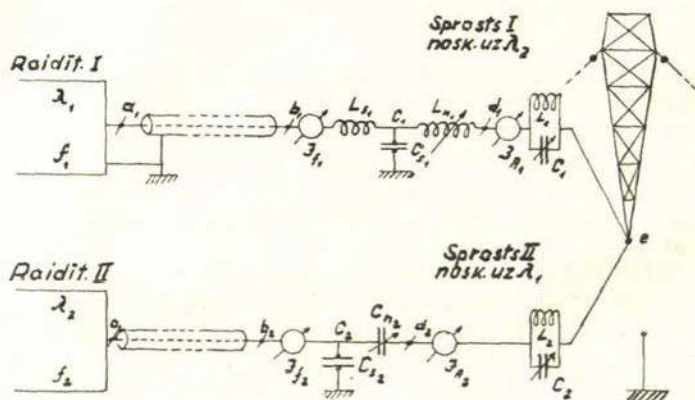
Radiofonijas raidītājiem kā augstfrekvences svārstību enerģijas izstarotāju visbiežāk lieto antenu-mastu. Šāda antena ir dzelzs režģu vai tērauda cauruļu konstrukcijas masts, kurš balstās uz izolatora un atsiets ar atsaitēm no tērauda troses ar izolatoriem. Antena-masts parasti ir ap 100—230 metru augsts, tā svars — 20—50 tonnu, kopā ar atsaitēm tas aizņem 5000—20 000 kvadratmetru lielu teritoriju un izmaksā ap pusmiljona rubļu.

Ja radiocentrā novietoti vairāki radiofonijas un radiosakaru raidītāji, tad, izvietojot antenas antenu laukā, ir jāreķinās ar plašu, līdzenu teritoriju, kā arī ar lieliem attālumiem no tehniskās ēkas līdz atsevišķām antenām. Tas ne tikai prasa naudas līdzekļu ieguldījumus, izbūvējot radiocentru, bet palielina arī augstfrekvences enerģijas zudumus garos antenu barošanas pievados — fideros. Sevišķi lielas grūtības var būt tajos gadījumos, kad, izmantojot tehniskā ēkā brīvo telpu, nākas uzstādīt jaunus raidītājus un atrast vietu antenu laukā jaunu antenu novietošanai.

Sie apstākļi rada nepieciešamību pieslēgt divus vai pat vairākus radiatoraidītājus vienai kopīgai antenai. Atrisinot šo uzdevumu, jāun-
ceļamos vai paplašināmos radiocentros varētu ietaupīt naudas sumas, kas sniedzas miljonos rubļu, kā arī ievērojami atvieglot antenu lauka racionalu izmantošanu.

Lai atrisinātu šo problēmu, jāatrod radiotehniski līdzekļi, kurus ieslēdzot katra raidītāja saītes ķēdē ar kopīgu antenu būtu novērsta raidītāju savstarpēja ietekmēšanās un nodrošināta raidītāju kvalitātes saglabāšana. Vispiemērotākais līdzeklis šim nolūkam pirmajā brīdī liekas serijas konturs (L un C seriā), jo, kā zināms, šāds konturs izrāda niecīgu pretestību rezonanses frekvencei, kura šīnī gadījumā varētu būt viena raidītāja nesējfrekvence, bet lielu pretestību — pārējām frekvencēm, piemēram, otra raidītāja nesējfrekvencei. Bet, tā kā antenas ieejas aktīvā pretestība ir seriā slēgts konturs L un C , tad pietiekamas filtrācijas nodrošināšanai būtu jāņem liels L un mazs C , kas radītu lielus sprieguma kritumus uz L un C modulācijas sārīfrekvencēm, t. i., ierobežotu augsto modulācijas frekvencu caurlaidību.

Otra iespēja ir ieslēgt katra raidītāja saites elementu ķēdē pie antenas filtru-sprostu, sastāvošu no L un C , kas slēgti paraleli, noskaņotu uz otra raidītāja nesējfrekvenci (1. zīm.). Šāds filtrs-sprosts, ieslēgts pirmā raidītāja saites elementu ķēdē, izrāda lielu pretestību otra raidītāja frekvencei, turpretim pirmā raidītāja nesējfrekvencei tas izrāda ievērojami mazāku pretestību ar reaktīvu raksturu. Ja $f_1 > f_2$, tad pirmajam raidītājam šī pretestība ir ar kapacitīvu raksturu, t. i., it kā saites elementu ķēdē būtu ieslēgts tikai kondensators.



1. zīm.

Otra raidītāja saites elementu ķēdē ieslēgtais filtrs-sprosts, kas noskaņots uz pirmā raidītāja nesējfrekvenci, izrādīs tai ļoti lielu pretestību, bet tā paša raidītāja frekvencei — nelielu induktīvu pretestību ($f_2 < f_1$), t. i., it kā saites elementu ķēdē būtu ieslēgta tikai indukcijas spole.

Iepriekšējie apsvērumi ļauj secināt, ka šādiem filtriem-sprostiņiem vajadzētu nodrošināt abu raidītāju vienlaicīgu darbu ar kopīgu antenu.

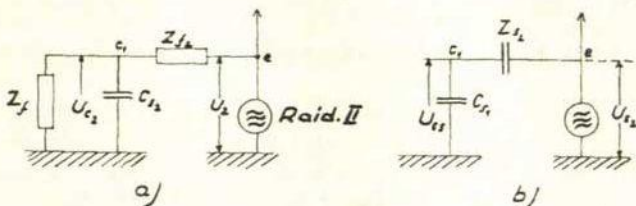
Lai pārbaudītu praktiskās iespējas, izdarīti aprēķini konkrētam gadījumam ar diviem ekspluatācijā esošiem vidējo viļņu radiatora raidītājiem, no kuriem pirmais strādāja ar nesējfrekvenci $f_1 = 1258$ kHz ($\lambda_1 = 238$ m), bet otrs — ar nesējfrekvenci $f_2 = 583$ kHz ($\lambda_2 = 514,6$ m). Attiecīgās leņķa frekvences ir

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 7,9 \cdot 10^6 \text{ un } \omega_2 = 2\pi f_2 = 3,65 \cdot 10^6.$$

Saites elementi raidītājiem aprēķināti pēc parastām aprēķinu metodēm un slēgti tā, kā tas 1. zīm. parādīts. Vienlaicīgam darbam ar kopīgu antenu papildus jāieslēdz tikai filtri-sprosti $L_1 C_1$ un $L_2 C_2$;

nedaudz jāizmaina L_{n1} un C_{n2} , kā tas tālākos apsvērumos tiks konkretizēts. Pirmā raidītāja ar $f_1 = 1258$ kHz saites elementu ķēdē pie pašas antenas ieslēgtam filtram-sprostam, kas noskaņots uz $f_2 = 583$ kHz, ņemta spole ar $L_1 = 60 \mu\text{H}$ un noskaņošanai $C_1 = 1240 \mu\text{F}$. Filtrasprosta viļņu pretestība frekvencei f_2 ir

$$X_1 = \omega_2 L_1 = 3,65 \cdot 10^6 \cdot 60 \cdot 10^{-6} = 220 \Omega$$



2. zīm.

Pieņemot filtra-sprosta labuma faktoru $Q_0 \cong 250$, tā aktīvā pretestība būs

$$R_1 = \frac{X_1}{Q_0} = \frac{220}{250} = 0,88 \Omega.$$

Otra raidītāja nesējfrekvencei filtrs-sprosts izrādīs pretestību

$$Z_{f2} = \frac{L_1}{C_1 \cdot R_1} = \frac{60 \cdot 10^{-12}}{10^6 \cdot 1240 \cdot 0,88} = 55\,000 \Omega.$$

Tas nozīmē, ka filtrs-sprosts ir ļoti liela pretestība otra raidītāja augstfrekvences enerģijai ceļā uz pirmo raidītāju. Kā redzams no ekvivalentās shēmas 2. zīm. a, spriegums no otrā raidītāja U_2 dalās uz spriegumdalitāja $Z_{f2} C_{s1}$. Pirmā raidītāja saites kapacitāte ir $C_{s1} = 1000 \mu\text{F}$.

Sai kapacitātei paraleli pieslēgta fidera impedanse, kas var pieņemt dažādas vērtības atkarībā no fidera garuma, saites elementiem ar jaudas pakāpi. Aprēķina vienkāršošanai pieņemsim, ka fidera pretestība $Z_f = \infty$. Tad sprieguma dalītājā C_{s1} izrāda pretestību

$$-j \frac{1}{\omega_2 C_{s1}} = -j \frac{10^{12}}{3,65 \cdot 10^6 \cdot 1000} = -j 275 \Omega.$$

Spriegums, kas kritīs uz pirmā raidītāja saites elementiem punktā c_1 no otra raidītāja antenas sprieguma U_2 , būs

$$U_{c2} = U_2 \frac{-j 275}{55\,000 - j 275} = -j \cdot 0,005 \cdot U_2;$$

tātd tikai 0,5% no U_2 . Pie tam šim kritumam ir reaktīvs raksturojums, tāpēc jaudas zudumus tas nedod.

Tā kā filtram-sprostam ir jābūt ar asu rezonanses līkni, tad svarīgi pārbaudīt, vai pie otra raidītāja nesējfrekvences modulācijas ar augstāko frekvenci 10 kHz sānfrekvences 583 ± 10 kHz nenonāks caur filtru-sprostu un pirmā raidītāja saites elementiem punktā c_1 . Augstākā sānfrekvence ir

$$f_{s2} = 583 + 10 = 593 \text{ kHz,}$$

un tās leņķa frekvence

$$\omega_{s2} = 2\pi f_{s2} = 2\pi \cdot 593 = 3,72 \cdot 10^6.$$

Sai frekvencei filtrs-sprosts izrāda pretestību

$$\begin{aligned} Z_{s2} &= \frac{L_1 R_1}{C_1 \left[R_1^2 + \left(\omega_{s2} \cdot L_1 - \frac{1}{\omega_{s2} \cdot C_1} \right)^2 \right]} - \\ &- j \frac{L_1 \left(\omega_{s2} \cdot L_1 - \frac{1}{\omega_{s2} \cdot C_1} \right)}{C_1 \left[R_1^2 + \left(\omega_{s2} \cdot L_1 - \frac{1}{\omega_{s2} \cdot C_1} \right)^2 \right]} = \\ &= \frac{60 \cdot 0,88 \cdot 10^{12}}{1240 \cdot 10^6 [0,88^2 + (223 - 217)^2]} - \\ &- j \frac{60 \cdot 10^{12} (223 - 217)}{1240 \cdot 10^6 [0,88^2 + (223 - 217)^2]} = \\ &= 1150 - j 7800 \Omega. \end{aligned}$$

Sadalot spriegumu, ņemam vērā L_{n1} un Z_f , kuriem maza nozīme, tāpēc sānfrekvences sprieguma U_{cs} kritums uz saites elementiem punktā c_1 būs

$$U_{cs} = \frac{U_{s2} (-j 275)}{1150 - j 7800 - j 275} = -j \cdot 0,032 \cdot U_{s2};$$

tātd tikai ap 3,2% no U_{s2} .

Arī šim sprieguma kritumam ir reaktīvs raksturs, un tas jaudas zudumus nedod.

Augstākām modulācijas sānfrekvencēm filtra-sprosta pretestība ir

$$|Z_{s2}| = \sqrt{1150^2 + 7800^2} = 7850 \Omega,$$

bet nesējfrekvencei $Z_{f2} = 55000 \Omega$, t. i., apm. 7 reizes mazāka. Rodas jautājums, vai filtrs-sprosts neietekmēs otra raidītāja modulācijas

augstāko frekvenču caurlaidību. Lai spriestu par sānfrekvenču sprieguma kritumu, jāievēro, ka antenas ieejas pretestība raidītāja II nesējfrecvencei f_2 un tuvināti arī modulācijas sānfrekvencēm $f_2 \pm 10$ kHz ir tikai

$$Z_{A2} = 40 + j20 \Omega, \text{ t. i. } |Z_{A2}| = \sqrt{40^2 + 90^2} = 45 \Omega.$$

Šo pretestību tuvināti var uzskatīt par ģenerators (raidītāja II) iekšējo pretestību punktā e , bet pretestību Z_{se} — par sloģa pretestību sānfrekvencēm. Tā kā $|Z_{A2}| \leq |Z_{se}|$, tad sagaidām, ka modulācijas frekvenču caurlaidība arī vīsaugstākām modulācijas frekvencēm netiks ietekmēta.

Līdzīgu rezultātu iegūstam arī, aprēķinot pirmā raidītāja ietekmi uz otra raidītāja saites elementiem punktā c_2 caur filtru-sprostu $L_2 C_2$, kurš noskaņots uz pirmā raidītāja nesējfrecvenci f_1 . Šim filtram-sprostam ņemts $L_2 = 20 \mu\text{H}$ un $C_2 = 810 \mu\text{F}$.

$$Zf_1 = \omega_1 \cdot L_2 \cdot Q_0 = 7,9 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 250 = 39\,500 \Omega.$$

Antenas pilna ieejas pretestība pirmā raidītāja nesējfrecvencei ir

$$Z_{A1} = 130 - j210 \Omega, \text{ t. i. } |Z_{A1}| = \sqrt{130^2 + 210^2} = 246 \Omega.$$

Arī šī pretestība ir pietiekami maza, salīdzinot ar filtra-sprosta pretestību, lai nodrošinātu pirmā raidītāja modulācijas frekvenču caurlaidību.

So teoretisko apsvērumu pārbaudei izdarīta virkne mērījumu. Tam nolūkam realizēta 1. zīm. parādītā schema. Schemas elementu ieregulēšana izdarīta šādi: vispirms ieslēgts raidītājs ar nesējfrecvenci $f_1 = 1258$ kHz ar samazinātu jaudu. Tad skaņots filtrs-sprosts $L_2 C_2$, kamēr kapacitatīvais voltmētrs, pieslēgts punktā d_2 vai arī c_2 , uzrāda minimālo novirzi. Pēc tam, izslēdzot raidītāju I, ieslēgts raidītājs II ar nesējfrecvenci $f_2 = 583$ kHz, kura jauda samazināta, un skaņots filtrs-sprosts $L_1 C_1$, kamēr kapacitatīvais voltmētrs, pieslēgts punktā d_1 vai c_1 , uzrāda minimālo novirzi.

Tā kā filtri-sprostī katra raidītāja saites elementu kēdē punktā d un c ienes antenas reaktances izmaiņu, tad, aprēķinot un ieregulējot saites elementus, jāievēro šī izmaiņa. Tā, piem., raidītāja I nesējfrecvencei antena uzrāda ieejas impedansi $Z_{A1} = 130 - j210 \Omega$. Bet filtrs-sprosts $L_1 C_1$, kas noskaņots uz f_2 , raidītāja I frekvencei f_1 izrādīs pretestību, kura aprēķināma pēc tās pašas izteiksmes, kāda lietota sprostu pretestības aprēķinam modulācijas sānfrekvencēm. Tā kā f_1 ievērojami atšķiras no f_2 , tad tuvināti

$$Z_{sp1} = -j \frac{1}{\omega_1 c_1} = -j \frac{10^{12}}{7,9 \cdot 10^6 \cdot 1240} = -j 102 \Omega;$$

kopīga antenas ieejas pretestība punktā d_1 būs

$$Z_{A1} = 130 - j210 - j102 = 130 - j312 \Omega.$$

Sai pretestībai tad arī jādimensionē un jānoskaņo saites elementi, izdarot to pēc parastām metodēm.

Pēc saites elementu pieskaņošanas ieslēgts raidītājs I ar pilnu jaudu. Ieslēdzot arī raidītāju II ar pilnu jaudu, nekādas izmaiņas mērinstrumentu J_{A1} , J_{f1} un J_{f1} novirzē nebija novērojamas. Tāpat arī mērinstrumenti J_{A2} , J_{f2} un J_{f2} neuzrādīja nekādas izmaiņas novirzē, izslēdzot raidītāju I, pat sazemojot punktus b_1 , c_1 vai d_1 .

Modulējot raidītāju I ar 80% modulācijas dziļumu un dažādām modulācijas frekvencēm, izslēdzot raidītāju II, mērīts spriegums punktā a_2 ar lampu voltmetru un izteikts procentos no sprieguma punktā e .

Modulac. frekv. Hz	50	100	1000	2000	4000	6000	8000	10000	Bez mod.
Spriegums punktā a_2 izteikts $\%$ no sprieguma punktā e	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,41	0,44	0,48	0,25

Modulējot raidītāju II, ja izslēgts raidītājs I, mērīts spriegums punktā a_1 ar lampu voltmetru un izteikts procentos no sprieguma punktā e .

Modulac. frekv. Hz	50	500	1000	2000	4000	6000	8000	10000	Bez mod.
Spriegums punktā a_1 izteikts $\%$ no sprieguma punktā e	1,04	1,19	1,28	1,67	2,59	3,78	5,2	6,2	0,64

Salīdzinot modulācijas raksturojumus $m\% = f(f_{mod.})$, kuri uzņemti ar RCA modulometru 731-A, abiem raidītājiem ar atslēgtiem un pieslēgtiem otra raidītāja saites elementiem nekādas atšķirības nebija novērojamas.

Vēl jānoskaidro jautājums par iespējamiem viļņu diapazoniem, strādājot diviem raidītājiem vienlaicīgi ar kopīgu antenu. Ja viens raidītājs strādā ar viļni λ_1 , tad rodas jautājums, cik tālu viļņu garumu skalā var atrasties otra raidītāja viļnis λ_2 no λ_1 un cik tuvu λ_2 var tuvojies λ_1 , lai abu raidītāju darbs ar kopīgu antenu būtu iespējams.

Maksimālo λ_2 attālumu no λ_1 viļņu garumu skalā nosaka dotās antenas starošanas un ierosināšanas apstākļi. Izšķirošais ir antenas elektriskais augstums, kas antenām-mastiem ar izolētām atsaitēm ir nedaudz lielāks par antenas mehānisko augstumu $h: h_e \approx (1,1 \div 1,15)h$

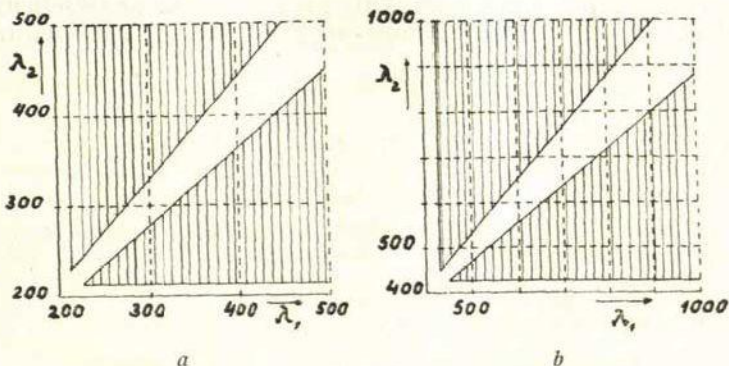
No vienas puses, jābūt

$$h_e \geq 0,22 \lambda,$$

jo pie mazāka h_e jūtami samazinās antenas starošanas efekts. No otras puses, jābūt

$$h_e \leq 0,55 \lambda,$$

jo pie lielāka h_e daļa no starotās augstfrekvences enerģijas iet slīpi uz augšu un izklīst telpā neizmantojama.



3. zīm.

Tāpēc dotai antenai-mastam var izvēlēties viļņu garumus robežās

$$\lambda = \frac{h_e}{(0,22 \div 0,55)}.$$

Tā, piemēram, antenai-mastam ar augstumu $h = 100$ m, $h_e = 1,15 \cdot 100 = 115$ m viļņu diapazons ierobežojas ar

$$\lambda = \frac{115}{0,22 \div 0,55} = 525 \div 210 \text{ m.}$$

Iespējamo λ_2 tuvošanos λ_1 viļņu skalā nosaka filtru-sprostu elektriskās īpašības. Tuvojoties ar λ_2 tuvu pie λ_1 , filtri-sprosti sāk izrādīt pārāk lielu reaktīvu pretestību arī caurlaižamam viļnim, kas rada lielu spriegumu uz filtra-sprosta un antenas noskaņošanas elementiem. Aprēķini rāda, ka no šī viedokļa jābūt $\lambda_2 \leq 0,90$ vai arī $\lambda_2 \geq 1,1\lambda_1$, t. i., viļņu garumu atšķirībai jābūt vismaz $\pm 10\%$ no λ_1 . 3. zīm. grafikos iesvītrotos laukumos katrs punkts rāda iespējamus viļņu garumus λ_1 un λ_2 divu raidītāju vienlaicīgam darbam ar kopīgu antenu. 3. zīm. a

parādīts iespējamo λ_2 diapazons atkarībā no λ_1 antenai-mastam ar augstumu $h = 100$ m, bet 3. zīm. b — antenai-mastam ar augstumu $h = 200$ m. Tā, piem., ja antenas augstums $h = 100$ m un $\lambda_1 = 400$ m, tad vienlaicīgam darbam ar to pašu antenu var izvēlēties

$$\lambda_2 = 210 - 360 \text{ m un } \lambda_2 = 440 - 525 \text{ m.}$$

Kā teoretiskie apsvērumi, tā arī praktisko mērījumu rezultāti rāda, ka divu raidītāju vienlaicīgs darbs ar kopīgu antenu ir pilnīgi iespējams un tā realizēšanai nav nekādu tehnisku grūtību. Sevišķi tas attiecas uz radiofonijas raidītājiem, kuri parasti strādā ar fiksētiem viļņu garumiem. Šī metode jaucēļamos un paplašināmos radiocentros dos lielus līdzekļu ietaupījumus.

LITERATURA

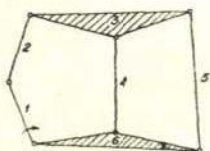
1. Айзенберг Г. З., Антенны для магистральных радиосвязей.
2. Нейман М. С., Передающие антенны.
3. Персон С. В., Радиосети.
4. Известия электропром. слабого тока, 1936.
5. Гоноровский И. С., Радиосети, расчет и проектирование.

PAĀTRINĀJUMU KONSTRUKCIJA MECHANISMOS AR FIKTIVO PAĀTRINĀJUMU METODI BEZ PAPILDU TANGENCIALIEM PAĀTRINĀJUMIEM

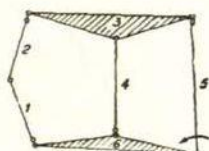
J. Mauriņš

1. FIKTIVO PAĀTRINĀJUMU METODES PRINCIPS

Vairāklecekļu ķēdēs, kurās sastopami ternarie un augstākas kārtas locekļi, paātrinājuma konstrukcija pēc piedzenošā locekļa daudzreiz ir apgrūtināta. Ja mehānismā, kura kinematiskais attēls dots 1. zīmējumā, par dzenošo izraugām 1. locekli, tad iegūstam I klases trešās kārtas mehānismu, jo bez dzenošā 1. locekļa un nekustīgā 6. locekļa tanī ieiet viena trīspievalu grupa, kas sastāv no 2., 3., 4. un 5. locekļa.



1. zīm.



1. a zīm.

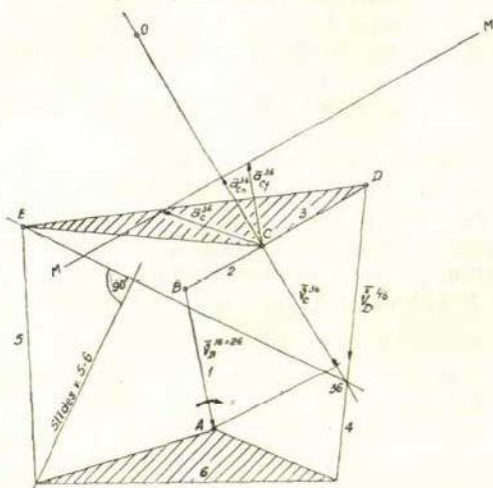
Ja mehānismā par dzenošo locekli izvēlamies 5. locekli 1. a zīmējumā, tad iegūstam I klases otrās kārtas mehānismu, jo bez dzenošā 1. locekļa un nekustīgā 6. locekļa tanī ieiet divas divpievalu grupas 1—2 un 3—4. (1. a zīm.)

Tā kā pēdējais mehānisms ir ar zemāku klasi (1. a zīm.), tad paātrinājumu konstrukcija šādā mehānismā daudz vienkāršāka nekā iepriekšējā mehānismā (1. zīm.). Pēc fiktivo paātrinājumu metodes paātrinājumu konstrukciju iesāk no tā mehānisma locekļa, pēc kura klasificējot mehānismam ir viszemākā klase. Šim loceklim pieņem fiktīvu kustības likumu, konstruē fiktīvus paātrinājumus un pēc tam pāriet uz īstiem paātrinājumiem.

Metodes princips balstās uz teoremu, kas izriet no mehānisma uzbūves definīcijas par relatīvām kustības brīvībām starp locekļiem atkarībā no saišu skaita, kas uzlikts uz tiem.

Mainot mehānismā dzenošos locekļus un atstājot neizmainītus kustīgo locekļu punktu ātrumus, kāda punkta atbilstošie paātrinājuma vektora gali dotā mehānisma stāvoklī gulēs uz taisnes, kas vilkta perpendikulāri punkta ortogonālam ātrumam, neatkarīgi no dzenošā locekļa paātrinājumiem un neatkarīgi no tā, vai kustīgās plaknes satur slīdpārus vai ne.

Izvēlēsimies 6 locekļu šepinga mehānismu, kura kinematiskais attēls dots 2. zīmējumā. Pieņemsim, ka 6. loceklis ir nekustīgs un



2. zīm.

1. loceklis ir dzenošais. Punkta C ortogonālais ātrums \vec{V}_C^{36} sakrītīs ar staru, kurš savieno punktu C ar polu 36 un uz kura atrodas punkta C trajektorijas liekuma centrs O .

Punkta C normalais paātrinājums ir aprēķināms $\vec{a}_{Cn}^{36} = \frac{|\vec{V}_C^{36}|^2}{OC}$.

Pieņemsim, ka 4. loceklis ir dzenošais un punkta D ātrums \vec{V}_D^{46} paliek tāds pats kā iepriekš, bet paātrinājums — kaut kāds, saskaņots ar šā ātruma eksistenci. Tādā gadījumā 3. locekļa punktam C ir iepriekšējais normalpaātrinājums, jo punkts kustēsies ar to pašu ātrumu pa to pašu trajektoriju, kurai dotā vietā ir tas pats liekuma rāduss OC . Pilns punkta C paātrinājums \vec{a}_{Cf}^{36} ir cits, jo tangencialais paātrinājums ir cits. Tā kā normalpaātrinājumi iegūstami kā pilno paātrinājumu vektoru projekcijas uz trajektorijas normas virziena, tad to gali gulēs uz taisnes $M-M$, kas perpendikulāra

staram CO vai arī ortogonālam ātruma vektoram \vec{V}_C^{36} . Tātad uz taisnes $M-M$ gulēs punkta C īstā paātrinājuma \vec{a}_C^{36} gals.

Tādējādi konstruējot fiktīvos paātrinājumus un caur to gāliem novelkot taisnes, perpendikularas ortogonāliem ātrumiem, paātrinājuma vektora gala punktiem iegūst vēl papildus ģeometriskas vietas, kuras citādi nav iespējams sameklēt.

2. PAĀTRINĀJUMU UN PAĀTRINĀJUMU PLĀNU KONSTRUKCIJA
6 LOCEKĻU MEHĀNISMU KINEMĀTISKĀS ĶĒDES SCHEMĀS PĒC FIKTĪVO
PAĀTRINĀJUMU METODES

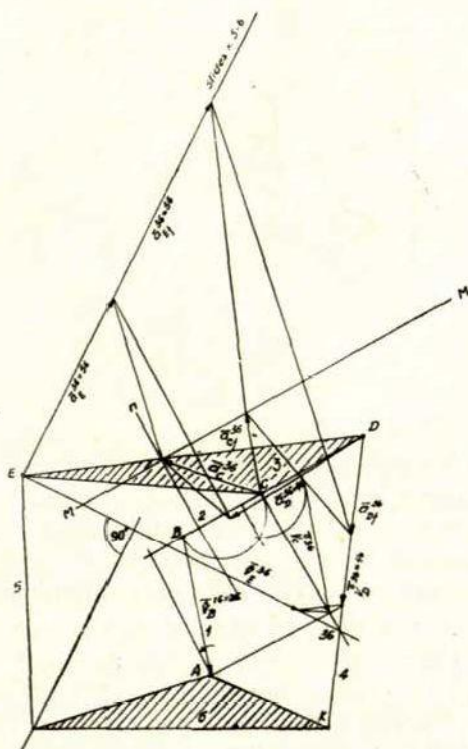
a) *Mehānismiem bez slīdpāriem kustīgās plaknēs*

Lai noskaidrotu ieteiktā paņēmiena lietošanu, tehniski izpildīsim paātrinājumu konstrukcijas šepinga mehānisma kinematiskā attēlā

199: 22858

(3. zīm.). 6. loceklis ir nekustīgs, un 1. loceklis ir dzenošais. 5. un 6. loceklis saistīts ar slīdpāri. Pieņemot, ka 1. loceklis griežas ar $\omega^{16} = \text{const}$, konstruēsim mehānisma punktiem C, D, E paātrinājumus. Izējot no pola 36, konstruējam ortogonālos ātrumus $\vec{V}_C^{36}, \vec{V}_D^{36}, \vec{V}_E^{36}$. Izvēlamies 4. locekli kā dzenošo un ērtības dēļ $\omega^{46} = \text{const}$, lai punkta D ātrums $\vec{V}_D^{46} = \vec{V}_D^{36}$ būtu iepriekšējais. Konstruējam punktam D fiktīvo paātrinājumu $\vec{a}_{Df}^{46} = \vec{a}_{Dn}^{46} = \vec{a}_{Dn}^{36}$, kur $\vec{a}_{Dn}^{46} = \vec{a}_{Dn}^{36} = \frac{|\vec{V}_D^{46} = \vec{V}_D^{36}|^2}{DK}$ ir īstais normalpaātrinājums.

Apskatām šarnira četrstūri, kas sastāv no 4., 3., 5. un 6. locekļa. Izlietojot \vec{a}_{Df}^{36} , konstruējam 5. locekļa punktam E kustībā pret 6. locekli fiktīvo slīdes paātrinājumu $\vec{a}_{Ef}^{36} = \vec{a}_{Ef}^{56}$. Uz vektoru $\vec{a}_{Df}^{36}, \vec{a}_{Ef}^{36}$ gāliem kon-



3. zīm.



struējot trijstūri, līdzīgu trijstūrim EDC , tā virsotnē atradīsies punkta C fiktīvā paātrinājuma \vec{a}_{Cf}^{36} gals. Caur \vec{a}_{Cf}^{36} gala punktu novelkam taisni $M-M$, perpendikularu V_C^{36} . Uz taisnes $M-M$ atradīsies istā paātrinājuma \vec{a}_C^{36} gala punkts. Tagad apskatām mehānismu, kad to piedzen 1. loceklis. Izlietojot taisni $M-M$ un vektoru poligona $\vec{a}_C^{36} = \vec{a}_B^{26} + \vec{a}_{CB}^{22}$ projicējošo normāli n uz \overline{CB} virzienu, iegūstam \vec{a}_C^{36} . Izlietojot slīdes virzienu 5—6 un vektoru poligona projicējošo normāli $\vec{a}_E^{36} = \vec{a}_C^{36} + \vec{a}_{EC}^{33}$, iegūstam \vec{a}_E^{36} .

Uz īstiem paātrinājuma vektoriem \vec{a}_C^{36} , \vec{a}_E^{36} zīmējot trijstūri, līdzīgu trijstūri CED , tā virsotnē atradīsies \vec{a}_D^{36} gala punkts.

Noskaidrosim, kā geometriski vietu $M-M$, kas perpendikulāra trajektorijas normālei jeb ortogonālam ātrumam, izlietojot polarā paātrinājuma plāna izveidošanā. 3. zīmējumā konstruētos paātrinājuma vektorus, kas visi nav uzrādīti, sakārtosim plānveidīgi, izejot no pola π (3. a zīm.). Pēc iepriekš apskatītās konstrukcijas kārtības vispirms konstruējam vektora poligonu

$$\vec{a}_{Ef}^{36=56} = \vec{a}_{Df}^{36=46} + \vec{a}_{EDn}^{33} + \vec{a}_{ED\tau f}^{33}$$

3. a zīm.

No pola π atliekam $\vec{a}_{Df}^{36=46}$ un no gala punkta relatīvo normalpaātrinājumu \vec{a}_{EDn}^{33} 3. locekļa punktam E pret D . Caur \vec{a}_{EDn}^{33} galu velkam taisni relatīvā tangencialā paātrinājuma virzienā un uz slīdes virziena 5. loceklim pret 6. locekli, tiek nogriezts vektors \vec{a}_{Ef}^{36} . Uz vektoru \vec{a}_{Ef}^{36} , \vec{a}_{Df}^{36} gala punktiem konstruējot trijstūri, līdzīgu trijstūrim EDC , tā virsotnē atradīsies vektora \vec{a}_{Cf}^{36} gala punkts.

Caur \vec{a}_{Cf}^{36} gala punktu novelkot taisni $M-M \perp V_C^{36}$, uz tās kaut kur atradīsies punkta C istā paātrinājuma \vec{a}_C^{36} gala punkts.

Pieņemot 1. locekli par dzenošo, konstruējam vektoru poligonu īstiem paātrinājumiem

$$\vec{a}_C^{36=26} = \vec{a}_B^{26} + \vec{a}_{CBn}^{22} + \vec{a}_{CB\tau}^{22}$$

No pola π atliekam $\vec{a}_B^{16=26}$ un no gala punkta relatīvo normalpaātrinājumu \vec{a}_{CBn}^{22} 2. locekļa punktiem C pret B . Caur \vec{a}_{CBn}^{22} gala punktu velkam taisni relatīvā tangencialā paātrinājuma $\vec{a}_{CB\tau}^{22}$ virzienā un krustpunktā ar taisni $M-M$ atrodam \vec{a}_C^{36} gala punktu.

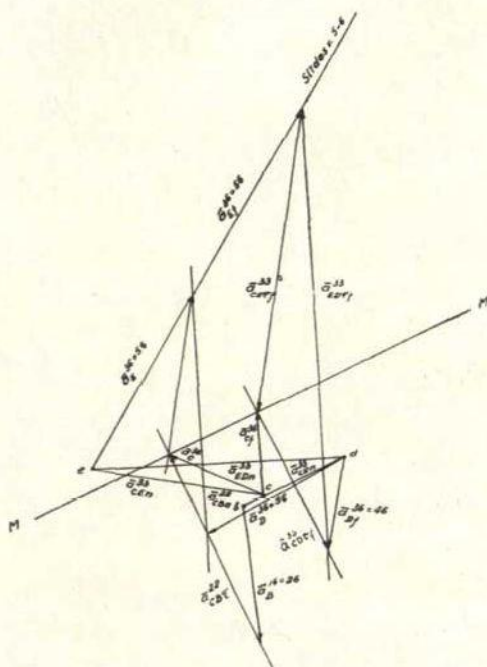
No \vec{a}_C^{36} gala atliekot \vec{a}_{ECn}^{33} un velkot perpendikulu pret to uz slīdes virziena 5. loceklim pret 6. locekli, tiek nogriezts $\vec{a}_E^{76=56}$ kā vektora poligona $\vec{a}_E^{36} = \vec{a}_C^{36} + \vec{a}_{ECn}^{33} + \vec{a}_{EC\tau}^{33}$ mala.

Konstruējot vektoru poligonu $\vec{a}_D^{46} = \vec{a}_{Dn}^{46} + \vec{a}_{D\tau}^{46}$, dabūsim taisni $\vec{a}_{D\tau}^{46}$ virzienā. Konstruējot vektoru poligonu $\vec{a}_D^{36} = \vec{a}_E^{36} + \vec{a}_{DEn}^{33} + \vec{a}_{DE\tau}^{33}$, dabūsim otru taisni $\vec{a}_{DE\tau}^{33}$ virzienā. Abu taisņu krustpunktā atradīsies $\vec{a}_D^{46=33}$ gala punkts.

Noskaidrosim, kā ģeometriskos vietu $M-M$ izliekot relatīvā normalpaātrinājuma plāna izveidošanā pēc prof. Rozenauera.

Kinematiskās ķēdes locekļu punktiem ātrumi atstāti nemainīgi, tādēļ fiktīvie relatīvie normalpaātrinājumi ir vienādi ar īstiem.

Atliksim relatīvos normālos paātrinājumus plānveidīgi 3.b zīmējumā, iegūstot pamatfiguru $b-c-d-e$, līdzīgu tai, kādu paši punkti veido kinematiskā attēlā (3. zīm.).



3. b zīm.

$$e-d = \vec{a}_{EDn}^{33} = \vec{a}_{EDnf}^{33};$$

$$e-c = \vec{a}_{ECn}^{33} = \vec{a}_{ECnf}^{33};$$

$$c-d = \vec{a}_{CDn}^{33} = \vec{a}_{CDnf}^{33};$$

$$c-b = \vec{a}_{CBn}^{22};$$

no punkta d atliekot $\vec{a}_{Df}^{36=46}$ un caur tā galu velkot perpendikulu pret $e-d$ uz slīdes virziena 5. loceklim pret 6. locekli, tiks nogriezts $\vec{a}_{Ef}^{36=56}$, jo ir konstruēts vektoru poligons $\vec{a}_{Ef}^{36} = \vec{a}_{EDn}^{33} + \vec{a}_{Df}^{36} + \vec{a}_{EDf}^{33}$. $\vec{a}_{Df}^{36=46}$ gala punktā velkot perpendikulu pret $c-d$ līdz krustošanās

punktam ar perpendikulu caur $\vec{a}_{Ej}^{36=56}$ galu pret $e-c$, iegūsim \vec{a}_{Cf}^{36} no vektoru poligoniem

$$\vec{a}_{Cf}^{36} = \vec{a}_{CDn}^{33} + \vec{a}_{Df}^{36} + \vec{a}_{CD\tau f}^{33};$$

$$\vec{a}_{Cf}^{36} = \vec{a}_{CEn}^{33} + \vec{a}_{Ef}^{36} + \vec{a}_{CE\tau f}^{33}.$$

Caur \vec{a}_{Cf}^{36} gala punktu novelkam taisni $M-M \perp \vec{V}_C^{36}$, uz tās atradīsies istā paātrinājuma \vec{a}_C^{36} gala punkts. No punkta b , atliekot \vec{a}_B^{26} un caur tā galu velkot perpendikulu pret $b-c$ līdz krustošanās punktam ar $M-M$, iegūstam vektora $\vec{a}_C^{36=26}$ gala punktu, jo ir izveidots poligons $\vec{a}_C^{26} = \vec{a}_{CBn}^{22} + \vec{a}_B^{26} + \vec{a}_{CB\tau}^{22}$.

Velkot \vec{a}_C^{36} gala punktā perpendikulu pret $e-c$ uz slīdes virziena 5—6, tiks nogriezts $\vec{a}_E^{36=56}$ kā mala poligonam

$$\vec{a}_E^{36} = \vec{a}_{ECn}^{33} + \vec{a}_C^{36} + \vec{a}_{EC\tau}^{33}.$$

Uz vektoru \vec{a}_C^{36} , \vec{a}_E^{36} gala punktiem konstruējot trijstūri, līdzīgu trijstūrim CED (3. zīm.), tā virsotnē atrodas $\vec{a}_D^{36=46}$.

b) Mechanismiem ar slīdpariem kustīgās plaknēs

Sādu mehanismu analizē pēc fiktīvo paātrinājumu metodes nav principālas atšķirības.

Koriolisa paātrinājuma eksistence rada tehniskas konstruktīvas atšķirības. Konstruēsim paātrinājumus šepinga mehanismam, kura kinematiskais attēls redzams 4. zīmējumā.

6. loceklis nostiprināts nekustīgi, 1. loceklis ir dzenošais. 2. un 3., tāpat 5. un 6. loceklis, saistīti ar slīdpariem.

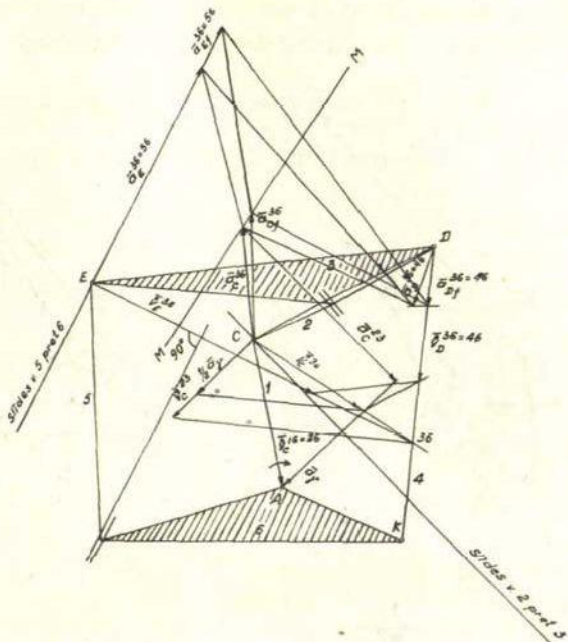
Pieņemot tos pašus kinematiskos noteikumus kā pirmajam mehanismam un izveloties fiktīvi 4. loekli par dzenošo, tāpat kā 3. zīmējumā konstruējam \vec{a}_{Cf}^{36} un caur tā galu perpendikulari \vec{V}_C^{36} novelkam taisni $M-M$, uz kuras atradīsies istā paātrinājuma \vec{a}_C^{36} gala punkts. Tagad, apskatot mehanismu, kad to piedzen 1. loceklis ar pārnesamo ortogonālo ātrumu \vec{V}_C^{36} un relatīvo ortogonālo ātrumu \vec{V}_C^{23} ap pārnesamo polu 36, konstruējam Koriolisa paātrinājumu $\frac{1}{2} \vec{a}_\gamma$.

No \vec{a}_C^{26} gala punkta atliekam $(-\vec{a}_\gamma)$ un, caur tā gala punktu velkot slīdes virzienā 2. loceklim pret 3. loekli taisni līdz krustpunktam ar $M-M$, iegūstam istā paātrinājuma \vec{a}_C^{30} gala punktu, jo ir uzkonstruēts vektoru poligons pēc vienādojuma

$$\vec{a}_C^{36} = \vec{a}_C^{26} + (-\vec{a}_\gamma) + (-\vec{a}_C^{23}).$$

Tādā pašā kārtībā kā kinematiskam attēlam (3. zīm.) konstruējam $\overline{a}_{E}^{36} = 56$ un $\overline{a}_{D}^{36} = 46$.

Konstruēsim polaro paātrinājuma plānu.



4. zīm.

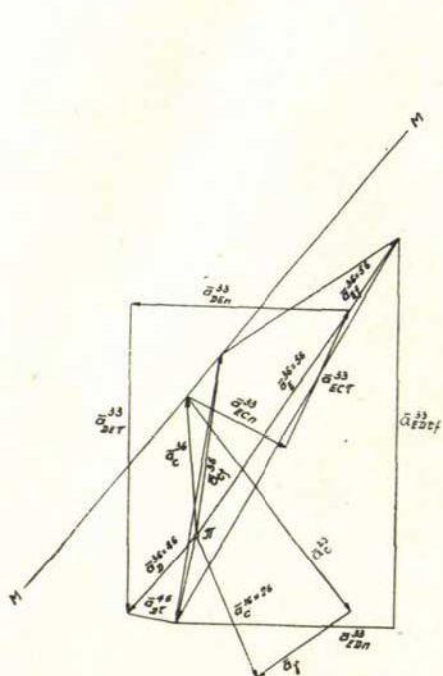
Sakārtosim visus paātrinājuma vektorus no 4. zīmējuma plānveidīgi, izejot no pola π (4. a zīm.). Tāpat kā 3. a zīmējumā konstruējam \overline{a}_{Cf}^{36} un, caur tā galu velkot taisni $M-M$, perpendikularu \overline{V}_C^{36} , uz tās atradīsies istā paātrinājuma \overline{a}_C^{36} gala punkts. Pieņemot 1. locekli par dzenošo, konstruējam īsto paātrinājumu vektoru poligону.

$$\overline{a}_C^{36} = \overline{a}_C^{26} + (-a_v) + (-a_C^{23}).$$

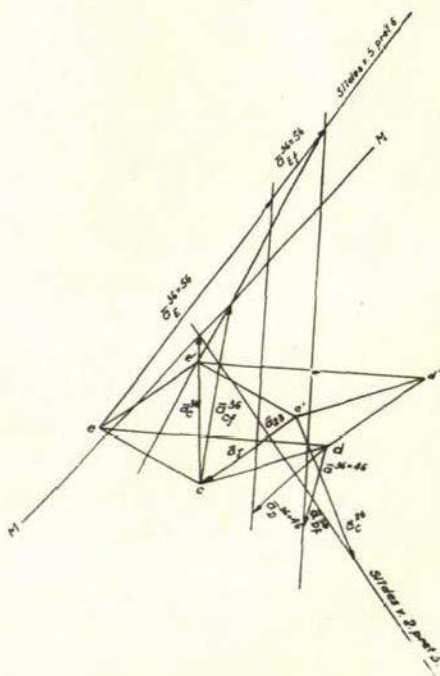
No pola π atliekam $\overline{a}_C^{16} = 26$ un no tā gala punkta $-\overline{a}_v$. Koriolisa paātrinājumu pretējā virzienā. Caur \overline{a}_v galu velkam taisni, paralelu slīdes virzienam 2. loceklim pret 3. locekli, un krustpunktā ar taisni $M-M$ atrodam \overline{a}_C^{36} gala punktu.

\overline{a}_E^{36} un \overline{a}_D^{36} atrodam tāpat kā iepriekšējā polarā plānā (3. a zīm.).
Konstruēsim relatīvo normalpaātrinājumu plānu.

Atļiksīm 4. zīmējumā konstruētos relatīvos normalpaātrinājumus 3. locekļa punktiem CDE kustībā pret 6. locekli un iegūstam trijstūri $c-d-e$ (4. b zīm.).



4. a zīm.



4. b zīm.

Uzskatot punktus CDE par piederošiem 2. loceklim kustībā pret 6. locekli, relatīvie normalpaātrinājumi ir iepriekšējie, jo 2. locekļa paātrinājumi atšķiras no 3. locekļa paātrinājumiem par vektoru $(\vec{a}_\gamma + \vec{a}_{23})$, kas visiem 2. locekļa punktiem ir vienāds un relatīvos paātrinājumus neietekmēs. Atļiksīm trijstūri $c'-d'-e'$ attālumā $-\vec{a}_\gamma$ un vienādu ar trijstūri $c-d-e$.

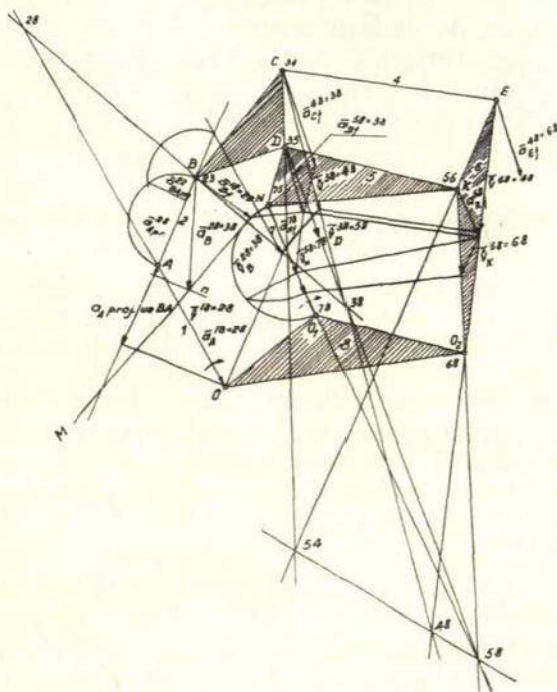
Ap pamatfigūras trijstūri $c-d-e$ konstruējam 3. locekļa fiktīvos paātrinājumus, līdzīgi kā relatīvā normalpaātrinājumu plānā (3. b zīm.), un iegūstam $\vec{a}_{c'f}^{36}$.

Caur $\vec{a}_{c'f}^{36}$ galu velkam taisni $M-M$, uz kuras atrodas īstā paātrinājuma \vec{a}_c^{26} gala punkts. No plāna punkta c' atliekam \vec{a}_c^{26} un, velkot taisni 2. locekļa pret 3. slīdes virzienā līdz krustpunktam ar taisni $M-M$, iegūstam \vec{a}_c^{36} gala punktu. Pārējos 3. locekļa punktu paātrinājumus iegūstam līdzīgi (3. b zīm.).

3. PAĀTRINĀJUMU KONSTRUCIJA 8 LOCEKĻU MEHĀNISMU KINEMATISKĀS ĶEDES SCHEMĀS PĒC FIKTĪVO PAĀTRINĀJUMU METODES

a) 8 locekļu mehānismos, kur fiktīvos paātrinājumus var konstruēt pēc viselementārākām metodēm

Pieņemsim, ka jākonstruē punkta B paātrinājums $\vec{a}_B^{28} = 38$ 8 locekļu mehānisma kinematiskā attēlā pēc 5. zīmējuma, kad 8. loceklis nostiprināts nekustīgi, bet 1. loceklis ir dzenošais.



5. zīm.

Nosakot nepieciešamos momentānos polus atsevišķo locekļu kustībai pret nekustīgo plakni, kustīgajiem punktiem konstruē ortogonālos ātrumus. Izvēlamies fiktīvi 7. loekli par dzenošo. Vienkāršības dēļ pieņemsim, ka leņķa ātrums ω^{78} ir konstants, tādā gadījumā $\vec{a}_{Nf}^{78} = 58 = \vec{a}_{Nn}^{78}$ un konstruējams parastā kārtā.

Šarnira četrstūrī O_1NKO_2 konstruējam punkta K paātrinājumu $\vec{a}_{Kf}^{58=68}$ un ar tā palīdzību, ievērojot, ka O_2 nekustīgs, konstruējam punkta E paātrinājumu $\vec{a}_{Ef}^{48=68}$. Konstruējot uz \vec{a}_{Nf}^{58} un \vec{a}_{Kf}^{58} gala punktiem trijstūrī, līdzīgu trijstūrim NDK , tā virsotnē atradīsies paātrinājuma $\vec{a}_{Df}^{58=38}$ gala punkts.

Ar paātrinājumu \vec{a}_{Ef}^{48} un \vec{a}_{Df}^{38} palīdzību nosakām punkta C paātrinājumu $\vec{a}_{Cf}^{48=38}$. Uz paātrinājumu \vec{a}_{Cf}^{38} un \vec{a}_{Df}^{38} galiem konstruējot trijstūrī, līdzīgu trijstūrim CDB , nosakām punkta B fiktīvo paātrinājumu $\vec{a}_{Bf}^{38=23}$. Caur $\vec{a}_{Bf}^{38=28}$ galu, velkot perpendikulu pret $\vec{V}_B^{28=38}$ iegūstam taisni $M-M$, uz kuras atrodas īstā paātrinājuma $\vec{a}_B^{38=28}$ gala punkts. Tagad, apskatot kinematisko ķēdi, kad to faktiski piedzen 1. loceklis, izejam no vektoru poligona $\vec{a}_B^{28} = \vec{a}_A^{28} + \vec{a}_{BA}^{22}$, kur var uzkonstruēt \vec{a}_B^{28} projekciju BA virzienā kā sastāvošu no \vec{a}_A^{28} projekcijas uz $BA + \vec{a}_{BA}^{22}$. Atliekot šos lielumus no punkta B un velkot perpendikulu n pret AB līdz krustošanās punktam ar $M-M$, iegūstam punkta B īsto paātrinājumu $\vec{a}_B^{28=38}$.

b) 8 locekļu mehanismos, kur fiktīvos paātrinājumus var konstruēt pēc sarežģītām metodēm

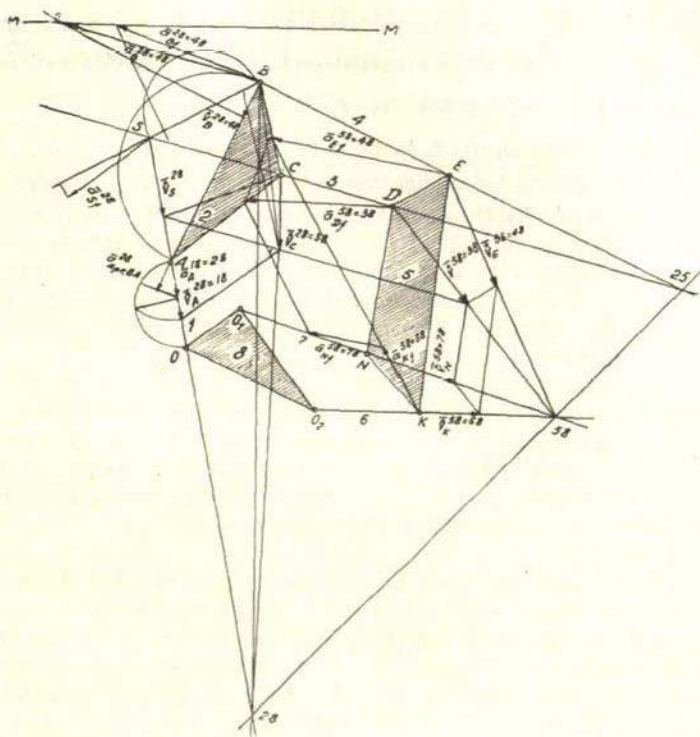
Pieņemsim, ka jākonstruē punkta B paātrinājums $\vec{a}_B^{28=38}$ 8 locekļu mehanismam, kura kinematiskais attēls dots 6. zīmējumā (kad 8. loceklis ir nekustīgs, bet 1. loceklis dzenošais). Literatūrā nav sastopami norādījumi, kā tiešā ceļā, izejot no 1. locekļa, konstruēt paātrinājumus. Lietosim fiktīvo paātrinājumu metodi un konstruēsim vispirms punkta B fiktīvo paātrinājumu \vec{a}_{Bf}^{28} , kad mehanisms fiktīvi piedzen 7. locekli ar konstantu ω^{78} . Vispirms konstruējam atsevišķo locekļu momentānos polus un, no tiem izejot, nosakām īstos ortogonālos ātrumus.

Šarnira četrstūrī O_1NKO_2 konstruējam punktu N un K paātrinājumus $\vec{a}_{Nf}^{58=78}$ un $\vec{a}_{Kf}^{58=68}$. Uz šo paātrinājumu vektoru galiem konstruējam četrstūrī, līdzīgu $NKED$, kura virsotnēs atradīsies punktu E un D paātrinājumu vektoru gali $\vec{a}_{Ef}^{58=48}$ un $\vec{a}_{Df}^{58=38}$. Lai noteiktu 2. loceklim kustībā pret 8. locekli fiktīvos paātrinājumus, jālieto viena no iepriekš minētajām sarežģītākajām metodēm. Fiktīvos paātrinājumus 2. locekļa punktiem noteiksim ar prof. Asura īpašo punktu metodi. Viens no 2. plaknes īpašiem punktiem ir punkts S , kuram ar \vec{a}_{Df}^{38} un $\vec{a}_{Afn}^{18=28} = \vec{a}_A^{18=28}$ nosakām \vec{a}_{Sf}^{28} . Ar \vec{a}_{Sf}^{28} nosakām $\vec{a}_{Bf}^{28=48}$, Caur $\vec{a}_{Bf}^{28=48}$ gala punktu, velkot perpendikulu $M-M$ pret \vec{V}_B^{28} , iegūstam ģeometrisko vietu īstam paātrinājumam \vec{a}_B^{28} gala punktu.

Tagad apskatīsim mehanismu, kad to faktiski piedzen 1. loceklis:

$$\vec{a}_B^{28} = \vec{a}_A^{28} + \vec{a}_{BA}^{22}.$$

No punkta B atliekam \vec{a}_A^{28} projekciju uz BA virzienu un relatīvo normalpaātrinājumu \vec{a}_{BA}^{22} , ievērojot šo vektoru virzienus un velkot perpendikulu n krustpunktā ar taisni $M-M$, iegūstam \vec{a}_B^{28} .



6. zīm.

APZĪMĒJUMU UZBŪVE

1., 2., 3. ... — Mehānisma locekļu apzīmējumi

36 — Momentanais griezes pils 3. loceklim kustībā pret 6. locekli

\vec{V}_C^{36} — Punkta C ortogonālais ātrums 3. loceklim kustībā pret 6. locekli

\vec{a}_C^{36} — Punkta C paātrinājums 3. loceklim kustībā pret 6. locekli

\vec{a}_{Cn}^{36} — Punkta C normalpaātrinājums 3. loceklim kustībā pret 6. locekli

\vec{a}_{Ct}^{36} — Punkta C tangencialais paātrinājums 3. loceklim kustībā pret 6. locekli

- \overline{a}_{Cf}^{36} — Punkta C fiktivais paātrinājums 3. loceklim kustībā pret 6. locekli
 $\overline{a}_{C\gamma}^{36}$ — Punkta C fiktivais tangencialais paātrinājums 3. loceklim kustībā pret 6. locekli
 \overline{a}_{ED}^{33} — Relatīvais paātrinājums 3. locekļa punktiem E pret D
 \overline{a}_{EDn}^{33} — Relatīvais normalpaātrinājums 3. locekļa punktiem E pret D
 $\overline{a}_{ED\tau}^{33}$ — Relatīvais tangencialais paātrinājums 3. locekļa punktiem E pret D
 $\overline{a}_{ED\tau f}^{33}$ — Fiktīvais relatīvais tangencialais paātrinājums 3. locekļa punktiem E pret D
 \overline{a}_{γ} — Koriolisa paātrinājums
 \overline{a}^{23} — Slides paātrinājums 2. loceklim pret 3. locekli
 ω^{16} — Leņķa ātrums 1. loceklim pret 6. locekli
 ω_f^{46} — Fiktīvais leņķa ātrums 4. loceklim pret 6. locekli

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ ОБРАТНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА.

Канд. техн. наук А. И. Мельдрис

Применение в электротехнике метода симметричных составляющих заставило заняться определением параметров синхронных машин для различного порядка чередования фаз. Эти параметры существенно необходимы для того, чтобы методом симметричных составляющих решать вопросы расчета токов короткого замыкания, определения устойчивости электрических систем, вычисления пусковых токов при асинхронном запуске синхронных моторов и т. п.

Существующие методы опытного определения параметров синхронного генератора дают ненасыщенные значения последних, т. е. значения параметров в предположении, что характеристика холостого хода синхронного генератора является прямой линией.

Эти ненасыщенные значения и вводились в упомянутые расчеты, чем игнорировалось пользование насыщенными значениями параметров.

Применение в электротехнике метода симметричных составляющих было столь большим прогрессом в ведении расчетов, особенно аварийных режимов, что в течение долгого времени не придавали значения ошибкам, возникающим при использовании ненасыщенных значений параметров. В дальнейшем однако обратили внимание на этот недостаток и попытались устранить его.

Введение поправок, учитывающих насыщение рассматриваемого магнитопровода, имеет существенное значение. Так, например, по некоторым подсчетам, для обычных соотношений параметров электропередач при учете насыщения расстояние может быть увеличено на 25% по сравнению с тем расстоянием, которое получается без учета насыщения. При этом устойчивость передачи несколько не уменьшится. Конечно, приведенный пример расчета устойчивости предполагает, что передаваемая мощность в обоих случаях остается одна и та же.

Благодаря проведению ряда коротких замыканий на крупных и средних генераторах в условиях, близких к их нормальным режимам работы, установили, что насыщенное значение параметров составляет примерно 0,88 от ненасыщенного значения. Хотя синхронный генератор по нормам и должен выдержать подобные

эксперименты, однако несомненно, что каждый такой эксперимент оставляет после себя известные ухудшения изоляционных свойств обмоток, которые могут в дальнейшем сказаться на длительности службы генераторов. Отсюда, естественно, возникает вопрос о необходимости разработать такие методы экспериментального определения насыщенного значения параметров, которые могли бы быть легко осуществимы и не сокращали бы срока службы синхронных машин.

Несимметрично нагруженный синхронный генератор дает возможность определить насыщенные значения всех параметров установившегося режима в системе симметричных составляющих.

В настоящей статье рассмотрен способ определения насыщенного значения полного сопротивления обратной последовательности, реактанца обратной последовательности и активного сопротивления обратной последовательности.

1. НЕСИММЕТРИЧНАЯ НАГРУЗКА ТРЕХФАЗНОГО СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Ток статора несимметрично нагруженного синхронного генератора, фазы которого соединены в звезду, можно разложить на две симметричные системы прямой и обратной последовательностей фаз. Система токов прямой последовательности I_1 создает синхронный магнитный поток Φ_1 , неподвижный относительно ротора. Поток в воздушном зазоре Φ_0 образуется в результате взаимодействия потока полюсов Φ и синхронного потока Φ_1 и неподвижен относительно ротора.

Система токов обратной последовательности I_2 создает в машине обратно-синхронный поток Φ_2 , вращающийся относительно ротора в противоположную сторону. Скорость вращения этого потока относительно ротора — двойная, а относительно статора — синхронная. Токи в статоре и вращающиеся поля создают в машине потери.

Потери в железе ротора при симметричной нагрузке почти отсутствуют, так как магнитный поток вращается синхронно с ротором.

Поток Φ_2 и ток I_2 создают в меди и в железе машины добавочные потери, обуславливающие добавочный нагрев машины.

Этот нагрев особенно опасен для железа ротора и будет тем выше, чем большую несимметричную нагрузку несет машина. Поэтому нормально сконструированный турбогенератор нельзя длительно нагружать токами обратной последовательности больше, чем на 5% от номинального [4].

По данным завода «Электросила», для турбогенераторов этого завода допускаются кратковременно (до 2 минут) следующие

несимметричные нагрузки, определенные в процентах номинального тока:

- 1) при одноплечном коротком замыкании не свыше 25%,
- 2) при однофазном коротком замыкании не свыше 30%.

Как известно, при одноплечном коротком замыкании ток обратной последовательности меньше фазового в $\sqrt{3}$ раз, значит, максимальный допустимый кратковременный ток I_2 в процентах от номинального будет:

$$I_2 = \frac{I_n}{\sqrt{3}} = \frac{25}{\sqrt{3}} = 14,4\%.$$

При однофазном коротком замыкании:

$$I_2 = \frac{I_n}{3} = \frac{30}{3} = 10\%.$$

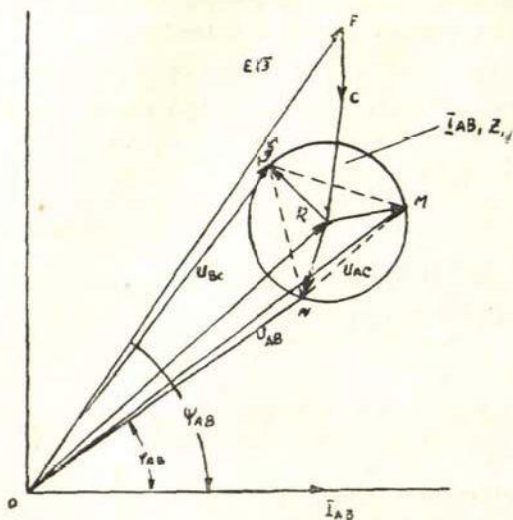
По подсчетам В. И. Иванова [5], для турбогенераторов допустимы длительно токи I_2 при одноплечном коротком замыкании, — 12% от номинального, а для гидрогенераторов без успокоительной обмотки — 22,5%.

Демферные обмотки (глушители) препятствуют проникновению обратно-синхронного поля в железо ротора. При их наличии можно допустить большую несимметрию нагрузки и, значит, больший ток обратной последовательности.

Несимметричная нагрузка генератора вызывает асимметрию фазовых и линейных напряжений. Причиной искажения напряжений являются токи обратной и нулевой последовательности, дающие падение напряжений, которые по фазе не совпадают с падениями напряжений от токов прямой последовательности. Поэтому векторную диаграмму напряжений приходится строить для каждой фазы в отдельности.

Простую и наглядную векторную диаграмму для несимметричных нагрузок дал В. А. Толвинский [6, 7, 9]. Эта диаграмма может быть получена, если совместить диаграммы отдельных фаз (поворотом на 120° и 240°) в одну общую векторную диаграмму. Если все векторы падений напряжений от токов прямой последовательности в фазовой диаграмме увеличить в $\sqrt{3}$ раз, а векторы падений напряжений от токов обратной последовательности еще кроме того повернуть на угол $\frac{\pi}{3}$, то получим совмещенную диаграмму линейных напряжений. Построенная на фиг. 1 совмещенная диаграмма линейных напряжений предполагает соединение фаз машины в звезду и ненагруженный нулевой провод. В этом случае на диаграмме будут отсутствовать векторы падений напряжений от токов нулевой последовательности. Вектор OF дает линейную э. д. с. машины, FC — падение напряжения от действия реакций

якоря, CR — падение напряжения от линейного тока прямой последовательности, RN , RS и RM — падения напряжений от токов обратной последовательности, а OR — напряжение прямой последовательности.



Фиг. 1.

На клеммах машины имеем линейное напряжение, показанное на фиг. 1 векторами U_{AB} , U_{BC} и U_{AC} . Как это видно из диаграммы, концы векторов линейных напряжений находятся в вершинах равнобедренного треугольника NSM .

Введя соответствующие обозначения углов между линейными напряжениями и обозначив через U_{AB2} амплитуду вектора обратной последовательности, нетрудно составить, исходя из треугольников ONM , ONS и OMS ,

ряд алгебраических уравнений. Совместное решение этих уравнений дает возможность исключить введенные углы и определить U_{AB2} через известные линейные напряжения.

$$U_{AB2} = \sqrt{\frac{U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{AC}^2 - 173 \sqrt{U_{AB}^2 (2U_{AC}^2 - U_{AB}^2) + U_{BC}^2 (2U_{AB}^2 - U_{BC}^2) + U_{AC}^2 (2U_{BC}^2 - U_{AC}^2)}}{6}} \quad (1)$$

У несимметрично нагруженного синхронного генератора мы можем измерить указанные линейные напряжения U_{AB} , U_{BC} , U_{AC} и, подставив их значения в формулу 1, определить амплитуду векторов:

$$RN = RS = RM = I_{AB2} Z_2.$$

I_{AB2} — ток обратной последовательности, а Z_2 — полное сопротивление обратной последовательности.

Разложением на симметричные составляющие измеренных линейных токов мы можем найти составляющую тока обратной последовательности I_{AB2} , а дальше легко определить Z_2 . Пренебрегая активным сопротивлением r_2 , что является вполне допустимым для мощных синхронных машин, имеем:

$$Z_2 = X_2.$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАСЫЩЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ r_2 И x_2

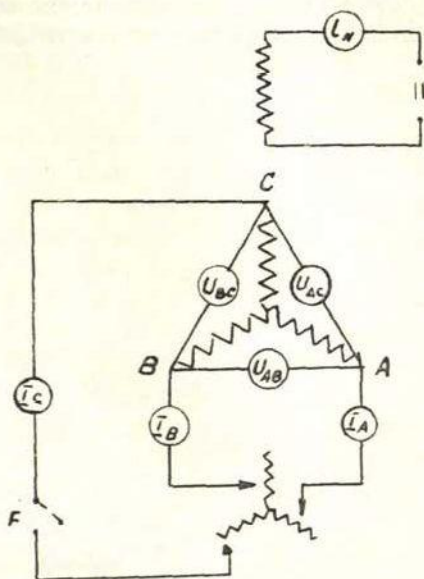
Величина активного сопротивления обратной последовательности может быть достаточно значительной в машинах небольших мощностей. Чтобы избежать ошибки, связанной с определением реактанса обратной последовательности (возникающей всегда при пренебрежении величиной активного сопротивления), нельзя пренебрегать величиной r_2 , ее надо учитывать при определении x_2 . Из опыта несимметрично нагруженного синхронного генератора можно найти не только z_2 , но и r_2 и x_2^2 (фиг. 2).

Полученные из опыта три несимметричных фазовых тока разлагаем аналитически или графически на симметричные составляющие.

На фиг. 3 эти токи изображены векторами \dot{I}_A , \dot{I}_B и \dot{I}_C и проведено графическое разложение тока \dot{I}_A . Можно воспользоваться и аналитическими выражениями [10]. Вектор разлагаемого тока совместно с составляющими прямой и обратной последовательности образует замкнутый треугольник. По известным трем сторонам этого треугольника определяем угол τ , т. е. угол между векторами \dot{I}_A и \dot{I}_{A2} .

Знание угла τ и амплитуды тока обратной составляющей \dot{I}_{A2} позволяет изобразить и остальные два вектора обратной последовательности \dot{I}_{B2} и \dot{I}_{C2} . Можно было бы на фиг. 3 дать расположение и величину всех трех векторов тока прямой последовательности, так как аналогичным образом можно определить фазу и этих векторов; их величина нам тоже известна. Чтобы не загромождать векторную диаграмму, векторы \dot{I}_{B1} и \dot{I}_{C1} на фиг. 3 не показаны.

Соединение статора синхронного генератора — звезда. Предположим, что мы мысленно изменили соединение фаз статора машины со звезды на эквивалентный треугольник. Определим величину и угол тока обратной последовательности одной фазы \dot{I}_{AB2} эквивалентного треугольника. Графически ток \dot{I}_{AB2} найдем, если на рассматриваемой фигуре возьмем одну треть прямой, соеди-

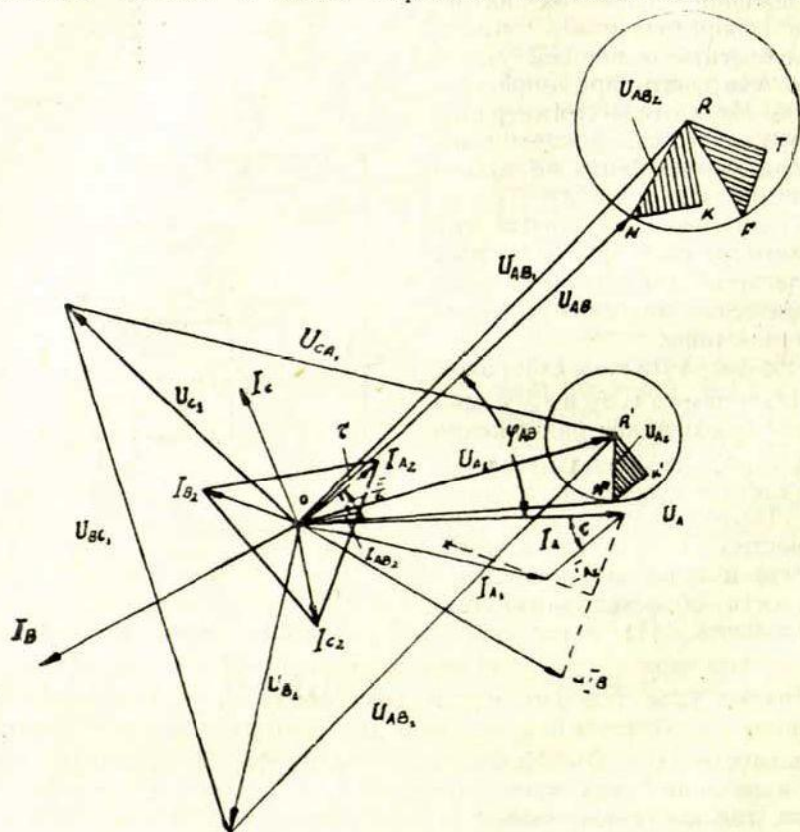


Фиг. 2.

няющей вершины векторов токов обратной последовательности фаз A и B [6]. Таким образом, величина тока равна

$$I_{AB2} = \frac{\sqrt{3} I_{A2}}{3}$$

Угол между фазовым током обратной последовательности при соединении звездой и током обратной последовательности при



Фиг. 3.

соединении эквивалентным треугольником всегда равен $\frac{\pi}{6}$. Угол между векторами токов I_A и I_{AB2} , обозначенный на фиг. 3 через σ , в зависимости от расположения вектора тока обратной последовательности I_{AB2} , может быть определен как

$$\sigma = \tau - \frac{\pi}{6}, \text{ или } \sigma = \frac{\pi}{6} - \tau.$$

Дальнейшее изложение требует рассмотрения построения совмещенной диаграммы линейных напряжений по известной совмещенной диаграмме фазовых напряжений. Так как нас интересует только часть диаграммы, относящаяся к падению напряжения от токов обратной последовательности, то только она и изображена на фиг. 3. Кроме того, с целью получения более наглядного чертежа напряжения и падения, напряжения фаз B и C не показаны.

Пусть вектор напряжения фазы A — \dot{U}_A опережает на некоторый угол вектор тока \dot{I}_A . Разложив фазовое напряжение \dot{U}_A на составляющие, получаем векторы \dot{U}_{A1} и \dot{U}_{A2} . Под углом 120° и 240° от вектора напряжения \dot{U}_{A1} откладываем векторы фазовых напряжений \dot{U}_{B1} и \dot{U}_{C1} . Далее имеем возможность построить вектор линейного напряжения прямой последовательности — \dot{U}_{AB1} . Вектор активного падения напряжения от тока обратной последовательности будет направлен параллельно току \dot{I}_{A2} , а реактивного падения напряжения — перпендикулярно к вектору тока \dot{I}_{A2} .

Векторы падений напряжений от тока обратной последовательности совместно с вектором \dot{U}_{A2} образуют заштрихованный прямоугольный треугольник RKN . Совмещенную линейную диаграмму получим, если векторы фазовой диаграммы увеличим в $\sqrt{3}$ раз и повернем на угол 30° [7]. При этом

$$\sqrt{3} OR' = OR, \quad \sqrt{3} N'K' = FT,$$

точка N' совместится с точкой F , точка K' с T и т. д.

Чтобы получить вектор напряжения \dot{U}_{AB} , необходимо треугольник RTF повернуть на угол 60° , и тогда точка F совместится с точкой N . Активное падение напряжения в совмещенной линейной диаграмме, изображенное отрезком NK , направлено параллельно вектору тока \dot{I}_{AB2} , а реактивное — перпендикулярно к нему.

Воспользовавшись ваттметром при опыте несимметричной нагрузки, мы можем определить угол между током \dot{I}_A и линейным напряжением \dot{U}_{AB} , т. е. $\angle \varphi_{AB}$.

Вектор тока \dot{I}_A может отставать или опережать вектор \dot{I}_{AB2} , и поэтому угол σ надо вычитать или складывать с углом φ_{AB2} :

$$\angle \varphi_{AB2} = \angle \varphi_{AB} \pm \sigma.$$

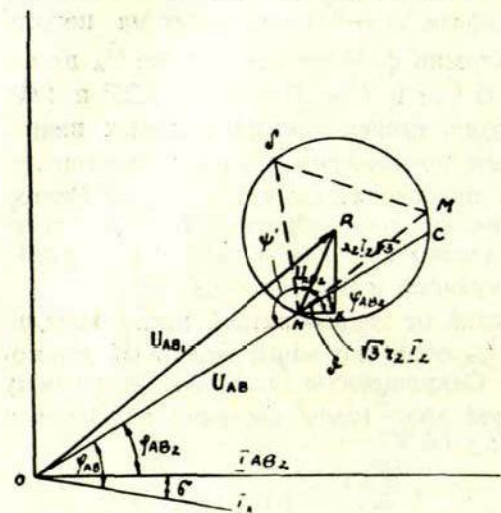
Через φ_{AB2} обозначен угол между током \dot{I}_{AB2} и напряжением \dot{U}_{AB} .

Зная амплитуды векторов \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{AB1} и \dot{U}_{AB2} , находим угол ψ (фиг. 4). Проведя прямую NC , являющуюся продолжением вектора

напряжения \dot{U}_{AB} , видим, что $\angle CNK = \angle \varphi_{AB2}$, и, следовательно, имеем возможность определить угол ϑ .

$$\angle \vartheta = (180^\circ - \angle \psi') \pm \angle \varphi_{AB2}.$$

Здесь $\angle \psi' = \angle ONR$ есть угол между \dot{U}_{AB} и \dot{U}_{AB2} ; а $\angle \vartheta = \angle RNK$ — угол между \dot{U}_{AB2} и $\dot{I}_2 r_2 \sqrt{3}$.



Фиг. 4.

Можно получить и некоторые другие случаи расположения векторов и напряжений. Вообще углы φ_{AB2} и ϑ всегда могут быть точно определены, если предварительно сделать набросок диаграммы токов и напряжений, подобно диаграмме, изображенной на фиг. 4 и по ней ориентироваться относительно знаков у рассматриваемых углов.

Активное сопротивление обратной последовательности будет

$$r_2 = \frac{U_{AB2} \cos \vartheta}{\sqrt{3} \dot{I}_2}. \quad (2)$$

\dot{I}_2 — фазовый ток обратной последовательности при несимметричной нагрузке.

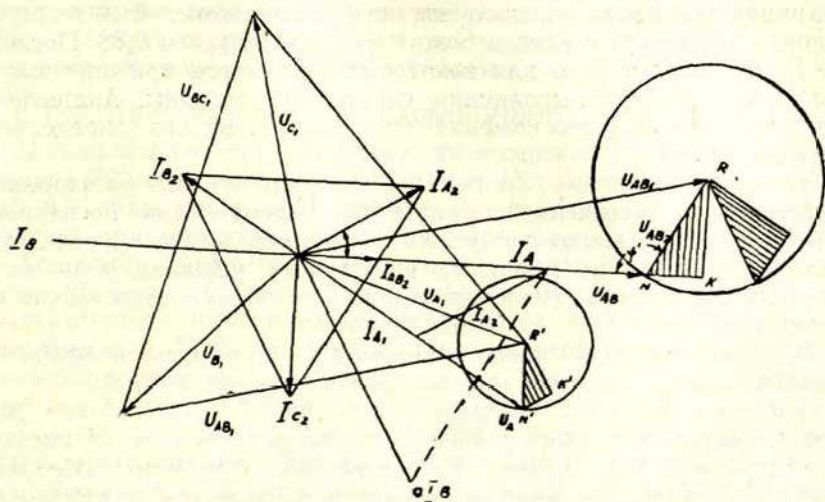
Аналогичным образом определяется и реактанс обратной последовательности

$$x_2 = \frac{U_{AB2} \sin \vartheta}{\sqrt{3} \dot{I}_2}. \quad (3)$$

Опытное определение угла φ_{AB2} требует правильного присоединения к клеммам генератора вольтметровой катушки ваттметра. Поэтому необходимо знать порядок чередования фаз статора машины. Существуют ряд способов определения последовательности чередования фаз во времени. Простой способ решения этой задачи можно найти в том же методе несимметричной нагрузки.

Оказывается, что при активной одноплечной нагрузке линейное напряжение \dot{U}_{AC} будет всегда больше двух других линейных напряжений. Нагрузив генератор на одно плечо и приняв нагруженное плечо за AB , мы по показаниям вольтметра всегда можем опреде-

лить фазу, отстающую от первой на угол 240° , т. е. фазу CA , так как она будет иметь наибольшее напряжение. Таким образом, если найдены обозначения двух клемм машины, обозначение последней клеммы определится просто, и включение ваттметра для измерения требуемой мощности не представит никаких затруднений.



Фиг. 5.

Рассмотрим частный случай определения r_2 и x_2 при одноплечной активной нагрузке. Как видно из фиг. 5, ток \dot{I}_A , \dot{I}_{AB2} и линейное напряжение \dot{U}_{AB} совпадают по фазе. Угол $\tau = \frac{\pi}{6}$, и поэтому углы φ_{AB} , φ_{AB2} обращаются в нуль.

При этом условии определение угла ϑ сильно упрощается и может быть найдено из соотношения:

$$\angle \vartheta = 180^\circ - \angle \psi'.$$

Активное и реактивное сопротивления обратной последовательности находятся таким же образом, как и в общем случае несимметричной нагрузки всех трех фаз.

$$r_2 = \frac{U_{AB2} \cos(180 - \psi')}{\sqrt{3} I_2} \quad (4)$$

$$x_2 = \frac{U_{AB2} \sin(180 - \psi')}{\sqrt{3} I_2} \quad (5)$$

Включение ваттметра для определения $\angle \varphi_{AB}$ при одноплечной активной нагрузке не требуется, так как этот угол равен нулю.

3. КОЭФИЦИЕНТ НАСЫЩЕНИЯ.

Коэффициент насыщения есть отношение насыщенного значения параметра синхронной машины к ненасыщенному ее значению. Этот коэффициент иногда называют коэффициентом Райта или просто коэффициентом, на который нужно умножить ненасыщенное значение параметра, чтобы получить насыщенное значение. В литературе можно встретить указания, что этот коэффициент равен 0,88. Последнее справедливо только для некоторых параметров при определенном конструктивном выполнении синхронной машины. Аналитического вычисления этого коэффициента нет, поэтому его определяют опытным путем.

Экспериментальному определению параметров синхронной машины при насыщенной магнитной системе были посвящены ряд работ. Опыты проводились на нескольких десятках различных по конструкции и по мощности синхронных машинах. Они дали указания о характере изменения параметров машин в зависимости от насыщения.

Эти эксперименты дали возможность вычислить коэффициент насыщения и среднее его значение получили равным 0,88.

Основным методом, которым пользовались исследователи для определения насыщенного значения параметров, был метод внезапного короткого замыкания. Как известно, этот метод обладает рядом недостатков, основным из которых является недостаточно высокая точность осциллографической записи, являющейся единственной для этих опытов.

Приведенная ниже таблица дает некоторые коэффициенты насыщения для выполненных машин и турбогенераторов.

Параметры трехфазных синхронных машин	Явнополюсные машины		Турбогенераторы	
	С успокоителями	Без успокоителей	Двухполюсные	Четырехполюсные
Переходный реактанс $x'd$	0,88	0,88	0,88	0,88
Сверхпереходной реактанс $x''d$	1,00	0,88	0,65	0,77
Реактанс обратной послед. x_2	1,00	0,88	0,65	0,77
Реактанс нулевой послед. x_0	1,00	1,00	1,00	1,00
Переходная постоянная времени $T'd$	0,88	0,88	0,88	0,88

Отметим, что кривые изменения реактанса и постоянной времени получаются различными для одного и того же параметра, но для различных по мощности машин, даже если их конструктивное выполнение одинаково. Если же иметь в виду, что осцилло-

графический метод определения насыщенного значения параметров сам по себе является недостаточно точным, то приведенные данные надо считать средними и в довольно большой степени ориентировочными.

Однако трудности, связанные с постановкой и проведением опытов внезапного короткого замыкания мощной синхронной машины, а также риск возможного уменьшения срока службы генератора или даже аварии с ним заставляли пользоваться сугубо средними значениями указанной таблицы.

4. ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАСЫЩЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ z_2, x_2, r_2 .

Небольшой синхронный генератор, мощностью в 5 квт, с напряжением 220 В, номинальным током 13,1 А, током возбуждения 4,15 А, приводился во вращение соответствующим шунтовым мотором при постоянном числе оборотов, равном 1500.

Генератор нагружен проволочным реостатом только на одно плечо АВ (фиг. 2). Фаза «С» остается ненагруженной. При помощи вольтметрового переключателя измеряются линейные напряжения всех трех фаз. Величина тока в обмотке возбуждения синхронного генератора меняется с помощью проволочного реостата, включенного в цепь возбуждения.

В качестве примера приведем определение ненасыщенного значения импеданса обратной последовательности для тока возбуждения, равного 1,74 А (номинальный ток возбуждения 4,15 А), соответствующего прямолинейной части характеристики холостого хода.

Имеем в виду, что $U_{AB2} = \sqrt{3} U_{A2}$; $I_{A2} = \frac{I_A}{\sqrt{3}}$, и поэтому $Z_2 =$

$$= \frac{U_{A2}}{I_{A2}} = \frac{U_{AB2}}{I_A}.$$

Получены следующие опытные данные:

$$I = 13,1 \text{ а}; \quad i = 1,74 \text{ а}; \quad U_{AB} = 122 \text{ в}; \quad U_{BC} = 127,6 \text{ в}; \\ U_{AC} = 171 \text{ в}; \quad HZ = 50 \text{ периодов/сек.}$$

Определим Z_2 , пользуясь формулой (1).

$$Z_2 = \frac{1}{I} \sqrt{\frac{U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2 - 1,73 \sqrt{U_{AB}^2 (2U_{CA}^2 - U_{AB}^2)} + \\ + \frac{U_{BC}^2 (2U_{AB}^2 - U_{BC}^2) + U_{CA}^2 (2U_{BC}^2 - U_{CA}^2)}{6}}{6}} + \\ = \frac{1}{13,1} \sqrt{\frac{122^2 + 127,6^2 + 171^2 - 1,73 \sqrt{122^2 (2 \cdot 171^2 - 122^2)} + \\ + \frac{127,6^2 (2 \cdot 122^2 - 127,6^2) + 171^2 (2 \cdot 127,6^2 - 171^2)}{6}}{6}} = 2,53 \Omega.$$

Чтобы вычислить амплитуду вектора падения напряжения от токов прямой последовательности U_{AB1} по известным линейным напряжениям машины, воспользуемся формулой (1).

$$U_{AB1} = \sqrt{\frac{122^2 + 127,6^2 + 171^2 + 1,73 \sqrt{122^2(2 \cdot 171^2 - 122^2)}}{6} + \frac{127,6^2(2 \cdot 122^2 - 127,6^2) + 171^2(2 \cdot 127,6^2 - 171^2)}{6}} = 137,9 \text{ вольта.}$$

Падение напряжения от токов обратной последовательности U_{AB2} вычисляется по аналогичной формуле, в которой только перед вторым радикалом стоит знак минус вместо плюса. Эта величина нами уже определена при вычислении Z_2 и равна

$$U_{AB2} = 33,1 \text{ вольта.}$$

Таким образом, мы имеем все три амплитуды векторов $U_{AB} = 122 \text{ в}$, $U_{AB2} = 33,1 \text{ в}$ и $U_{AB1} = 137,9 \text{ в}$, образующих замкнутый косоугольный треугольник.

Как это видно из формул (2 и 3), для вычисления активного и реактивного сопротивления обратной последовательности нужно определить угол ϑ или для случая одноплечной нагрузки — только угол ψ' (фиг. 5).

Этот угол мы найдем, воспользовавшись известным тригонометрическим соотношением для косоугольных треугольников.

$$\cos \psi' = \frac{U_{AB}^2 + U_{AB2}^2 - U_{AB1}^2}{2 U_{AB} U_{AB2}} = \frac{122^2 + 33,1^2 - 137,9^2}{2 \cdot 122 \cdot 33,1} = 0,376.$$

Угол, соответствующий найденному $\cos \psi'$ равен 68° , а $\sin 68^\circ = 0,927$.

Этот угол и будет равен искомому углу ϑ .

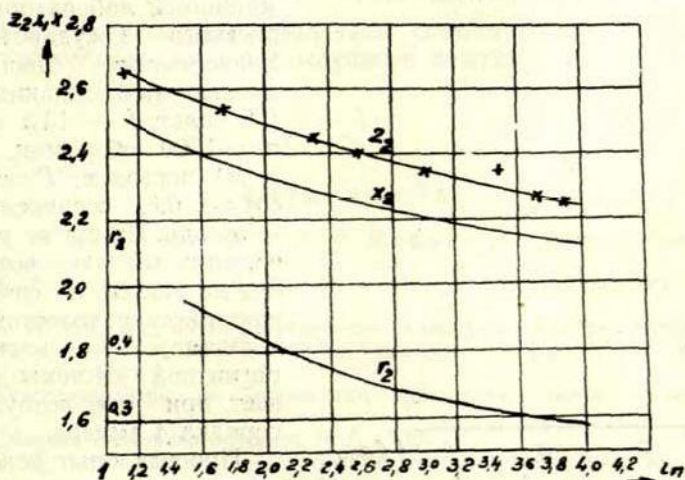
Далее, по указанным формулам имеем возможность определить r_2 и x_2 .

$$r_2 = \frac{U_{AB2} \cos \vartheta}{\sqrt{3} I_2} = \frac{33,1 \cdot 0,376}{13,1} = 0,95 \text{ ома.}$$

$$x_2 = \frac{U_{AB2} \sin \vartheta}{\sqrt{3} I_2} = \frac{33,1 \cdot 0,927}{13,1} = 2,36 \text{ ома.}$$

Поддерживая в машине при одноплечной нагрузке постоянную силу тока I_{AB} и изменяя ток возбуждения, записываем ряд показаний линейных напряжений, давших возможность вычислить и построить кривые изменения z_2 , x_2 , $r_2 = f(i)$. Указанные кривые приведены на фиг. 6.

№ п. п.	U_{ABV}	U_{Vcb}	U_{CAb}	I_{ABA}	i_A	$Z_2 \Omega$	$X_2 \Omega$	$r_2 \Omega$
1	122,0	127,6	171,0	13,1	1,74	2,53	2,362	0,952
2	158,4	160,0	205,8	.	2,00	2,48	2,34	0,912
3	179,6	178,6	225,2	.	2,3	2,45	2,32	0,828
4	190,0	189,0	234,6	.	2,45	2,39	2,27	0,81
5	200,0	198,4	244,6	.	2,6	2,39	2,47	0,81
6	219,3	216,2	263,0	.	3,0	2,34	2,20	0,77
7	239,2	235,0	282,0	.	3,47	2,35	2,157	0,748
8	245,2	242,6	288,0	.	3,72	2,29	2,14	0,79
9	251,0	248,0	292,8	.	3,9	2,27	2,12	0,77



Фиг. 6.

Для явнополюсных синхронных машин отношение насыщенного значения реактанца к ненасыщенному равно в среднем 0,88. У испытуемой машины это отношение получается следующим:

$$\frac{x_2 \text{ нас.}}{x_2 \text{ ненас.}} = \frac{2,12}{2,36} = 0,898.$$

Получаем величину, несколько большую, общепринятой. Так как этот коэффициент дан как средний для этого типа явнополюсных машин, то для отдельных машин отклонения должны иметь место. Даже небольшие отклонения этого коэффициента имеют существенное значение при решении вопросов несимметричных коротких замыканий, устойчивости электрических систем и др.

На основании полученных экспериментальных данных вычислен коэффициент насыщения для различных токов возбуждения.

Ток возбужден. в амперах	1,74	2,00	2,30	2,45	2,60	3,00	3,47	3,72	3,90
Кэффиц. насыщения	1	0,990	0,982	0,961	0,961	0,931	0,91	0,906	0,898

Кривая изменения коэффициента насыщения дана на фиг. 7.

Определение коэффициента насыщения было проведено еще на одной небольшой явнополюстной синхронной машине в электромашиной лаборатории Латвийского Государственного Университета. Паспортные данные этой машины: $U = 125$ вольт, $I = 13,3$ ампера, $n = 1500$ обор./мин, $HZ = 50$ периодов, $P = 3KVA$, $\cos \varphi = 0,8$, соединение фаз — звезда. На щитке машины нормальный ток возбуждения не указан, но снятая характеристика холостого хода показала, что насыщение магнитной системы наступает при токе возбуждения порядка 4 ампера.

Проведя опыт установившегося короткого замыкания плеча AB и измерив напряжения плеч BC , CA и фазы CO , по известной формуле определяем Z_2 :

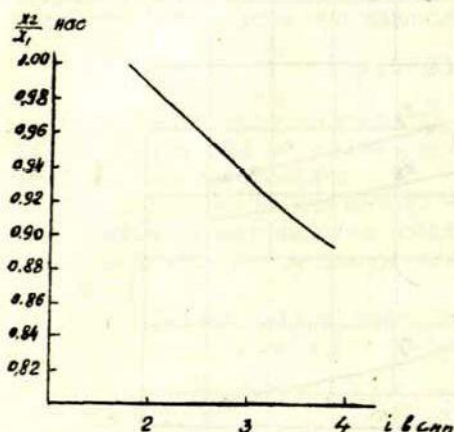
$$Z_2 = \frac{U_{AC}}{\sqrt{3} I_{AB}} = \frac{36,1}{1,73 \cdot 13,3} = 1,57.$$

Определение Z_2 по другой аналогичной формуле дает:

$$Z_2 = \frac{\sqrt{3} U_{CO}}{2 I_{AB}} = \frac{23,5}{2 \cdot 13,3} = 1,53.$$

Принимаем ненасыщенное значение Z_2 как среднее арифметическое из двух полученных значений, то есть равное 1,55.

Проведя опыт одноплечной активной нагрузки фазы AB для нескольких значений тока возбуждения, при постоянном нагрузоч-



Фиг. 7.

ном токе и постоянных оборотах, записываем все три напряжения несимметрично нагруженного синхронного генератора.

$$\begin{aligned}
 i &= 2,7 \text{ амп.} & I &= 13,3 \text{ амп.} & U_{AB} &= 135 \text{ вольт;} \\
 & & & & U_{AC} &= 162, & U_{BC} &= 134 \text{ вольт;} \\
 i &= 3,55 \text{ амп.} & I &= 13,3 \text{ амп.} & U_{AB} &= 154 \text{ вольт;} \\
 & & & & U_{AC} &= 180, & U_{BC} &= 152 \text{ вольт.}
 \end{aligned}$$

Пользуясь формулой (1), определяем:

$$\begin{aligned}
 &\text{для тока возбуждения } 2,7 \text{ амп. } Z_2 = 1,45, \\
 &\text{а при возбуждении } 3,55 \text{ амп. } Z_2 = 1,40.
 \end{aligned}$$

Коэффициент насыщения получаем соответственно равным 0,96 и 0,90, что согласуется с предыдущими опытами.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Л. Калантаров и Л. Р. Нейман — Теоретические основы электротехники, 1948.
2. К. Ф. Вагнер и Р. Д. Эванс — Метод симметричных составляющих, 1936.
3. А. И. Мельдрис — Определение симметричных составляющих несимметричного напряжения. Ученые записки механического факультета Латвийского Госуниверситета, 1949.
4. Турбогенераторы — Технический справочник завода «Электросила», 1933.
5. Сборник Гидроэнергопроекта № 5, 1938.
6. В. А. Толвинский — Проблема несимметричной нагрузки трехфазного синхронного генератора. Электричество, № 11, 1923.
7. В. А. Толвинский — Диаграммы напряжений трехфазного синхронного генератора при несимметричной нагрузке. Электричество, № 2, 1924.
8. Справочник электротехники, том V, отдел 35, 1929.
9. W. Tolwinski — Das Problem der unsymmetrischen Belastung des Synchron-Drehstromgenerators und des Drehstromtransformators — Archiv für Elektrotechnik, 5 H, 1930.
10. Л. А. Ломоносов — Опытное определение индуктивного сопротивления обратной последовательности трехфазной синхронной машины. Труды Ленинградского Индустриального Института, № 5, 1937.
11. S. H. Wright — Determination of Synchronous Machines. Constants by Test. Trans. of the Amer. Inst. of Electr. Eng., 1931.
12. И. А. Сыромятников — Новый метод определения сопротивления обратной последовательности синхронных генераторов. Электричество, № 1, 1941.

TEMPERATURAS SPRIEGUMI TVAIKA VADOS AR VIENU MEZGLU

(Tvaika vadu asis atrodas vienā plaknē)

Techn. zin. kand. A. Strēķis

I. IEVADS

Mainoties temperatūrai, mainās ķermeņa izmēri. Ja ķermenis cieši atbalstīts un nevar brīvi pagarināties, rodas atbalstu reakcijas, kas savukārt rada ķermenī spriegumus. Spriegumus, kas rodas ķermenī no temperatūras maiņas, sauc par temperatūras spriegumiem.

Temperatūras spriegumi dažos gadījumos var sasniegt bīstamas vērtības un kļūt par ķermeņa sabrukšanas cēloņiem, tādēļ tvaika vadu dimensionēšanā tie ir jāievēro. Tas sevišķi svarīgi augsta spiediena tvaika vados, kuros temperatūra sasniedz 500°C un pat vairāk.

Šāda temperatūra un liels tvaika spiediens apgrūtina parasto kompensatoru lietošanu tvaika vadu pagarinājumu izlīdzināšanai un pat padara to neiespējamu kā no blīvuma, tā arī no spriegumu viedokļa.

Šādos gadījumos jāizveido paškompensējoša tvaika vadu sistēma, tas ir, tvaika vadu sistēmai jādod tāds izveidojums, lai atbalstu reakciju iedarbība, vadiem saliecoties, pagarinoties vai saīsinoties, radītu deformācijas, kas vienādas ar temperatūras maiņas radītām deformācijām. Temperatūras spriegumi atsevišķās vadu vietās nedrīkst pārsteigt pieļaujamos spriegumus.

II. METODE TEMPERATURAS SPRIEGUMU APREĶINĀŠANAI KOMPLICĒTOS TVAIKA VADOS

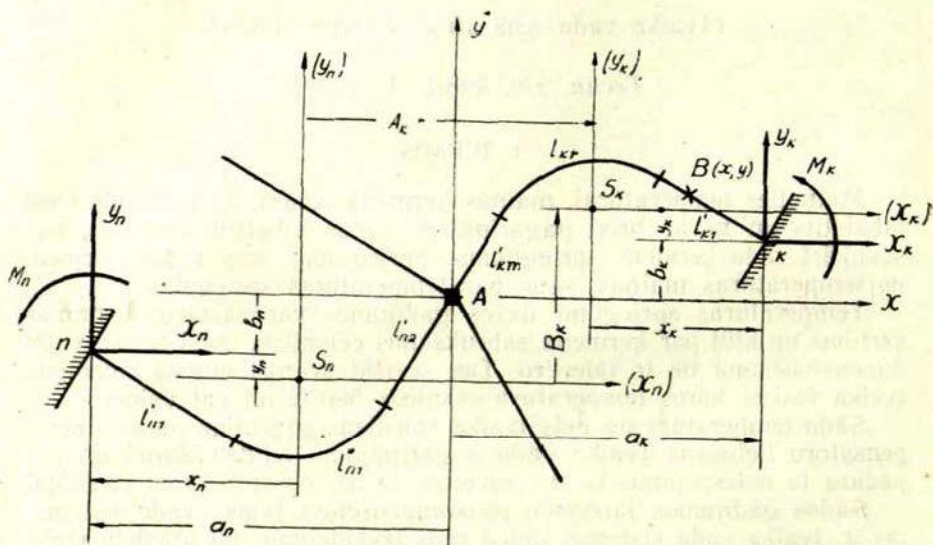
Temperatūras spriegumus aprēķinot, pieņem, ka caurules gali (pie tvaika katla un turbīnas) ir cieši nostiprināti un nevar pagriezties un pārvietoties.

Šādi nostiprināts tvaika vads ir statiski nenoteikta sistēma atbalsta reakciju aprēķināšanai. No šī viedokļa atrisināmā problēma pārvēršas par statiski nenoteiktu sistēmu atbalstu reakciju aprēķināšanas problēmu.

Būvmechānikā jau pazīstamas vairākas vispārīgas metodes pat viskomplicētāko statiski nenoteiktu uzdevumu atrisināšanai, bet tvaika

vadu dimensionēšanai tās pārāk komplicētas, jo temperatūras spriegumu gadījumā apstākļi ir īpatnēji, salīdzinot ar būvmechanikas parastiem statistiski nenoteiktiem gadījumiem. Seit trūkst ārējo spēku (neievērojot pašsvaru) un atbalstu reakcijas rodas temperatūras maiņas dēļ, jo ķermenis nevar brīvi pagarināties.

Sādos gadījumos iespējams izveidot vienkāršākas, praktiski ērtāk lietojamas metodes reakciju aprēķināšanai.



1. zīm.

Praksē bieži sastopams nepārtraukts, dažādi izliekts tvaika vads ar abiem cieši nostiprinātiem galiem. Šāda vada aprēķināšanai ir izstrādātas vairākas metodes, kas aplūktas beigās minētā literatūrā. Bez tam sastopami arī gadījumi, kad caurule kādā punktā sazarojas. Šāds gadījums parādīts 1. zīmējumā. Punktu A, kurā notiek caurules sazarošanās, sauc par mezglu, un atsevišķus caurules gabalus no mezgla līdz cieši atbalstītam galam saucim par zariem. 1. zīmējumā redzamai cauruļu sistēmai parādīti tikai atbalsta punkti k un n .

Šī darba nolūks ir aplūkot atbalstu reakciju un spriegumu aprēķināšanu šādai cauruļu sistēmai ar vienu mezglu un vairākiem ciešiem atbalstiem, ja visu cauruļu asis atrodas vienā plaknē.

Atbalstu un līdz ar to cauruļu sistēmas zaru skaits var būt neierobežots. Cauruļu lietošanas gadījumā parasti būs trīs vai četri cieši

atbalsti. Būvniecībā stieņu lietošanas gadījumā ciešo atbalstu skaits var būt lielāks. Līdzšinējās metodes sazarotas cauruļu sistēmas aprēķināšanai ir nepilnīgas. Pēc vienas no šīm metodēm pieņem, ka, mainoties temperatūrai, mezgls A nepārvietojas un arī nepagriežas, t. i., pieņem, ka punkts A ir cieši nostiprināts. Tādā gadījumā dabū atsevišķas caurules, kuru abi gali ir cieši nostiprināti un līdz ar to aprēķināmi pēc metodēm, kas minētas literatūrā. Tā kā punkts A faktiski pārvietojas un pagriežas, minētā metode uzskatāma par neprecīzu. Otra metode [7] ievēro punkta A pārvietojanos. Aprēķinot šos pārvietojumus, tālāk pieņemts, ka punkts A ir nekustīgs, un atbalstu reakcijas katram zaram var aprēķināt kā cauruļu vadam ar abiem cieši nostiprinātiem galiem.

Šī metode ir precīza, bet komplicēta, jo bez atbalstu reakcijām nezināmi lielumi ir vēl punkta A pārvietojumi (horizontalais, vertikālais un pagriešanās leņķis).

Tālāk iztirzāsim jaunu, vienkāršāku metodi komplicēta tvaika vada aprēķināšanai.

1) Pieņēmumi un apzīmējumi

Atkarībā no vajadzības lietosim vairākas koordinātu asu sistēmas, kā tas parādīts 1. zīm. Koordinātu sākumi S_k un S_n ir tā saucami elastības centri, kuru aprēķināšana tiks noskaidrota vēlāk. Elastības centrs dažos gadījumos var sakrist ar atsevišķa zara līknes smaguma centru. Parasti cauruļu sistēmas atsevišķie zari var būt sastādīti no vairākiem dažāda diametra taisniem caurules posmiem un līkumiem.

Apzīmēsim zaram k kaut kuru taisno posmu ar l'_{km} un caurules līkumu ar l''_{kr} (1. zīm.), kur $m = 1, 2, 3 \dots$ un $r = 1, 2, 3 \dots$. Attiecīgie caurules posmu stingrumi ir $E'_{km} l_{km}$ un $E''_{kr} l''_{kr}$.

Izlietojot elastības centru metodi, var iegūt sakarības, ar kuru palīdzību reakciju aprēķināšanai kopīgi atrisināmo vienādojumu skaitu var samazināt par 33,3%. Atbalstmomentu noteikšanai iegūstamas tiešas formulas.

2) Lieces moments zara k kaut kurā punktā

[1. zīm. punkts $B(x, y)$]

$$M = M_k + (x_k - x) Y_k - (y_k - y) X_k, \quad (1)$$

kur: M_k, X_k, Y_k — atbalstpunkta k reakcijas; x_k, y_k — atbalstpunkta k koordinātas pret asu sistēmu, kuras koordinātu sākums atrodas zara k elastības centrā.

3) Sistēmas potencialā enerģija

Ievērojam tikai lieces potencialo enerģiju, jo stiepes (spiedes) un bīdes potencialās enerģijas ir samērā niecīgas.

Caurules zara k taisniem posmiem lieces potencialā enerģija:

$$U'_k = \frac{1}{2 E'_{k1} I'_{k1}} \int_{l'_{k1}} M^2 dl + \frac{1}{2 E'_{k2} I'_{k2}} \int_{l'_{k2}} M^2 dl + \dots$$

Caurules likumos no lieces notiek šķērsriezuma saplākšana, un, potencialo enerģiju aprēķinot, lieces momenti M^2 jāreizina ar saplākšanas skaitli K (Karmana skaitlis. Sk. [1] 107. lpp. un [2] 299. lpp.).

Saplākšanas skaitlis nosakāms ar izteiksmi

$$K_{kr} = \frac{10 + 16 \lambda^2}{1 + 16 \lambda^2}, \quad (2)$$

kur:

$$\lambda = \frac{16 \delta R}{D - \delta};$$

δ — caurules sienas biezums;

R — caurules likuma ass radiuss;

D — caurules ārējais diametrs.

Caurules likumu lieces potencialā enerģija:

$$U''_k = \frac{K_{k1}}{2 E''_{k1} I''_{k1}} \int_{l''_{k1}} M^2 dl + \frac{K_{k2}}{2 E''_{k2} I''_{k2}} \int_{l''_{k2}} M^2 dl + \dots$$

Rezultējošā potencialā enerģija katram caurules zaram:

$$U_k = U'_k + U''_k.$$

Pieņemam tā saucamo reducēto caurules stingrumu EI , kas ir konstants visai cauruļu sistēmai. Par reducēto stingrumu izvēlas to, kas ir vairākiem posmiem vienāds. Potentialās enerģijas izteiksmi varam pārveidot šādi:

$$U_k = \frac{1}{2 EI} \left[\frac{EI}{E'_{k1} I'_{k1}} \int_{l'_{k1}} M^2 dl + \frac{EI}{E'_{k2} I'_{k2}} \int_{l'_{k2}} M^2 dl + \dots + \right. \\ \left. + \frac{EI K_{k1}}{E''_{k1} I''_{k1}} \int_{l''_{k1}} M^2 dl + \frac{EI K_{k2}}{E''_{k2} I''_{k2}} \int_{l''_{k2}} M^2 dl + \dots \right].$$

Apzīmējam:

$$\frac{EI}{E'_{km} l'_{km}} = K'_{km}, \quad (3)$$

$$\frac{EI K_{kr}}{E''_{kr} l''_{kr}} = K''_{kr}, \quad (4)$$

kur $m = 1, 2, 3 \dots$, $r = 1, 2, 3 \dots$

Dabūjam:

$$U = \frac{1}{2EI} \int_{L_k} M^2 dl, \quad (5)$$

kur

$$L_k = \sum K'_{km} l'_{km} + \sum K''_{kr} l''_{kr}. \quad (6)$$

Garumu L_k sauksim par caurules zara k reducēto garumu. Visai cauruļvadu sistēmai:

$$U = \frac{1}{2EI} \sum_{k=1}^n \int_{L_k} M^2 dl. \quad (7)$$

Lietojot potencialās enerģijas izteiksmi (7), jāatceras, ka koeficienti K'_{km} un K''_{kr} ir reizinātāji pie integrāļiem un pēc integrēšanas par integrēšanas robežām jāņem caurules posmu faktiskie garumi l'_{km} un l''_{kr} , dabūtie rezultāti jāreizina ar šiem koeficientiem, kas atradās pie faktiskiem garumiem kā reizinātāji.

4) Galvenie vienādojumi

a) Līdzsvara vienādojumi pret asu sistēmu ar koordinātu sākumu mezgla punktā A (1. zīm.).

- 1) $X_1 + X_2 + \dots + X_n = 0,$
- 2) $Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = 0,$
- 3) $M_1 + M_2 + \dots + M_n + a_1 Y_1 - b_1 X_1 + a_2 Y_2 - b_2 X_2 + \dots + a_n Y_n - b_n X_n = 0,$

kur:

$$\left. \begin{array}{l} a_1, a_2 \dots a_n \\ b_1, b_2 \dots b_n \end{array} \right\} \text{atbalstpunktu koordinātas pret minēto asu sistēmu.}$$

b) Deformāciju vienādojumi.

Vispirms jāatzīmē, ka, vienmērīgi sasildot statistiski noteiktu cauruļu sistemu, tās atsevišķie šķērsgriezumi pārvietojas cits citam paraleli, t. i., šķērsgriezumu pagriešanās nenotiek.

Pieņemot par liekiem nezināmiem atbalstu reakcijas

$$\left. \begin{array}{l} 1) X_1, X_2 \dots X_{n-1}, \\ 2) Y_1, Y_2 \dots Y_{n-1}, \\ 3) M_1, M_2 \dots M_{n-1} \end{array} \right\} \quad (9)$$

un piemērojot Kastiljano teoremu, dabūjam:

$$\frac{\partial U}{\partial M_m} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X_m} = \Delta x_m, \quad \frac{\partial U}{\partial Y_m} = \Delta y_m. \quad (11)$$

Vienādojumā (10) labā puse līdzinās nullei tādēļ, ka no temperatūras maiņas caurules šķērsgriezuma pagriešanās nenotiek. Vienādojumos (11) labās puses vienādas ar lineariem pārvietojumiem $\Delta x_m, \Delta y_m$, ko rada temperatūra statistiski noteiktai cauruļvada pamatsistemai.

Vienādojums $\frac{\partial U}{\partial M_n} = 0$ pēc pārveidošanas iegūst šādu veidu:

$$\begin{aligned} & (M_k + x_k Y_k - y_k X_k) L_k - Y_k \int_{L_k} x dl + X_k \int_{L_k} y dl - \\ & - (M_n + x_n Y_n - y_n X_n) L_n + Y_n \int_{L_n} x dl - X_n \int_{L_n} y dl = 0. \end{aligned}$$

Rezultāta vienkāršošanai par koordinātu sākumu pieņemam katram cauruļu vada zaram tā elastības centru, lai liknes statistiskie momenti līdzinātos nullei.

$$\int_{L_k} x dl = 0, \quad \int_{L_k} y dl = 0, \quad \int_{L_n} x dl = 0, \quad \int_{L_n} y dl = 0. \quad (12)$$

Dabūjam:

$$(M_k + x_k Y_k - y_k X_k) L_k = (M_n + x_n Y_n - y_n X_n) L_n = M_0, \quad (13)$$

kur $k = 1, 2, 3 \dots n - 1$. Pavisam $(n - 1)$ vienādojumi. Iegūto sakarību M_0 sauksim par reducēto momentu attiecībā pret atsevišķo zaru elastības centriem. Iegūtās sakarības (13) ir galvenās turpmāko formulu iegūšanai.

5) Elastības centru koordinātas

Integraļi, kas doti ar izteiksmēm (12), ir liknes (cauruļu ass) statiskie momenti reducētiem garumiem L_k, L_n pret koordinātu asīm (X), (Y), kuru sākums atrodas attiecīgā zara elastības centrā.

Elastības centru koordinātas pret asīm ar koordinātu sākumu atbalstpunktā var noteikt ar formulām:

$$x_{ok} = \frac{\sum K'_{km} x'_{km} l'_{km} + \sum K''_{kr} x''_{kr} l''_{kr}}{L_k},$$

$$y_{ok} = \frac{\sum K'_{km} y'_{km} l'_{km} + \sum K''_{kr} y''_{kr} l''_{kr}}{L_k},$$
(14)

kur:

x'_{km}, y'_{km} — caurules taisno posmu smaguma centru koordinātas faktiskiem posmu garumiem;

x''_{kr}, y''_{kr} — caurules likuma smaguma centra koordinātas faktiskiem garumiem.

Zinot koordinātas x_{ok}, y_{ok} , dabūjam koordinātas x_k, y_k no šādām formulām:

$$x_k = -x_{ok}, \quad y_k = -y_{ok}.$$
(15)

6) Reducētais moments

Izmantojot līdzsvara vienādojumus (8) un reducētā momenta M_0 izteiksmi (13), dabūjam

$$M_0 = (-A_1 Y_1 - A_2 Y_2 - \dots - A_k Y_k \dots - A_{n-1} Y_{n-1} + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_k X_k \dots + B_{n-1} X_{n-1}) L,$$
(16)

kur:
 L — visas cauruļu sistēmas reducētais garums,
 A_k, B_k — elastīgo centru koordinātas pret asīm, kuru sākums atrodas elastības centrā n .

Minētos lielumus nosakām ar formulām:

$$\frac{1}{L} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k};$$
(17)

$$A_k = a_k - a_n - x_k + x_n; \quad B_k = b_k - b_n - y_k + y_n.$$
(18)

Formulās (18)

$$k = 1, 2, 3 \dots n-1.$$

7) Vienādojumu koeficienti un brīvie locekļi

No vienādojumiem (11) pēc diferencēšanas, liekot

$$m = k, \quad \Delta x_m = \Delta x_k, \quad \Delta y_m = \Delta y_k,$$

iznāk:

$$\int_{L_k} M(-y_k + y) dl + \int_{L_n} M(b_k - b_n + y_n - y) dl = EI \Delta x_k;$$

$$\int_{L_k} M(x_k - x) dl + \int_{L_n} M(-a_k + a_n - x_n + x) dl = EI \Delta y_k.$$

Ieliekot lieces momenta M izteiksmi no formulas (1) un pēc integrēšanas ar reducētā momenta formulu (16) izsldzot atbalstpunktu momentus, dabūjam vienādojumus reakciju aprēķināšanai:

$$X_1, X_2 \dots X_{n-1},$$

$$Y_1, Y_2 \dots Y_{n-1}.$$

1. tabulā doti koeficienti k -tam deformaciju Δx_k vienādojumam.
2. tabulā doti koeficienti k -tam deformaciju Δy_k vienādojumam. Deformacijām Δx_k k -to vienādojumu varam uzrakstīt šādi:

$$\alpha_{k1}^x X_1 + \alpha_{k2}^x X_2 + \dots + \alpha_{kk}^x X_k + \dots + \alpha_{kn-1}^x X_{n-1} + \\ + \beta_{k1}^x Y_1 + \beta_{k2}^x Y_2 + \dots + \beta_{kk}^x Y_k + \dots + \beta_{kn-1}^x Y_{n-1} = EI \Delta x_k.$$

Analogiski varam uzrakstīt Δy_k deformaciju k -to vienādojumu.
 n — atbalstpunktu skaits,
 $k = 1, 2, 3 \dots n - 1$.

Katrai konkrētai k skaitliskai vērtībai dabūjam divus vienādus koeficientu apzīmējumus.

Piem., ja $k=3$, tad koeficientu α_{k3}^x un α_{kk}^x vietā dabūjam α_{33}^x un α_{33}^x . Tādā gadījumā jāņem pēdējā koeficienta vērtība, t. i., α_{kk}^x , un nevar ņemt α_{k3}^x .

Vienādojuma brīvos locekļus varam aprēķināt ar formulām:

$$EI \Delta x_k = \alpha (a_n - a_k) t EI = (a_n - a_k) N, \\ EI \Delta y_k = \alpha (b_n - b_k) t EI = (b_n - b_k) N, \quad (19)$$

kur:

α — lineārais izplešanās koeficients,
 t — temperatūras maiņa °C,
 a, b — sk. 4. nod.

1. tabula

Deformāciju Δx_k vienādojumi

Reakcijas	Koeficienti	Koeficientu vispārīgās vērtības
	$E/\Delta x_k$	$\alpha (a_n - a_k) tEl = (a_n - a_k) N$
X_1	α_{k1}^x	$B_k B_1 L + I_{(x)n}$
X_2	α_{k2}^x	$B_k B_2 L + I_{(x)n}$
---	---	---
X_k	α_{kk}^x	$B_k B_k L + I_{(x)k} + I_{(x)n}$
---	---	---
X_{n-1}	α_{kn-1}^x	$B_k B_{n-1} L + I_{(x)n}$
Y_1	β_{k1}^x	$-(B_k A_1 L + I_{(xy)n})$
Y_2	β_{k2}^x	$-(B_k A_2 L + I_{(xy)n})$
---	---	---
Y_k	β_{kk}^x	$-(B_k A_k L + I_{(xy)k} + I_{(xy)n})$
---	---	---
Y_{n-1}	β_{kn-1}^x	$-(B_k A_{n-1} L + I_{(xy)n})$

7) Vienādojumu koeficienti un brīvie locekļi

No vienādojumiem (11) pēc diferencēšanas, liekot

$$m = k, \quad \Delta x_m = \Delta x_k, \quad \Delta y_m = \Delta y_k,$$

iznāk:

$$\int_{L_k} M(-y_k + y) dl + \int_{L_n} M(b_k - b_n + y_n - y) dl = EI \Delta x_k;$$

$$\int_{L_k} M(x_k - x) dl + \int_{L_n} M(-a_k + a_n - x_n + x) dl = EI \Delta y_k.$$

Ieliekot lieces momenta M izteiksmi no formulas (1) un pēc integrēšanas ar reducētā momenta formulu (16) izslēdzot atbalstpunktu momentus, dabūjam vienādojumus reakciju aprēķināšanai:

$$X_1, X_2 \dots X_{n-1},$$

$$Y_1, Y_2 \dots Y_{n-1}.$$

1. tabulā doti koeficienti k -tam deformāciju Δx_k vienādojumam.
2. tabulā doti koeficienti k -tam deformāciju Δy_k vienādojumam. Deformācijām Δx_k k -to vienādojumu varam uzrakstīt šādi:

$$\alpha_{k1}^x X_1 + \alpha_{k2}^x X_2 + \dots + \alpha_{kk}^x X_k + \dots + \alpha_{kn-1}^x X_{n-1} + \\ + \beta_{k1}^x Y_1 + \beta_{k2}^x Y_2 + \dots + \beta_{kk}^x Y_k + \dots + \beta_{kn-1}^x Y_{n-1} = EI \Delta x_k.$$

Analogiski varam uzrakstīt Δy_k deformāciju k -to vienādojumu.
 n — atbalstpunktu skaits,
 $k = 1, 2, 3 \dots n - 1$.

Katrai konkrētai k skaitliskai vērtībai dabūjam divus vienākus koeficientu apzīmējumus.

Piem., ja $k=3$, tad koeficientu α_{k3}^x un α_{kk}^x vietā dabūjam α_{33}^x un α_{23}^x . Tādā gadījumā jāņem pēdējā koeficienta vērtība, t. i., α_{kk}^x , un nevar ņemt $+\alpha_{k3}^x$.

Vienādojuma brīvos locekļus varam aprēķināt ar formulām:

$$EI \Delta x_k = \alpha (a_n - a_k) tEI = (a_n - a_k) N, \\ EI \Delta y_k = \alpha (b_n - b_k) tEI = (b_n - b_k) N, \quad (19)$$

kur:

α — lineārais izplešanās koeficients,
 t — temperatūras maiņa $^{\circ}\text{C}$,
 a, b — sk. 4. nod.

1. tabula

Deformāciju Δx_k vienādojumi

Reakcijas	Koeficienti	Koeficientu vispārīgās vērtības
	$EI\Delta x_k$	$a(a_n - a_k)tEI = (a_n - a_k)N$
X_1	α_{k1}^x	$B_k B_1 L + I_{(x)n}$
X_2	α_{k2}^x	$B_k B_2 L + I_{(x)n}$
---	---	---
X_k	α_{kk}^x	$B_k B_k L + I_{(x)k} + I_{(x)n}$
---	---	---
X_{n-1}	α_{kn-1}^x	$B_k B_{n-1} L + I_{(x)n}$
Y_1	β_{k1}^x	$-(B_k A_1 L + I_{(xy)n})$
Y_2	β_{k2}^x	$-(B_k A_2 L + I_{(xy)n})$
---	---	---
Y_k	β_{kk}^x	$-(B_k A_k L + I_{(xy)k} + I_{(xy)n})$
---	---	---
Y_{n-1}	β_{kn-1}^x	$-(B_k A_{n-1} L + I_{(xy)n})$

Deformāciju Δy_k vienādojumi

Reakcijas	Koeficienti:	Koeficientu vispārīgās vērtības
	$EI\Delta y_k$	$\alpha (b_n - b_k) tEI = (b_n - b_k) N$
X_1	α_{k1}^y	$-(A_k B_1 L + I_{(xy)n})$
X_2	α_{k2}^y	$-(A_k B_2 L + I_{(xy)n})$
---	---	---
X_k	α_{kk}^y	$-(A_k B_k L + I_{(xy)k} + I_{(xy)n})$
---	---	---
X_{n-1}	α_{kn-1}^y	$-(A_k B_{n-1} L + I_{(xy)n})$
Y_1	β_{k1}^y	$A_k A_1 L + I_{(y)n}$
Y_2	β_{k2}^y	$A_k A_2 L + I_{(y)n}$
---	---	---
Y_k	β_{kk}^y	$A_k A_k L + I_{(y)k} + I_{(y)n}$
---	---	---
Y_{n-1}	β_{kn-1}^y	$A_k A_{n-1} L + I_{(y)n}$

Lielumi: $I_{(x)k}$, $I_{(y)k}$, $I_{(xy)k}$ ir reducētie aksialie un centrifugālie liknes inerces momenti cauruļvada zaram k pret asu sistemu, kuras koordinātu sākums atrodas elastības centrā.

Reducēto inerces momentu aprēķināšanai vispirms nosakām faktiskā garuma inerces momentus un pēc tam tos reizinām ar attiecīgiem koeficientiem K'_{km} , K''_{kr} , kuri ir reizinātāji attiecīgam caurules taisnam posmam vai līkumam.

8) Atbalstpunktu momenti

No reducētā momenta formulas (13) varam noteikt atbalstpunktu momentus:

$$M_k = \frac{M_0}{L_k} - x_k Y_k + y_k X_k, \quad (20)$$

kur $k = 1, 2, 3 \dots n$.

9) Spēku darbības taisnes vienādojumi un lieces momenti

Vienādojumus taisnēm, pa kurām darbojas atsevišķo atbalstpunktu rezultējošās reakcijas, varam uzrakstīt šādi:

$$y = \frac{Y_k}{X_k} x - \frac{M_0}{L_k X_k}, \quad (21)$$

kur $k = 1, 2, 3 \dots n$.

Vienādojumi sastādīti pret koordinātu asīm, kuru sākums atrodas atsevišķu zaru elastības centrā.

Attēlojot šīs taisnes grafiski, dabūjam lieces momentu diagramas.

Lieces momentu analitiskai aprēķināšanai ņemam formulu (1) pret asu sistemu, kuras koordinātu sākums atrodas mezglu punktā A .

$$M = M_k + (a_k - x) Y_k - (b_k - y) X_k. \quad (22)$$

Pieņemot x , y , varam noteikt lieces momentu kaut kurā cauruļvada punktā katram zaram un pēc tam aprēķināt lieces spriegumu.

$$\sigma = \frac{M}{W}. \quad (23)$$

LITERATURA

1. Л. А. Кузнецов и Б. В. Рудомин, Конструирование и расчет трубопроводов теплосиловых установок, Машгиз, 1949.
2. А. И. Гуревич, К расчету пространственных трубопроводов, «Исследования по теории сооружений», Выпуск IV, 1949.
3. Е. М. Залкинд, Расчет плоских трубных систем при их тепловом расширении, «Известия Всесоюзного теплотехнического института», № 5, 1948.
4. Е. М. Залкинд, Расчет пространственных систем трубопроводов при их тепловом расширении, «Известия Всесоюзного теплотехнического института», № 10, 1948.
5. Г. И. Петелин, Трубопроводы электростанций (компенсация термических расширений), ОНТИ, 1935.
6. А. Н. Лейбо, Трубопроводы и арматура нефтеперерабатывающих заводов, ГОСИЗДАТ, 1947.
7. H. Jürgenson, Elastizität und Festigkeit im Rohrleitungsbau, 1940.

О РАДИУСАХ КРИВИЗНЫ КУЛАЧКОВЫХ ПРОФИЛЕЙ

Канд. техн. наук А. А. Дорошенко

1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ.

При расчетах на прочность и износоустойчивость кулачковых профилей и соприкасающихся с ними элементов толкателей исходят обычно из нормальных контактных напряжений, которые определяются по Герцу из формулы:

$$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{P}{b} \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \cdot \frac{\rho_1 \pm \rho_2}{\rho_1 \rho_2}},$$

где

P — нормальное давление в полоске касания цилиндрических поверхностей,

b — длина полоски касания,

E_1 и E_2 — модули нормальной упругости материалов соприкасающихся тел,

ρ_1 и ρ_2 — радиусы кривизны.

Из формулы видно, что радиусы кривизны при выбранных материалах и нагрузке являются определяющими факторами в расчете прочных размеров кулачка и толкателя и, соответственно, размеров всего кулачкового механизма.

В связи с этим конструктор вынужден определять радиусы кривизны или в отдельных местах, или по всему профилю кулачка. На участках, очерченных по дугам окружностей, радиусы уже даны, а на участках, очерченных по какому-либо другому, более сложному закону, радиусы кривизны приходится определять. Делают это или приближенно, или точно, прибегая к методу планов скоростей и ускорений.

В данной статье дается общее выражение для радиусов кривизны, в котором находит отражение закон движения толкателя, тип кулачкового механизма и относительное положение кулачка и толкателя.

Вывод формулы базируется на геометрической связи радиуса кривизны с радиусом-вектором.

Полученные рабочие формулы позволяют вычислять радиусы кривизны в любой точке профиля, не прибегая к вычерчиванию самого профиля, если заданы: точная кинематическая схема механизма, радиус основной шайбы кулачка, радиус ролика и закон движения толкателя.

2. ИСХОДНЫЕ УСЛОВИЯ И ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА. РАДИУС-ВЕКТОР.

Рассмотрим два тела A и B , части которых на фиг. 1 ограничены замкнутыми контурами. Пусть одно из них, например тело A , вращается вокруг оси O_1 , перпендикулярной плоскости чертежа, с некоторой (постоянной или переменной) угловой скоростью ω , определяемой из выражения

$$\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}_1(t), \quad (1)$$

где

φ — угол поворота тела A ,

t — время, отсчитываемое от некоторого начального момента.

Пусть при этом второе тело движется в той же плоскости или плоскости, ей параллельной. Это движение может быть или простым вращательным вокруг некоторой оси O_2 , или поступательным, или сложным, причем оно определено во времени так, что перемещение любой его точки представляет известную функцию времени.

$$S = f_2(t). \quad (2)$$

Задача сводится к соединению этих двух тел с помощью высшей кинематической пары так, чтобы движением первого по заданному закону

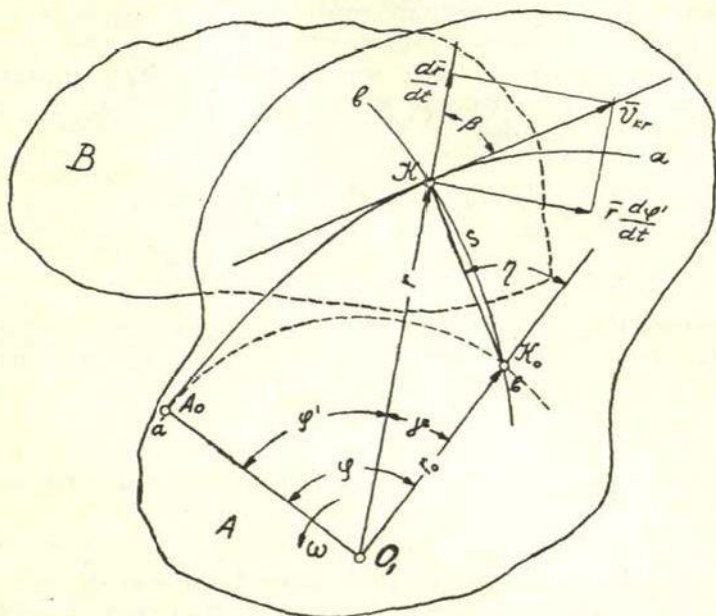
$$\varphi = \dot{\varphi}_1(t). \quad (3)$$

однозначно определялось движение второго. Исключив время (t) из (2) и (3), получаем зависимость

$$S = F(\varphi), \quad (4)$$

в которой перемещение любой из точек звена B выражено в виде однозначной функции угла поворота ведущего тела A . Формой элемента ведомого тела можно задаться произвольно, т. е. принять его или в виде точки, или в виде цилиндрической поверхности, или в виде плоскости, тогда форма элемента ведущего тела должна определяться кривой, огибающей положения ведомого элемента в относительном движении последнего в соответствии с законом движения ведомого звена.

Так как задачу передачи движения, не нарушая общности, можно решать независимо от формы элемента ведомого звена, то для наибольшей простоты примем этот элемент в виде точки. Пусть этим точечным элементом является точка K (фиг. 1), а ее траекторией — $v-v$. Задавшись рядом последовательных значений



Фиг. 1.

угла φ , отметим последовательные положения точки K согласно зависимости (4), начиная от точки K_0 . Будем поворачивать тело A на углы, соответствующие отмеченным последовательным значениям S , и отмечать на этом теле точки совпадений с точкой K . Тогда кривая $a-a$, соединяющая эти точки, определит форму элемента тела A , удовлетворяющую условию поставленной задачи. Ведущее тело (A) есть кулачок. Кривая, ограничивающая форму его элемента — профиль, а ведомое тело B — толкатель.

На фиг. 1 профиль кулачка показан кривой $a-a$. Точка A_0 представляет ту точку профиля, которая в начальный момент времени ($t=0$) совпадала с точкой K_0 толкателя. Взятая в плоскости неподвижная прямая, исходящая из точки O_1 и проходящая через точку K_0 , является базой отсчета угла φ поворота кулачка. Отрезки O_1K , определяющие расстояния точки траектории $v-v$ (или им

сопряженных точек профиля $a - a$) до оси O_1 есть радиусы-векторы профиля кулачка; радиус-вектор $O_1K_0 = r_0$, соответствующий начальному положению кулачка — начальный радиус-вектор (его величина заранее определена). После поворота кулачка на угол φ начальный радиус-вектор займет положение O_1A_0 , профиль кулачка — положение A_0K , а радиус-вектор, отклонившись от начального положения на угол γ , займет положение O_1K , образуя с новым положением начального радиуса-вектора угол $\varphi' = \varphi - \gamma$.

Обозначим через η угол между направлением отрезка $\overline{K_0K}$, определяющего перемещение конца радиуса-вектора, и направлением начальной прямой.

Тогда

$$r^2 = r_0^2 + (\overline{KK_0})^2 + 2r_0 \overline{KK_0} \cos \eta, \quad (5)$$

откуда

$$r = \sqrt{r_0^2 + (\overline{KK_0})^2 + 2r_0 \overline{KK_0} \cos \eta}.$$

Отрезок $\overline{KK_0}$ и угол η могут быть выражены как некоторые функции от S , и, следовательно, радиус-вектор может быть представлен выражением вида

$$r = \psi(S). \quad (6)$$

Пользуясь выражениями (4) и (6) и принимая во внимание равенство

$$\varphi' = \varphi - \gamma, \quad (7)$$

где γ есть также некоторая функция от S , можно вычислить все необходимые значения радиуса-вектора и построить профиль кулачка как кривую, определяемую полярными координатами φ и r .

3. РАДИУС КРИВИЗНЫ ПРОФИЛЯ

Будем рассматривать профильную кривую как траекторию конца радиуса-вектора, с одной стороны, и конца радиуса кривизны ее — с другой. Обозначим этот последний буквой ρ .

При вращении кулачка в некотором направлении точка контакта K будет перемещаться по профилю в противоположную сторону; вместе с тем, радиус-вектор и радиус кривизны будут вращаться в сторону движения точки K .

Пусть через промежуток времени dt точка K (фиг. 2) переместилась в положение K_1 , тогда радиус-вектор из положения O_1K , определяемого углом φ' , повернется на угол $d\varphi'$ и займет положение O_1K_1 , а радиус кривизны, следуя своим концом за точкой K , повернется вокруг центра кривизны на соответствующий угол $d\theta$.

т. е.

$$\rho \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\left(r \frac{d\varphi'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} = \frac{r \frac{d\varphi'}{dt}}{\sin \beta}.$$

Откуда, заменив под корнем φ' его выражением (7) и поделив правую и левую части на $\frac{d\varphi}{dt}$, а затем на $\frac{d\theta}{d\varphi}$, получим

$$\rho = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right)^2 r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2}}{\frac{d\theta}{d\varphi}} = \frac{r \left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right)}{\frac{d\theta}{d\varphi} \cdot \sin \beta}. \quad (10)$$

Это и есть в общем виде выражение радиуса кривизны профиля кулачка. Здесь r , $\frac{dr}{d\varphi}$, $\frac{d\gamma}{d\varphi}$ — величины известные, так как они определяются конструкцией механизма и законом движения толкателя; угол β , образованный радиусом-вектором и касательной к профилю в точке K , определяется из фиг. 1 по формуле:

$$\beta = \arctg \left(\frac{r \frac{d\varphi'}{dt}}{\frac{dr}{d\varphi}} \right) = \arctg \left[\frac{r \left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right)}{\frac{dr}{d\varphi}} \right]. \quad (11)$$

Для определения $d\theta$ в точках K и K_1 (фиг. 2) проведем касательные $t-t$ и t_1-t_1 и отметим углы β и $\beta_1 = \beta + d\beta$ между этими касательными и радиусами-векторами r и r_1 .

Перенесем затем полупрямые Kr и Kt параллельно самим себе так, чтобы их начало совпало с точкой K_1 , тогда они соответственно займут положения K_1r' и K_1t' . Ясно, что между касательной K_1t_1' и полупрямой K_1t' угол равен $d\theta$. Если повернем полупрямые K_1r' и K_1t' вправо на угол $d\varphi'$, то полупрямая K_1r' совпадет с полупрямой K_1r_1 , а полупрямая K_1t' займет положение K_1t'' и составит с касательной K_1t_1 угол, равный $d\beta$. Теперь уже видно, что

$$d\theta = d\varphi' + d\beta = d(\varphi - \gamma) + d\beta. \quad (12)$$

Заменяя в формуле (10) $d\theta$ его выражением (12), будем иметь:

$$\rho = \frac{\sqrt{r^2 \left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2}}{1 + \frac{d\beta}{d\varphi} - \frac{d\gamma}{d\varphi}} = \frac{r \left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right)}{\left(1 + \frac{d\beta}{d\varphi} - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right) \sin \beta}, \quad (10')$$

где

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = \frac{\left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right) \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 - r \left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right) \frac{d^2r}{d\varphi^2} - r \frac{dr}{d\varphi} \frac{d^2\gamma}{d\varphi^2}}{\left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right)^2 r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2}. \quad (13)$$

После подстановки $\frac{d\beta}{d\varphi}$ общая формула для радиуса кривизны примет окончательно следующий вид:

$$\rho = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right)^2 r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2}}{1 + \frac{\left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right) \left[\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 - r \frac{d^2r}{d\varphi^2} - r \frac{dr}{d\varphi} \frac{d^2\gamma}{d\varphi^2}\right] - \frac{d\gamma}{d\varphi}}{\left(1 - \frac{d\gamma}{d\varphi}\right)^2 r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2}}. \quad (14)$$

Для того случая, где $\gamma = 0$, или там, где величинами $\frac{d\gamma}{d\varphi}$ и $\frac{d^2\gamma}{d\varphi^2}$, как малыми, можно пренебрегать, формула значительно упрощается и принимает вид:

$$\rho = \frac{\sqrt{\left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2\right]^3}}{r^2 + 2 \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 - r \frac{d^2r}{d\varphi^2}}. \quad (15)$$

Величина ρ определена для теоретического профиля; у действительного профиля радиус кривизны меньше на величину радиуса ролика, т. е. $\rho_g = \rho_m - r_p$.

4. ПРИМЕРЫ.

Для практического пользования формулами (14) и (15) найдем выражения r , γ и их производные в наиболее распространенных типовых схемах плоских кулачковых механизмов.

а) Механизм с коромысловым толкателем.

На фиг. 3 представлена кинематическая схема кулачкового механизма с коромысловым толкателем. Введем следующие дополнительные обозначения:

α_0 — установочный угол, т. е. угол наклона коромысла в начальный момент;

Из фиг. 3 следует:

$$\overline{K_0K} = 2l \sin \frac{\alpha}{2} \text{ и } \gamma = \alpha_0 + \frac{\alpha}{2}.$$

Поэтому:

$$\begin{aligned} r^2 &= r_0^2 + 4l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + 4lr_0 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \left(\alpha_0 + \frac{\alpha}{2} \right) = \\ &= r_0 + 2l^2 (1 - \cos \alpha) + 2lr_0 \cos \alpha_0 \sin \alpha - 2lr_0 (1 - \cos \alpha) \sin \alpha_0 = \\ &= l^2 \left\{ \left(\frac{r_0}{l} \right)^2 + 2 \left[\left(1 - \frac{r_0}{l} \sin \alpha_0 \right) (1 - \cos \alpha) + \frac{r_0}{l} \cos \alpha_0 \sin \alpha \right] \right\}. \end{aligned}$$

Положив:

$$\frac{r_0}{l} = \lambda, \quad 1 - \frac{r_0}{l} \sin \alpha_0 = a, \quad \frac{r_0}{l} \cos \alpha_0 = b,$$

можем написать:

$$r^2 = l^2 \{ \lambda^2 + 2 [a (1 - \cos \alpha) + b \sin \alpha] \}. \quad (16)$$

Общее выражение радиуса-вектора кулачка с коромысловым толкателем примет вид:

$$r = l \sqrt{ \lambda^2 + 2 [a (1 - \cos \alpha) + b \sin \alpha] }. \quad (17)$$

В частных случаях, когда $\alpha_0 = 0$, $\alpha_0 = -\frac{\alpha_{\max}}{2}$ и $\alpha_0 = -\alpha_0$, вид формулы (17) сохраняется, а постоянные a и b принимают значения:

при $\alpha_0 = 0$ имеем $a = 1$, $b = \lambda$;

при $\alpha_0 = -\frac{\alpha_{\max}}{2}$ имеем $a = 1 + \lambda \sin \frac{\alpha_{\max}}{2}$, $b = \lambda \cos \frac{\alpha_{\max}}{2}$;

при $\alpha_0 = -\alpha_0$ имеем $a = 1 + \lambda \sin \alpha_0$, $b = \lambda \cos \alpha_0$.

Первая производная от радиуса-вектора по углу φ имеет вид:

$$\frac{dr}{d\varphi} = \frac{l^2}{r} (a \sin \alpha + b \cos \alpha) \frac{d\alpha}{d\varphi}. \quad (18)$$

Вторая производная от радиуса-вектора по углу φ :

$$\begin{aligned} \frac{d^2r}{d\varphi^2} &= \frac{l^2}{r} \left\{ \left[a \cos \alpha - b \sin \alpha - \frac{l^2}{r^2} (a \sin \alpha + b \cos \alpha)^2 \right] \left(\frac{d\alpha}{d\varphi} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (a \sin \alpha + b \cos \alpha) \frac{d^2\alpha}{d\varphi^2} \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$

Для определения угла γ воспользуемся теоремой синусов. Согласно этой теореме имеем:

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \left(\alpha_0 + \frac{\alpha}{2} \right)} = \frac{2l \sin \frac{\alpha}{2}}{r},$$

откуда получаем:

$$\sin \gamma = \frac{2l \sin \frac{\alpha}{2}}{r} \sin \left(\alpha_0 + \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{l}{r} \left(2 \sin \alpha_0 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \right. \\ \left. + 2 \cos \alpha_0 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right),$$

или в окончательном виде:

$$\sin \gamma = \frac{l}{r} [\cos \alpha_0 - \cos (\alpha_0 + \alpha)]. \quad (20)$$

$$\frac{d\gamma}{d\varphi} = \frac{l}{r \cos \gamma} \sin (\alpha_0 + \alpha) - \frac{dr}{r} \operatorname{tg} \gamma \quad (21)$$

$$\frac{d^2\gamma}{d\varphi^2} = \frac{l}{r \cos \gamma} \left[\cos (\alpha_0 + \alpha) \left(\frac{d\alpha}{d\varphi} \right)^2 + \sin (\alpha_0 + \alpha) \frac{d^2\alpha}{d\varphi^2} \right] - \\ - 2 \frac{dr}{r} \frac{d\gamma}{d\varphi} - \left[\frac{d^2r}{r} - \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 \right] \operatorname{tg} \gamma. \quad (22)$$

В частных случаях, когда:

1) $\alpha_0 = 0$ (фиг. 4):

$$\sin \gamma = \frac{l}{r} (1 - \cos \alpha); \quad (23)$$

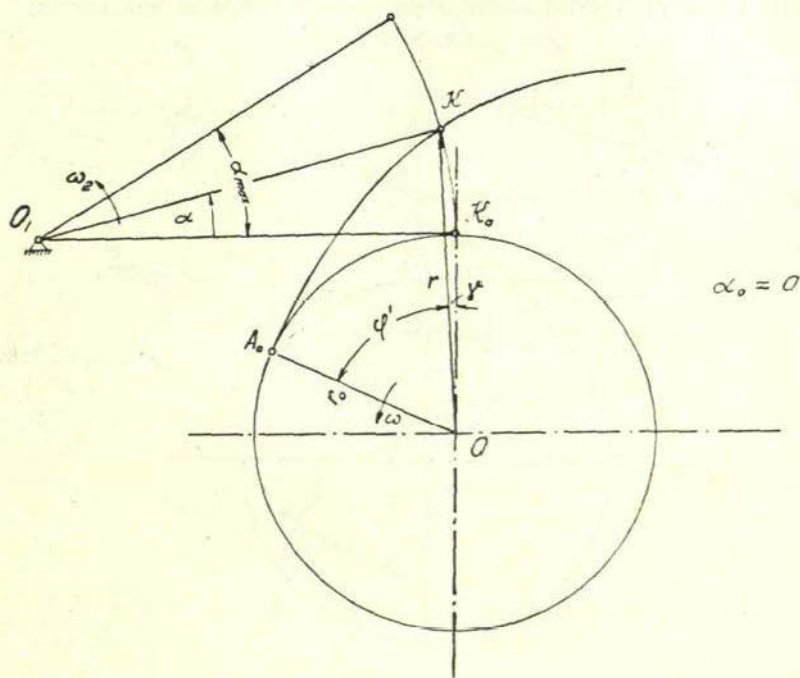
$$\frac{d\gamma}{d\varphi} = \frac{l}{r \cos \gamma} \sin \alpha \frac{d\alpha}{d\varphi} - \frac{dr}{r} \operatorname{tg} \gamma; \quad (24)$$

$$\frac{d^2\gamma}{d\varphi^2} = \frac{l \cos \left(\frac{d\alpha}{d\varphi} \right)^2 + \left(l \frac{d^2\alpha}{d\varphi^2} - \frac{d^2r}{d\varphi^2} \right) \sin \alpha - 2 \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\gamma}{d\varphi} + r \frac{d\gamma}{d\varphi} \sin \gamma}{r \cos \gamma}. \quad (25)$$

2) $\alpha_0 = -\frac{\alpha_{\max}}{2}$ (фиг. 5) — угол γ и его производные пренебрежимо малы, поэтому подсчеты радиусов кривизны могут быть произведены по формуле (15).

3) $\alpha_0 = -\alpha_0$ (фиг. 6):

$$\sin \gamma = \frac{l}{r} [\cos \alpha_0 - \cos (\alpha - \alpha_0)]; \quad (26)$$

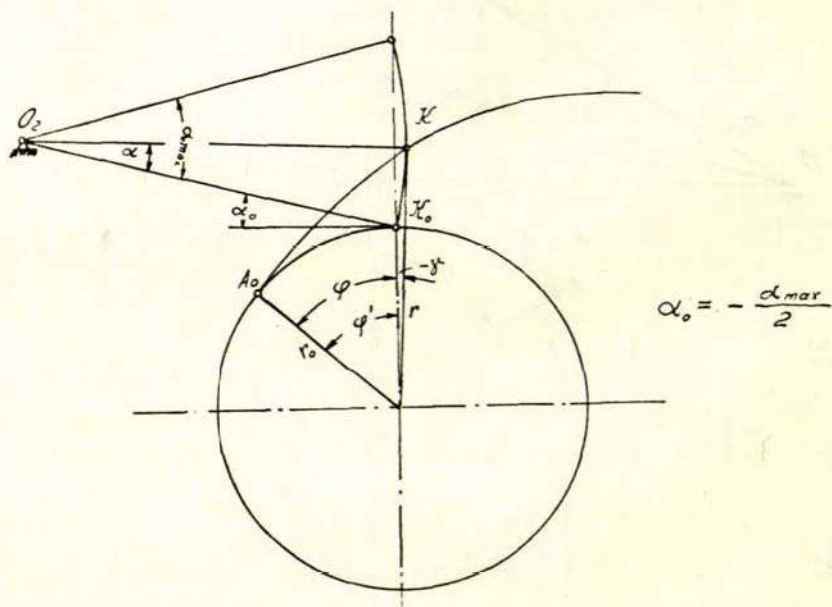


Фиг. 4.

$$\frac{d\gamma}{d\varphi} = \frac{l}{r \cos \gamma} \sin (\alpha - \alpha_0) \frac{d\alpha}{d\varphi} - \frac{dr}{r} \frac{d\varphi}{r} \operatorname{tg} \gamma; \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\lambda}{d\varphi^2} = & \frac{l}{r \cos \gamma} \left[\cos (\alpha - \alpha_0) \left(\frac{d\alpha}{d\varphi} \right)^2 + \sin (\alpha - \alpha_0) \frac{d^2\alpha}{d\varphi^2} \right] - \\ & - 2 \frac{dr}{r} \frac{d\varphi}{d\varphi} \frac{d\gamma}{d\varphi} - \left[\frac{d^2r}{d\varphi^2} - \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 \right] \operatorname{tg} \gamma. \end{aligned} \quad (28)$$

Пользуясь формулами (17)–(22), мы определим все числовые значения $r \frac{dr}{d\varphi}$, $\frac{d^2r}{d\varphi^2}$, $\frac{d\gamma}{d\varphi}$ и $\frac{d^2\gamma}{d\varphi^2}$ и, подставив последние в формулу (14) или (15), найдем соответствующие значения радиусов кривизны профиля. Величины $\frac{dr}{d\varphi}$, $\frac{d^2r}{d\varphi^2}$, $\frac{d\gamma}{d\varphi}$ и $\frac{d^2\gamma}{d\varphi^2}$ иногда проще определять методом графического дифференцирования. Последний особенно удобен, когда приходится иметь дело с готовым кулачком, для которого аналитический закон образования профиля неизвестен.



$$\alpha_0 = -\frac{\alpha_{max}}{2}$$

Фиг. 5.

б) Механизмы с толкателем, движущимся поступательно.

Механизмы этой категории делятся на две группы: на механизмы с роликовым толкателем и механизмы с плоским толкателем.

На фиг. 7 представлена схема *дезаксиального* (внецентренного) механизма. Ось толкателя смещена вправо относительно центра кулачковой шайбы на расстояние e , величина которого определяется по формуле

$$e = r_0 \cos \varphi_0. \quad (29)$$

Из треугольника OK_0K имеем:

$$r^2 = r_0^2 + s^2 + 2r_0s \cos \alpha_0,$$

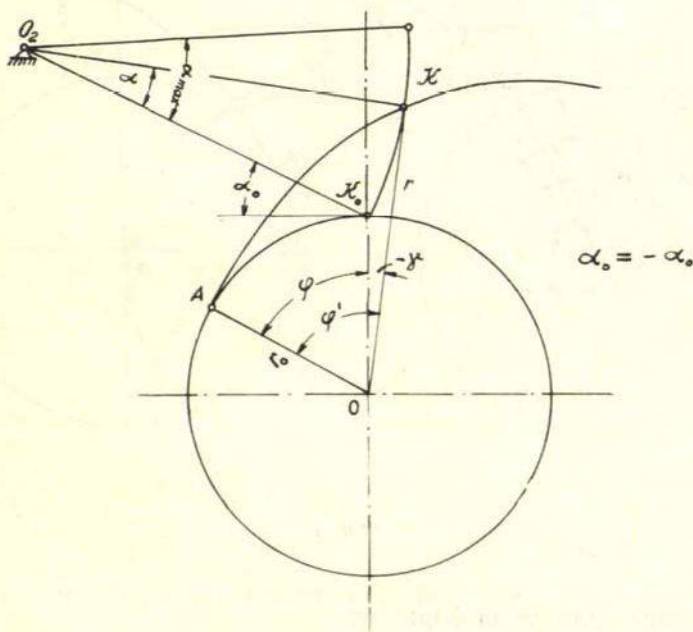
откуда

$$r = \sqrt{r_0^2 + s^2 + 2r_0s \cos \alpha_0}. \quad (30)$$

$$\text{и} \quad \frac{dr}{d\varphi} = \frac{s_0 + s}{r} \frac{ds}{d\varphi}, \quad (31)$$

где $s_0 = r_0 \cos \alpha_0 = r_0$;

$$\frac{d^2r}{d\varphi^2} = \frac{r^2 (s_0 + s) \frac{d^2s}{d\varphi^2} + r_0^2 \sin^2 \alpha_0 \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^2}{r^3}. \quad (32)$$



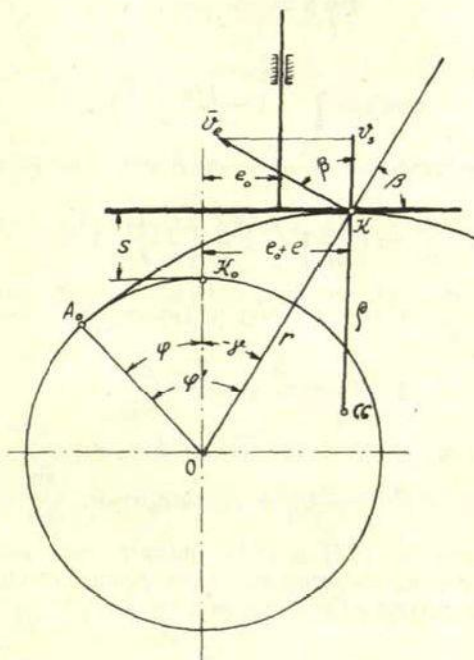
Фиг. 6.

В случае центрального механизма (фиг. 7) $\varphi_0 = 90^\circ$, $\alpha_0 = 0$, и поэтому:

$$r = r_0 + s; \quad (33)$$

$$\frac{d^2\gamma}{d\varphi^2} = \frac{\sin \alpha_0 \frac{d^2s}{d\varphi^2} - \left[\frac{d^2r}{d\varphi^2} - r \left(\frac{d\gamma}{d\varphi} \right)^2 \right] \sin \gamma - 2 \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\gamma}{d\varphi} \cos \gamma}{r \cos \gamma}. \quad (37)$$

Итак, вычислив по формулам (30), (31), (32), (36) и (37) все значения r , $\frac{dr}{d\varphi}$, $\frac{d^2r}{d\varphi^2}$, $\frac{d\gamma}{d\varphi}$ и $\frac{d^2\gamma}{d\varphi^2}$ при принятых значениях φ и подставляя их в формулу (15), вычислим соответствующие значения радиуса кривизны профиля ρ .



Фиг. 8.

Перейдем теперь к рассмотрению механизма с плоским толкателем.

На фиг. 8 представлена схема механизма этого типа. Касание профиля кулачка с толкателем происходит в точке К. Радиус кривизны всегда перпендикулярен плоскости толкателя.

Переносная скорость конца радиуса вектора равна:

$$Ve = r\omega = r \frac{d\varphi}{dt}. \quad (38)$$

Проекция этой скорости на направление, параллельное движению толкателя, равна скорости движения последнего:

$$V_s = V_e \cos \beta = r \frac{d\varphi}{dt} \cos \beta = \frac{ds}{dt}. \quad (39)$$

Здесь β — также угол между направлениями радиуса-вектора и касательной к профилю в точке K .

Из фиг. 8 имеем:

$$\sin \beta = \frac{r_0 + s}{r}, \quad (40)$$

откуда:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{r_0 + s}{r}\right)^2}. \quad (41)$$

Подставив это выражение в равенство (39), получим:

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} \sqrt{1 - \left(\frac{r_0 + s}{r}\right)^2}.$$

Сокращая на $\frac{d\varphi}{dt}$ и внося r под радикал, получаем:

$$\sqrt{r^2 - (r_0 + s)^2} = \frac{ds}{d\varphi}. \quad (42)$$

С другой же стороны, как это видно из фиг. 8:

$$\sqrt{r^2 - (r_0 + s)^2} = e_0 + e. \quad (43)$$

Сопоставляя равенства (42) и (43), видим, что *расстояние точки касания от начального радиуса численно равно первой производной от перемещения s толкателя по углу φ , т. е.*

$$e_0 + e = \frac{ds}{d\varphi}. \quad (44)$$

Выражение для радиуса-вектора получаем из равенства (42):

$$r = \sqrt{(r_0 + s)^2 + \left(\frac{ds}{d\varphi}\right)^2}. \quad (45)$$

Для определения радиуса кривизны профиля в точке K заметим, что скорость конца радиуса-вектора равна:

$$V_{kr} = \frac{r \frac{d\varphi^1}{dt}}{\sin \beta} = \frac{r \frac{d}{dt} (\varphi + \gamma)}{\sin \beta}. \quad (46)$$

Здесь, как мы уже видели,

$r \frac{d}{dt} (\varphi + \gamma)$ — трансверсальная скорость конца вектора.

Скорость же конца радиуса кривизны ρ равна:

$$V_{k\rho} = \rho \frac{d\theta}{dt}; \quad (47)$$

приравнявая (46) и (47), получаем:

$$\rho \frac{d\theta}{dt} = \frac{r \frac{d}{dt} (\varphi + \gamma)}{\sin \beta}.$$

Заметим, что

$$\gamma = 90 - \beta; \quad \sin \beta = \frac{r_0 + s}{r}; \quad d\gamma = -d\beta;$$

$$d\theta = d\varphi^1 + d\beta = d(\varphi + \gamma) + d\beta = d(\varphi + 90 - \beta) + d\beta = d\varphi.$$

Подставляя вместо $d\theta$, γ и $\sin \beta$ их выражения и сокращая на $\frac{d\varphi}{dt}$, получим:

$$\rho = \frac{r^2 \left(1 - \frac{d\beta}{d\varphi}\right)}{r_0 + s}. \quad (48)$$

Для определения $\frac{d\beta}{d\varphi}$ мы имеем, с одной стороны, согласно формуле (11):

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{rd(\varphi + \gamma)}{dr} = \frac{r \left(1 - \frac{d\beta}{d\varphi}\right)}{\frac{dr}{d\varphi}} \quad (a)$$

и, с другой стороны, согласно формулам (40) и (41):

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{r_0 + s}{\frac{ds}{d\varphi}} \quad (b)$$

Дифференцируя выражение (45) по φ , получим:

$$\frac{dr}{d\varphi} = \frac{\left(r_0 + s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}\right) ds}{r d\varphi}.$$

Подставив это выражение в равенство (а) и сравнивая (а) и (б), получим:

$$r_0 + s = \frac{r^2 \left(1 - \frac{d\beta}{d\varphi} \right)}{r_0 + s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}},$$

откуда находим:

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = 1 - \frac{(r_0 + s) \left(r_0 + s + \frac{d^2s}{d\varphi^2} \right)}{r^2} = \frac{\left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^2 - (r_0 + s) \frac{d^2s}{d\varphi^2}}{r^2}.$$

Подставив это выражение $\frac{d\beta}{d\varphi}$ в формулу радиуса кривизны ρ , получим:

$$\rho = \frac{r^2 \left(1 - \frac{d\beta}{d\varphi} \right)}{r_0 + s} = \frac{r^2 \left[1 - \frac{\left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^2 - (r_0 + s) \frac{d^2s}{d\varphi^2}}{r^2} \right]}{r_0 + s}$$

и заменяя r выражением (45), найдем в окончательном виде:

$$\rho = r_0 + s + \frac{d^2s}{d\varphi}. \quad (49)$$

Эту формулу можно встретить в курсе теории механизмов и машин С. Н. Кожевникова. Там она получена путем эквивалентной замены кулачкового механизма шарнирным. У нас же она получена как частный случай общей формулы (10).

¹⁾ Выражение $\frac{d\beta}{d\varphi}$ можно было получить и непосредственно из формулы $\operatorname{tg} \beta = \frac{r_0 + s}{\frac{ds}{d\varphi}}$.

СПОСОБ ПРЯМОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ.

Проф., д-р техн. наук Я. Г. Пановко.

1. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ.

Проблеме крутильных колебаний валов, содержащих упругие нелинейные элементы, посвящен ряд работ, в которых излагаются приближенные решения для случаев как свободных, так и вынужденных колебаний¹; к сожалению, эти методы страдают относительно большой сложностью.

Излагаемый ниже способ прямой линеаризации дает возможность решать те же задачи. Будучи простым в своих обоснованиях, этот способ прост и в приложениях; как показано ниже, способ прямой линеаризации дает большую точность, чем точность других приближенных способов.

В разделе 2 решается простейшая задача о свободных колебаниях двухмассовой системы с нечетной нелинейной моментной характеристикой. В разделе 3 дано обобщение способа на случай несимметричной нелинейной моментной характеристики (этот случай типичен для нелинейных муфт, нагруженных некоторым постоянным средним крутящим моментом). Следующий, 4-й раздел содержит приложение способа прямой линеаризации к вынужденным колебаниям двухмассовой системы. В разделе 5 дано решение задачи о вынужденных колебаниях многомассовой системы.

Кроме простоты и точности, способ прямой линеаризации обладает еще одним достоинством: с его помощью весь широко развитый аппарат теории линейных колебаний может быть непосредственно применен к нелинейным задачам.

2. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДВУХМАССОВОЙ СИСТЕМЫ (СЛУЧАЙ КОСОСИММЕТРИЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ).

Уравнения движения системы, показанной на фиг. 1-а, при отсутствии внешних моментов имеют вид:

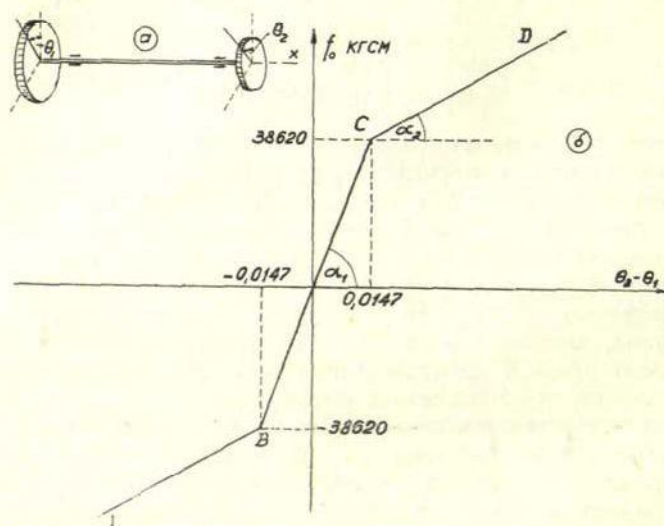
$$\left. \begin{aligned} I_1 \ddot{\theta}_1 - f_0 (\theta_2 - \theta_1) &= 0 \\ I_2 \ddot{\theta}_2 + f_0 (\theta_2 - \theta_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

¹ См. [1], [2], [3], [7].

Здесь I_1, I_2 — полярные массовые моменты инерции колеблющихся дисков,

Θ_1, Θ_2 — углы поворота дисков вокруг оси x ,

$f_0(\Theta_2 - \Theta_1)$ — момент сил упругости соединительного вала, включающего нелинейный элемент; этот момент определяется разностью углов поворота Θ_2 и Θ_1 .



Фиг. 1.

На фиг. 1-б показан пример изменения этого момента в зависимости от разности углов $\Theta_2 - \Theta_1$ (пример относится к муфте вала авиадвигателя $M - 105$)¹.

Обозначая

$$\Theta_1 = \Omega t + \varphi_1,$$

$$\Theta_2 = \Omega t + \varphi_2,$$

получим, вместо (1):

$$\left. \begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 - f_0(\varphi_2 - \varphi_1) &= 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 + f_0(\varphi_2 - \varphi_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь φ_1 и φ_2 — углы отклонения дисков от того положения, которое они занимали бы в каждое мгновение, если бы вал был абсолютно жестким (это положение определяется угловой координа-

¹ См. [1], стр. 53.

той Ωt , так как при отсутствии внешних моментов вращение происходит с постоянной угловой скоростью Ω).

Введем теперь взаимный угол поворота обоих дисков:

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (3)$$

Тогда вместо системы (2) получим:

$$\ddot{\varphi} + \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \cdot f_0(\varphi) = 0;$$

обозначая далее

$$\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) f_0(\varphi) = f(\varphi), \quad (4)$$

придем к нелинейному уравнению:

$$\ddot{\varphi} + f(\varphi) = 0, \quad (5)$$

в котором слагаемое $f(\varphi)$ будем называть нелинейной моментной характеристикой, или, короче, просто нелинейной характеристикой

В настоящем параграфе рассматриваются только нечетные характеристики (кососимметричные), для которых

$$f(\varphi) = -f(-\varphi).$$

При решении практических задач рассматриваемого типа главный интерес представляет частота, зависящая в случаях нелинейности $f(\varphi)$ от амплитуды колебаний A ; подробности изменения во времени обобщенной координаты φ можно считать несущественными. Мы также ограничимся определением частоты, оставляя в стороне вопрос о деталях протекания процесса колебаний.

Излагаемый способ основан на идее *прямой (непосредственной) линеаризации нелинейной характеристики $f(\varphi)$* , которая заменяется в уравнении (5) линейным выражением (фиг. 2):

$$\bar{f}(\varphi) = k\varphi, \quad (6)$$

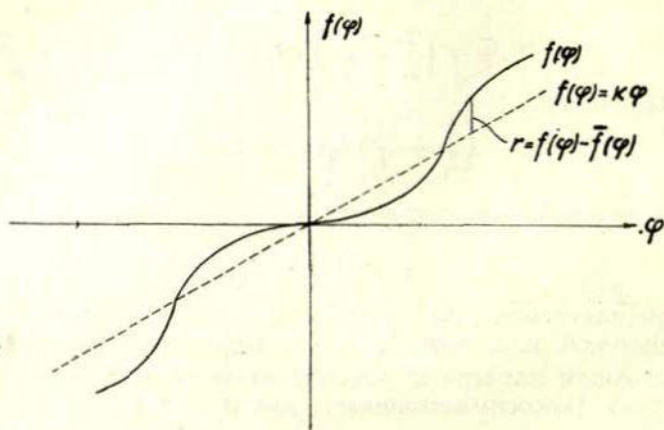
со специально подбираемым коэффициентом k . Этот подбор производится на основе указанных ниже соображений о минимизации ошибки.

На первый взгляд замена нелинейной характеристики линейной должна привести к решению, в котором не могут найти отражение специфические особенности нелинейных колебаний. На самом деле это не так: надлежащий подбор коэффициента k позволяет не только качественно правильно отобразить главнейшие особенности нелинейных систем (зависимость частоты свободных колебаний от амплитуды, многозначность решения для амплитуды вынуж-

денных колебаний), но и получить, как говорилось, достоверные количественные результаты¹.

Уклонение заменяющей линейной характеристики (6) от заменяемой характеристики $\bar{f}(\varphi)$ зависит от координаты φ :

$$r(\varphi) = f(\varphi) - \bar{f}(\varphi) \quad (7)$$



Фиг. 2.

и может быть подчинено требованию минимума интеграла

$$I = \int_{-A}^A r^2 d\varphi, \quad (8)$$

выражающего интегральное квадратическое уклонение r во всем интервале изменения координаты φ . Этот интеграл, очевидно, зависит от выбора параметра k ; поэтому минимизация достигается определением этого параметра из уравнения:

$$\frac{\partial I}{\partial k} = 0.$$

В существе такого подхода лежит предположение о том, что все уклонения $r(\varphi)$ в равной мере важны, независимо от значения координаты φ . На самом же деле, в задачах о колебаниях, очевидно, существеннее те уклонения, которые имеют место

¹ Разумеется, что излагаемый способ связан не только с крутильными колебаниями; он применим во всех случаях, когда упругая система содержит нелинейность — см. [8].

при больших значениях координаты φ ; это делает естественной замену, в (8), самого отклонения r моментом отклонения:

$$r \cdot \varphi = [\bar{f}(\varphi) - \bar{f}(\varphi)]\varphi. \quad (9)$$

Тогда задача сводится к минимизации интеграла

$$I = \int_{-A}^A \{ [f(\varphi) - \bar{f}(\varphi)] \varphi \}^2 d\varphi, \quad (10)$$

т. е. к определению K из уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial k} \int_{-A}^A \{ [f(\varphi) - \bar{f}(\varphi)] \varphi \}^2 d\varphi = 0. \quad (11)$$

Этот подход, который и принят во всем дальнейшем изложении, предполагает, что важность (вес) отклонения пропорциональна соответствующему значению координаты φ .

Подставляя в уравнение (11) выражение заменяющей линейной характеристики, найдем:

$$k = \frac{5}{2A^5} \int_{-A}^A f(\varphi) \cdot \varphi^5 d\varphi. \quad (12)$$

После того, как параметр k найден, задача сводится к элементарному интегрированию линейного уравнения

$$\ddot{\varphi} + k\varphi = 0, \quad (13)$$

заменившего теперь заданное нелинейное уравнение (5). Из (13) непосредственно видно, что коэффициент k есть квадрат частоты, т. е. частота составляет:

$$p = \sqrt{k} = \frac{1}{A^2} \sqrt{\frac{5}{2A} \int_{-A}^A f(\varphi) \varphi^5 d\varphi}, \quad (14)$$

или, ввиду симметрии характеристики $f(\varphi)$:

$$p = \frac{1}{A^2} \sqrt{\frac{5}{A} \int_0^A f(\varphi) \cdot \varphi^5 d\varphi}. \quad (15)$$

Формулами (14)—(15) полностью решается задача определения частот свободных колебаний при любых типах нелинейной характеристики.

Обратимся к приложениям этих формул и сопоставлению результатов с результатами, получаемыми другими методами.

Пример 1. Кубическая характеристика:

$$f(\varphi) = \gamma\varphi^3.$$

По формуле (15) получим:

$$\rho = \frac{1}{A^2} \sqrt{\frac{5}{A} \int_0^A \gamma\varphi^6 d\varphi} = 0,8451 A \sqrt{\gamma},$$

что отличается от точного решения¹.

$$\rho = 0,8472 A \sqrt{\gamma}$$

всего на 0,25%. Более сложная формула Крылова-Боголюбова²:

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f(A \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi} \quad (16)$$

в нашем случае дает

$$\rho = 0,8660 A \sqrt{\gamma}$$

с ошибкой 2,22%. Ту же ошибку дает приложение метода Остроградского в первом приближении³. Следует однако заметить, что второе приближение по методу Остроградского дает прекрасную точность⁴:

$$\rho = 0,8470 A \sqrt{\gamma}.$$

Наименее точный способ, изложенный в [4]⁵, дает ошибку 18,03%:

$$\rho = A \sqrt{\gamma}.$$

Пример 2. Разрывная характеристика:

$$f(\varphi) = \varphi + c \quad \text{при } \varphi > 0,$$

$$f(\varphi) = \varphi - c \quad \text{при } \varphi < 0.$$

(Фиг. 3).

В этом случае точное решение:

$$\rho = 1 : \left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{1 + \frac{A}{c}} \right].$$

¹ Вычисление его произведено по известной формуле, приведенной, напр., в [4], § 71, стр. 411.

² См. [3], стр. 52, ф-ла (93). Та же формула получается при использовании метода Галеркина. См. [2], стр. 310, ф-ла (10).

³ См. [4], стр. 414, ф-ла (223).

⁴ См. [5], § 83, стр. 275.

⁵ См. [5], § 83, стр. 277, ф-ла (15).

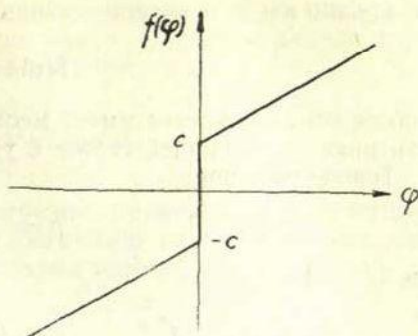
Приближенное решение по нашей формуле (15):

$$\rho = \sqrt{1 + \frac{5}{4} \frac{c}{A}}.$$

Приближенное решение по формуле Крылова-Боголюбова (16):

$$\rho = \sqrt{1 + 1,273 \frac{c}{A}}.$$

При различных отношениях c/A получим значения частоты, данные в таблице 1.



Фиг. 3.

Таблица 1.

$\frac{c}{A}$	0	0,5	1	2	3	5	10	100
Точное значение	1,000	1,276	1,500	1,867	2,174	2,683	3,662	11,15
По способу прямой линеаризации	1,000	1,275	1,500	1,871	2,179	2,693	3,672	11,22
По способу Крылова-Боголюбова	1,000	1,280	1,507	1,883	2,195	2,716	3,705	11,33

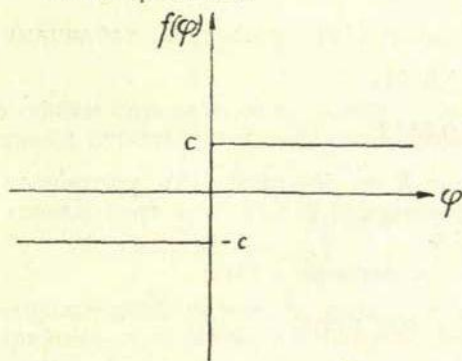
Пример 3. Разрывная характеристика:

$$f(\varphi) = c \quad \text{при } \varphi > 0,$$

$$f(\varphi) = -c \quad \text{при } \varphi < 0.$$

(Фиг. 4).

Точное решение:



Фиг. 4.

$$\rho = 1,111 \sqrt{\frac{c}{A}}.$$

Приближенное решение по способу прямой линеаризации:

$$\rho = 1,118 \sqrt{\frac{c}{A}}.$$

Приближенное решение по формуле Крылова-Боголюбова:

$$\rho = 1,128 \sqrt{\frac{c}{A}}.$$

Пример 4. Синусоидальная характеристика:

$$j(\varphi) = \sin \varphi$$

(такая характеристика имеет место в задаче о больших колебаниях маятника, приводящей также к уравнению (5)).

Точное решение:

$$p = \frac{\pi}{2K}, \quad (17)$$

где

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{A}{2} \cdot \sin^2 \varphi}}$$

полный эллиптический интеграл первого рода, приближенное значение которого может быть вычислено с помощью ряда:

$$K = \frac{\pi}{2} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{A}{2} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right)^2 \sin^4 \frac{A}{4} + \dots \right] \quad (18)$$

Приближенное решение по нашей формуле (15) дает:

$$p = \frac{1}{A^2} \sqrt{\frac{5}{A} \int_0^A \sin \varphi \cdot \varphi^3 d\varphi} = \\ = \frac{1}{A^2} \sqrt{\frac{5}{A} (-A^3 \cos A + 3A^2 \sin A + 6A \cos A - 6 \sin A)} \quad (19)$$

При $A = \frac{\pi}{2}$ получим по формуле (17), пользуясь таблицами эллиптических интегралов ($K = 1,8541$):

$$p = 0,8472;$$

если взять приближенное значение K по формуле (18), удерживая два члена, получим $p = 0,8664$ (ошибка 2,26%)¹, при трех членах получим $p = 0,8619$ (ошибка 1,73%).

Наше приближенное решение по формуле (19):

$$p = 0,8562 \text{ (ошибка 1,06\%)}.$$

¹ Ту же ошибку дает первое приближение по методу Ляпунова. См. [6], стр. 492.

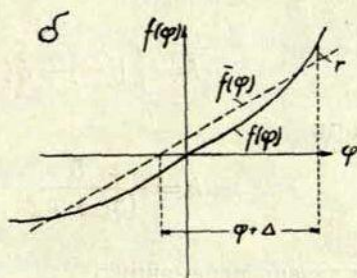
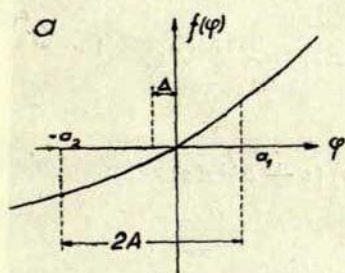
Способ Крылова-Боголюбова в данном случае требует предварительного разложения $\sin \varphi$ в ряд, так как в противном случае формула (16) приведет к вычислению интеграла

$$\int \sin(A \sin \varphi) \cdot \sin \varphi d\varphi.$$

На этом мы закончим рассмотрение примеров для нечетных характеристик, полагая, что ими достаточно иллюстрированы как простота, так и высокая точность способа прямой линеаризации.

3. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДВУХМАССОВОЙ СИСТЕМЫ (СЛУЧАЙ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ).

Пусть нелинейная характеристика несимметрична относительно начала координат (фиг. 5-а). В этом случае при начальном отклонении a_1 наибольшее отклонение в другую сторону будет a_2 , причем



Фиг. 5.

в общем случае $a_2 \neq a_1$. Связь между этими наибольшими отклонениями определяется очевидной формулой:

$$\int_{-a_2}^{a_1} f(\varphi) d\varphi = 0, \quad (20)$$

выражающей равенство потенциальной энергии системы в обоих крайних положениях. Из условия (20) всегда можно получить связь:

$$a_2 = a_2(a_1). \quad (21)$$

Среднее положение, около которого совершаются колебания, смещено от начала координат влево на величину:

$$\Delta = \frac{a_2 - a_1}{2}, \quad (22)$$

т. е. данному отклонению a_1 отвечает вполне определенное смещение центра колебаний Δ .

Соответственно заменяющая линейная характеристика \bar{f} пройдет через указанную точку, как это показано на фиг. 5-б. Уравнение этой характеристики

$$\bar{f}(\varphi) = k(\varphi + \Delta). \quad (23)$$

Вновь образуем уклонение

$$r = f(\varphi) - k(\varphi + \Delta)$$

и его момент относительно смещенного центра колебаний:

$$r(\varphi + \Delta) = [f(\varphi) - k(\varphi + \Delta)](\varphi + \Delta). \quad (24)$$

Минимизируя интеграл:

$$I = \int_{-a_2}^{a_1} [f(\varphi) - k(\varphi + \Delta)]^2 (\varphi + \Delta)^2 d\varphi, \quad (25)$$

получим:

$$k = \frac{5}{(a_1 + a_2)^5} \int_{-a_2}^{a_1} f(\varphi) (\varphi + \Delta)^3 d\varphi;$$

вводя теперь переменную

$$\alpha = \varphi + \Delta, \quad (26)$$

получим:

$$k = \frac{5}{2A^5} \int_{-A}^A f(\alpha - \Delta) \alpha^3 d\alpha,$$

где

$$A = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad (27)$$

есть амплитуда колебаний эквивалентной линейной системы. Таким образом, при несимметричной характеристике формула для частоты будет подобна (14):

$$p = \sqrt{\frac{5}{2A^5} \int_{-A}^A f(\alpha - \Delta) \alpha^3 d\alpha}. \quad (28)$$

Рассмотрим случай, когда характеристика представляет собой ломаную (фиг. 6):

$$f(\varphi) = k_1 \varphi \text{ при } \varphi > 0,$$

$$f(\varphi) = k_2 \varphi \text{ при } \varphi < 0.$$

Условие (20) приобретает вид:

$$\frac{a_1 k_1^2}{2} = \frac{a_2 k_2^2}{2},$$

откуда

$$a_2 = a_1 \beta,$$

где через β обозначен корень:

$$\beta = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}.$$

При этом по формуле (22):

$$\Delta = \frac{a_1}{2} (\beta - 1),$$

и по формуле (27):

$$A = \frac{a_1}{2} (\beta + 1).$$

Вычисления по формуле (28) дают:

$$\rho = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} \left[10\beta - \beta^2 - 1 - \frac{(\beta - 1)^6}{(\beta + 1)^4} \right]} \sqrt{k_2}.$$

Точное решение для этого случая имеет вид:

$$\rho = \frac{2\beta}{1 + \beta} \sqrt{k_2}.$$

Заметим, между прочим, что в рассматриваемом случае оба решения (точное и приближенное) обнаруживают независимость частоты от амплитуды колебания.

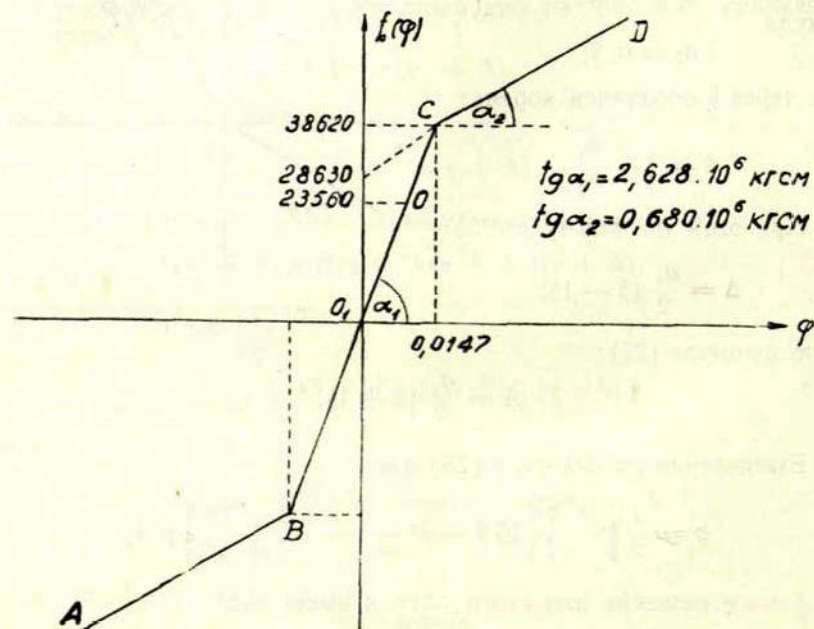
Сопоставление этих двух решений дано в следующей таблице 2 (множитель $\sqrt{k_2}$ в обоих случаях опущен):

Таблица 2.

β^2	1	2	3	4	5
Точное решение	1,000	1,171	1,268	1,333	1,382
Приближенное решение	1,000	1,180	1,290	1,359	1,425

Эти цифры позволяют заключить, что изложенный способ вполне пригоден и для случаев несимметричных характеристик.

Рассмотрим теперь практический пример: нелинейную упругую муфту авиадвигателя М-105, характеристика которой была показана выше на фиг. 1-б. При решении задачи о колебаниях системы, включающей такую муфту, следует иметь в виду, что муфта нагружена постоянным крутящим моментом; последний в рабочем



Фиг. 7-а.

режиме двигателя при $n = 2080$ об/мин равен 23590 кг/см^1 . Вследствие этого начало координат смещается по характеристике в точку O (фиг. 7-б), которая в дальнейшем принимается за начало отсчета. Практически достаточно рассмотреть участок $BOCD$, так как рабочий диапазон изменения углов находится между точками B и D .

Прежде всего, установим связь между максимальными отклонениями a_1 (вправо) и a_2 (влево), принимая, конечно, $a_1 > 0,00572$.

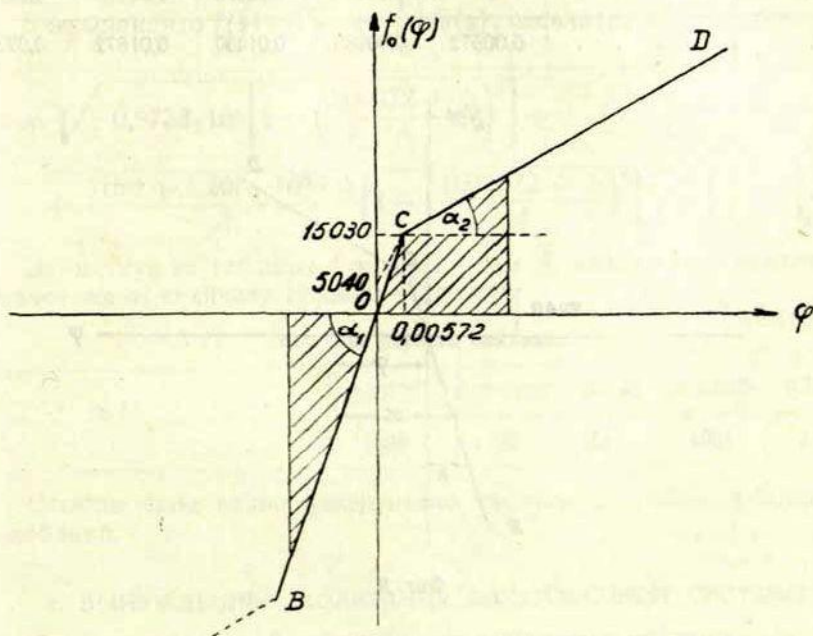
¹ См. [1], стр. 52.

Из чертежа, данного на фиг. 7-б, можно получить, что площадь, заштрихованная справа, составляет

$$F_1 = 0,68 \cdot 10^6 a_1^2 + 7250 a_1 - 20,74.$$

Абсолютная величина площади, заштрихованной слева, равна:

$$F_2 = 1,314 \cdot 10^6 \cdot a_2^2.$$



Фиг. 7-б.

Приравнивая F_1 к F_2 , найдем:

$$a_2 = \sqrt{0,5175 a_1^2 + 5,645 \cdot 10^{-3} a_1 - 1,578 \cdot 10^{-5}}.$$

С помощью этой формулы подсчитываем значения a_2 при разных значениях a_1 ; результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3.

Значения a_2 .

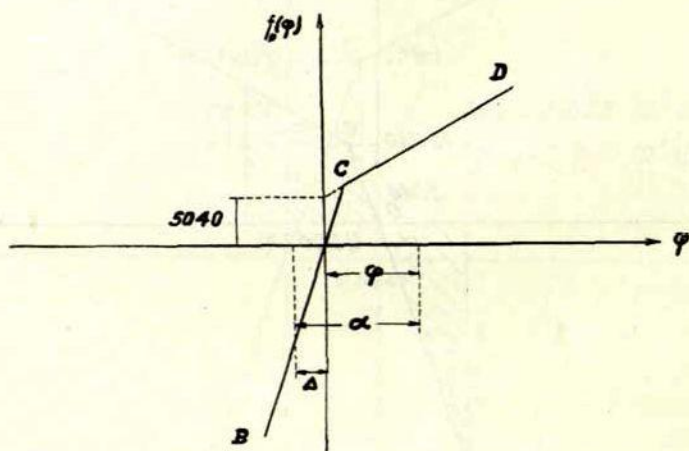
a_1	0,00572	0,01000	0,01500	0,02000	0,02500
a_2	0,00572	0,00961	0,01361	0,01743	0,02119

Пользуясь теперь формулами (23) и (27), составляем таблицу значений Δ и A в зависимости от значений a_1 :

Значения Δ и A .

Таблица 4.

a_1	0,00572	0,01000	0,01500	0,02000	0,02500
Δ	0	-0,00020	-0,00070	-0,00128	-0,00190
A	0,00572	0,00980	0,01430	0,01872	0,02310



Фиг. 8.

Для предстоящего теперь интегрирования по формуле (28) подготовим выражения входящих туда функций.

Так как на первом участке BC :

$$f_0(\varphi) = 2,628 \cdot 10^6 \cdot \varphi$$

и на втором участке CD :

$$f_0(\varphi) = 5040 + 0,68 \cdot 10^6 \cdot \varphi,$$

то при $-A < \alpha < 0,00572 + \Delta$:

$$f_0(\alpha - \Delta) = 2,628 \cdot 10^6 (\alpha - \Delta);$$

при $0,00572 + \Delta < \alpha < A$:

$$f_0(\alpha - \Delta) = 5040 + 0,68 \cdot 10^6 (\alpha - \Delta) \quad (\text{фиг. 8}).$$

Интеграл в формуле (28) вычислим так:

$$\int_{-A}^A = \int_{-A}^{0,00572 + \Delta} + \int_{0,00572 + \Delta}^A = 0,3896 \cdot 10^6 [(0,00572 + \Delta)^5 + A^5] - \\ - (1260 + 0,483 \cdot 10^6 \Delta) [(0,00572 + \Delta)^4 - A^4].$$

Учитывая, что $f(\varphi) = \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) f_0(\varphi)$, окончательно получим:

$$p = \sqrt{0,9738 \cdot 10^6 \left[1 + \left(\frac{0,00572 + \Delta}{A}\right)^5\right] + \\ + \frac{3150 + 1,207 \cdot 10^6 \cdot \Delta}{A} \left[1 - \left(\frac{0,00572 + \Delta}{A}\right)^4\right]} \sqrt{\left[\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right]}.$$

Займствуя из таблицы 4 значения Δ и A , найдем при различных значениях a_1 величину первого радикала.

Таблица 5.

Значение первого радикала.

a_1	0,00572	0,01000	0,01500	0,02000	0,02500
V	1396	1133	1065	1031	1005

Отсюда ясно видно уменьшение частоты с ростом амплитуды колебаний.

4. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДВУХМАССОВОЙ СИСТЕМЫ.

Если на диски 1 и 2 действуют гармонические крутящие моменты $M_1 \sin \omega t$ и $M_2 \sin \omega t$, то вместо (1) будем иметь:

$$I_1 \ddot{\theta}_1 - f_0(\theta_2 - \theta_1) = M_1 \sin \omega t,$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + f_0(\theta_2 - \theta_1) = M_2 \sin \omega t.$$

Вводя, как и раньше,

$$\varphi = \theta_2 - \theta_1 = \varphi_2 - \varphi_1,$$

$$\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) \cdot f_0(\varphi) = f(\varphi)$$

и, кроме того, обозначая:

$$\frac{M_2}{I_2} - \frac{M_1}{I_1} = m_0, \quad (29)$$

придем к уравнению:

$$\ddot{\varphi} + f(\varphi) = m_0 \sin \omega t, \quad (30)$$

Проводя линеаризацию указанным выше способом, получим эквивалентное уравнение:

$$\ddot{\varphi} + p^2 \varphi = m_0 \sin \omega t, \quad (31)$$

где p дается формулами (15) и (28). Отсюда, как известно, для установившегося процесса

$$\varphi = \frac{m_0 \sin \omega t}{p^2 - \omega^2},$$

т. е. амплитуда A будет:

$$A = \frac{m_0}{p^2 - \omega^2}. \quad (32)$$

Вспомнив теперь, что величина p^2 также зависит от амплитуды:

$$p = p(A),$$

получим для искомой амплитуды колебаний нелинейное алгебраическое уравнение:

$$A \cdot p^2(A) - A \omega^2 = m_0, \quad (33)$$

откуда и определяется искомое значение A .

Возможная многозначность решения такого уравнения не является неожиданностью; для вынужденных колебаний в нелинейных системах эта многозначность общеизвестна и получила детальное истолкование в литературе.

Если, например, остановиться на случае кубической характеристики (§ 2, пример 1), когда $\gamma = 1$:

$$p = 0,8451 A,$$

тогда уравнение (33) будет:

$$0,7142 A^3 - A \omega^2 = m_0.$$

Решение этого уравнения при данном значении m_0 имеет вид, показанный эскизно на фиг. 9.

Если возмущающие моменты состоят из ряда гармоник, то можно также исходить из линеаризованного уравнения типа (31); так, при двух гармониках будет:

$$\ddot{\varphi} + p^2 \varphi = m_{01} \sin \omega_1 t + m_{02} \sin \omega_2 t, \quad (33)$$

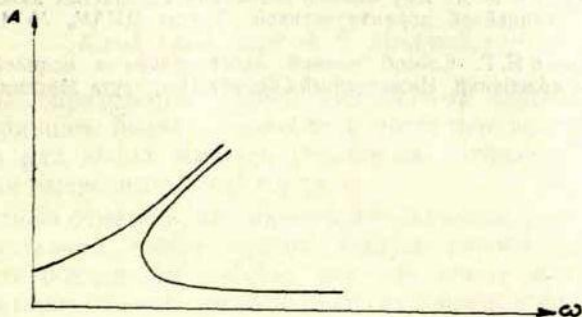
и стационарная часть решения имеет вид

$$\varphi = \frac{m_{01} \sin \omega_1 t}{p^2 - \omega_1^2} + \frac{m_{02} \sin \omega_2 t}{p^2 - \omega_2^2}.$$

Далее следует определить в общем виде амплитуду результирующего периодического колебания; если, например, максимум обеих гармоник достигается одновременно, то

$$A = \frac{m_{01}}{p^2 - \omega_1^2} + \frac{m_{02}}{p^2 - \omega_2^2}.$$

Это и есть уравнение для определения искомой амплитуды; при его решении следует помнить, что $p = p(A)$.



Фиг. 9.

5. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ МНОГОМАССОВОЙ СИСТЕМЫ

Опишем ход решения задачи о вынужденных колебаниях много-массовой системы, содержащей один нелинейный участок, когда возмущающие моменты $M_i \sin \omega t$ имеют одинаковую частоту и фазу.

После замены нелинейной характеристики $f(\varphi_k)$ эквивалентной линейной характеристикой $k_k \varphi_k$ получится обычная система линейных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций φ_i . Полагая затем $\varphi_i = A_i \sin \omega t$, мы придем к системе алгебраических уравнений относительно амплитуд A_i .

Решая эту систему, мы выразим амплитуды A_i через амплитуды возмущающих моментов M_i , через известные параметры линейной части системы и, наконец, через неизвестный пока параметр линеаризации K_k .

Взяв выражение амплитуды колебания нелинейного участка A_k и подставив туда вместо K_k его выражение (12), мы получим нелинейное уравнение относительно амплитуды колебания нелинейного участка A_k . Решив это уравнение, мы сможем по выражению (12) указать численное значение параметра линеаризации K_k , а затем вычислить и все остальные амплитуды колебания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейман И. Ш. Крутильные колебания многомассовой нелинейной системы. Оборонгиз, 1947.
2. Лурье А. И. и Чекмарев А. И. Вынужденные колебания в нелинейной системе с характеристикой, составленной из двух прямолинейных отрезков. Журнал «Прикладная математика и механика», том I, вып. 3, 1937.
3. Крылов Н. М. и Боголюбов Н. Н. Введение в нелинейную механику. Издание АН УССР, Киев, 1937.
4. Ден-Гартог. Теория колебаний. Москва, Гостехиздат, 1942.
5. Крылов А. Н. Лекции о приближенных вычислениях. Гостехиздат, 1951.
6. Лойцянский Л. Г. и Лурье А. И. Курс теоретической механики. Том 2, Госиздат, 1948.
7. Натанзон В. Я. Крутильные колебания коленчатых валов с муфтами, обладающими нелинейной характеристикой. Труды ЦИАМ, № 40. Оборонгиз, 1943.
8. Пановко Я. Г. Способ прямой линеаризации в нелинейных задачах теории упругих колебаний. Инженерный Сборник Института Механики АН СССР. Том XIII, 1952.

ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ ВИРТУАЛЬНОЙ РАБОТЫ К ТЕОРИИ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ

Канд. техн. наук А. К. Малмейстер

Способы определения частот собственных колебаний упругих систем в принципе решены давно, но в последнее время продолжает появляться ряд новых методов увеличения точности результата и уменьшения вычислительного труда.

Необходимо отметить, что именно в Советском Союзе, где строительная механика давно прочно заняла первое место в мире, продолжают появляться работы, дающие новые методы решения задач динамики, в том числе и методы определения частот свободных колебаний упругих систем.

Так, в 1939 году С. А. Бернштейн опубликовал новый метод определения частот колебаний упругих систем с помощью спектральной функции [1]. В 1942 году К. С. Завриев опубликовал обобщенный метод последовательных приближений для исследования свободных колебаний упругих систем [2].

В 1939 г. А. И. Безухов доказал справедливость применения многих теорем и законов статики в динамике.

В настоящей работе с помощью принципа взаимности получены новые рабочие формулы, облегчающие вычислительный труд при определении низшей частоты свободных колебаний упругих систем.

1. МЕТОД ВИРТУАЛЬНОЙ РАБОТЫ.

Рассмотрим консервативную, линейно-деформируемую систему, с осью которой связана масса $m(x)$, перемещения которой происходят только в направлении оси y . Если система совершает колебания около положения равновесия, то возникают силы инерции — $m(x)y''(x, t)$. Будем рассматривать действительную нагрузку $p(x) = = g m(x)$, как силы первой группы, которые дают перемещения $f(x)$, и силы инерции, как силы второй группы, со своими перемещениями $y(x, t)$.

Совершая предельный переход, мы вновь получим выражение (2).

Выражение (2) является точным, если вместо $f(x)$ и $v(x)$ поставить их точные выражения.

Пример. Двухопорная равномерно нагруженная балка совершает свободные колебания. Известно, что кривая статических прогибов

$$f(x) = \frac{pl^4}{24EI} (z - 2z^3 + z^4),$$

где $z = x/l$, и кривая динамических прогибов $v(x) = B \sin \pi z$.

Поставив известные кривые в выражение (2), получим:

$$k^2 = \frac{24EIgpB \int_0^1 \sin \pi z dz}{pl^4 pB \int_0^1 (z \sin \pi z - 2z^3 \sin \pi z + z^4 \sin \pi z) dz}.$$

Вычислив интегралы в числителе и знаменателе, найдем:

$$k^2 = \frac{\pi^4 EIg}{pl^4},$$

т. е. точный результат.

а) Балки.

Выражение (2) разрешает применить идею Рэля об использовании приближенной кривой колебаний для получения приближенного значения частоты.

Пример. Равномерно нагруженная двухопорная балка совершает свободные поперечные колебания. Кривая статических прогибов известна (см. пример 1). За форму динамических прогибов примем две прямые (треугольник).

$$v(x) = \begin{cases} z; & (z < 1/2) \\ 1 - z; & (z > 1/2) \end{cases}.$$

Используя формулу (2), получим:

$$k^2 = \frac{2gp \int_0^{1/2} z dz}{\frac{2pl^4}{24EI} p \int_0^{1/2} (z - 2z^3 + z^4) z dz},$$

$$k = \frac{9,72}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}},$$

что на 1,5% меньше истинного значения:

$$k = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}.$$

Пример. Тот же случай, но за форму колебаний принята квадратная парабола $v(x) = v_0(z - z^2)$, тогда

$$k^2 = \frac{gpv_0 \int_0^1 (z - z^2) dz}{\frac{pl^4}{24EI} pv_0 \int_0^1 (z - 2z^3 + z^4)(z - z^2) dz}.$$

После вычислений найдем $k = \frac{9,93}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$, что превышает истинное значение на 0,6%.

Пример. Зашемленная на обоих концах балка нагружена равномерной нагрузкой.

Кривая статического прогиба

$$f(x) = \frac{pl^4}{24EI} (z^2 - 2z^3 + z^4).$$

За кривую динамического прогиба примем две прямые (треугольник)

$$v(x) = \begin{cases} z; & (z < 1/2) \\ 1 - z; & (z > 1/2) \end{cases}$$

Частота получается:

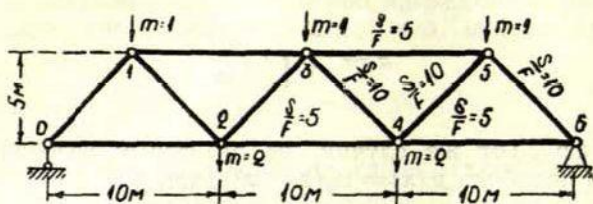
$$k^2 = \frac{2pg \int_0^{1/2} z dz}{2p \frac{pl^4}{34EI} \int_0^{1/2} (z^2 - 2z^3 + z^4) z dz} = 523 \frac{EI}{ml^4}$$

$$k = \frac{22,9}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}},$$

что отличается от точного на 2%.

б) Фермы.

Пример. Вычислить частоту собственных колебаний фермы, изображенной на фиг. 1.¹



Фиг. 1.

Из этой же работы взяты данные для вычисления статических прогибов

$$f_1 = 49,3 \cdot 10^{-6} \cdot 981 = 0,0484 \text{ см};$$

$$f_2 = 97,5 \cdot 10^{-6} \cdot 981 = 0,0956 \text{ см};$$

$$f_3 = 110,6 \cdot 10^{-6} \cdot 981 = 0,1084 \text{ см}.$$

а) Примем уточненные ординаты формы динамического изгиба (взяты относительные величины), заимствованные из той же книги К. С. Завриева:

$$v_1 = 378; \quad v_2 = 773,9; \quad v_3 = 883.$$

Расчет частоты по выражению (2) приводится в виде таблицы:

Узел	m	f	v	mv	mfv
1	1	0,0484	378	378	18,3
2	2	0,0956	773	1546	148,0
3	1/2	0,1084	883	441	479

$$\Sigma = 2365 \quad \Sigma = 214,2$$

$$k^2 = \frac{g \Sigma mv}{\Sigma mfv} = \frac{981 \cdot 2365}{214,2} = 10831 \text{ сек}^{-2}; \quad k = 104,0 \text{ сек}^{-1}.$$

б) За кривую формы колебаний примем синусоиду

$$v(x) = \sin \pi x / l; \quad v_n = \sin \frac{\pi x_n}{l}.$$

¹ См. [2], стр. 117.

Узел	Узловая масса	f	$v = \sin \frac{\pi x_n}{l}$	mv	mfv
1	1	0,0484	0,500	0,500	0,0242
2	2	0,0956	0,867	1,734	0,1660
3	1/2	0,1084	1	0,500	0,0542
				2,734	0,2444

$$k^2 = \frac{981 \cdot 2,734}{0,2444} = 10960 \text{ сек}^{-2}; \quad k = 104,7 \text{ сек}^{-1}.$$

в) За кривую формы колебаний примем статические прогибы

Узлы	Узловая масса	f	$v = f$	mv	mfv
1	1	0,0484	0,0484	0,0484	0,00234
2	2	0,0956	0,0956	0,1912	0,01827
3	1/2	0,1084	0,1084	0,0542	0,00587
				0,2938	0,02648

$$k^2 = \frac{981 \cdot 0,2938}{0,02648} = 10880 \text{ сек}^{-2}; \quad k = 104,3 \text{ сек}^{-1}$$

г) За форму колебаний примем две прямые

Узлы	m	f	v	mv	mfv
1	1	0,0484	1	1,00	0,0484
2	2	0,0956	2	4,00	0,3824
3	1/2	0,1084	3	1,50	0,1626
				6,50	0,6134

$$k^2 = \frac{981 \cdot 6,50}{0,6134} = 10400 \text{ сек}^{-2}; \quad k = 102,0 \text{ сек}^{-1}.$$

Результаты этих расчетов сведены в таблицу:

Принятая форма колебаний	Частота k	%	Ошибка в %
а) Точная форма колебаний, найденная методом последовательных приближений	104,0	100	—
б) Синусоида	104,7	100,7	+ 0,7
в) Кривая статических прогибов	104,3	100,3	+ 0,3
г) Две прямые (треугольник с вершиной посередине)	102,0	98,0	— 2,0

2. УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ.

Убедившись в хорошей точности формулы (2) для определения приближенного значения низшей частоты упругих систем, попробуем использовать совсем грубое предположение, что все массы колеблются с одинаковыми амплитудами, т. е. $v(x) = \text{const}$. В этом случае формула (2) упростится:

$$k^2 = \frac{g \int_0^l p(x) dx}{\int_0^l p(x) f(x) dx} = \frac{gQ}{2U} = \frac{g}{f_c}, \quad (5)$$

где $Q = \int_0^l p(x) dx$ — равнодействующая нагрузок,

$2U = \int_0^l p(x) f(x) dx$ — удвоенная потенциальная энергия

системы в положении равновесия, $f_c = 2U/Q$ — статическое перемещение, соответствующее точке приложения равнодействующей, которую мы будем называть центральной точкой.

В выражении (5) частота зависит от одного параметра — от статического перемещения центральной точки f_c .

Вернемся к выражению (2) и напишем обратную величину:

$$\frac{1}{k^2} = \frac{\int_0^l p(x) f(x) v(x) dx}{g \int_0^l p(x) v(x) dx}. \quad (6)$$

Выразим перемещение $f(x)$ и $v(x)$ как сумму, состоящую из перемещения центральной точки f_c и v_c и перемещений отдельных точек по отношению к центральной точке:

$$f(x) = f_c + f_i(x), \quad (7a)$$

$$v(x) = v_c + v_i(x), \quad (7b)$$

где

$$f_c = \frac{\int_0^l p(x) f(x) dx}{\int_0^l p(x) dx}, \quad (8a)$$

$$v_c = \frac{\int_0^l p(x) v(x) dx}{\int_0^l p(x) dx} \quad (86)$$

Подставив формулы (7) в выражение (6), получим:

$$\frac{q}{k^2} = \frac{\int_0^l p(x) [f_c + f_i(x)] [v_c + v_i(x)] dx}{\int_0^l p(x) [v_c + v_i(x)] dx},$$

или

$$\frac{g}{k^2} = \frac{\int_0^l p(x) f_c v_c dx + \int_0^l p(x) v_c f_i(x) dx + \int_0^l p(x) f_c v_i(x) dx + \int_0^l p(x) f_i(x) v_i(x) dx}{\int_0^l p(x) v_c dx + \int_0^l p(x) v_i(x) dx}$$

Согласно определению (8а) и (8б), следует:

$$\int_0^l p(x) v_i(x) dx = 0, \quad (9a)$$

$$\int_0^l p(x) f_i(x) dx = 0, \quad (9б)$$

поэтому

$$\frac{g}{k^2} = \frac{f_c v_c \int_0^l p(x) dx + \int_0^l p(x) f_i(x) v_i(x) dx}{v_c \int_0^l p(x) dx},$$

или

$$\frac{g}{k^2} = f_c + \frac{\int_0^l p(x) f_i(x) v_i(x) dx}{v_c \int_0^l p(x) dx} = f_c + \Delta, \quad (10)$$

где

$$\Delta = \frac{\int_0^l p(x) f_i(x) v_i(x) dx}{v_c \int_0^l p(x) dx}.$$

Кривая колебаний основного тона всегда имеет тот же характер, что и кривая статических перемещений, поэтому величины $f_1(x_n)$ и $u_1(x_n)$ будут иметь один и тот же знак и

$$\int_0^l p(x) f_1(x) u_1(x) dx$$

будет величина положительная (небольшая).

Используя выражение (10) и пренебрегая величиной Δ , мы получим значение k всегда увеличенным.

Этим и доказано, что выражение (5) дает верхний предел выражения (2), используя приближенные формы колебаний для определения приближенного значения низшей частоты упругой системы.

Для иллюстрации возможных величин неточностей формулы (5) приведем конкретные примеры.

а) Балки.

Двухопорная балка нагружена n одинаковыми грузами, расположенными на одинаковых расстояниях.

Выражаем значение частоты формулой

$$k_n = \beta_n \sqrt{\frac{Elg}{PL^3}}$$

Коэффициент β_n , в зависимости от количества грузов n , приводится в таблице:

Количество грузов	1	2	3	4	5	7	9	11	15	∞
По вычислению А. П. Филипова (точно)	6,92	5,69	4,93	4,39	4,04	3,48	3,12	2,84	2,46	—
По изложенному методу	6,92	5,69	5,06	4,53	4,20	3,66	3,30	3,04	2,66	—
Разница в %	0	0	2,5	3,2	4,0	5,2	5,9	7,0	8,0	110 ⁰

Последняя цифра для равномерно нагруженной балки получена из выражения (5):

$$k^2 = \frac{gpl}{p \int_0^l f(x) dx} = \frac{gl}{\frac{pl^5}{120 EI}} = 120 \frac{El}{ml^4}$$

$$k = \frac{10,96}{l^2} \sqrt{\frac{El}{m}}$$

что выше истинного значения

$$k = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

на 11%.

б) Фермы.

Потенциальная энергия в узлах нагруженной фермы выражается:

$$2U = \sum_i N_i^2 \frac{s_i}{F_i E},$$

где N_i — усилия в стержнях от заданной нагрузки; s_i и F_i — длина и площади поперечных сечений стержней. Тогда выражение (5) примет следующий вид:

$$k^2 = \frac{gE \sum_n P_n}{\sum_i N_i^2 s_i / F_i}. \quad (11)$$

Весь расчет значения частоты дается в виде одной таблицы, причем не требуется никаких промежуточных подсчетов (перемещений и т. п.).

Пример. Вычислить низшую частоту для собственных колебаний фермы, показанной на фиг. 1.

Стержень	s_i/F_i	N_i	$N_i^2 s_i/F_i$
0—2	5	3,5	61,5
2—4	5/2	6,5	106,0
0—1	5	4,95	122,5
1—3	5	6,0	180,0
1—2	10	3,54	125,5
2—3	10	0,707	5,0

$$\Sigma = 600,5$$

$$\Sigma P = 7$$

$$k^2 = \frac{981 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 7}{2 \cdot 600,5} = 11425 \text{ сек}^{-2} \quad k = 106,9 \text{ 1/сек.}$$

Точное значение частоты $k = 104,0 \text{ сек}^{-1}$.

В данном случае метод равнодействующей дал преувеличение результата на 2,7%.

Пример. Определить низшую частоту собственных колебаний фермы, показанной на фиг. 2; равномерная нагрузка $p = 0,298$ т/м.

Стержень	S/F	N	$N^2 S/F$
0—2	1,02	1,16	1,37
2—4	1,09	3,22	11,30
4—6	1,59	4,61	23,20
6—8	1,09	5,38	31,75
1—3	1,74	2,32	9,37
3—5	1,80	4,12	30,50
5—7	1,80	5,20	48,70
7—9	0,90	5,56	27,70
0—1	3,07	2,26	15,65
1—2	3,07	3,32	16,60
2—3	5,06	1,75	15,50
3—4	5,06	1,67	14,10
4—5	5,06	1,00	5,06
5—6	5,06	1,00	5,06
6—7	5,06	0,33	0,55
7—8	5,06	0,33	0,55

$$\Sigma = 256,96$$

$$k^2 = \frac{981 \cdot 2150 \cdot 0,298 \cdot 14,75}{2 \cdot 256,96} = 18050 \text{ сек}^{-2} \quad k = 134 \text{ 1/сек.}$$

Энергетический метод [3] дал результат $k = 127,1$, (разница 5,3%).

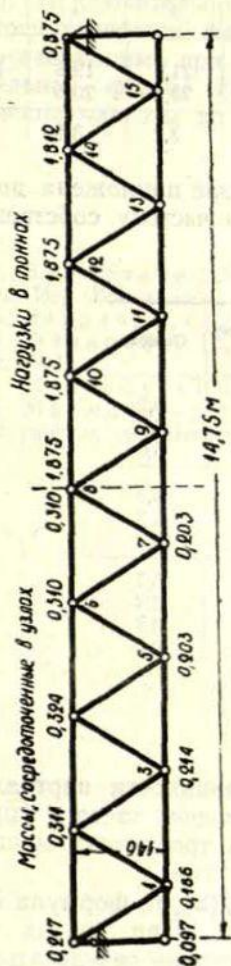
Пример. Определить низшую частоту собственных колебаний фермы, показанной на фиг. 3.

Стержень	S/F	N	$N^2 S/F$
U_1	6	19,15	2202
U_2	3	45,40	6185
U_3	1,5	54,20	4410
O_2	4,8	35,0	5880
O_3	3,27	52,5	8980
D_1	4,03	27,9	3145
D_2	4,37	23,1	2330
D_3	6,55	15,15	1507
D_4	8,74	10,32	926
D_5	10,48	2,42	63
V_2	4,75	3,1	45
V_3	4,75	3,1	45

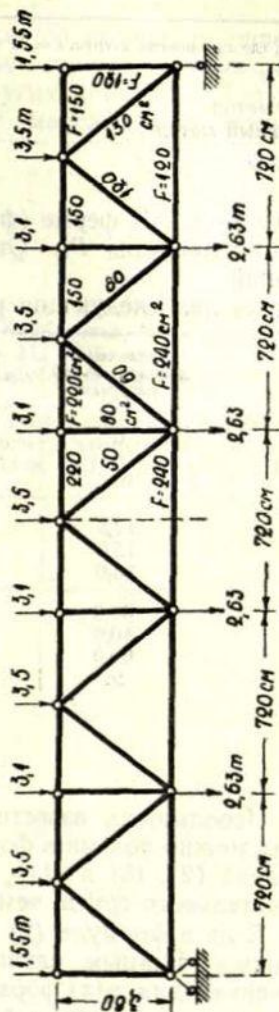
$$\Sigma = 35780$$

$$k^2 = \frac{981 \cdot 2150 \cdot 40,42}{2 \cdot 35780} = 1192 \text{ сек}^{-2} \quad k = 34,5 \text{ 1/сек.}$$

что расходится с точным результатом на 5,2%.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Для определения неточности метода в случае несимметричной нагрузки и одной большой узловой нагрузки решены два примера.

Пример. К ферме (фиг. 3) приложена дополнительная нагрузка $P=40$ т. Определить низшую частоту собственных колебаний.

После расчетов получены следующие результаты:

Узел, где приложена нагрузка = 40 т.	1	2	3	4	5
Точный метод	30,0	25,0	21,6	19,8	18,4
Изложенный метод	32,2	25,6	22,3	20,5	19,4
Ошибка %	7,3	2,4	3,2	3,5	5,4

Пример. К ферме (фиг. 3) в среднем узле приложена дополнительная нагрузка P_5 . Определить низшую частоту собственных колебаний.

Расчет дал следующие результаты:

Величина дополнительной нагрузки	Точный результат	По изложенному методу	Ошибка
0	32,8	34,5	5,2
5	29,45	31,15	5,8
10	26,78	28,40	6,0
12,5	25,5	27,1	6,3
15,0	24,66	26,2	6,3
20,0	22,9	24,35	6,3
30,0	20,3	21,45	5,7
40,0	18,4	19,4	5,4
60,0	15,8	16,4	3,8
∞	—	—	0,0

ВЫВОДЫ:

1. Используя известную теорему о взаимности виртуальной работы, можно получить формулы для определения частоты упругих колебаний (2), (5) и (11), более удобные и требующие меньшего исчислительного труда, чем до сих пор известные.

2. Если в формуле (2) положить $v(x) = f(x)$, то формула Рэлея становится частным случаем формулы (2). При других предположениях для $v(x)$ формула дает более точные результаты, чем любая другая известная формула, потому что наперед задаваемая функция $v(x)$ в формуле (2) нигде не возводится в квадрат и нигде не дифференцируется (как это требуется делать при пользовании другими приближенными формулами).

3. Формула (2) допускает использование даже такого грубого приближения, как $v(x) = \text{const}$. При этом для двухопорной балки максимальная ошибка в значении частоты получается, в случае равномерно распределенной нагрузки, порядка 11%. Для одного груза формула (5) является точной.

4. Формула (5) дает верхний предел для частоты, определяемой по формуле (2).

5. Исключительно простая формула (5) позволяет определить частоту колебаний фермы без каких-либо промежуточных расчетов (что необходимо при использовании других методов). Для десятипанельной фермы формула (5) дает максимальное завышение значения частоты до 7%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бернштейн С. А., Новый метод определения частоты колебаний упругих систем, Изд. Военно-инж. академии РККА им. Куйбышева, М., 1939.
2. Завриев К. С., Динамика сооружений, М., 1946.
3. Филипов А. П., Методы расчета сооружений на колебания, Стройиздат, 1941.
4. Прокофьев И. П., Смирнов А. Ф., Теория сооружений, ч. III, М., 1948.
5. Малмейстер А. К., Новый метод расчета частоты собственных колебаний упругих тел, Известия Академии Наук Латв. ССР, № 5 (10), 1948.

TELPISĶU ORTOGONALU RĀMJU APRĒĶINĀŠANA PĒC FOKUSMETODES

Ž. Mēness

Rāmjveida stieņu sistēmas telpā bieži vēl aplēš kā plakanus rāmjus, ignorējot vērpto stieņu ietekmi. Kļūda, kas tādejādi rodas aprēķinā, atkarīga no konstrukcijas rakstura, stieņu savstarpējiem stingrumiem un laidumiem; šīs kļūdas lielums dažos gadījumos var sasniegt vairākus desmitus procentu. Tāds pieņēmums dod pārspīlētas lieces momentus uz vērpes momentu rēķina, prasa palielinātas konstrukcijas elementu dimensijas un tātad arī nevajadzīgi lielu būvmateriālu patēriņu.

Līdz šim lielus sasniegumus telpisko darinājumu aprēķina metožu izstrādāšanā un izkopšanā uzrādījuši daudzi padomju zinātnieki, kā: Vlasovs, Rabinovičs, Umanskis, Bičkovs, Garbunovs, Streļbicka, Ripenbeins, Volodins, Muraševs u. c. Prof. Bičkovs, apskatot telpiski slodzētu plānsieniņu konstrukciju aplēses metodes, min arī fokusmetodi, izmantojot to bimomentu atrašanai [1]; prof. Rabinovičs aizrāda uz iespēju pielietot fokusmetodi telpisko rāmju aprēķināšanai [2], turpat arī aizrādot, ka grūtības rodas sakarā ar telpisko rāmju mezglu augsto pārvietojamības pakāpi.

Padomju inženieri — Ripenbeins, Volodins un Murašovs jau 1928. gadā izstrādāja metodi telpisko rāmju aplēsei [6].

Nemot vērā šos atzinumus, šī raksta autors izstrādājis praksē lietojamu paņēmieni fokusmetodes piemērošanai pirmkārt telpiskiem rāmjiem ar nepārvietojamiem mezgliem.

Fokusmetode savā tagadējā veidā, kādu to lieto plakanu rāmju aplēsēm, operē ar divējāda veida attiecībām:

1) fokusattiecībām k , kādas pastāv starp neslodzētā stieņa abu galu momentiem, un

2) sadalīšanās koeficientiem μ — attiecībām, kādas pastāv starp vienā mezglā ieejošo stieņu momentiem. Zinot katram stienim šīs abas attiecības — fokuspunktu attiecības k un sadalīšanās koeficientu μ , — varam atrast dotai stieņu sistēmai attiecīgos momentus dažādiem slodzību gadījumiem.

Telpiskiem rāmjiem bez liektajiem stieņiem ir arī vērptie stieņi, tādēļ fokusmetode savā tagadējā veidā nav tieši piemērojama, jo ne sadalīšanās koeficients μ , ne fokusattiecība k neietver vērpto stieņu ietekmi. Sadalīšanās koeficients μ , kas rāda, kāda daļa no aktīvā mo-

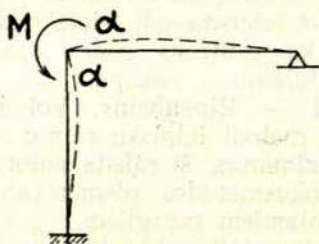
menta krīt uz katru apskatāmā mezgla stieni, šinī mezglā arī noslēdzas, jo kopā dod lielumam 1, t. i., $\Sigma \mu = 1$. Matemātiski mezglus savā starpā saista vienīgi fokusattiecības k . Bet lielumi k , kas raksturo katru liektā stieņa iespīlējuma pakāpi mezglā, visiem vērptiem stieņiem ir vienādi, t. i., $k = 1$, neatkarīgi no stieņa iespīlējuma pakāpes.

Momentu lielumus kā liektiem, tā vērptiem stieņiem nosaka stieņu iespīlējuma pakāpes. Tā kā vērptiem stieņiem lielumi μ un k iespīlējuma pakāpes neraksturo, tad vērpes momentus ar minētajiem lielumiem vien nav iespējams noteikt.

Lai fokuspunktu metodi piemērotu telpiskiem ortogonāliem rāmjiem, kur būtu ietverta arī vērpto stieņu ietekme, tad sadalīšanās koeficients μ jāaizvieto ar vienības momentu m . Apzīmējums m ņemts no Rogicka rāmju aplēses pēc pakāpenisko tuvinājumu metodes; nedodot terminu minētajam apzīmējumam, viņš raksturo to kā momentu, kas piešķir mezglam vienu vienību lielu leņķisko deformāciju [3]. Šī raksta autors lielumus m nosaucis par vienības momentiem. Vienības momenta m būtību raksturo šāds piemērs:

Ja mezglā pielikts moments M , rodas mezglā pagriešanās leņķis φ . Pieliekot M vietā vienības momentu m , rodas mezglā pagriešana leņķis $\varphi = 1$. Tātad $\varphi = \frac{M}{m}$. Zinot m , pēc dotā aktivā momenta M varam atrast mezglā pagriešana leņķi φ .

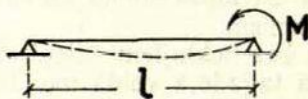
Lielumu m varam atrast, ja zināmi stieņa gala atbalstišanas apstākļi. Piemēram ņemsim rāmi, kas sastāv no 2 stieņiem (1. zīm.).



1. zīm.

Brīvi atbalstītam stienim (2. zīm.), kam pielikts moments M , gala pagriešana leņķis

$$\alpha = \frac{Ml}{3EI}.$$



2. zīm.

Tā kā $\alpha = \frac{M}{m}$, tad šinī gadījumā $m = 3 \frac{EI}{l}$.

Ievēdot fokusmetodē lietoto stieņu īpatnējā stingruma apzīmējumu

$$i = \frac{EI}{l},$$

dabūjam

$$m = 3i. \quad (1)$$

Ja stieņa gals nav brīvi balstīts, bet iespīlēts, tad

$$\alpha = \frac{Ml}{4EI}.$$

Tātad

$$m = 4 \frac{EI}{l} = 4i. \quad (2)$$

Tā kā katrs stienis rāmjeida stieņu sistēmā ir elastīgi iespīlēts, tad tā vienības momenta m robežas ir

$$3i \leq m \leq 4i.$$

Uz šo apstākli aizrāda arī Charkovas universitātes profesors Beļakovs; viņš lieto reciproka lielumus un dabū robežas no 0,33 līdz 0,25 [4].

Ja vienā mezglā vienības moments m zināms, tad nākošajā mezglā tas atrodams pēc sakarības

$$m = 4i \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{m_0}{i}} \right). \quad (3)$$

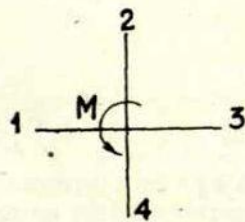
Ja visiem stieņiem, kas iziet no viena mezgla, lielumi m zināmi, tad šinī mezglā pieliktais aktīvais moments

sadalās proporcionāli vienību momentiem.

Piemēram (3. zīm.):

$$M_1 = M \frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4};$$

$$M_2 = M \frac{m_2}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}; \quad \text{utt.}$$

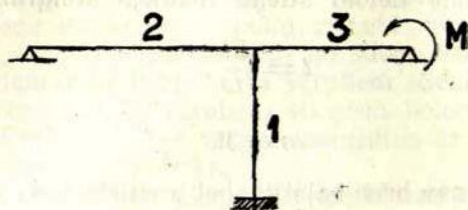


3. zīm.

Starp vienību momentiem m un fokusattiecībām k ir šāds sakars:

$$k = 2 + \frac{6i}{m}. \quad (4)$$

Zinot dotajā rāmī visiem stieņiem m un k , var atrast momentus tāpat, kā tos atrod pēc parastās fokusmetodes. Piemēram (4. zīm.):



4. zīm.

$$\text{Ja } i_1 = \frac{E_1 I_1}{l_1}; \quad i_2 = \frac{E_2 I_2}{l_2}; \quad i_3 = \frac{E_3 I_3}{l_3},$$

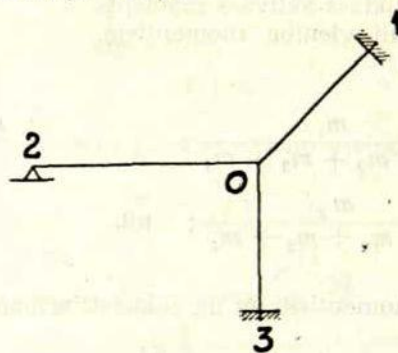
tad pēc sakarības (2) $m_1 = 4i_1$, jo 1. stieņa galā ir iespilējums; pēc sakarības (1) $m_2 = 3i_2$, jo 2. stieņa gals ir brīvi balstīts. 3. stieņa iespilējuma pakāpi mezglā raksturo abu stieņu (1. un 2.) vienības momentu suma: $m = m_1 + m_2$. Fokusattiecības pēc sakarības (4) ir

$$k_3 = 2 + \frac{6i_3}{m}.$$

No tā izriet, ka $M_3 = \frac{M}{k_3}$; $M_2 = M_3 \frac{m_2}{m}$ un $M_1 = M_3 \frac{m_1}{m}$.

Tādā kārtā atrodami visi momenti plakana rāmjuveida stieņu sistēmā.

Ja kāds no stieņiem iet trešā virzienā — telpā, tad šī stieņa m un k sakarības ir citas (5. zīm.).



5. zīm.

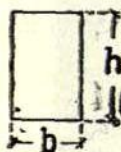
Stienis 0—1 perpendikulārs 0—2 un 0—3 plaknei. Tādā gadījumā stieņa 0—1 īpatnējais stingrums, t. i., stingrums uz garuma vienību, ir noteikts ar vērpes inerces momentu un bīdes moduli G , jo, mezglam pagriežoties 2—0—3 plaknē, stienis 0—1 tiks vērpts. Ja vērpes moments ir M , tad savērpšanās leņķis

$$\varphi = \frac{M_v l}{G I_v}.$$

Vērpes inerces moments atrodams pēc polarā inerces momenta:

$$I_v = a I_p = a (I_x + I_y),$$

kur a ir koeficients pārejai no polarā inerces momenta uz vērpes inerces momentu; riņķa šķērsgriezumam $a = 1$, kvadrātam $a = 0,843$. Taisnstūra šķērsgriezumam a atrodams sekojošā tabulā:



h/b	1	1,5	2	3	4	6	8	10
a	0,843	0,723	0,548	0,316	0,198	0,0967	0,0567	0,0371

6. zīm.

Bīdes modulis G izsakāms ar elastības moduli E un šķērsdeformācijas koeficientu ν (Puasona koeficientu).

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

Tātad stieņa vērpes stingrums uz garuma vienību i_v izsakāms šādi:

$$\begin{aligned} i_v &= \frac{G I_v}{l} = a \frac{E (I_x + I_y)}{2(1 + \nu) l} = \\ &= \left(\frac{E I_x}{l} + \frac{E I_y}{l} \right) \frac{a}{2(1 + \nu)} = a \frac{i_x + i_y}{2(1 + \nu)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Vērpes vienības moments m_v ir moments, kas savērpj stieņa gala šķērsgriezumu par vienu vienību lielu leņķi. Ja stienim pielikts vērpes moments M , tad savērpšanās leņķis

$$\varphi = \frac{M_v}{m_v},$$

analogiski lieces momenta darbības gadījumam.

Tā kā

$$\varphi = \frac{M_{\sigma} l}{GI_{\sigma}} = \frac{M_{\sigma}}{\frac{GI_{\sigma}}{l}} = \frac{M_{\sigma}}{m_{\sigma}},$$

tad

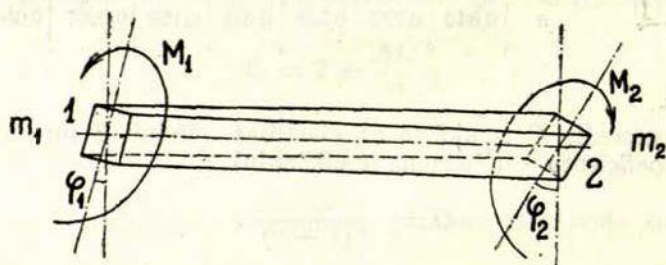
$$m_{\sigma} = \frac{GI_{\sigma}}{l} = a \frac{i_x + i_y}{2(1 + \nu)} = i_{\sigma}. \quad (6)$$

Redzams, ka iespīlētā stieņa vērpes vienības moments ir vienāds ar šī stieņa vērpes stingrumu un atrodams pēc lieces stingrumiem abu asu virzienos — i_x un i_y .

Ja apskatāmā stieņa gals elastīgi iespīlēts, pie kam iespīlējuma pakāpi nosaka vienības moments m_1 , kas var būt sastādīts kā no lieces, tā vērpes vienību momentiem, tad šinī stieņa galā radīsies vērpes leņķis

$$\varphi_1 = \frac{M_1}{m_1}.$$

Izdalot vērpto stieni ar tā momentiem no stieņu sistēmas, dabūjam šādu ainu (7. zīm.):



7. zīm.

Līdzsvara dēļ jābūt $M_1 = M_2 = M$. No tā izriet, ka $k = 1$, jo $M_2 = \frac{M_1}{k}$. Tātad vērptiem stieņiem fokusattiecības $k = 1$.

Tāpat kā liektiem stieņiem, arī vērptā stieņa abu galu vienību momenti ir savstarpēji saistīti un viens otru nosaka. Ja m_1 ir zināms, tad m_2 var atrast.

Tā kā stienis kreisajā galā savērpjas par leņķi $\varphi_1 = \frac{M}{m_1}$, tad savērpšanās leņķis stieņa labajā galā ir

$$\varphi_2 = \frac{M}{i_{\sigma}} + \varphi_1 = \frac{M}{i_{\sigma}} + \frac{M}{m_1} = M \left(\frac{1}{i_{\sigma}} + \frac{1}{m_1} \right).$$

Tā kā $m_2 = \frac{M}{\varphi_2}$, tad, ieliekot φ_2 vietā tā nozīmi, dabūjam:

$$m_2 = \frac{M}{M \left(\frac{1}{i_v} + \frac{1}{m_1} \right)} = \frac{1}{\frac{1}{i_v} + \frac{1}{m_1}} = \frac{m_1}{1 + \frac{m_1}{i_v}}. \quad (7)$$

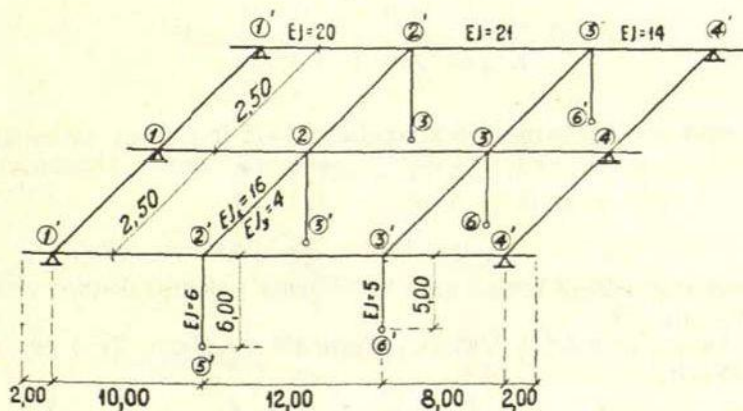
No šī vienības momenta m_2 iepriekš norādītajā veidā var atrast fokusattiecības k , kas tagad ietver kā liektos, tā vērtos stieņus.

Pēc dotajām sakarībām vienību momenti pāriet no stieņa viena gala uz otru un tur sumējas ar pārējiem mezglā pienākošo stieņu vienības momentiem neatkarīgi no tā, vai tie ir lieces vai vērpes vienību momenti, dodot sumā mezgla vienības momentu, kas raksturo elastīgo iespīlējuma pakāpi un nosaka fokusattiecības k , tātad — momentu lielumus.

Attiecībā uz slodzētā stieņa momentiem paliek spēkā visas fokusmetodes sakarības, kādas lieto plakaniem rāmjiem. Starpība vienīgi tā, ka fokusattiecības k ietver arī vēрто stieņu ietekmi un vienam stienim parādās 3 dažāda veida momenti: M_x un M_y — lieces momenti abu asu virzienos un M_v — vērpes moments. Tādēļ katram stienim atrodami trīs vienību momenti: m_x , m_y un m_v , kā arī divas fokusattiecības: k_x un k_y , jo $k_v = 1$ katrā gadījumā.

Telpiskā rāmja aprēķināšanas gaita parādīta sekojošā piemērā:

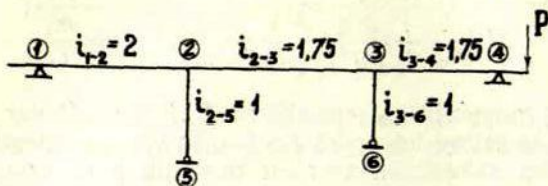
1. piemērs



8. zīm.

Dota dzelzsbetona tilta rāmja konstrukcijas aprēķina schema. Lai novērotu, kādu ietekmi šinī gadījumā dod šķērssiiju vērpe, uzdevums

atrisināts vispirms kā plakana rāmja uzdevums, šķērssiijas neievērojot. Tādā gadījumā rodas šāda aprēķina schema:



9. zīm.

Turpmāk iztīrāta šī piemēra aplēses gaita.

Skicē atzīmētie stieņu stingrumi atrasti sekojoši:

$$i_{1-2} = \frac{EI_{1-2}}{l_{1-2}} = \frac{20}{10} = 2;$$

$$i_{2-3} = \frac{21}{12} = 1,75;$$

$$i_{3-4} = \frac{14}{8} = 1,75;$$

$$i_{2-5} = \frac{6}{6} = 1;$$

$$i_{3-6} = \frac{5}{5} = 1.$$

Vienības moments mezglā 2 no stieņa 1—2 ir

$$m_{2-1} = 3i_{1-2} = 3 \cdot 2 = 6,$$

$$\text{bet no stata 2—5 } m_{2-5} = 3 \cdot 1 = 3$$

$$\text{Kopā } m_2 = 9.$$

Tātad stieņa 2—3 kreisā gala iespīlējuma pakāpi raksturo vienības moments $m_2 = 9$.

Apskatām mezglu 3. Vienības moments no stieņa 2—3 pēc sakraības (3) ir:

$$m_{3-2} = 4i_{2-3} \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{m_2}{i_{2-3}}} \right) = 4 \cdot 1,75 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{9}{1,75}} \right) = 6,24.$$

No vertikālā stieņa 3—6 mezglā 3 rodas

$$\text{vienības moments } m_{3-6} = 3 \cdot 1 = 3$$

$$\text{Kopā } m = 9,24$$

Attiecīgās fokusattiecības pēc sakarības (4) ir:

$$k_{1-2} = k_{5-2} = k_{6-3} = 2 + \frac{6i}{0} = \infty,$$

jā brīvi balsītā stieņa galā iespēļējuma pakāpe ir nulle, tātad arī vienības moments ir nulle.

$$k_{2-3} = 2 + \frac{6i_{2-3}}{m_2} = 2 + \frac{6 \cdot 1,75}{9} = 3,167$$

un

$$k_{3-4} = 2 + \frac{6i_{3-4}}{m_3} = 2 + \frac{6 \cdot 1,75}{9,24} = 3,137.$$

Ja uz konsoles uzbraucis automobiļa smagās ass ritenis ar slodzi $P = 4,75$ t, tad moments mezglā 4 ir:

$$M_4 = 2 \cdot 4,75 = 9,50 \text{ tm.}$$

Stieņa 3—4 kreisajā galā tad ir moments

$$M_{3-4} = \frac{M_4}{k_{3-4}} = \frac{9,50}{3,137} = 3,19 \text{ tm.}$$

Šis moments mezglā 3 strādā kā aktīvais moments un rada abos pārējos mezglā stieņos šo stieņu vienības momentiem proporcionālus momentus

$$M_{3-6} = M_{3-4} \frac{m_{5-6}}{m_3} = 3,19 \cdot \frac{3}{9,24} = 1,04 \text{ tm}$$

un

$$M_{3-2} = M_{3-4} \frac{m_{3-2}}{m_3} = 3,19 \cdot \frac{6,24}{9,24} = 2,15 \text{ tm.}$$

Pēdējais izsauc stieņa 2—3 kreisajā galā momentu

$$M_{2-3} = \frac{M_{3-2}}{k_{2-3}} = \frac{2,15}{3,167} = 0,68 \text{ tm,}$$

kas savukārt sadalās pa stieņiem 1—2 un 1—5 proporcionāli vienību momentiem

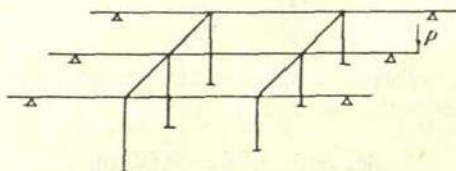
$$M_{2-1} = M_{2-3} \frac{m_{2-1}}{m_2} = 0,68 \cdot \frac{6}{9} = 0,45 \text{ tm}$$

un

$$M_{2-5} = M_{2-3} \frac{m_{2-5}}{m_2} = 0,68 \cdot \frac{3}{9} = 0,23 \text{ tm.}$$

Tādi momenti būtu vidējam no 3 rāmjiem, ja šos rāmjus savā starpā nesaistītu šķērssiņas. Turpmāk noskaidrots, kādu ietekmi uz lieces momentiem dotā gadījumā atstāj vidējo šķērssiņu vērpes.

Ņemot vērā, ka mezglos 2 un 3 ir šķērssiņas, veidojas ortogonāls telpisks rāmis (10. zīm.).



10. zīm.

Iepriekšējā piemērā apskatītajam plakanajam rāimim deformējoties, šķērssiņas tiek vērtas un pārnes uz mezgliem 2 un 3 vēl papildus vērpes vienību momentus m_v , kuru lielumi atkarīgi no šķērssiņu stingrumiem un šķērssiņu elastīgā iespīlējuma malējos rāmjos.

Šķērssiņas vērpes stingrums pēc sakarības (5) ir:

$$i_v = a \frac{i_x + i_y}{2(1 + \nu)}$$

Tā kā pēc uzdevuma noteikumiem šķērssiņām $\frac{I_x}{I_y} = \frac{16}{4} = 4$, tad stieņu šķērsgriezuma laukuma — taisnstūra malu attiecība ir $\frac{h}{b} = \sqrt{4} = 2$. Pēc tabulas (111. lpp.) $a = 0,548$. Dzelzsbetonam, kam $\nu = 0,18$, stieņu lieces stingrums abos ass virzienos ir

$$i_x = \frac{16}{2,5} = 6,4$$

un

$$i_y = \frac{4}{2,5} = 1,6,$$

bet vērpes stingrums

$$i_v = 0,548 \cdot \frac{6,4 + 1,6}{2(1 + 0,18)} = 1,86.$$

Šķērssiijas iespīlējuma pakāpi malējā rāmī raksturo attiecīgie vienības momenti, kuru lielumus nosaka šīnī mezglā ieejošo stieņu vienības momentu suma.

Mezglā 3 ieiet 3 stieņi ar vienību momentiem:

$$m_{3'-4'} = 3 i_{3'-4'} = 3 \cdot 1,75 = 5,25$$

$$m_{3'-6'} = 3 i_{3'-6'} = 3 \cdot 1 = 3,00$$

$$m_{3'-2'} = 4 \cdot 1,75 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{6 + 3 + 1,86}{1,75}} \right) = 6,31$$

$$\text{Kopā } m_{3'} = 14,56,$$

kas dod vērpes vienības momentu

$$m_{v3} = \frac{m_{3'}}{1 + \frac{m_{3'}}{i_v}} = \frac{14,56}{1 + \frac{14,56}{1,86}} = 1,65$$

no katra malējā rāmja, bet no abiem malējiem rāmjiem vienības moments ir

$$2 m_{v3} = 2 \cdot 1,65 = 3,30.$$

Vienības moments mezglā 2' ir:

$$m_{2'-3'} = 4 i_{2'-3'} \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{m_{2'-2'}}{i_{2'-3'}}} \right) = 4 \cdot 1,75 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{3 + 5,25 + 1,86}{1,75}} \right) = 6,28$$

$$m_{2'-5'} = 3 \cdot 1 = 3,00$$

$$m_{2'-1'} = 3 \cdot 2 = 6,00$$

$$\text{Kopā } m_{2'} = 15,28,$$

kas dod vērpes vienības momentu

$$m_{v2} = \frac{m_{2'}}{1 + \frac{m_{2'}}{i_v}} = \frac{15,28}{1 + \frac{15,28}{1,86}} = 1,66.$$

No abiem stieņiem: $2 m_{v2} = 2 \cdot 1,66 = 3,32.$

Ņemot vērā šos vērpes vienības momentus, vidējā rāmja mezglu vienības momenti palielinās par $2 m_v$, t. i., stieņu iespīlējumi mezglas ir lielāki. Ja pirmajā gadījumā stieņa 2—3 iespīlējumu mezglā 2 rak-

sturoja vienības moments $m_2 = 6 + 3 = 9$, tad tagad, ievērojot vērptos stieņus, šo iespīlējumu raksturo vienības moments

$$m_2 = 6 + 3 + 3,30 = 12,30;$$

tāpat

$$m_3 = 6,24 + 3 + 3,32 = 12,56 \quad (\text{agrākā } 9,24 \text{ vietā}).$$

Fokussattiecības:

$$k_{2-3} = 2 + \frac{6 \cdot 1,75}{12,30} = 2,814 \quad (\text{pirmajā gadījumā } 3,167)$$

un

$$k_{3-4} = 2 + \frac{6 \cdot 1,75}{12,56} = 2,768 \quad (\text{pirmajā gadījumā } 3,137).$$

Moments mezglā 3 tagad ir

$$M_{3-4} = \frac{M_4}{k_{3-4}} = \frac{9,50}{2,768} = 3,43 \text{ tm},$$

kas pa pārējiem mezglā 3 stieņiem sadalās šādi:

$$M_{3-6} = 3,43 \cdot \frac{3}{12,56} = 0,82 \text{ tm} \quad (\text{neievērojot vērptos}$$

stieņus, tas bija 1,04 tm).

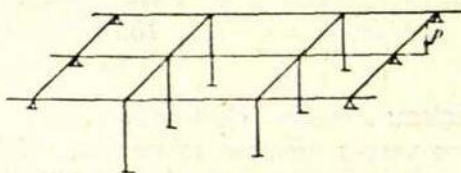
$$M_{3-2} = 3,42 \cdot \frac{6,24}{12,56} = 1,70 \text{ tm} \quad (2,15 \text{ vietā}).$$

Vērtajiem stieņiem (šķērssijām)

$$M_v = 3,43 \cdot \frac{1,66}{12,56} = 0,54 \text{ tm katram.}$$

Redzams, ka vērptie stieņi atslodzējuši liektos stieņus par apmēram 30%.

Ņemot vērā, ka tādas pašas šķērssijas savieno arī rāmjus mezglas 1 un 4, atslodzējums ir vēl lielāks. Tādā gadījumā aprēķina schema ir šāda (11. zīm.):



11. zīm.

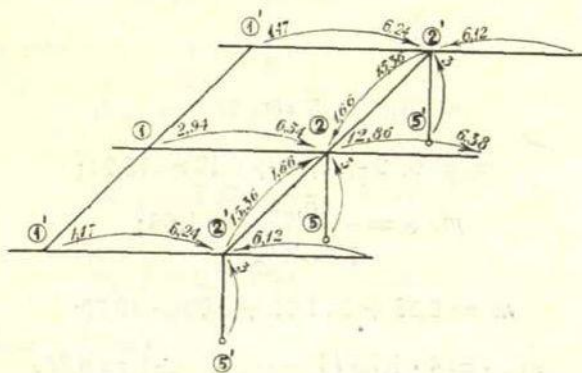
Noteiksim vienības momentus un fokusattiecības, kas tagad gala šķērssiņu dēļ izmainījušies; sāksim ar schemas kreiso galu. Stienis 1—2 mezglā 1 vairs nav brīvi balstīts, bet vērtajā gala šķērssiņā elastīgi iespīlēts. Iespīlējuma pakāpi nosaka vienības moments m , kas savukārt noteikts ar iespīlējuma pakāpi malējo rāmju mezglos 1, bet tie savukārt atkarīgi no šķērssiņām. Rodas slēgts rāmis (cilpa). Tādā gadījumā vēlamās noteiktības m vērtību panāk, tā pirmo nozīmi pieņemot, un turpmākās m vērtības aprēķināšanā apiet cilpu vienā un otrā virzienā, kamēr rezultāti sakrīt izvēlētajās noteiktības robežās. Praktiskām vajadzībām pietiek ar otro apgājienu, kas bieži vien nav jāturpina līdz galam. Daudzreiz, arī šinī piemērā, izvēlēto noteiktību apmierina pusiespīlējuma pieņemšana otrā blakusstieņa galā. Tā kā katrā stieņa galā iespīlējuma pakāpe atrodas robežās starp $3i$ un $4i$, tad pusiespīlējums ir $3,5i$. Pieņemot, ka malējo rāmju mezglos $2'$ pusiespīlējums $m_{1'-2'} = 3,5 i_{1'-2'} = 3,5 \cdot 2 = 7$, dabūjam:

$$m_{v1} = \frac{7}{1 + \frac{7}{1,86}} = 1,47.$$

No abiem gala šķērssiņās zariem pēc sakarības (3) dabūjam mezglā 2 no stieņa 1—2

$$m_{2-1} = 2 \cdot 4 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{2 \cdot 1,47}{2}} \right) = 6,54.$$

Tādā pašā veidā salasām vienību momentus no citiem mezgliem pēc šādas schemas:



12. zīm.

Schemā uzrādītie lielumi atrasti sekojoši:

$$m_{2-1'} = 2 \cdot 4 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{1,47}{2}} \right) = 6,24$$

$$m_{2-3'} = 3,5 \cdot 1,75 = 6,12$$

$$m_{2-5'} = 3 \cdot 1 = 3,00$$

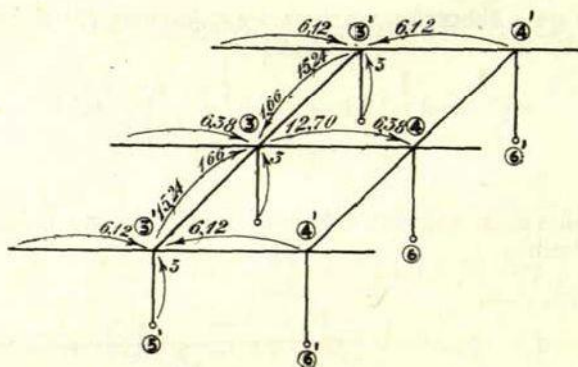
$$\text{Kopā } m_{2'} = 15,36.$$

$$m_{2-2'} = \frac{15,36}{1 + \frac{15,36}{1,86}} = 1,66;$$

$$m_2 = 6,54 + 2 \cdot 1,66 + 3,00 = 12,86;$$

$$m_{3-2} = 4 \cdot 1,75 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{12,86}{1,75}} \right) = 6,38.$$

Pārejam pie mezgla 3 (13. zīm.):



13. zīm.

$$m_3 = 6,12 + 3,00 + 6,12 = 15,24;$$

$$m_{3-3'} = \frac{15,24}{1 + \frac{15,24}{1,86}} = 1,66;$$

$$m_3 = 6,38 + 2 \cdot 1,66 + 3,00 = 12,70;$$

$$m_{4-3} = 4 \cdot 1,75 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{12,70}{1,75}} \right) = 6,38.$$

Fokusattiecības:

$$k_{3-4} = 2 + \frac{6 \cdot 1,75}{12,70} = 2,826;$$

$$k_{2-3} = 2 + \frac{6 \cdot 1,75}{12,86} = 2,817;$$

$$k_{1-2} = 2 + \frac{6 \cdot 2}{2,94} = 6,08.$$

Vienības momenti mezglā 4:

$$m_{v4'} = \frac{6,12}{1 + \frac{6,12}{1,86}} = 1,425; \quad 2 \cdot m_{v4'} = m_{v4} = 2 \cdot 1,425 = 2,85$$

$$\frac{m_{4-3} = 6,38}{\text{Kopā } m_4 = 9,23}$$

Tālāk pievērsīsimies momentu atrašanai. Moments $M_4 = 9,50$ tm mezglā 4 sadalās proporcionāli m vērtībām.

$$M_{4-3} = 9,50 \cdot \frac{6,38}{9,23} = 6,56 \text{ tm};$$

$$M_{4-4'} = 9,50 \cdot \frac{1,425}{9,23} = 1,47 \text{ tm}.$$

Uz mezglu 3 moments M_{4-3} pāriet caur fokusu k_{3-4} :

$$M_{3-4} = \frac{M_{4-3}}{k_{3-4}} = \frac{6,56}{2,826} = 2,32 \text{ tm}.$$

Mezglā 3 šis moments sadalās:

$$M_{3-2} = 2,32 \cdot \frac{6,38}{12,70} = 1,17 \text{ tm};$$

$$M_{3-6} = 2,32 \cdot \frac{3}{12,70} = 0,55 \text{ "}$$

$$M_{3-3'} = 2,32 \cdot \frac{1,66}{12,70} = 0,30 \text{ "}$$

Mezglā 2 rodas moments

$$M_{2-3} = \frac{M_{3-2}}{k_{2-3}} = \frac{1,17}{2,817} = 0,42 \text{ tm},$$

kas sadalās šādi:

$$M_{2-1} = 0,42 \cdot \frac{6,54}{12,86} = 0,21 \text{ tm};$$

$$M_{2-5} = 0,42 \cdot \frac{3}{12,86} = 0,10 \text{ „}$$

$$M_{2-2} = 0,42 \cdot \frac{1,66}{12,86} = 0,05 \text{ „}$$

Mezglā 1 rodas moments:

$$M_{1-2} = \frac{M_{2-3}}{k_{1-2}} = \frac{0,21}{6,08} = 0,03 \text{ tm},$$

ko uzņem vērptās gala šķērssiļas.

Sekojošā tabulā sakopoti momenti apskatītajam rāmim ar un bez šķērssiļām, pie kam abiem gadījumiem uzrādīta procentuālā atšķirība.

Momenti	Ar šķērssiļām	Bez šķērssiļām	%
M_{4-3}	6,56	9,50	45
M_{3-4}	2,32	3,19	37
M_{3-6}	0,55	1,04	89
M_{3-2}	1,17	2,15	84

Svarīgi ir maksimālie momenti, kas šinī piemērā sasniedz 37—45% šķērssiļas vērpes ietekmes dēļ.

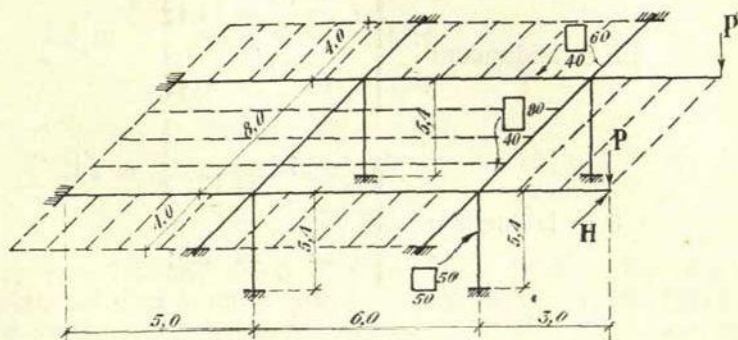
Lielā atšķirība izskaidrojama ar samērā lieliem laidumiem (10—12 m) pret nelielo rāmju savstarpējo atstatumu (2,5 m) un platām šķērssiļām. Citā gadījumā minētie procenti var būt zemāki nekā piemērā, tomēr vērpto šķērssiļas ietekme ir tik jūtama, ka, to ignorējot, tiktu iebūvēts lieks materiāls.

Piemērs rāda, ka uz balstiem izdevīgi ņemt platas šķērssiļas, jo ar sijas platumu samazināšanos ātri krīt vērpes inerces momenta lielums, kas redzams arī no tabulas (111. lpp.).

Piemērojot telpiskiem rāmjiem fokusmetodi, pārskatāmā veidā var pārliecināties, cik lielu ietekmi katrā gadījumā atstāj vērptās šķērssiļas. Tādā kārtā iespējams izvēlēties ekonomiskāko variantu šķērssiļas daudzuma un lieluma ziņā. Bez tam smagās šķērssiļas, uz tverot un pārnesot uz blakus garsijām daļu lieces momentu, atļauj izveidot garākas konsoles, neradot laidumā mainīgu zīmju momentus.

2. piemērs

Dzelzsbetona karkasa griestu pārsedze sastāv no gatavu elementu ribotām dzelzsbetona plātnēm, pie kam ribas katrā spraugā iet mazākā laiduma virzienā. Jāatrod stieņu lieces un vērpes momenti vienmērīgi izkliedētai slodzei p un koncentrētiem spēkiem P un H . Aprēķina schema parādīta 14. zīmējumā.



14. zīm.

Momentu aprēķināšanai nav nepieciešami īstie EI lielumi; pietiek zināt to attiecības; tāpat visus atrastos EI varam saīsināt ar kādu izvēlētu skaitli. No šī viedokļa atkrīt E , ja tie visi vienādi, un I varam atrast brīvi izvēlētās dimensijās. Aprēķinām I decimetros. Vertikālo virzienu apzīmēsim par x -virzienu, horizontālo — par y -virzienu.

Atrodam inerces momentus horizontālajiem stieņiem:

$$\left. \begin{array}{l} \square 60 \\ 40 \end{array} \right\} \begin{array}{l} I_x = \frac{6^3 \cdot 4}{12} = 72 \text{ dcm}^3 \\ I_y = \frac{4^3 \cdot 6}{12} = 32 \text{ " } \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} = 1,5; \quad a = 0,723; \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \square 80 \\ 40 \end{array} \right\} \begin{array}{l} I_x = \frac{8^3 \cdot 4}{12} = 170,7 \text{ " } \\ I_y = \frac{4^3 \cdot 8}{12} = 42,7 \text{ " } \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} = 2; \quad a = 0,548. \end{array} \right.$$

Vertikāliem stieņiem:

$$\left. \begin{array}{l} \square 50 \\ 50 \end{array} \right\} I_x = I_y = \frac{5^4}{12} = 52,1 \text{ dcm}^3; \quad \frac{h}{b} = 1; \quad a = 0,843.$$

Atrodam stieņu stingrumus:

$$4 \text{ m laidumiem} \quad \begin{cases} i_x = \frac{72}{4} = 18; \\ i_y = \frac{32}{4} = 8; \end{cases}$$

$$5 \text{ m laidumiem} \quad \begin{cases} i_x = \frac{72}{5} = 14,4; \\ i_y = \frac{32}{5} = 6,4; \end{cases}$$

$$6 \text{ m laidumiem} \quad \begin{cases} i_x = \frac{72}{6} = 12; \\ i_y = \frac{32}{6} = 5,3; \end{cases}$$

$$8 \text{ m laidumiem} \quad \begin{cases} i_x = \frac{170,7}{8} = 21,3; \\ i_y = \frac{42,7}{8} = 5,3. \end{cases}$$

Statiem (5,4 m laidumiem)

$$i_x = i_y = \frac{52,1}{5,4} = 9,65.$$

Sāisināsim visus i ar 5,3:

$$l = 4 \text{ m}; i_x = 3,4; i_y = 1,51; i_v = \frac{3,4 + 1,51}{2,36} \cdot 0,723 = 1,5;$$

$$l = 5 \text{ m}; i_x = 2,72; i_y = 1,21; i_v = \frac{2,72 + 1,21}{2,36} \cdot 0,723 = 1,2;$$

$$l = 6 \text{ m}; i_x = 2,26; i_y = 1,00; i_v = \frac{2,26 + 1,00}{2,36} \cdot 0,723 = 1,0;$$

$$l = 8 \text{ m}; i_x = 4,02; i_y = 1,00; i_v = \frac{4,02 + 1,00}{2,36} \cdot 0,548 = 1,16;$$

$$l = 5,4 \text{ m}; i_x = i_y = 1,82; i_v = \frac{2 \cdot 1,82}{2,36} \cdot 0,843 = 1,3.$$

Atrodam stieņu iespējumu pakāpes, kuras raksturo šādi vienību momenti:

$$\begin{array}{l}
 4 \text{ m} \\
 5 \text{ m} \\
 5,4 \text{ m}
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 m_x = 4i_x = 4 \cdot 3,4 = 13,60; \\
 m_y = 4i_y = 4 \cdot 1,51 = 6,04; \\
 m_v = i_v = 1,5; \\
 \\
 m_x = 4 \cdot 2,72 = 10,88; \\
 m_y = 4 \cdot 1,21 = 4,84; \\
 m_v = 1,2; \\
 \\
 m_x = 4 \cdot 1,82 = 7,28; \\
 m_y = 4 \cdot 1,82 = 7,28; \\
 m_v = 1,3.
 \end{array}
 \right.$$

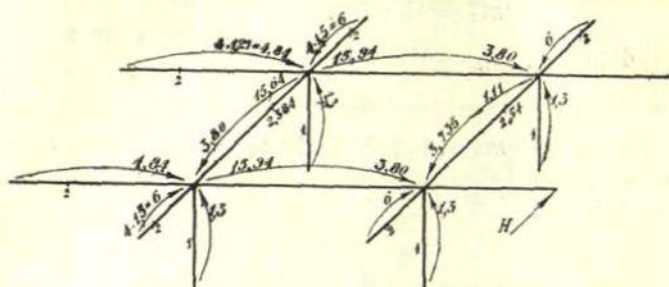
6 un 8 m laidumu stieņi izveido cilpas. Ja 8 m laiduma stieņi tiek liekti, tad 6 m laiduma stieņi tiek vērpti, un otrādi. Tātad stūra mezglos sumēšies viena virziena stieņu m_x ar otra virziena stieņu m_v . y -ass virzienā turpretim visi stieņi tiek liekti, izņemot status (5,4 m laiduma stieņus), kas tādā gadījumā tiek vērpti (piemēram, vēja slodzes H gadījumā); tātad horizontālo stieņu m_y sumējas ar vertikālo stieņu m_v .

Turpmākajās schemās aprēķināti visi vienības momenti m , fokusattiecības k un momenti M no horizontālās slodzes H un vertikālajām slodzēm P un p .

Aktīvie momenti, kas izplatās pa stieņiem, ir:

$$\begin{array}{l}
 1) H \cdot a = 3H = M_H; \\
 2) P \cdot a = 3P = M_P; \\
 3) \left. \begin{array}{l} M_{p1} = \frac{pl^2}{4} \cdot \frac{k_2 - 1}{k_1 \cdot k_2 - 1}; \\ M_{p2} = \frac{pl^2}{4} \cdot \frac{k_1 - 1}{k_1 \cdot k_2 - 1}. \end{array} \right\} \quad (8)
 \end{array}$$

Aprēķins izdarīts ne tabulas veidā, bet tieši schemās, kas dod labu pārskatāmību un ieteicamas arī praksē.

MOMENTI NO HORIZONTALĀ SPEKA H 

15. zīm.

Skicē uzrādītie vienību momenti atrasti šādā veidā:

$$\text{Pusiespīlējums: } 3,5 \cdot 1 = 3,5$$

$$\text{Vērptam stienim: } 1 \cdot 1,3 = 1,3$$

$$\text{Liektaim stienim: } 4 \cdot 1,21 = 4,84$$

$$\text{Liektaim stienim: } 4 \cdot 1,5 = 6$$

$$\text{Kopā: } 15,64.$$

$$4 \cdot 1 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{15,64}{1}} \right) = 3,80;$$

$$3,80 + 1,3 + 4,84 + 6 = 15,94;$$

$$4 \cdot 1 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{15,94}{1}} \right) = 3,80;$$

$$3,80 + 6 + 1,3 = 11,10;$$

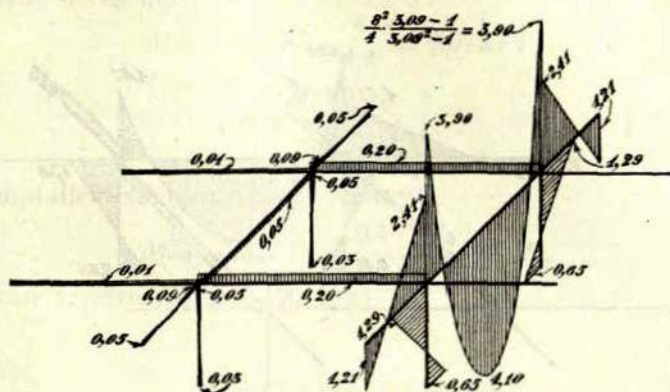
$$4 \cdot 1 \left(1 - \frac{1}{4 + \frac{11,10}{1}} \right) = 3,735.$$

Fokusattiecības atrastas šādi:

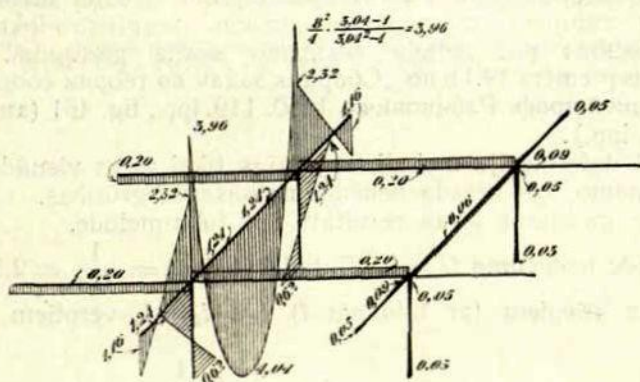
$$\text{Vērptiem stienim: } k = 1.$$

$$\text{Iespīlētiem liektiem stienim: } k = 2.$$

Vienības momenti un fokusattiecības atrastas tāpat kā iepriekš. Momentu atrašanai praksē nav nepieciešams visas darbības uzskaitīt, kā tas rādīts iepriekšējās schemās. Izdarot skaitļošanu ar logaritmisko



20. zīm.

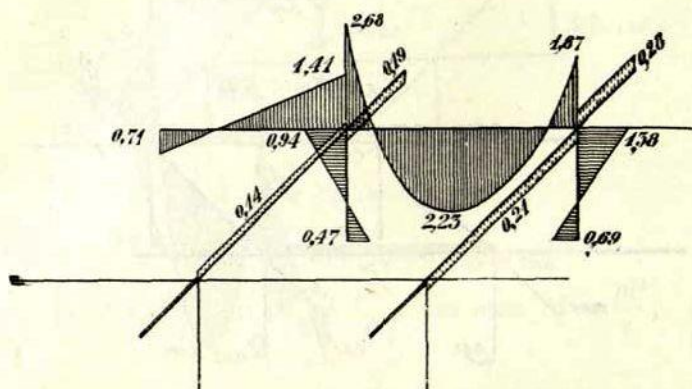


21. zīm.

linealu, iespējams šo darbu iekārtot tā, ka schemā pieraksta vienīgi rezultātus. Tādā gadījumā aprēķināšanas gaitā izmanto vienības momentu un fokusattiecību schemu. Ievērojot sacīto, turpmākās schemās uzrādīti momenti, kas atrasti ar logaritmiskā lineala palīdzību iepriekš

norādītā veidā, neuzrakstot atsevišķās darbības. Tāda schema noder aprēķina paraugam, kas lietojams praksē.

Fokusmetode kā viens no ērtākajiem kanonisko vienādojumu risināšanas veidiem savas priekšrocības spilgtāk demonstrē sarežģītākos rāmju aplēses gadījumos, kur galvenās grūtības rodas sakarā



22. zim.

ar lielo darbu, kas nepieciešams vienādojumu sistemu atrisināšanai. Telpiskiem rāmjiem ar nepārvietojamiem mezgliem fokusmetodei ir priekšrocības pat neliela nezināmo skaita gadījumā. Ilustrācijai izvēlēts piemērs 14.11 no „Сборник задач по теории сооружений” под редакцией проф. Рабиновича, 1950. 119. lpp., fig. 461 (atrisinājums 404.—405. lpp.).

Lietojot deformāciju metodi, vajadzīgs tikai viens vienādojums ar vienu nezināmo, kas nerada nekādas risināšanas grūtības.

Pat šinī gadījumā ātrāk rezultātu dod fokusmetode.

Tā kā pēc uzdevuma $G = 0,4 E$, tad $2(1 + \mu) = \frac{1}{0,4} = 2,5$.

Liektiem stieņiem (ar laidumu l) $i_x = i_y = 1$, vērptiem stieņiem

$$\text{(ar laidumu } 2l) \quad i_x = i_y = \frac{1}{2} \text{ un } i_v = 1 \cdot \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{2,5} = 0,4 = m_v$$

$$4i = 4 \cdot 1 = 4,0 = m_x$$

$$\text{Kopā } m = 4,4;$$

$$k = 2 + \frac{6 \cdot 1}{4,4} = 3,363;$$

virs balsta

$$M = \frac{3}{8} \cdot \frac{Pl}{k+1} = \frac{3}{8} \cdot \frac{Pl}{3,363+1} = 0,086 Pl;$$

laiduma vidū $M = 0,250 Pl - 0,086 Pl = 0,164 Pl$.

Statiem lieces momenti

$$M = 0,086 Pl \cdot \frac{4}{4,4} = 0,078 Pl$$

un

$$\frac{0,078}{2} = 0,039 Pl;$$

horizontaliem stieņiem vērpes momenti

$$M_v = 0,086 Pl \cdot \frac{0,4}{4,4} = 0,008 Pl,$$

kas saskan ar atrisinājumu 406. lpp.

LITERATURA

1. Бычков Д. В., Расчет балочных и рамных систем из тонкостенных элементов, Стройиздат, Москва, 1948.
2. Рабинович И. М., Методы расчета рам, ч. III, ОНТИ, 1937.
3. Рогницкий С. А., Расчет рам, 1948.
4. Беляков Ф. А., Статика статически неопределимых систем, 1933.
5. Сборник задач по теории сооружений (под редакцией проф. Рабиновича), Стройиздат, 1950.
6. Рамы и фермы пространственные и плоские, Сборник статей под редакцией проф. И. М. Рабиновича, 1933.

AUTOCEĻU PĀREJAS LĪKNES

J. Dripe

Mūsu socialistiskās Dzimtenes motorizētais transports, ieviešot dzīvē aizvien smagākas automašīnas un veselus autovilcienus, autoceļu izveidojumam uzstāda jaunas un aizvien augstākas prasības kā ceļu klātnes un segas izveidojumā, tā arī trases elementu ziņā. Lielo kustības ātrumu dēļ, kas sevišķi raksturīgi tālsatiksmes automaģistrālēm, jo liela nozīme piešķirama pāreizam trases izveidojumam. No tā atkarīga satiksmes drošība un ceļa kalpošanas laika ilgums, atkrit dārgi izmaksājošās rekonstrukcijas. Še liela nozīme pārejas līknēm, kas saslēdz taisnos ceļa posmus ar trases pagriezienos ierakstītām aplocēm. Padomju zinātnieki pārejas līkņu jautājumam veltījuši izcilu uzmanību. Ir pētīti pārejas līkņu veidi un to liekuma radiusa maiņas likumība, cenšoties pēdējo pieskaņot reālaj autokustības norisei.

Šādus pētījumus veikuši prof. Makarovs, doc. Dadjenkovs un daudzi citi. Par pārejas līkņu jautājumiem daudz rakstīts specialā periodikā. Šā jautājuma pilnīgs atrisinājums tomēr prasīs vēl virkni teoretisku un praktisku noskaidrojumu, pie kuru sistematiskas realizēšanas stājies Ceļu zinātniski pētnieciskais institūts (ДОРНИИ) prof. N. Ivanova vadībā.

Arī mūsu dzelzceļnieku saime pārejas līkņu problēmu uz dzelzceļiem neuzskata par galīgi atrisinātu. Par to liecina šā jautājuma biežā iztirzāšana un diskutēšana periodikā un specialā literatūrā. Še pirmā vietā minami J. V. Staļina vārdā nosauktā, ar Ļeņina ordeni apbalvotā Maskavas dzelzceļa transporta inženieru institūta pētījumi.

Šā institūta darbu krājumā (71. izlaidums), kas iespiests 1948. gadā, docents V. Minorskis, pielietojot vektoru rēķinus, savā plašajā darbā «О функции, определяющей изменение кривизны вдоль переходной кривой» cenšas noskaidrot matemātisko funkciju, kas reāli raksturotu liekuma maiņas likumu visā pārejas līknes garumā. Viss tas norāda, ka pārejas līkņu jautājums ir svarīga un aktuāla problēma, kas prasa plašus teoretiskus un praktiskus pētījumus.

Latvijas PSR ceļu būvnieki pagaidām nav pielietojuši pārejas

liknes. Stājoties pie jauno maģistraļu izbūves, bez pārejas liknēm veidota ceļa trase vairs neapmierinās ceļa lietotājus. Tādēļ mūsu pieņēmums ir šo svarīgo jautājumu vispusīgi noskaidrot, lai neatpaliktu no tiem teoretiskajiem un praktiskajiem sasniegumiem, kas iegūti Padomju Savienības vecākajās republikās.

PĀREJAS LIKŅU LOMA UN NOZĪME

Pārejas likņu lietošana autoceļu būvniecībā ir tehniskā literatūrā daudzkārt apskatīta un iztirzāta. Tomēr līdz pat pēdējam laikam specialistu vidū trūkst pilnīgas uzskatu vienādības par pārejas likņu lietošanu ceļu trasēšanā, bet ceļu būvnieki praktiski pret to izturas ar zināmu skepsi.

Iemesls šādai nostājai vispirms meklējams uzskatos, ka zemes ceļu satiksmes līdzekļu brīvā, nesaistītā kustības iespēja visas brauktuves vai vismaz vienas kustības slejas robežās padara tālāku ceļa trases «izsmalcināšanu» ar pārejas likņu ierakstīšanu par lieku, it īpaši mūsu dienās, kad trases lūzumu punktu noapaļošanai lieto lielu radiusu aploces.

Otrkārt, pārejas likņu pielietošanu jūtami bremsē tas apstākļi, ka trūkst praktiski ērta pārejas likņu veida, kas būtu vienkārši, bet ar pietiekamu precizitāti nospraužams dabā un tai pašā laikā labi atbilstu ceļa šķirai un kustības veidam.

Jāatzīst, ka līdzšinējie pētījumi par pārejas liknēm visvairāk ir skāruši pārejas likņu ģeometrisko formu, atstājot novārtā zemes ceļu ritekļu kustības īpatnības. Tas arī saprotams, jo automobiļa mūžs vēl ir samērā neilgs un auto vēl nav sasniedzis tādu pilnību kā tvaika dzinēji uz dzelzceļiem. Nav pilnīgi noskaidrota arī auto dinamika kustībā pa likni, piemēram, pieļaujama šķērsgrūdienu lielums. Līdz ar to nav iespējams noteikt nepieciešamo pārejas liknes garumu tā, lai šķērsgrūdienu maksimālā vērtība būtu ieturēta vēlamās robežās. Tāpat vēl precīzāk pētāma un analizējama stūres loma auto priekšējo riteņu ievirzīšanā liknei atbilstošā leņķī, atrodot vēlamo leņķiskā ātruma pieaugumu visas pārejas liknes posmā, pieskaņojoties kustības realajai norisei. Sīkāk analizējama arī pārejas likņu nozīme, raugoties no ceļu arhitektoniskā izveidojuma viedokļa, jo arī šie pastāv atšķirības uzskatos ceļu projektētāju un būvnieku vidū.

Bez tam maz izkopta un izpētīta pārejas likņu nospraušanas tehnika, kur nepieciešami daudzi teoretiski un praktiski uzlabojumi. So iemeslu dēļ tad arī līdz šim nav izdevies sasniegt prakses vajadzības apmierinošu pārejas likņu jautājuma atrisinājumu.

Iztirzājot pārejas likņu jautājumu, vispirms noskaidrosim, kāda loma ir pārejas liknēm uz motorizētas satiksmes ceļiem, kādi ir līdz-

šinējie noteikumi pārejas likņu pielietošanā un kādā mērā šie noteikumi atbilst motorizētas kustības prasībām.

Kamēr zemes ceļu kustībā dominēja pajūgi, kuru ātrums nepārsniedza 8—12 km/st, pilnīgi pietika ar ceļa trasi, kas sastāvēja no taisnēm un aplocēm. Ar šādu kustības ātrumu un liknes rādiusu $R = 100$ m centrālēdes spēka paātrinājums, pārejot no taisnes liknē, ir:

$$p_{12} = \frac{V^2 \text{ (m/sek)}}{R \text{ (m)}} = \frac{12^2}{(3,6)^2 \cdot 100} = \frac{144}{1296} = 0,1089 \text{ m/sek}^2 = \sim 0,109 \text{ m/sek}^2.$$

Motorizētai kustībai ar $V_{\max} = 160$ km/st un liknes rādiusu $R = 1000$ m centrālēdes spēka paātrinājums sasniedz:

$$p_{160} = \frac{V_{\max}^2}{R} = \frac{160^2}{(3,6)^2 \cdot 1000} = \frac{25600}{12960} = \sim 1,9 \text{ m/sek}^2,$$

kas ir 18 reizes lielāks par pajūga kustības paātrinājumu.

Šis radialpaātrinājums iestājas momentāni, ja trūkst pārejas liknes, un izsauc pēkšņu, tā saucamo sānisko triecienu, «šķērsgrūdienu» k , kura dimensija ir:

$$k = \frac{dp}{dt} \text{ (m/sek}^3\text{)}.$$

Lai padarītu braukšanu patīkamāku, radialais paātrinājums nedrīkst pēkšņi iestāties vai zust: tam jāpieaug un jāsamazinās pakāpeniski. To sasniedz ar pārejas likņu ierakstīšanu, kuru garumu nosaka pēc vienādojuma:

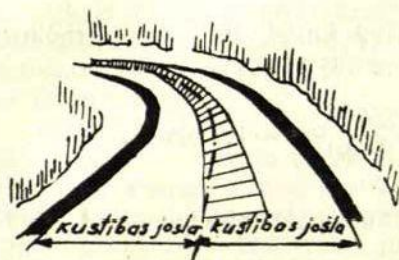
$$l_0 = t_0 v, \text{ kur } t_0 = \frac{p \text{ (m/sek}^2\text{)}}{k \text{ (m/sek}^3\text{)}}, \text{ pie kam } k \leq \sim 0,5 \text{ (m/sek}^3\text{)}.$$

Redzam, ka pārejas liknes liekuma rādiusa pakāpeniska samazināšanās dod iespēju pakāpeniski pieaugt arī sāniskajam triecienam. Tādēļ, lietojot pārejas liknes, rodas šādas priekšrocības:

- 1) panākta lielāka satiksmes drošība;
- 2) samazināta auto nolietošānās;
- 3) uzlabots ceļa arhitektoniskais izveidojums.

Jo augstākas prasības uzstāda ceļam satiksmes drošības, braukšanas disciplīnas, kustības ātruma un caurlaidības spēju ziņā, jo sva-

rīgāka nozīme piešķirama pārejas likņu ierakstīšanai ceļa likumos. Pārejas līknes ļauj ceļa likumos nesamazināt kustības ātrumu, kas sevišķi svarīgi tālsatiksmes maģistralēm. Tas savukārt palielina ceļa caurlaides spējas un novērš satiksmes nelaimes, padarot ceļa likumos braukšanu tikpat drošu kā taisnajos posmos. Braukšana likumos ir vijīgāka un sekmē auto labāku piekļaušanos segai. Ja pārejas līkne izvēlēta atbilstoši reālai auto kustības norisei, tad tā veicina precīzu satiksmei paredzētās slejas ieturēšanu, izslēdzot nepieciešamību pēc brauktuves šķērsošanas (griešanas), kā tas bez izņēmuma notiek ceļa likumos bez pārejas līknēm (sk. 1. zīm.). Tātad pārejas līknes palīdz celt satiksmes disciplīnu. Pareizas, noteiktam kustības virzienam paredzētas kustības slejas ieturēšana ir svarīga arī mazos ātrumos (20—40 km/st), kādi parasti tiek ieturēti ceļu sazarojumu un pieslēgu vietās. Še ceļa trase parasti veidota no neliela rādiusa aplocēm. Tas prasa strauju stūres rata griešanu, kas grūti izdarāms. Pārejas līknes šīs grūtības novērš.

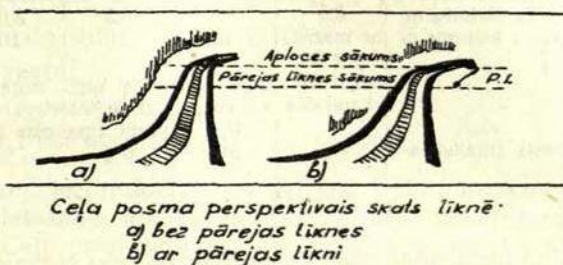


1. zīm. Auto kustība līknē bez pārejas līknes; auto vadītājs, griežot kustības slejas, pats veido pārejas līkni.

Bez tam pārejas līknes saudzē arī pašus satiksmes līdzekļus, samazinot atsperu un riepu nolietošanos un pēkšņu bojāšanos, braucot pa asiem, straujiem ceļa likumiem ar niecīgiem aploču rādiusiem, jo, ierakstot pārejas līknes, panāk lielu garentrieciena un šķērstrieciena (grūdienu) samazinājumu, padara šo spēku iedarbību uz satiksmes līdzekļa rotējošām daļām daudz mazāku. Vijīgākais trases izveidojums, pateicoties pārejas līkņu lietošanai, veicina arī degvielu ietaupījumu, kam ir liela nozīme tautas saimniecībā.

Treškārt, pārejas līknes uzlabo trases arhitektonisko veidojumu. Tiešs taisnes pieslēgums aplocei dod šoferim krasi izjūtamam perspektīvas sagrozījumu. Lai arī aploces rādiuss būtu kaut 1000 m, tomēr ar niecīgu trases pagriezienu lenķi un mazu aploces garumu auto vadītāja skatam tas liekas kā ass lūzums. Tas spiež samazināt braukšanas ātrumu, strauji bremsējot. Kā to rāda aerofotouzņēmumi un novērojumi no lidmašīnām, pārejas asums no taisna ceļa posma uz līkni tikpat labi manāms kā mazu, tā lielu rādiusu aplocēm. Pagriezienu asuma ietekme ievērojamā mērā atkarīga no taisnā posma garuma, kas pieslēdzas līknei, kā arī no brauktuves platumā. Tā velosceļš, kura platumas 1 m, ar aploces rādiusu 400 m jau liekas ļoti viegli liekts. Turpretim automaģistrāle ar klātnes platumu 25 m ar šādu aploces rādiusu liekas ļoti asi liekta.

Lai mazinātu šo perspektīvas sagrozījumu, lieto tā saucamās estētiskās pārejas liknes. Sākumā šīs liknes veidoja vienādā garumā ar pamataploci. Vēlāk garuma attiecības mainījās, pie kam par labāko ir atzīta šāda attiecība: pārejas likne — pamataploce — pārejas likne attiecas kā 1,5:1,0:1,5. Cik jūtami pārejas liknes iespaido ceļa perspektīvo skatu, redzams no 2. zīmējuma *a* un *b*.



2. zīm.

Estetisko pārejas likņu garumi ir 500—1000 m. Parasti šādas liknes garums pamataplocei ar $R=2000$ m ir no 300 līdz 500 m. Visumā estētiskās pārejas liknes garumu nosaka iespējama ceļa posma perspektīvas sagrozījums. Jo lielāks ir šis sagrozījums (saīsinājums), jo garākai jābūt pārejas liknei. Vispār ceļa ass veidojums no taisnēm un aplocēm ir nedabisks un arī no kustības viedokļa kļūdainais, jo zūd iespēja ievirzīt kustību liknē. Šo iespēju dod pārejas liknes, kuru liekuma radiuss iesākas ar $\rho=\infty$ un beidzas aploces sākumā ar $\rho=R = \text{const}$. Šāds ceļa likuma izveidojums ir dabisks un pieņemams.

Beidzot pārejas likņu lietošana ļoti vienkārši atrisina jautājumu par to, kur vislietderīgāk izdarāma viražas izbūve, kuras uzdevums ir amortizēt daļu no centrālās spēka. Viraža izveidojama pārejas liknē.

Pārejas likņu izbūves izmaksa līdzinā apvidū neprasa nekādas papildu izdevumus. Citādi ir kalnos. Še garu pārejas likņu ieviešana, tāpat kā garu taisno ceļa posmu izbūve izmaksās dārgi. Pie šīm pārejas liknēm nekādu papildu izdevumu, izvēloties piemērotu tangentes atvirzījumu, nebūs.

Autoceļu tehniskās šķiras PSRS noteiktas ar GOCT 3572-47, kas stājies spēkā ar 1947. gada 1. maiju visiem jaunbūvējamiem autoceļiem. Saskaņā ar šo standartu autoceļi iedalīti piecās tehniskās šķirās, kuru galvenie rādītāji redzami tabulā.

Nr. p. k.	Rādītāji	Ceļu tehniskās šķiras				
		I	II	III	IV	V
1	Kustības aprēķina ātrums atsevišķiem viegliem automobiļiem km/st	120	100	80	60	40
2	Kustības sleju skaits	4	2	2	2	2
3	Kustības sleju platums m	3,5	3,5	3,5	3,0	2,75
4	Zemes klātnes platums m	ne mazāks par 23	12	11	10	9
5	Segu tipi	augstvērt. kapitalās	augst. kap. vai viegla tipa	augst. kap. vai vieglas viegl. pārēj. tipa	augstvērt. viegl. pārēj. tipa	pārēj. tipa zema tipa
6	Garenkritums (maksimālais)	4%	5%	6%	7%	9%

Pirms šā standarta publicēšanas vadījās no ceļu tehniskās klasifikācijas, kas dota Galvenās šoseju pārvaldes tehniskos noteikumos (apstiprināti 1938. gadā) un KPFSR Galvenās ceļu pārvaldes tehniskos noteikumos (apstiprināti 1939. gadā). 1939. gada GCP tehniskie noteikumi prasa, lai pārejas liknes būtu ieprojektētas uz visiem I, II, un III šķiras ceļiem tajos gadījumos, ja aploču radiusi uz šiem ceļiem mazāki par ieteicamiem minimāliem rādītājiem, proti:

- 1) I šķiras ceļiem $R < 1200$ m;
- 2) II šķiras ceļiem — a) līdzenumā pie $R < 800$ m;
b) paugurainā apvidū pie $R < 500$ m;
c) kalnos pie $R < 120$ m;
- 3) III šķiras ceļiem — a) līdzenumā pie $R < 300$ m;
b) paugurainā apvidū pie $R < 200$ m;
c) kalnos pie $R < 70$ m.

Tālāk šie paši noteikumi prasa, lai pārejas liknes garums pieskaņotos viražas garumam, kuru nosaka pēc vienādojuma:

$$L = \frac{b \cdot i_3}{i_2},$$

kur L — viražas veidošanai nepieciešamais ceļa garums (m); b — brauktuves platums (m); i_3 — viražas maksimālais šķērskritums % un i_2 — viražas garenkritums (papildus esošam ceļa garenkritumam) %.

Pārejas liknes garums katrā gadījumā nedrīkst būt mazāks

- 1) I šķiras ceļiem par 100 m;

- | | | | |
|----|-------------------|----------------------|-----------|
| 2) | II šķiras ceļiem | a) līdzenumā | par 50 m; |
| | | b) paugurainā apvidū | par 40 m; |
| | | c) kalnos | par 20 m; |
| 3) | III šķiras ceļiem | a) līdzenumā | par 40 m; |
| | | b) paugurainā apvidū | par 30 m; |
| | | c) kalnos | par 15 m. |

Tālāk tehniskie noteikumi norāda, ka pārejas līknēm var izmantot

- 1) radioidalo spirali (klotoidu);
- 2) lemniskatu;
- 3) kubisko parabolū;
- 4) groza līkni un citas.

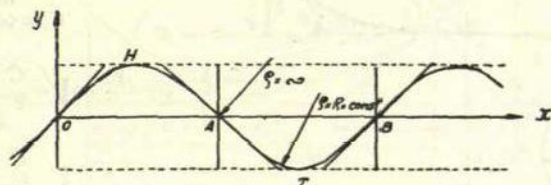
Kā redzam, tehniskie noteikumi dod tikai pamatnorādījumus pārejas līkņu lietošanai un izveidošanai, stingri nosakot vienīgi prasību minimumu. Ceļu projektētājiem un būvētājiem, kur vien tas iespējams (ekonomiskus apsvērumus ievērojot), jācenšas pārsniegt šo minimumu, dodot labāku, pilnīgāku ceļa trases izveidojumu. Šāds tehnisko noteikumu raksturs paver ceļu būvniekiem plašu perspektīvu tālākiem meklējumiem un sasniegumiem.

PRAKSE PIELIETOTO PĀREJAS LĪKŅU VEIDI UN TO VERTEJUMS

Ceļu un arī dzelzceļu būvniecībā par pārejas līknēm var lietot ikvienu līkni, kuras rādītājs, izejot no pamataploces ar $R = \text{const}$, pakāpeniski pieaug un pieslēgu vietā ceļa taisnajam posmam sasniedz $\rho = \infty$. Atskaitot groza līkni, kuru veido atsevišķi dažādu rādītāju aploču posmi un kura teoretiski neatbilst iepriekš minētajām prasībām, pārejas līkņu veidošanai praksē tiek lietotas šādas līknes:

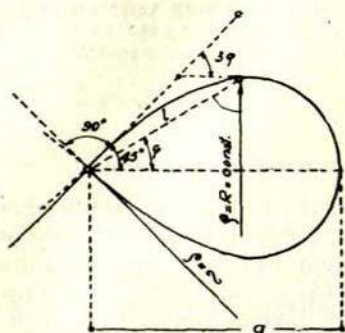
- 1) sinusoida (3. a zīm.);

Sinusa līnija



3. a zīm. $Y = \sin x \dots$ sinusa līnijas nolīdzinājums.

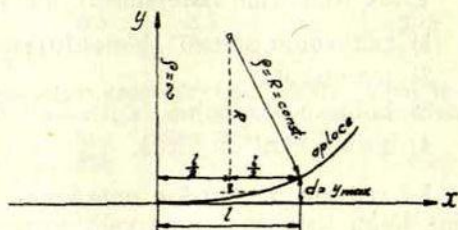
- 2) lemniskata (3. b zīm.);
- 3) kubiskā parabola (3. c zīm.);
- 4) uzlabotā kubiskā parabola;
- 5) radioida (klotoida) (3. d., 4., 5. un 6. zīm.).

Lemniskata

3. b zīm.

$l = a \sqrt{\cos 2\varphi}$ — lemniskatas polarvienādojums,

kur: l = polarstara garums,
 a = lemniskatas pusass un
 φ = polarstara leņķis ar asi a .

Kubiskā parabola

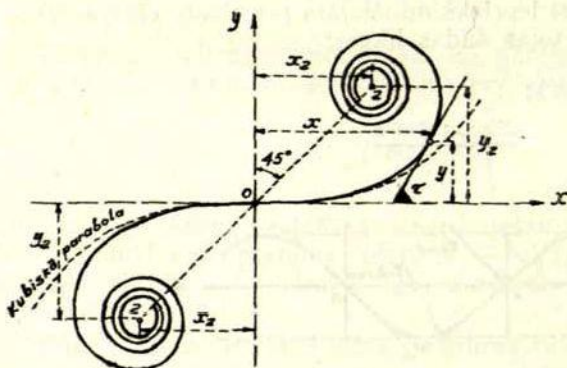
3. c zīm.

$Y = \frac{x^3}{6Rl}$ — kubiskās parabolas vienādojums;

$$Y_{\max} = \frac{l^3}{6Rl} = \frac{l^2}{6R};$$

Ja pārejas liknes garums $s > \frac{R}{3,5}$ (m), tad lietojama tā sauktā «uzlabotā» kubiskā parabola, kuras vienādojums ir

$$Y = \frac{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{l}{2R}\right)^2}\right)^3}{6Rl} \cdot x^3.$$

Klotoida (radioida)

3. d zīm.

$R_x = \rho_x = \frac{C}{l_x}$ — klotoidas

liekuma likums,

kur: ρ_x = liekuma radiuss punktā x ,

l_x = klotoidas garums no O līdz x ,

C = parametrs.

$$x = \sqrt{\frac{C}{2}} \int_0^{\tau} \frac{\cos \tau}{\sqrt{\tau}} d\tau,$$

$$y = \sqrt{\frac{C}{2}} \int_0^{\tau} \frac{\sin \tau}{\sqrt{\tau}} d\tau.$$

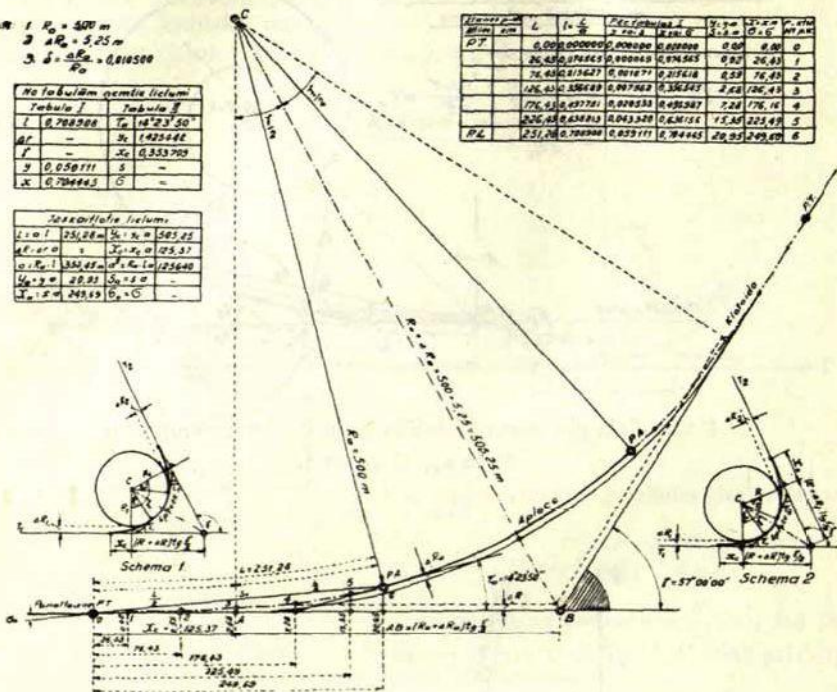
Pārejas līknes izveidojums pēc κlotoidas [radioidas]

Dat: 1 $R_0 = 500 \text{ m}$
 2 $\alpha R_0 = 5,25^\circ$
 3 $\delta = \frac{R_0}{\rho_0} = 0,01050$

No tabulām ņemtie lielumi			
Tabula 1		Tabula 2	
l	0,788268	T_0	18°23'30"
AF	-	α_0	1,422042
F	-	α_0	0,353793
β	0,050711	δ	-
α	0,788663	δ	-

Izskaitotie lielumi			
l_1	0,788268	α_1	585,25
AF_1	-	α_1	0,28,37
$\alpha_1 R_0$	1,336,07	$\alpha_1 R_0$	12,2640
$\alpha_1 \rho_0$	28,23	$\alpha_1 \rho_0$	-
T_0	18°23'	α_1	-

Linijas nosaukums	L	$l_1 - L$	Deflekcijas leņķis α	α_1	$\alpha_1 \rho_0$	$\alpha_1 R_0$	$\alpha_1 R_0$	$\alpha_1 R_0$
PT	0,000000000	0,788268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	25,0000	0,763268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	50,0000	0,738268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	75,0000	0,713268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	100,0000	0,688268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	125,0000	0,663268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	150,0000	0,638268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	175,0000	0,613268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	200,0000	0,588268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	225,0000	0,563268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0
	250,0000	0,538268	0,000000	0,00	0,00	0,00	0,00	0



6. zīm. κlotoidas nospraušanas veids (lietojot Sirbas tabulas).

Ar uzskaitījumiem pārejas līkņu veidiem ne tuvu nav izsmelts visu to līkņu krājums, kuras var tikt pielietotas ceļu būvniecības vajadzībām.

Sinusoida ir diezgan bieži lietota kā pārejas līkne uz dzelzceļiem dzelzceļu būvniecības pirmajos gadu desmitos. Arī lemniskata, kuru plaši pielietoja ceļu būvniecībā, zaudējusi savu dominējošo lomu, kaut gan tā figurē visās mācību grāmatās.

Pašreiz dominejošo lomu pārejas līkņu zinātniskos apskatos ieņem šādas līknes:

- 1) dubultradiusa aploce (atsevišķs groza līknes paveids);
- 2) kubiskā parabola;
- 3) radioida un
- 4) ideālā pārejas līkne, kuru iegūst, izejot no pieņemtā liekuma maiņas grafika dubultā grafiskās integrēšanas ceļā.

Apskatisim, kādi ir galvenie kritēriji (atkarībā no auto kustību ietekmējošām dinamiskām parādībām) pārejas pārejas liknes izvēlei.

Braukšanai pa taisni un pa aploci atbilst divi dažādi stūres un priekšējo riteņu ievirzes leņķi. Ja aploce tieši pieslēgta taisnei, tad priekšējo riteņu ievirzes leņķis, kas atbilst kustībai pa dotā radiusa aploci, veidojams momentāni. Teoretiski tas noved pie liela šķērsgrūdienu, proti, pie radially paātrinājuma pieauguma līdz gājējai robežai ļoti mazā laika sprīdī.

Attiecināsim ceļa trasi uz taisnleņķa koordinātu sistēmu. Tad, ņemot pirmo, otro un trešo atvasinājumu, dabūsim:

- 1) $y' = \frac{dy}{dx}$ — tangensa maiņas vai leņķa maiņas grafiku;
- 2) $y'' = \frac{l}{R}$ — liekuma maiņas grafiku un
- 3) $y''' = \frac{dp}{dt} = k$ — sāniskā trieciena (šķērsgrūdienu) maiņas grafiku.

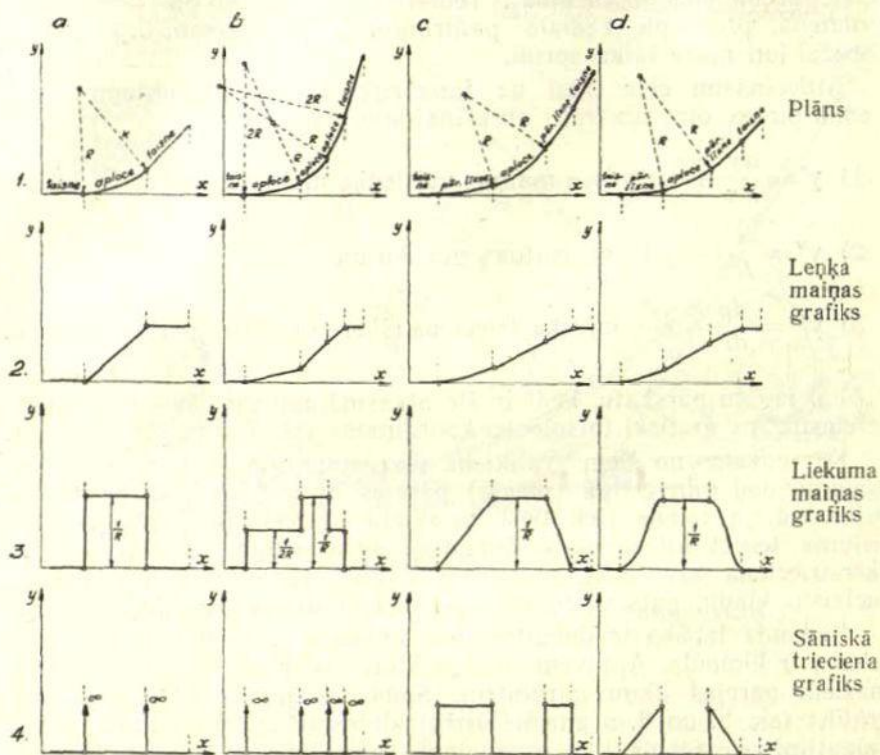
Lai iegūtu pārskatu, kādi ir šie atvasinājumi pie dažādām liknēm, attēlosim tos grafiski taisnleņķa koordinātās (sk. 7. zīm. *a*, *b*, *c* un *d*).

Kā redzams no šiem grafikiem, visvienmērīgāk šķērstrieciena pieaugumu dod pilnvērtīgā (ideālā) pārejas likne. Vissliktākais stāvoklis ir tad, ja taisne tiek tieši pieslēgta aplocei. Tad šķērsgrūdienu lielums teoretiski sasniedz bezgalīgi lielu vērtību. Praktiski šāda šķērstrieciena nav tādēļ, ka autovadītājs, labojot ceļa projektējāja pielaisto kļūdu, pats veido kustībai piemērotu pārejas likni.

Nedaudz labāka ir dubultradiusa aploce (groza likne), par kuru labāka ir klotoida. Aptuveni līdzīga klotoidai ir arī kubiskā parabola maziem pārejas likņu garumiem. Šādā gadījumā liekuma maiņas grafiks (sk. 8. un 8. *a* zīm.), līdzīgi klotoidai, ir taisna līnija, kuras pamatlīnijas garums l ir parabolas s projekcija uz abscisu (pamat-taisni), bet nevis pašas pārejas liknes garums S , kā tas ir klotoidai. Var gadīties, ka ļoti garām pārejas liknēm parabolas virsotne (cekuls) iekrīt vēl pašā pārejas liknes posmā un līdz ar to tās liekuma radiusus uz pārejas liknes beigām atkal sāk pieaugt. 1000 m garai pārejas liknei ar pamataploces radiusu $R = 1000$ m, tas, piemēram, jau tiek sasniegts, ja $x = 890$ m. Tādēļ lieliem pārejas likņu garumiem, proti, $S > \frac{R}{3.5}$ m, labāk piemērota uzlabotā kubiskā parabola, kuras vienādojums ir:

$$y = \frac{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{l}{2R} \right)^2} \right)^3}{6lR} x^3.$$

Klotoida un pilnvērtīgā pārejas likne ieteicamas uz automaģistralēm, jo šo likņu nospraušana ir samērā sarežģīts un precīzs darbs, kas prasa kvalificētus darbinieku kadrus.



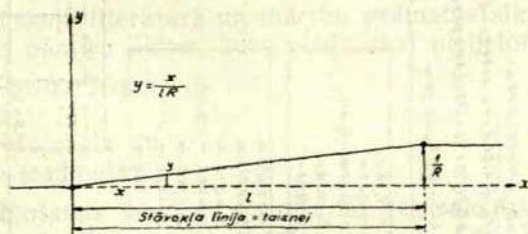
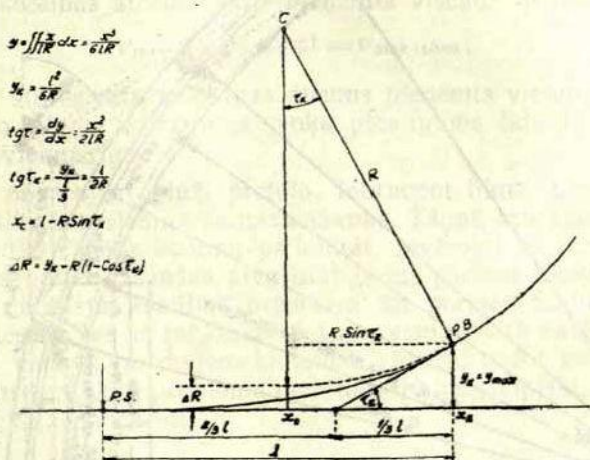
7. zīm.

- a. Aploces pieslēgums taisnei bez pārejas liknes W .
 b. Dubultradiusa aploce (groza liknes paveids) kā pārejas likne.
 c. Radioida (klotoida) kā pārejas likne.
 d. Pilnvērtīgā («ideālā») pārejas likne.

Jauktas satiksmes maģistralēm ar samērā īsām pārejas līknēm var lietot kubisko parabolu vai groza līkni, veidojot to kā dubultradiusa aploci. Šī aploce var tikt pielāgota klotoidas formai, ja, nospraužot šo līkni dabā, atliek radiales atstatumus e .

Bez tam dubultradiusa pārejas liknes lietošanas priekšrocība uz zemākas šķiras ceļiem ir arī tās vienkāršā izlikšana dabā, tas ir, nospraušana.

Parastā (pareizi iekļautā) kubiskā parabola



8. zīm. Parastās kubiskās parabolas liekuma grafiks.

Vispār pārejas likņu jautājuma pareizs atrisinājums prasa triju cieši saistītu pamatproblemu — 1) kustības tehnikas, 2) pārejas liknes ģeometriskā veida un 3) likņu nospraušanas metodes — vienotu noskaidrošanu.

Dati vai parabolai lielums

Aplēštas lielum:

$$R_0 = 100 \text{ m}, l = 50 \text{ m}, B = 8 \text{ m}, AB = 1,0 \text{ m}, \alpha = 57^{\circ}00'$$

$$\Delta R_0 = \frac{l^2}{2R_0} = \frac{50^2}{2 \cdot 100} = \frac{2500}{200} = 12,5 \text{ m}$$

$$y_{0a} = \frac{l^2}{6R_0} = \frac{50^2}{6 \cdot 100} = \frac{2500}{600} = 4,17 \text{ m}$$

$$y_{0b} = R_0 + \Delta R_0 \lg^2 \frac{l}{2} = \frac{1}{2} (100 + 1,04) 0,543 + 25 = 78,44 \text{ m}$$

$$R_{1a} = R_0 - (0,50 + AB) = 100 \text{ m} - 1,0 = 99 \text{ m}$$

$$\Delta R_{1a} = \Delta R_0 + \Delta B = 1,04 + 1,0 = 2,04 \text{ m}$$

$$l_1 = \sqrt{2R_{1a} \Delta R_{1a}} = \sqrt{2 \cdot 99 \cdot 2,04} = 46,51 \text{ m} \approx 46,5 \text{ m}$$

$$y_{1a} = (R_{1a} + \Delta R_{1a}) \lg^2 \frac{l_1}{2} = \frac{1}{2} (99 + 2,04) 0,543 + 36 = 85,7$$

$$y_{1b} = \frac{l_1^2}{6R_{1a}} = \frac{46,5^2}{6 \cdot 99} = \frac{2162,25}{594} = 3,63 \text{ m}$$

Ass parabolās ordinātas:

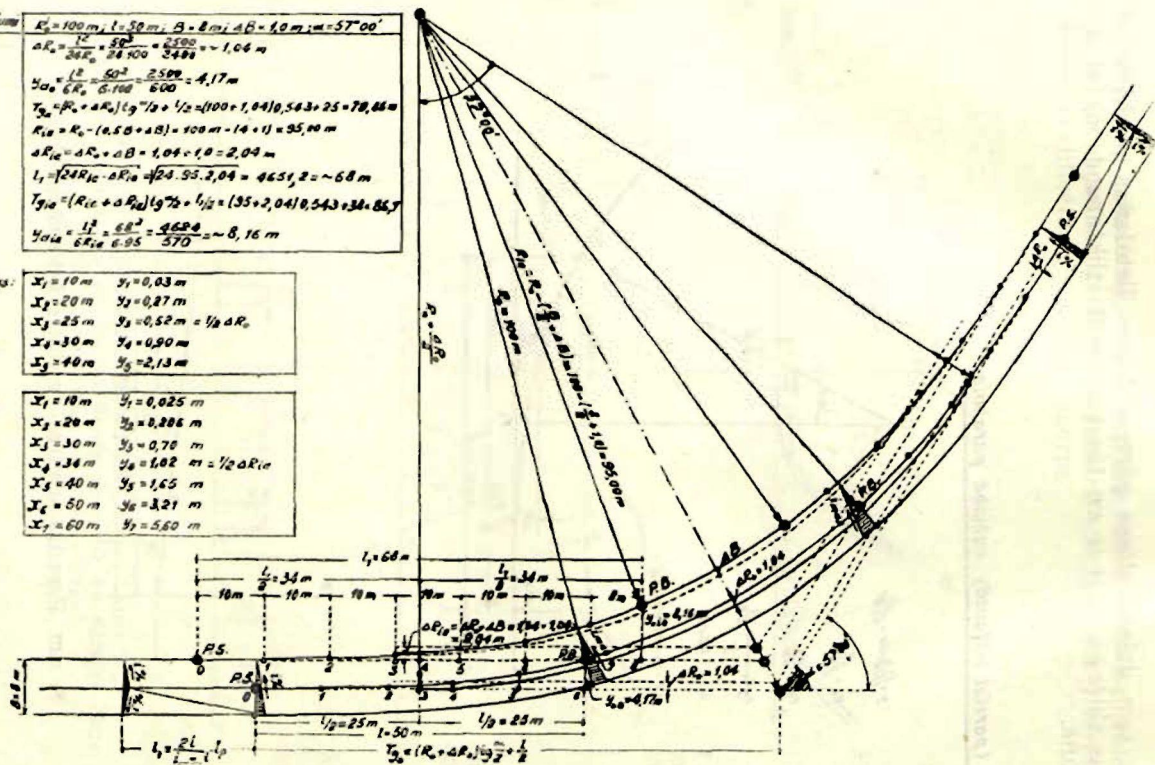
$$y_0 = \frac{x^2}{6R_0 l}$$

$x_1 = 10 \text{ m}$	$y_1 = 0,03 \text{ m}$
$x_2 = 20 \text{ m}$	$y_2 = 0,12 \text{ m}$
$x_3 = 30 \text{ m}$	$y_3 = 0,27 \text{ m} = \frac{1}{2} \Delta R_0$
$x_4 = 40 \text{ m}$	$y_4 = 0,50 \text{ m}$
$x_5 = 50 \text{ m}$	$y_5 = 1,04 \text{ m}$

Iekšmalas parabolās ordinātas:

$$y_1 = \frac{x^2}{6R_0 l_1}$$

$x_1 = 10 \text{ m}$	$y_1 = 0,025 \text{ m}$
$x_2 = 20 \text{ m}$	$y_2 = 0,10 \text{ m}$
$x_3 = 30 \text{ m}$	$y_3 = 0,22 \text{ m}$
$x_4 = 34 \text{ m}$	$y_4 = 0,34 \text{ m} = \frac{1}{2} \Delta R_{1a}$
$x_5 = 40 \text{ m}$	$y_5 = 0,50 \text{ m}$
$x_6 = 50 \text{ m}$	$y_6 = 1,04 \text{ m}$
$x_7 = 60 \text{ m}$	$y_7 = 2,13 \text{ m}$



8. a zīm. Kubiskās parabolās nospraūšanas schema.

Tikai mehaniķu, autokonstruktoru, matematiķu un ģeodetu sadarbība ar ceļu būvju inženieriem dos iespēju galīgi izstrādāt vispiemērotāko pārejas līkņu veidu.

Tikko aprakstītie pārejas līkņu veidi, kuru siks matematisks iztīrājums dots nākošajā nodaļā, balstās uz dažiem apzināti izdarītiem pieņēmumiem — vienkāršojumiem autokustības norisē, parasti uz šādiem:

1) autokustības ātrums līknē pieņemts viscaur nemainīgs —

$$v_{\max \text{ līknē}} = \text{const} = v_{\max \text{ taisnē}};$$

2) auto stūres rata griešanas ātrums pieņemts vienmērīgs; līdz ar to priekšējo riteņu ievirzījuma leņķa pieaugums līdz tā maksimālajai vērtībai ir vienmērīgs.

Praksē novērojam gluži pretējo. Iebraucot līknē, tikai rets auto vadītājs iztīks bez ātruma samazināšanas. Tāpat, izbraucot no līknes, visi autovadītāji mēdz ātrumu palielināt. Ievērojot šo reālo motorizētās kustības norisi, jācenšas atvasināt tādus pārejas līkņu veidus, kas visprecīzāk atbilstu kustības prasībām un norisei. Sādos līkņu veidus, kaut lecerē, jau ir mēģināts dot, — vispirms tā sauktā saspīstā līkne, kura veidota no diviem klotoidas zariem, radot groza klotoidu. Bez tam pārejas līkņu problēma mēģināta risināt telpiski, ar tā sauktā vektora trijkāja palīdzību.

DAZU MOSU TECHNISKAJĀ LITERATURĀ MAZĀK APSKATĪTO PĀREJAS LĪKŅU MATEMATISKAIS IZTĪRĀJUMS

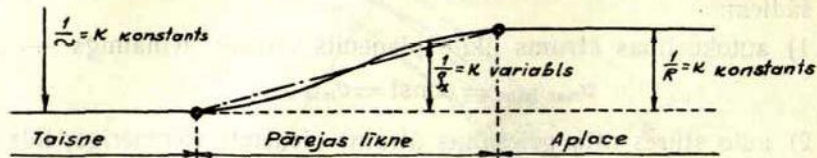
Mūsu tehniskajā literatūrā un mācību grāmatās sīki un vispusīgi iztīrātās tādas pārejas līknes, kuru veidošanai pielietotas:

- 1) parastā groza līkne;
- 2) lemniskāta;
- 3) kubiskā parabola un
- 4) klotoida (radioīda).

Šo līkņu lietošanas veidi, nospraušanas paņēmieni un matematisks iztīrājums aprakstīti prof. Bīruļas un prof. Sestakova ceļu projektēšanasursos un iztīrāti arī periodikā — žurnālā «Строительство дорог».

Apskatīsim divas pārejas līknes, proti — dubultradiusa un reālās pārejas līkni. Apskatot līkņu ģeometriskās formas, no motorizētās kustības prasību viedokļa priekšroka dodama tai līknei, kuras liekuma radiusa maiņa ir pakāpeniska. Vispārīgais noteikums šē būtu tāds, ka liekuma maiņas grafikam pieslēgu vietās taisnei un konstanta radiusa aplocei (pamataplocei) jābūt ļoti liegam, kā tas redzams 9. zīmējumā.

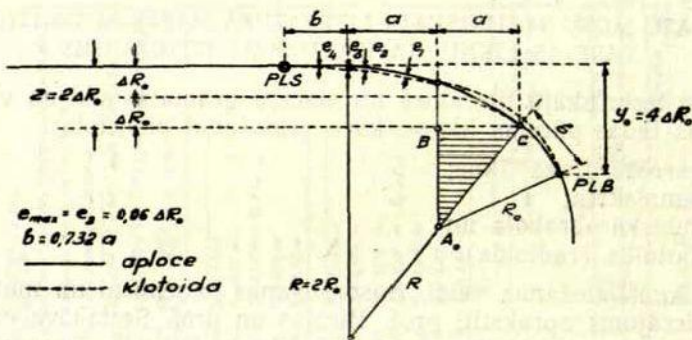
Kā no grafika redzams, pārejas liegums atkarīgs no pārejas līknes ģeometriskās formas un tās garuma resp. no tā, cik liels ir tangentes atvirzījums, jo pie maza tangentes atvirzījuma līknes garums ir mazs. Tādēļ vērtība jāvēlta kā pārejas līknes formai, tā tangentes atvirzījumam ΔR_0 .



9. zīm. Liekuma radiusa maiņas vēlamais raksturs.

DUBULTRADIUSA PĀREJAS LĪKNE

Viens no dubultradiusa aploces pielietošanas motīviem ir tās lielā vienkāršība un ērtā nospraušanas tehnika. Patiesībā dubultradiusa pārejas līkne ir viens no groza līknes paveidiem — atsevišķs šīs līknes gadījums. Še taisnei pieslēdzas aploce ar dubultu pamataploces radiusu ($R = 2R_0$), veidojot tādējādi pāreju no taisnes uz pamataploci.



10. zīm. Klotoidas un dubultradiusa aploces grafiskais salīdzinājums.

Šī līkne daudz lietota zemes ceļu izbūvē. Pastāv uzskats, ka no kustības tehnikas mazāk svarīga ir pārejas līknes ģeometriskā forma, turpretim galvenā nozīme piešķirama tangentes atvirzījuma lielumam ΔR_0 .

Tā kā klotoidas veida pārejas līkne ar liekuma rādus

$$\rho_x = \frac{C}{L_x}$$

savā pusgarumā ļoti labi atbilst aplocei ar

$$\rho = 2R_0,$$

tad uzskata, ka aploce ar $R = 2R_0$ ir tā pārejas līkne, kas savā veidojumā vistuvāka klotoidas formai.

No zīmējuma redzams, ka klotoidas atšķirība ir samērā niecīga, tā ir vienīgi garāka par dubultradiusa aploci. Lai nospraustu dubultradiusa aploci, nepieciešami šādi dati:

- 1) R_0 — pamataploces rādus;
- 2) ΔR_0 — tangentes atvirzījums;
- 3) α — trases pagriezienu leņķis;
- 4) a — priekšaploces pārtvērumu $= \sqrt{(2R_0 + \Delta R_0) \cdot \Delta R_0}$;
- 5) b — klotoidas pārtvērumu $= 0,732 a$;
- 6) T — tangentes garums $= (R_0 + \Delta R_0) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + a + b$;
- 7) B — bisektrises garums $= (R_0 + \Delta R_0) \left(\sec \frac{\alpha}{2} - 1 \right) + \Delta R_0$;
- 8) \widehat{L} — līknes garums $= R_0 \widehat{\alpha} + 2a + 2b$.

Parasti tiek doti pirmie trīs lielumi: 1) R_0 , 2) ΔR_0 un 3) α .

R_0 savukārt aplēš, izejot no kustības ātruma, bet ΔR_0 — izejot no šķērsgrūdienu pieļaujamā lieluma pēc šāda vienādojuma:

$$\Delta R_0 = \left[\frac{6,3 f}{k} \right]^2 \cdot (f + q).$$

Sajā vienādojumā: f — segas berzes koeficients;

q — segas vienpusīgais maksimālais šķērskri-
tums līknē;

$$k = \frac{dp}{dt} \text{ — šķērsgrūdienu lielums } 0,5 \div 1,0 \text{ m/sek}^3.$$

Priekšaploces pārtvērumu nosakām pēc $\triangle ABC$. 10. zīmējumā redzams, ka: $a^2 = R_0^2 - (R_0 - \Delta R_0)^2 = R_0^2 - R_0^2 + 2R_0\Delta R_0 - \Delta R_0^2 =$

$$= 2R_0\Delta R_0 - \Delta R_0^2 \text{ jeb}$$

$$a = \sqrt{(2R_0 - \Delta R_0) \Delta R_0} \cong \sqrt{2R_0\Delta R_0}.$$

Klotoidas pārtvērums b atrodam pēc klotoidas garuma un tangentes atvirzījuma vienādojuma:

$$\Delta R_0 = \frac{1}{24} \cdot \frac{l_0}{R_0};$$

no šejienes atrodam, ka:

$$\frac{1}{2} l_0 = \sqrt{6R_0 \Delta R_0} - a \sqrt{3}.$$

Šādā veidā:

$$b = \frac{1}{2} l_0 - a = a \sqrt{3} - a = a(3 - \sqrt{3}) = 0,732 a.$$

Pie klotoidas pārtvērums b noteikšanas lietojam tangentes atvirzījuma vienādojumu:

$$\Delta R_0 = \frac{1}{24} \cdot \frac{l_0^2}{R_0};$$

Jānoskaidro sakarība starp šo ΔR_0 izteiksmi un agrāk pievesto ΔR_0 izteiksmi — $\Delta R_0 = \left[\frac{6,3 f}{k} \right]^2 \cdot (f + q)$.

Ikvienai klotoidai tās lēzenā zara posmā ar pietiekami tuvu precizitāti varam uzrakstīt sakarību:

$$\Delta R_0 \cong \frac{1}{4} Y_0.$$

Tā kā šajā posmā klotoida gandrīz pilnīgi sakrīt ar kubisko parabolu, tad Y_0 vietā varam likt tā izteiksmi no kubiskās parabolas vienādojuma — $Y_0 = \frac{X_0^3}{6C}$, bet abscisas X_0 vietā — pārejas līknes garumu l_0 . Izejot no klotoidas liekuma pamatlikuma:

$$R_0 = \frac{C}{l_0} \text{ jeb } C = R_0 l_0,$$

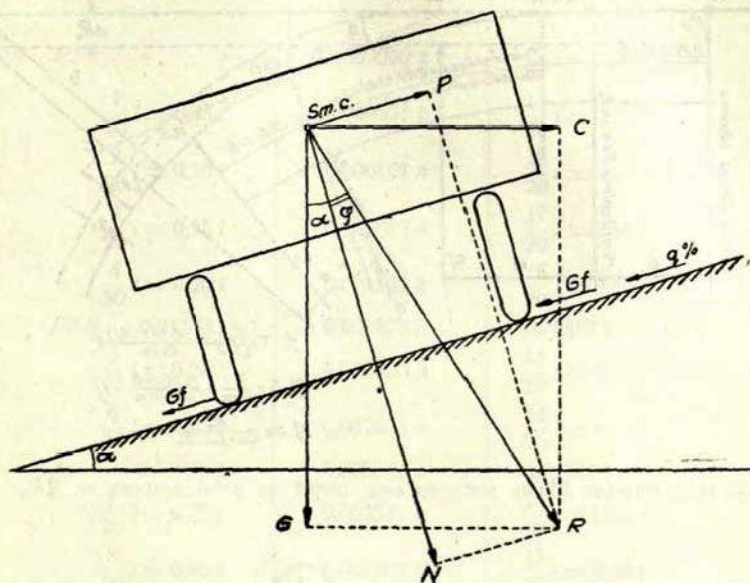
varam sastādīt šādu vienādojumu:

$$\Delta R_0 = \frac{1}{4} \frac{X_0^3}{6C} = \frac{1}{24} \frac{l_0^3}{R_0} = \frac{1}{24} \cdot \frac{l_0^2}{R_0}.$$

Bet $l_0 = vt_0$, tas ir, kustības ātrumam v , kas reizināts ar laiku t_0 . Savukārt $t_0 = \frac{9,81 f}{k}$. To nosaka tā radialspekā C daļa, kura amortizējas ar berzi ceļa segas šķērsvirzienā (sk. 11. zīmējumu), proti, spēks P .

Šā spēka lielums ir $P = N \operatorname{tg} \varphi = G \cdot f$. Bet mēs zinām, ka spēks ir līdzīgs masas reizinājumam ar paātrinājumu, proti:

$$P = m \cdot p = G \cdot f.$$



11. zīm. Spēku schema kustībā pa līkni.

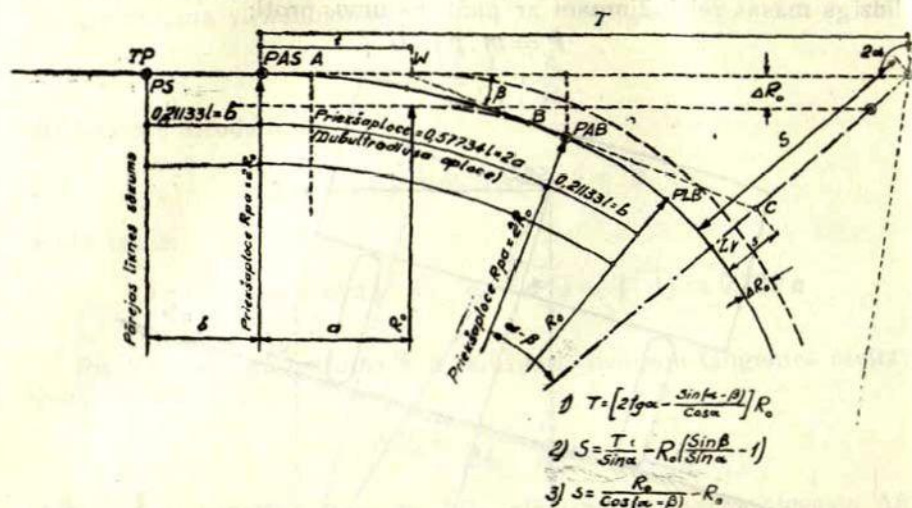
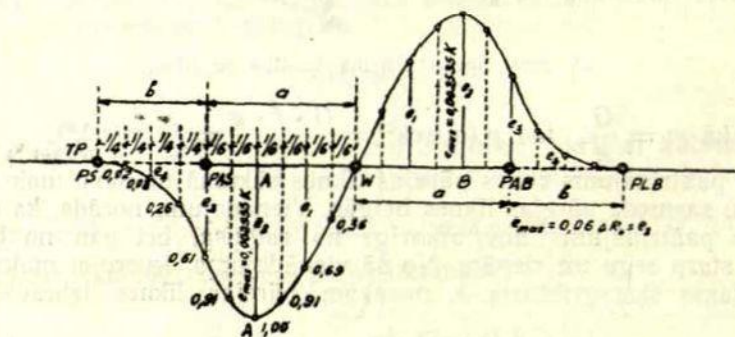
Tā kā $m = \frac{G}{g}$, tad $p \text{ (m/sek}^2\text{)} = \frac{G \cdot f \cdot g}{G} = fg \text{ (m/sek}^2\text{)}.$

Sis paātrinājums rodas pārejas līknes sākumā un savu maksimālo lielumu sasniedz pārejas līknes beigās. Vienādojums norāda, ka centrālās pārejas līknes nav atkarīgs no rādus, bet gan no berzes spēka starp segu un riepām. No šā vienādojuma, ievērojot maksimāli pieļaujamo šķērsgrūdienu k , nosakām pārejas līknes izbaukšanas laiku.

$$t_0 = \frac{g \text{ (m/sek}^2\text{)} f}{k \text{ (m/sek}^2\text{)}} \text{ jeb } t_0 = \frac{9,81 \cdot f}{k} \text{ (sek).}$$

Kustības ātrums $v \text{ (m/sek)} = 3,13 \sqrt{f+q} \cdot \sqrt{R}$. Tagad varam atrast pārejas līknes garumu: $l_0 = t_0 v = \frac{9,81 f}{k} \cdot 3,13 \sqrt{f+q} \cdot \sqrt{R} = \frac{30,7 f}{k} \sqrt{f+q} \cdot \sqrt{R}$. Ievietojot vienādojumā l_0 lielumu, dabūsim:

$$\Delta R_0 = \frac{1}{24} \cdot \frac{l_0^2}{R_0} = \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{30,7 f}{k} \right)^2 \cdot \left(\frac{f+q \cdot R_0}{R_0} \right) = \left(\frac{6,3 f}{k} \right)^2 (f+q).$$

12. zim. Pārejas līknes nospraūšana, izejot no priekšaploces = $2R_0$.

13. zim. Šķērstatstatumu diagrama.

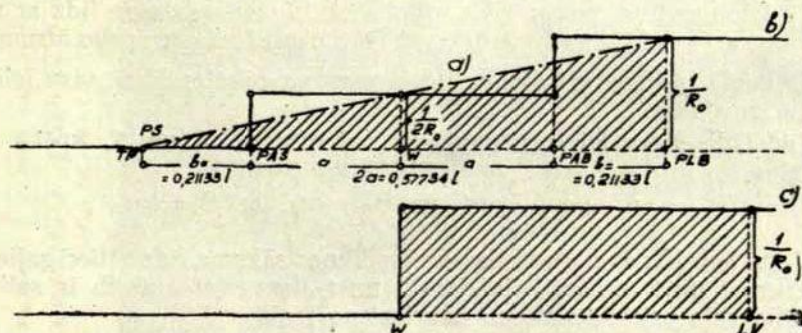
Bieži vien dubultradiusa likni var izveidot aptuveni pēc klotoidas, ja zina tās atšķirības lielumus, proti, radiales atstatumus e starp dubultradiusa apli un klotoidu.

Šo sakarību jeb radiale lielumu atrašanai var izmantot grafikus, kuros uzrādīti diagrammas veidā minētie lielumi e , izejot no e_{\max} , kas pieņemts par 1,00 (sk. 12., 13., 14. zim.). Ar pietiekamu precizitāti var pieņemt, ka $e_{\max} = 0,06 \Delta R_0$.

Šos atstatumus var dot arī tabulas veidā

2. tabula:

Punktu atstatums no pārejas līknes sākuma	Radiālie atstatumi e (m)	Punktu atstatumi no PS — pārejas līknes sākuma
PS	0,000000 k	$\frac{20}{20} l = 1,00 l$ PB
$\frac{1}{20} l = 0,05 l$	0,000021 k	$\frac{19}{20} l = 0,95 l$
$\frac{2}{20} l = 0,10 l$	0,000167 k	$\frac{18}{20} l = 0,90 l$
$\frac{3}{20} l = 0,15 l$	0,000562 k	$\frac{17}{20} l = 0,85 l$
$\frac{4}{20} l = 0,20 l$	0,001333 k	$\frac{16}{20} l = 0,80 l$
PAS 0,21133 l	0,001573 k	0,78867 l PAB
$\frac{5}{20} l = 0,25 l$	0,002230 k	$\frac{15}{20} l = 0,75 l$
$\frac{6}{20} l = 0,30 l$	0,002533 k	$\frac{14}{20} l = 0,70 l$
A 0,30335 l	0,002535 k	0,69665 l B
$\frac{7}{20} l = 0,35 l$	0,002337 k	$\frac{13}{20} l = 0,65 l$
$\frac{8}{20} l = 0,40 l$	0,001766 k	$\frac{12}{20} l = 0,60 l$
$\frac{9}{20} l = 0,45 l$	0,000944 k	$\frac{11}{20} l = 0,55 l$
PLV $\frac{10}{20} l = 0,5 l$	0,000000 k	$\frac{10}{20} l = 0,5 l$ PLV

$$k = \frac{l^3}{R}, \text{ kur } l = \text{pārejas līknes garums.}$$


14. zim. Līkuma ainas: a) klotoidai, b) dubultradiusa apļoči $R = 2R_0$, un pamatapļoči R_0 , c) pamatapļoči bez priekšapļoči (R_0).

No tabulas skaitļiem redzams, ka dubultradiusa aploce atbilst klotoidas pieskares aplim pārejas līknes viduspunktā, kur labojuma lielums ir 0. Vispār dubultradiusa pārejas līknes īpašība ir tā, ka atšķirībā no klotoidas tā visā savā garumā neguļ tieši uz līknes, bet $0,21133 l$ no tās garuma guļ uz taisnes, $0,57734 l$ uz priekšaploces ar radiusu $2R_0$ un $0,21133 l$ uz pamataploces ar radiusu R_0 . Neskatoties uz to, dubultradiusa pārejas līknes taisnlīnijas liekuma ainu mēs pieņemam kā bazi labojumu aprēķināšanai, lai šīs pārejas līknes tuvinātu klotoidas formai. Īsām līknēm tā samērā labi piekļaujas patiesai pārejas līknei, bet garām pārejas līknēm labojumu e izmēri ir tik lieli, ka dabā tos grūti nospraust. Ja aploces radiuss $R = 1000$ m, pārejas līknes garums $l = 1000$ m, e izmēri jau sniedzas līdz 2,53 m. Tā kā šie labojumi nospraužami radially pret priekšaploci, tad, protams, grūti sasniegt vajadzīgo precizitāti.

Dubluradiusa pārejas līkne ar sekmēm pielietojama autoceļu krustojumu, pieslēgu un sazarojumu izveidošanai.

Dubluradiusa nospraušanas paņēmieni redzams 15. zīmējumā. Tā kā segas iekšmalai ir cits radiuss — R_{ie} un maza radiusa aplocēm te jāņem vērā arī segas paplašinājums ΔB , tad, protams, arī pārejas līknes garums ir citāds, nogriežņu a_{ie} un b_{ie} garumi atšķiras no nogriežņiem a_0 un b_0 , kas raksturo pārejas līkni pa segas asi.

PAREJAS LĪKNES VEIDS, IEVEROJOT KUSTĪBAS REALO NORISI, TĀ SAUKTA REALĀ JEB A LĪKNĒ

Līdz šim, pētot pārejas līkņu veidus, problēmas vienkāršošanas nolūkos ir izdarīti šādi pieņēmumi:

- 1) iebraucot vai izbraucot no līknes, auto stūres rats un līdz ar to, protams, arī priekšējie riteņi tiek griezti ar konstantu leņķisko ātrumu;
- 2) kustības lineārais ātrums V , braucot pa pārejas līkni, visu laiku paliek konstants.

Tādējādi starp diviem punktiem, piemēram, 1 un 2, spēkā ir sakarība

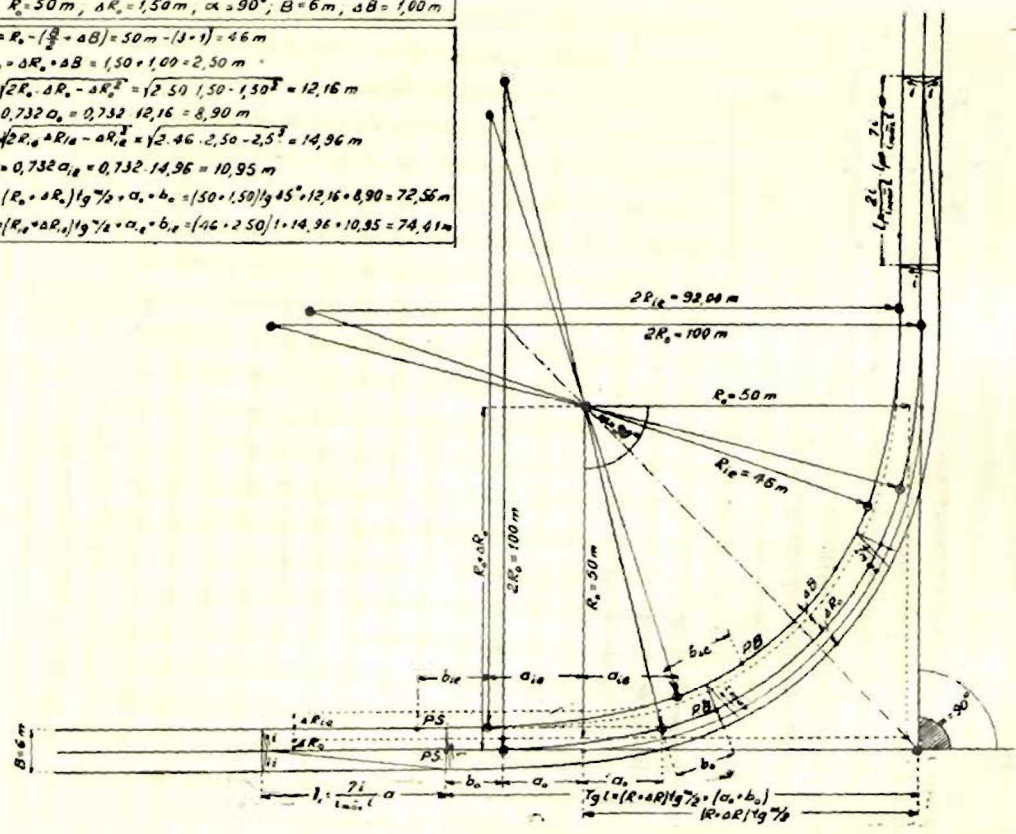
$$l_1 = vt_1 \text{ un } l_2 = vt_2 \text{ un } \Theta_1 = \omega t_1, \text{ bet } \Theta_2 = \omega t_2,$$

kur l_1 un l_2 ir līknes garumi no pārejas līknes sākuma līdz attiecīgajiem punktiem 1 un 2 atbilstoši laikiem t_1 un t_2 , kamēr Θ_1 un Θ_2 ir satiksmes līdzekļa priekšējo riteņu pagriezienu leņķi.

Tāpat $e = r_1 \Theta_1 = r_2 \Theta_2$, kur e — satiksmes līdzekļa asu atstatums, bet r_1 un r_2 — pārejas līknes liekuma radiusi punktos 1 un 2

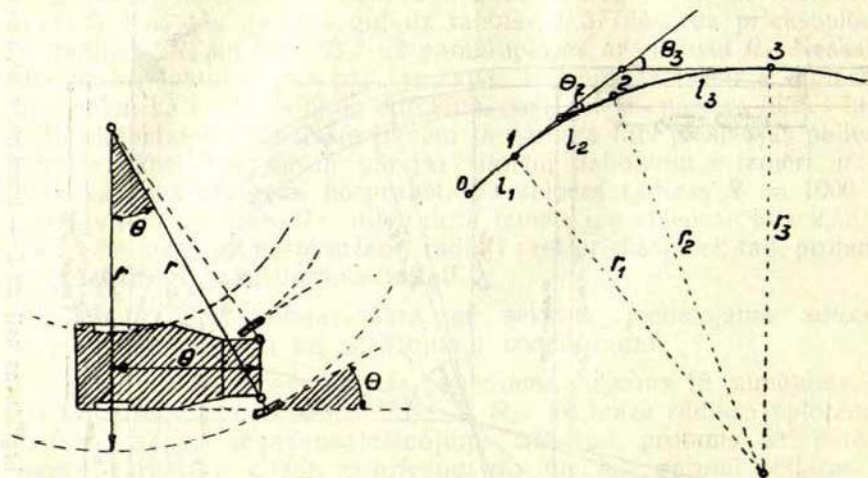
Pienēmi: $R_e = 50 \text{ m}$, $\Delta R_e = 1,50 \text{ m}$, $\alpha = 90^\circ$, $B = 6 \text{ m}$, $\Delta B = 1,00 \text{ m}$

Aplēsti:
 $R_{ie} = R_e - (\frac{B}{2} + \Delta B) = 50 \text{ m} - (3 + 1) = 46 \text{ m}$
 $\Delta R_{ie} = \Delta R_e + \Delta B = 1,50 + 1,00 = 2,50 \text{ m}$
 $a_e = \sqrt{2R_e \Delta R_e - \Delta R_e^2} = \sqrt{2 \cdot 50 \cdot 1,50 - 1,50^2} = 12,16 \text{ m}$
 $b_e = 0,732 a_e = 0,732 \cdot 12,16 = 8,90 \text{ m}$
 $a_{ie} = \sqrt{2R_{ie} \Delta R_{ie} - \Delta R_{ie}^2} = \sqrt{2 \cdot 46 \cdot 2,50 - 2,5^2} = 14,96 \text{ m}$
 $b_{ie} = 0,732 a_{ie} = 0,732 \cdot 14,96 = 10,95 \text{ m}$
 $T_{0e} = (R_e + \Delta R_e) / \text{tg } \gamma/2 + a_e + b_e = (50 + 1,50) / \text{tg } 45^\circ + 12,16 + 8,90 = 72,56 \text{ m}$
 $T_{0ie} = (R_{ie} + \Delta R_{ie}) / \text{tg } \gamma/2 + a_{ie} + b_{ie} = (46 + 2,50) / \text{tg } 45^\circ + 10,95 + 10,95 = 74,41 \text{ m}$

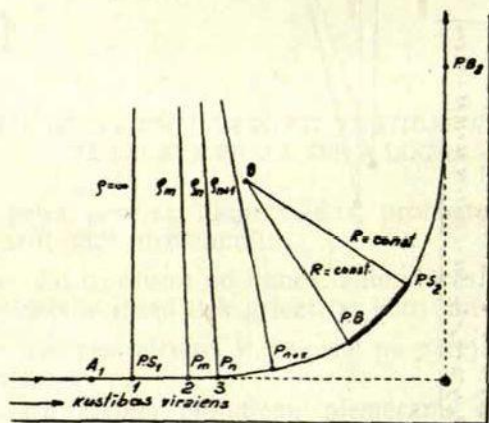


15. zīm. Dubultradiusa pārejas liknes nospraušana: a — brauktuves asij un b — brauktuves iekšmalai.

(sk. 16., 17., 18. zīm.). Šādā gadījumā: $r_1\omega t_1 = r_2\omega t_2$ jeb $r_1 t_1 = r_2 t_2$,
 jeb $r_1 \frac{l_1}{v} = r_2 \frac{l_2}{v}$ resp. $r_1 l_1 = r_2 l_2 = \dots = r_x l_x = \text{constans.}^*$



16. zīm. Priekšējo riteņu ievirzes leņķis Θ . 17. zīm. Ievirzes leņķa Θ maiņas veids.



18. zīm. Ievirzes liekums, lietojot pārejas likni.

* Lai auto tieši sekotu ceļa ass linijai, kas sastāv no taisnēm un aplocēm, šādā gadījumā, teoretiski ņemot, satiksmes līdzeklim liknes sākumā un beigās nāktos uz brīdi apstāties. Liknes sākumā tam apstāšanās mērķis būtu izmantojams priekšējo riteņu ievirzīšanai aploces radiusam atbilstošā leņķī, bet liknes beigās — šā ievirzes leņķa likvidēšanai (sk. 18. zīm.). Patiesībā priekšējo riteņu iegriešana notiek, satiksmes līdzeklim nepārtraukti braucot, tādēļ maza radiusa aplocēm nepieciešama pārejas likne.

Iepriekš minētie pieņēmumi, protams, nav pareizi un neatbilst reālai kustības norisei liknē šādu iemeslu dēļ:

Pārejas liknes sākumā nemaz nav leņķiskā ātruma. Lai tas rastos, nepieciešams spēku pāris ar attiecīgu leņķisko paātrinājumu. Turpretim pārejas liknes beigās ir nepieciešams pretējas zīmes spēku pāris, lai iegūto leņķisko ātrumu pakāpeniski un nemanāmi iznīcinātu. Tas nozīmē, ka visā pārejas liknes garumā leņķisko ātrumu mēs nevaram pieņemt par konstantu. Ja tas būtu konstants, tad, grafiski attēlojot, mēs iegūtu taisnstūra diagramu (sk. 19. zīm.), kas atbilst sākumā izdarītam pieņēmumam, ka $\omega = \text{const}$.

Rodas jautājums, kādai jābūt leņķiskā ātruma diagramai braukšanas reālās norises ietvaros, kad auto kustas pa pārejas likni.

Pareizs būtu pieņēmums, ka pārejas liknes sākumā iegūtais noteikta (konstanta) lieluma leņķiskais paātrinājums pakāpeniski aug līdz tam liknes punktam, kurā leņķiskais ātrums sasniedz vajadzīgo vērtību.

Arī pretēji — izbraucot no pārejas liknes, jālieto konstants leņķiskais palēninājums, kas pakāpeniski iznīcinātu leņķisko ātrumu liknes beigu punktā. Šādā gadījumā leņķiskais ātrums attīstīsies (t. i., pieaugs vai samazināsies) vismaz pēc trapeces diagramas.

19. zīm. Taisnstūra un trapeces leņķiskā ātruma ω maiņas veids.



Šādu tikko apskatīto diagramu laukumi (taisnstūra vai trapeces) ir pagrieziena laika

mērs tam reālajam leņķim, kādu satiksmes līdzekļa priekšējie riteņi iegūst pārejas liknes beigu punktā.

Jo lielāku leņķisko paātrinājumu (ar + vai - zīmi) mēs dosim pārejas liknes sākuma un beigu punktos, jo vairāk trapeces diagrama tuvosies taisnstūra diagramai.

Var rasties jautājums, vai ir nozīme leņķiskā paātrinājuma trapeces diagramas studēšanai. Uz to jāatbild pozitīvi, jo taisnstūra diagrama nav reāli iespējama un pieļaujama tādēļ, ka tā prasa īsā mirklī lielu paātrinājumu, kas iespējams tikai tad, ja būtu pielaidzams bezgalīgi liels spēku pāris. Šo iemeslu dēļ taisnstūra diagrama nav vēlama.

Teoretiski tādat trapeces diagrama ir daudz iespējamāka un reālāka par leņķiskā ātruma ω taisnstūra diagramu. Protams, ka bez šim leņķiskā ātruma diagramām var izmantot arī vēl cita veida diagramas, — to ir ļoti daudz, un tās ir dažādas.

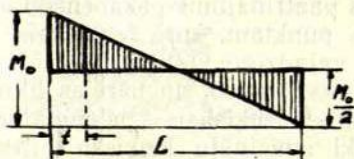
Centīsimies atrast kādu citu, realitātei (t. i., kustības norisei pa likni) vēl vairāk atbilstošu leņķiskā ātruma diagramu, kuras veids būtu vienkāršs un ērts.

Teoretiski bezgalīgi lielā acumirkīgā momenta vietā (kas atbilst leņķiskā ātruma ω taisnstūra diagramai) un konstantā momenta (kas atbilst trapeces diagramas pārejas liknes sākuma un beigu punktiem)

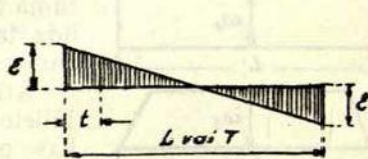
vietā dabiskāks un realāks būs pieņēmums, ka autovadītājs pielieto tādu spēku (momentu M_0) pārejas līknes sākumā (griežot stūres ratu), kura vērtība, pakāpeniski samazinoties, pārejas līknes beigās dabūs vērtību 0 (sk. 20. zīm.).

Vienkāršības dēļ pieņemsim, ka šā momenta maiņa notiek pēc taisnes. Šo momentu daļai amortizēs berzes spēki, kas attīstās priekšējo riteņu iegriešanas laikā, daļai tas tiks pārnesti uz leņķisko paātrinājumu ar + vai — zīmi. Pieņemsim par konstantu to momenta daļu, kas aiziet berzes spēka amortizācijai priekšējo riteņu ievirzes laikā. Tad arī paātrinājumam būs tas pats lielums kā pārejas līknes sākumā, tā pārejas līknes beigās.

Pats moments M_0 ir dubulta berzes spēka moments. Tātad varam secināt, ka spēku pāra skaitliskā vērtība to maksimālā pakāpē ir samērā niecīga, kas atbilst mazai berzei segas šķērsvirzienā.



20. zīm. Spēku pāra, ko izsauc priekšējo riteņu ievirze ar stūri, radītais moments M_0 .



21. zīm. Paātrinājuma diagrama.

Kā zināms, $M_0 = 2T\epsilon$, kur T — satiksmes līdzekļa rotējošo daļu inerces moments un ϵ — auto paātrinājums. Tātad:

$$\frac{M_0}{2} = T\epsilon \text{ un } \epsilon = \frac{M_0}{2T}.$$

Tālāk, lai mēs savā apskatā būtu neatkarīgi no satiksmes līdzekļa lineārā ātruma varbūtējās izmaiņas, pieņemsim, ka šis moments arī mainās lineāri, tomēr nevis sakarā ar atstatumu (telpu) x , bet gan sakarā ar laiku. Izejot no šāda pieņēmuma, pēc laika t mēs iegūstam paātrinājumu ϵ_t , to atrodam, izlietojot formulu:

$$\epsilon_t = \epsilon \cdot \frac{T - 2t}{T} \quad (\text{sk. 21. zīm.}).$$

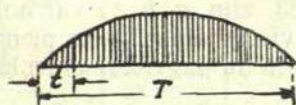
Šajā vienādojumā T ir nepieciešamais laiks pārejas līknes caurbraukšanai. Nointegrējot paātrinājuma diagramu, dabūjam leņķiskā ātruma diagramu, kuras veids ir parabolisks, t. i.:

$$\omega_t = \int_0^t \epsilon_t dt = \int_0^t \epsilon \cdot \frac{T - 2t}{T} dt \text{ un } \omega_t = \frac{\epsilon}{T} (Tt - t^2).$$

Tai gadījumā, ja lineārais ātrums v ir konstants, $x = vt$ un $t = \frac{x}{v}$, bet $T = \frac{L}{v}$ (še L — pārejas liknes garums), no kurienes:

$$\omega_x = \frac{\varepsilon v}{L} \left(\frac{L}{v} \cdot \frac{x}{v} - \frac{x^2}{v^2} \right) = \frac{\varepsilon}{L} \left(\frac{L}{v} x - \frac{x^2}{v} \right).$$

Tā taisnstūra un trapeces diagramas vietā mēs esam ieguvuši parabolisku leņķiskā ātruma diagramu, kura vienkāršāk un reāli pareizāk interpretē dabisko autobraucēja darbību (sk. 22. zīm.).



22. zīm. Leņķiskā ātruma paraboliskā diagrama

Jāatzīst arī otrais pieņēmums, ka kustības ātrums nemainīgs. Tiešām, būtu pat vēlams, lai satiksmes līdzeklis pārskrietu pārejas likni ar konstantu ātrumu (ar ātrumu, kas atbilstu pamataplocei paredzētajam). Bet, tā kā pamatlīnēs, kurās bieži vien ir mazu radiusu aploce, ātrums ir daudz mazāks nekā taisnajā ceļa posmā, tad, iebraucot liknē, dabiski ir nepieciešams ātrumu samazināt. Šī ātruma samazināšana daļēji vai pilnīgi notiks pārejas liknes posmā. Izbraucot no pamataploces caur pārejas likni uz taisna posma, ātrums pieaugs.

Tātad pie ierobežotiem pamatlīkņu radiusiem mums jāsaprotas ar mainīga lineara ātruma — v diagramām laikā T ar sākuma un beigu ātrumiem v_s un v_c , kur $v_s = av_b$ pie $a < 1$ (iebraucot liknē).

Varam pieņemt, ka visā pārejas liknes garumā auto brauks ar vidējo ātrumu $v_v = \frac{v_s + v_b}{2}$.

Tādējādi līdz šim valdošo pieņēmumu vietā, 1) ka leņķiskais ātrums ir konstants un 2) ka lineārais ātrums ir konstants, mēs uzstādām šādus pamat- jeb izejas noteikumus: 1) leņķiskais ātrums mainās pēc paraboliskās diagramas, 2) lineārais ātrums konstants un līdzīgs $v_s = v_b$, vai dažreiz (pie ierobežotiem — minimāliem radiusiem) $v = v_v = \frac{v_s + v_b}{2}$.

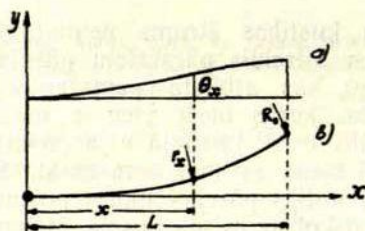
JAUNĀS PĀREJAS LIKNES (A LIKNES) NOLIDZINĀJUMS

No formulas $\omega_x = \frac{\varepsilon}{L} \left(\frac{Lx}{v} - \frac{x^2}{v} \right)$, to nointegrējot, izriet, ka ievirzes leņķis priekšējiem stieņiem x atstatumā no koordinātu sākuma punkta ir:

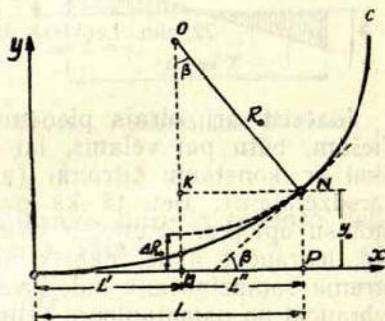
$$\Theta_x = \int_0^x \omega_x dx = \int_0^x \frac{\varepsilon}{L} \left(\frac{Lx}{v} - \frac{x^2}{v} \right) dx.$$

$$\Theta_x = \left(\frac{\varepsilon Lx^2}{2v} - \frac{x^3}{3v} \right).$$

No diagramas (sk. 23. zīm. *a*, *b*, *c*) var nolasiť pagriezienu leņķus pārejas līknes dažādās vietās atkarībā no pieņemtās x skaitliskās vērtības. Pilnais priekšējo riteņu pagriešanas leņķis būs sasniegts pārejas līknes beigās pie $x=L$.



23. *a* un *b* zīm. — pagriezienu leņķa un liekuma rādīšņa maiņa.



23. *c* zīm. Pārejas līknes pieslēgšana aplīci.

$$\text{Šādā gadījumā} \quad \theta = \frac{\varepsilon}{L} \left(\frac{L \cdot L^2}{2v} - \frac{L^3}{3v} \right) = \frac{\varepsilon}{L} \left(\frac{L^3 \cdot 3 - 2L^3}{6v} \right) = \frac{\varepsilon L^2}{6v}.$$

Leņķiskais pagrieziens Θ_x ir saistīts ar satiksmes līdzekļa bāzes garumu (resp. asu atstatumu) šādā attiecībā:

$$l = r_x \Theta_x,$$

kur r_x — liekuma rādīšņš pārejas līknes vietā — x . Pārejas līknes beigās $r_x = R$ un $\Theta_x = \theta$, un mēs dabūjam šādu izteiksmi:

$$l = R\theta \quad \text{un} \quad \theta = \frac{l}{R} = \frac{\varepsilon L^2}{6v}, \quad \text{kur } R \text{ — pamataploces rādīšņš. No šejienes}$$

$$\Theta_x = \frac{6vl}{RL^3} \left(\frac{Lx^2}{2v} - \frac{x^3}{3v} \right).$$

Līknes liekuma rādīša diferencialvienādojums ir:

$$r_x = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad \text{jeb} \quad \frac{1}{r_x} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}.$$

So formulu varam vienkāršot, atmetot $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ kā mazu lielumu, salīdzinot ar pārējiem. Tā mēs iegūsim vienādojumu:

$$\frac{1}{r_x} = \frac{d^2y}{dx^2}, \quad \text{bet} \quad \frac{1}{r_x} = \frac{\Theta_x}{l},$$

un tālāk varam rakstīt, ka:

$$\frac{1}{r_x} = \frac{6vl \left[\frac{Lx^2}{2v} - \frac{x^3}{3v} \right]}{l} = \frac{6}{RL^3} \left[\frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right] = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{RL^3} [3Lx^2 - 2x^3].$$

Pirmo reizi integrējot šo izteiksmi, iegūsim

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6}{RL^3} \left[\frac{Lx^3}{6} - \frac{x^4}{12} \right] + C_1,$$

ja $x=0$, $\frac{dy}{dx}=0$ un $c_1=0$ (konstante = 0).

Otrreiz integrējot, iegūsim:

$$y = \frac{6}{RL^3} \left[\frac{Lx^4}{24} - \frac{x^5}{60} \right] + C_2,$$

ja $x=0$, $\frac{dy}{dx}=0$ un arī konstante $C_2=0$.

Līdz ar to pārejas liknes vienādojums ir atrasts.

$$y = \frac{1}{RL^3} \left(\frac{Lx^4}{4} - \frac{x^5}{10} \right),$$

kur R ir pamataploces rādīss, bet L — pārejas liknes garums, kas mums vēl jāaprēķina.

PĀREJAS LIKNES GARUMA L APREĶINS

Virzoties pa pārejas līkni un pamatlīkni, satiksmes līdzeklis pakļauts centrālās spēkam, kura paātrinājums vienlīdzīgs

$$p_x = \frac{v_x^2}{r_x}.$$

Tā kā esam pieņēmuši linearo ātrumu konstantu, tad paātrinājums būs:

$$p_x = \frac{v^2}{r_x}.$$

Skaidrs, ka centrālās paātrinājums iegūs vislielāko vērtību pamatlīknē (pamataplocē), kur arī paliks pastāvīgs, jo r_x arī paliks pastāvīgs $r_x = R$, bet taisnā posmā, kur $r_x = \infty$, tas līdzīgs 0.

Nolūkā daļēji vai pilnīgi amortizēt (līdzsvarot) centrālās paātrinājumu ceļa segas ārmas liknēs nākas pacelt resp. izveidot atbilstošu šķērskritumu. Šis pacēlums pamataplocē paliks nemainīgs, kamēr pārejas līknē tas lineari mainīsies no 0 — taisnā posma beigās, līdz $\alpha = \vartheta$ pārejas līknes beigās.

Pacēluma vienādojums ir $\vartheta_x = \frac{\vartheta x}{L}$, proti, pārejas līknes punktā (x, y) .

Apskatisim tagad spēkus, kādi iedarbojas uz satiksmes līdzekli pārejas līknes punktā (x, y) ; tie būs:

$$P = N \operatorname{tg} \varphi; \quad N = G; \quad P = G \operatorname{tg} \varphi.$$

Savukārt $P = m \cdot p$ un $G = m \cdot g$.

Tātad $m \cdot p = m \cdot g \operatorname{tg} \varphi$ un $p = g \operatorname{tg} \varphi$.

G — satiksmes līdzekļa svars; C — centrālās spēks; R — svara un centrālās spēka rezultante; P un N ir R komponentes; g — zemes paātrinājums = 9,81 m/sek²; $\operatorname{tg} \varphi = f$ — sāniskā (šķērseniskā) berze starp riepām un segu; p — spēkam P atbilstošs paātrinājums (centrifugālais paātrinājums); m — satiksmes līdzekļa masa.

No 24. zīmējuma secinām:

$$C = G \operatorname{tg}(\varphi + \alpha_x) \text{ vai aptuveni}$$

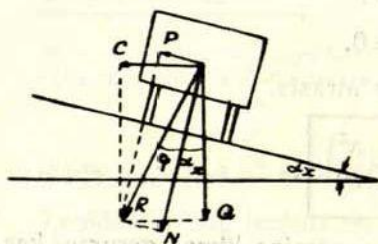
$$C = G(\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \alpha_x) = G(f + \vartheta_x).$$

$$C = \frac{mv^2}{r_x} = mg(f + \vartheta_x);$$

$$\frac{v^2}{r_x} = g(f + \vartheta_x).$$

Agrāk pieņemām, ka $\frac{1}{r_x} = \frac{d^2y}{dx^2}$, un uzstādijām vienādojumu, ka

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{RL^3} (3Lx^2 - 2x^3).$$



24. zīm. Spēki līknē.

Tālāk:

$$\frac{v^2}{RL^3} (3Lx^2 - 2x^3) = g(f + \vartheta \cdot x) = \left(f + \frac{\vartheta \cdot x}{L}\right) g \text{ un}$$

$$f = \frac{v^2}{gRL^3} (3Lx^2 - 2x^3) - \frac{\vartheta \cdot x}{L}.$$

No šejienes:

$$p = \frac{v^2}{RL^3} (3Lx^2 - 2x^3) - g \frac{\vartheta}{L} \cdot x.$$

Sis nolīdzinājums dod centrālās spēka paātrinājumu mainīgam centrālās spēkam pārejas līknē. Nodiferencējot šo nolīdzinājumu pēc laika, dabūsim:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{v^2}{RL^3} \left(6Lx \frac{dx}{dt} - 6x^2 \frac{dx}{dt}\right) - g \frac{\vartheta}{L} dx, \text{ bet } \frac{dx}{dt} = v = \text{constans}$$

$$\text{un } \frac{dp}{dt} = \frac{v^3}{RL^3} (6Lx - 6x^2) = g \frac{\vartheta}{L} v = k.$$

Diferencialis $\frac{dp}{dt} = k$ ir tā sauktais šķērsgrūdiens (centrālās spēka paātrinājuma pieaugums sekundē), un tas nedrīkst pārsniegt noteiktu vērtību (0,5—1,0 m/sek³).

Nodiferencēsim šo vienādojumu pēc dx un pielīdzināsim 0:

$$\frac{dk}{dx} = \frac{v^3}{RL^3} (6L - 12x) = 0; 6L - 12x = 0; x = \frac{L}{2}, \text{ kad}$$

k sasniedz savu maksimumu.

Atvietojot nolīdzinājumā x ar $\frac{L}{2}$ dabūsim:

$$k = \frac{v^3}{RL^3} \left(\frac{6L}{2} - \frac{6L^2}{4} - g \frac{\vartheta}{L} \cdot v\right),$$

un no šā nolīdzinājuma atrodam pārejas līknes garumu L :

$$L = \frac{1}{k} \left(\frac{3v^3}{2R} - \vartheta gv\right).$$

TANGENTES ATVIRZIUMA ΔR NOTEIKŠANA

Lai rastu iespēju ievietot pārejas līkni starp tangenti (taisni) un apluci, nepieciešams aploces centru atvirzīt no tangentes par atstatumu ΔR , pie kam centra atstatums no tangentes tad ir $R + \Delta R$.

No 23. c zīmējuma redzams, ka

$$OK + KM = R + \Delta R = OK + NP = OK + y_0,$$

$$\text{bet } OK = R \cos \beta \text{ un } y_0 \text{ (pie } x=L) = \frac{1}{RL^3} \left(\frac{L^4}{4} - \frac{L^5}{10} \right) = \frac{3L^2}{20R} = y_0.$$

$$\text{Tātad } R + \Delta R = R \cos \beta + \frac{3L^2}{20R}.$$

No vienādojuma 161. lpp. dabūjam:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{RL^3} (Lx^3 - \frac{x^4}{2}) \text{ un pie } x=L$$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{RL^3} \left(L^4 - \frac{L^4}{2} \right) = \frac{L}{2R}, \text{ tātad}$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{L^2}{4R^2}}} = \sqrt{\frac{4R^2}{4R^2 + L^2}}.$$

Atvirzījuma lielums no galvenās tangentes ir noteikts ar šādu vienādojumu:

$$\Delta R = y_0 + R \cos \beta - R = \frac{3L^2}{20R} + R \sqrt{\frac{4R^2}{4R^2 + L^2}} - R =$$

$$= \boxed{\frac{0,15L^2}{R} + R \left(\sqrt{\frac{4R^2}{4R^2 + L^2}} - 1 \right) = \Delta R}.$$

LIKNES ATSEVIŠĀ POSMU L' UN L'' APREĶINĀSANA

Pārejas liknes garums (pareizāk — garuma projekcija uz X asi) L sastādās no diviem posmiem L' un L'' . Šādu sadalījumu ienes no pamataploces centra pret galveno tangenti vilktais perpendikuls:

$$L' = L - L'', \text{ bet } L'' = KN = ON \sin \beta = R \sin \beta.$$

$$\text{Savukārt } \sin \beta = \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \text{ bet } \operatorname{tg} \beta = \frac{L}{2R},$$

$$\text{un tātad } L'' = R \sqrt{\frac{L^2}{4R^2 + L^2}} = L \sqrt{\frac{R^2}{4R^2 + L^2}},$$

$$L' = L - L'' = L - L \sqrt{\frac{R^2}{4R^2 + L^2}}.$$

Galīgi tāpat atrodam šādas izteiksmes L' un L'' aprēķināšanai:

$$1) \quad L' = L \cdot \sqrt{\frac{R^2}{4R^2 + L^2}}$$

$$2) \quad L'' = L \left(1 - \sqrt{\frac{R^2}{4R^2 + L^2}} \right)$$

Kopsumā par reālās, t. s. A līknes raksturīgiem elementiem un tās pamatošanai pieņemtiem kustības norises apstākļiem varam teikt sekojošo:

1) Pieņēmumi

- leņķiskais ātrums noteikti seko paraboliskai diagramai,
- lineārais ātrums $v = \text{konstants}$, tas ir,

$$v_s = v_b = v \quad \text{jeb} \quad v = \frac{v_s + v_b}{2}.$$

2) Pārejas līknes nolīdzinājums:

$$Y = \frac{1}{RL^3} \left(L \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{10} \right).$$

3) Pārejas līknes garums L (līmeniskā projekcija):

$$L = \frac{1}{k} \left(\frac{3v^2}{2R} - g \right).$$

4) Tangentes atvirzījums:

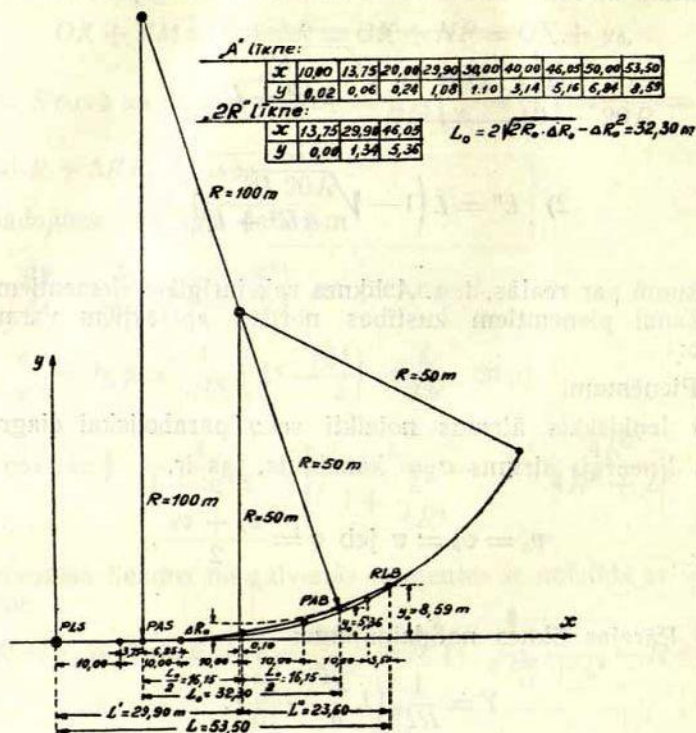
$$\Delta R = 0,15 \frac{L^2}{R} + R \left(\sqrt{\frac{4R^2}{4R^2 + L^2}} - 1 \right).$$

5) L' un L'' garumi:

$$L' = L \cdot \sqrt{\frac{R^2}{4R^2 + L^2}}$$

$$L'' = L \left(1 - \sqrt{\frac{R^2}{4R^2 + L^2}} \right).$$

A līknes salīdzinājums ar dubultradiusa līkni redzams 25. zīmējumā.



25. zīm. Dubultradiusa un reālās (A) pārejas līknes grafiskais salīdzinājums.

SECINĀJUMI

1. Motorizētā satiksme jau šodien sasniedz tādas kustības ātrumus — 120—160 km/st, — kas neatvairāmi prasa atbilstošu vijīgu ceļa izveidojumu kā plānā, tā garengriezumā.

2. Viens no neskaidrākiem un grūtāk risināmiem jautājumiem ceļu trasēšanā un projektēšanā vēl aizvien ir jautājums par ceļa taisno posmu saslēgšanu ar to pagriezienos ierakstītām aplocēm. Pastāvot teoretisko uzskatu dažādībai un nenoteiktībai, ceļu būvētāji praktiski izvairās no pārejas līkņu lietošanas, ar to kaitējot ceļu tehnikam un arhitektoniskam izveidojumam, satiksmes drošībai un ērtībai.

3. Ievērojot to, ka motorizētā kustība aptver visu zemes ceļu tīklu, visu zemes ceļu izbūve vai rekonstrukcija izdarāma kā plānā, tā profilā piemēroti motorizētās satiksmes prasībām, kas sasniedzams ar pareizu, ātrumam un kustības norises reāliem apstākļiem atbilstošu pārejas līkņu ierakstīšanu.

4. Atkarībā no ceļa šķiras, kustības veidiem un ātruma pārejas līknes veidam ir svarīga nozīme, tādēļ tā izveidojama
- a) automaģistralēm pēc realās jeb t. s. idealās līknes, klotoidas vai kubiskās parabolas;
 - b) jauktas kustības tālsatiksmes maģistralēm pēc kubiskās parabolas vai no dubultradiusa aploces atvasinātas klotoidas;
 - c) zemāko šķiru ceļiem pēc dubultradiusa aploces, kas ērti nospraužama dabā.
5. Bez līknes veida svarīga loma ir tā sauktajam tangentes atvērījumam, tādēļ, skaidrojot pārejas līkņu jautājumu, šī problema izvirzāma pirmajā vietā.
6. Vajadzīgā uzmanība piešķirama arī pārejas līkņu nospraušanas metožu vienkāršošanai, lai tās būtu ērti izpildāmas bez sarežģītiem ģeometriskiem aprēķiniem un komplikētu instrumentu lietošanas.

L I T E R A T U R A

1. Иванов Н. Н., проф., Строительство автомобильных дорог, Дориздат, 1948.
2. Бируля А. К., проф., Проектирование автомобильных дорог, Дориздат, 1948.
3. Шестаков П. Н., проф., Курс автомобильных дорог, 1939.
4. Технические условия и правила проектирования и постройка автогужевых дорог и искусственных сооружений, изд. Тишосдора, 1939.
5. Сборник трудов № 71 Московского института имени Сталина, инженер. жел. дор. транспорта. ж. д., 1948.

TRIGONOMETRISKĀ TIKLA PUNKTU GRAFISKI ANALITISKĀ IZLIDZINĀŠANA

Techn. zin. kand. K. Menzins

I. IEVADS

Socialistiskās valsts varenie ražošanas tempi prasa darba procesā ieviest visracionālākās metodes. Padomju Savienības neaptveramā platība un grandiozo apmēru ģeodeziskie darbi prasa arvien labākus darba paņēmienus, kas paātrinātu darba tempus.

Mēs dzīvojam lielo komunisma celtņu laikmetā, kad ātra ģeodezisko uzdevumu veikšana ir viens no priekšnoteikumiem celtņu savlaicīgai realizēšanai. No otras puses, realizējot lielās celtnes, tiek nepārtraukti izdarīti novērojumi par deformācijām tanīs.

Šo uzdevumu veikšanai visracionālākā ir grafiski analitiskā metode.

Techniskajās problemās grafiski analitiskās metodes ērti pielietojamas tad, kad nav jāatrod pašas pamatvērtības, bet gan tiek meklētas korekturas pie tām. Šīs korekturas parasti nav lielas, un tādēļ tās var meklēt samērā lielā mērogā, tā paceļot atrasto vērtību noteiktību.

Šādu uzdevumu var novest līdz tam, ka ir zināmas meklējamā punkta tuvīnās koordinātu vērtības un tām tiek meklētas tādas korekturas, kas apmierina mazāko kvadrātu principu, t. i., lai visu labojumu kvadrātu suma būtu minimums.

Kā zināms, atsevišķus zemāko klasu trigonometriskā tīkla punktus nosaka, izejot no augstāko klasu atbalsta punktiem ar taisno vai pretējo krustojumu, vai arī kombinējot abus kopā.

Noteicot kādu trigonometriskā tīkla punktu ar taisno krustojumu, jābūt izmēritiem vismaz 2 leņķiem augstāko klasu trigonometriskā tīkla punktos, pie kam šo leņķu viena mala sakrīt ar esošā augstākās klases trigonometriskā tīkla malu vai vispār savieno kuru katrus augstāko klasu punktus, kuru koordinātas zināmas, bet otra mala ir vērsta uz noteicamo punktu. Ar to koordinētiem punktiem iegūstam caur direkcionaliem leņķiem divus orientētus virzienus. To krustojums noteic meklējamo punktu.

Kā zināms, pretējā krustojumā arī jāizmērī noteicamā punktā vismaz divi leņķi, kuru malas vērstas uz trigonometriskā tīkla augstāko klasu koordinētiem punktiem.

Katrs lieks novērojums noved pie pretrunām un prasa izlīdzināt noteicamā punkta stāvokli. Šīs problēmas analītiskā atrisināšana ir plaši noskaidrota ģeodezijasursos, tādēļ pie tās neapstāsimies. Jāaizrāda, ka ar analītiskām metodēm mēs gan iegūstam augstas noteiktības rezultātus, tomēr tas prasa lielu darba patēriņu. Reķinmašīnas ieviešana darba procesā gan ir atvieglājusi šo darbu, tomēr nav pilnīgi racionalizējusi to.

Šī raksta uzdevums ir iepazīstināt ar praktiskiem paņēmieniem atsevišķu trigonometriskā tīkla punktu izlīdzināšanā. Grafiski analītisko metodi izvēlējos šādu iemeslu dēļ:

1) grafiski analītiskā metode raksturīga ar uzskatāmību, dod realu priekšstatu par kļūdu ietekmi, pasargā no rupjām kļūdām, uzskatāmi parāda izejas datu un meklējamo vērtību relatīvo sakarību un mijiedarbību, neļauj mums nogrimt abstraktā skaitļu pasaulē, dod iespēju bez reķinmašīnas un logaritmiskā lineāla lietot arī vēl grafiskos palīg līdzekļus, kā, piemēram, papīru ar iepriekš uzzīmētām iedaļām, nomogramas u. c.;

2) to var veikt mazāk kvalificēts darbinieks, jo tā neprasa tik dziļas zināšanas izlīdzināšanas mācībā kā analītiskā metode;

3) tā dod iespēju darba gaitā pievienot jaunus novērojumus, neatkārtojot darba procesu, kā tas, piemēram, ir klasiskajā analītiskajā metodē, izlīdzinot tiešos novērojumus;

4) bez tam šī metode dod darba laika ietaupījumu.

Pret grafiski analītisko metodi ir iebildumi, galvenokārt tās nenoteiktības dēļ. Praktiskās vajadzības robežās tā tomēr pilnīgi apmierina mūs. Risināšanu izdara uz milimetru papīra, lai nevajadzētu lietot mērogu un cirkuli.

2. KĻŪDU FIGURAS KONSTRUEŠANA PIE TAISNĀ KRUSTOJUMA UN NOTEICAMĀ PUNKTA KOORDINATU ATRAŠANA

Vispirms jānoskaidro jēdziens kļūdu figura. Kā zināms, jebkuri divi virzieni, ja tie nav paraleli, dod vienu krustojšanās punktu.

Nosakot kāda trigonometriskā tīkla punkta stāvokli, mēs parasti to iekrustojam ar vairākiem virzieniem, tā radot $N = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$ krustojšanās punktus. Figuru, kuru ierobežo krustojošās taisnes un to krustojšanās punkti, sauc par kļūdu figuru, bet pašas taisnes (pēc Ļeņingradas profesora N. G. Kella [1] ierosinājuma) — par pozīciju līnijām.

Lai meklējamā kļūdu figura novietotos rasējuma lapā un pēc iespējas vairāk lapas vidus daļā, vispirms jāatrod noteicamā punkta koordinātu tuvinās vērtības, analogi analītiskajai metodei, izlīdzinot pēc netiešo novērojumu paņēmiena. Atšķirība ir tikai tai ziņā, ka pēc analītiskās metodes tuvinās koordinātu vērtības ir izejas dati turpmākiem analītiskiem aprēķiniem; lai izvairītos no lieliem labojumiem, vēlams

tās noteikt pēc iespējas precizāk. Manis izvēlētajā grafiskajā metode noteicamā punkta koordinātu tuvīnās vērtības būs jāatrod tikai ar tādu noteiktību, kas garantē kļūdu figūras novietojanos rasejuma lapā.

Konstruējot kļūdu figūru, piemēram, mērogā 1:10, noteicamā punkta tuvīnām koordinātām jābūt zināmām ar noteiktību ± 1 m, kas normalos apstākļos viegli sasniedzams, atrodot kuru katru 2. novēroto virzienu krustojumu. Tālākā darba gaitā tuvīnās koordinātu vērtības neietekmē ne kļūdu figūras novietojanos, ne tās veidu. Tā ir pirmā atšķirība, salīdzinot šī darba autora izvīrīto grafiski analītisko metodi ar analītisko.

Noskaidrošanas nolūkos atrisināsim vienu piemēru. Uzdevuma izejas dati patapināti no prof. Čebotareva [3] ģeodezijas kursa II daļas 230. lpp.

Punktu nosaukums	Attālu- mi km	Koordinātas		Izmēr. direkc. leņķi uz nosa- kāmo punktu	tg T
		X	Y	T	
1. Aristo	5,1	9409,55	59268,90	109°56'44"	- 2,755620
2a. Čeremisi	6,6	14133,50	65596,80	193°22'04"	+ 0,237639
2b. Čeremisi	6,6	14133,50	65596,80	193°21'58"	+ 0,237619
3. Červjaki	3,8	4172,80	65542,80	337°02'20"	- 0,423674

Šeit izmērītos direkcionālos leņķus esam noapaļojuši veselās sekundēs. No Čeremisi ir divi virzieni uz jaunnosakāmo punktu Stepanovo, jo, kā redzams, izmērītais leņķis pie punkta Nr. 2 nav iepriekš izlīdzināts, bet virziens 2 \rightarrow 4 vienreiz orientēts pēc malas 2 \rightarrow 1 un otrreiz pēc malas 2 \rightarrow 3. Lai ieturētu korelāciju ar autora apskatīto analītisko risinājumu, paturēsim abus virzienus.

Kļūdu figūras sastāvēs no 4 virzienu savstarpējiem krustojumiem, kuru skaits šinī konkrētajā gadījumā ir $N = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$. Šīs kļūdu figūras malas būs pozīciju līnijas.

Pozīciju līniju konstruēšana ar transportieri, kā to ieteic daži ārzemju zinātnieki, nav racionala un precīza.

Konstruēsim tās pa punktiem, meklējot šo līniju krustojanos ar attiecīgām koordinātu asīm tuvíno koordinātu vērtību apkārtnē, lietojot rēķinmašīnu un izejot no analītiskajā ģeometrijā pazīstamās taisnes vienādojuma formulas $y = mx + b$, kur $m = \text{tg } T$. Vienosimies parastai rēķinmašīnai nosaukt skalas: U — uzstādījumu skala, S — skaitītāja skala un R — rezultāta skala, t. i., rēķinmašīnas darbībā: $U \times S = R$.

R skalā iestādīsim atbalsta punkta «Aristo» koordinātu $y_1 = 59268,90$, aiz komata rezervējot 8 brīvas vietas. S skalā iegriežam

$x_1 = 9409,50$ ar sarkaniem cipariem, jo $\operatorname{tg} T_1$ ir negatīvs. U skalā iestādām — 2,755620 un griežam reķinmašinas kloķi, kamēr S skalā parādās kāda no mūsu 1. zīm. iedalītām X līnijām, piemēram, 7670,5; R skalā atbilstoši parādīsies $y = 64060,923$, ko attiecīgi atliekam. Tad izdarām vienu vai vairākus kloķa apgriezienus un atrodam, piemēram, ja $X = 7670,3$, atbilstoši $y = 64061,474$. Līnijas noteikšanai pietiek ar 2 punktiem, bet ieteicams ņemt vismaz 3 punktus, lai būtu garantija, ka punktu atlikšanā neesam kļūdījušies. Darbs risinās ļoti ātri un nenogurdina.

Tā uznesam arī visas pārējās pozīciju līnijas.

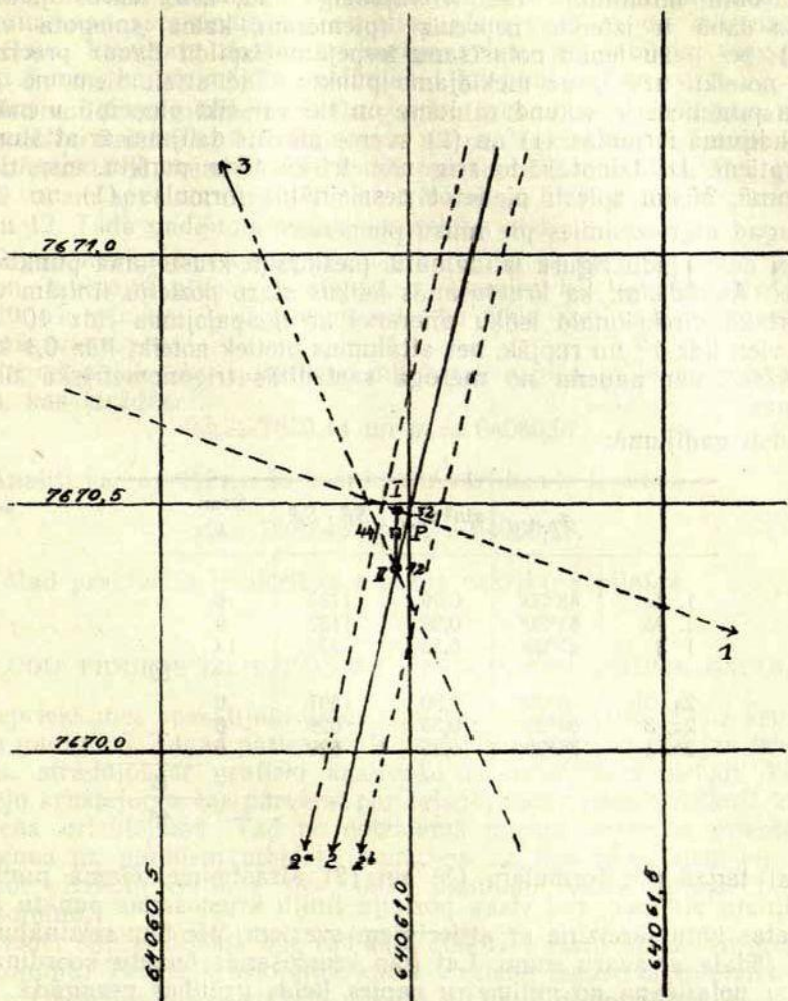
Dabiski, ka virzieni 2a un 2b mūsu rasējumā iznāca praktiski paraleli un mēs varējām iztikt ar vienu līniju, ņemot abu direkcionalo leņķu aritmetisko vidējo, vēlāk izlīdzināšanā apvienotai līnijai piešķirot dubulto svaru.

Nesniedzot pierādījumu, aizrādīsim, ka meklējamā punkta koordinātas būs:

$$x_0 = \frac{x_{1 \cdot 2} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_{1 \cdot 2}}{S_1^2 \cdot S_2^2} + \dots + x_{1 \cdot i} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_{1 \cdot i}}{S_1^2 \cdot S_i^2} + \dots + \frac{\sin^2 \alpha_{1 \cdot 2}}{S_1^2 \cdot S_2^2} + \dots + \frac{\sin^2 \alpha_{1 \cdot i}}{S_1^2 \cdot S_i^2} + \dots + x_{2 \cdot i} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_{2 \cdot i}}{S_2^2 \cdot S_i^2} + \dots + x_{i-1 \cdot i} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_{i-1 \cdot i}}{S_{i-1}^2 \cdot S_i^2}}{\frac{\sin^2 \alpha_{2 \cdot i}}{S_2^2 \cdot S_i^2} + \dots + \frac{\sin^2 \alpha_{i-1 \cdot i}}{S_{i-1}^2 \cdot S_i^2}}, \quad (1)$$

$$y_0 = \frac{y_{1 \cdot 2} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_{1 \cdot 2}}{S_1^2 \cdot S_2^2} + \dots + y_{1 \cdot i} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_{1 \cdot i}}{S_1^2 \cdot S_i^2} + \dots + \frac{\sin^2 \alpha_{1 \cdot 2}}{S_1^2 \cdot S_2^2} + \dots + \frac{\sin^2 \alpha_{1 \cdot i}}{S_1^2 \cdot S_i^2} + \dots + y_{2 \cdot i} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_{2 \cdot i}}{S_2^2 \cdot S_i^2} + \dots + y_{i-1 \cdot i} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_{i-1 \cdot i}}{S_{i-1}^2 \cdot S_i^2}}{\frac{\sin^2 \alpha_{2 \cdot i}}{S_2^2 \cdot S_i^2} + \dots + \frac{\sin^2 \alpha_{i-1 \cdot i}}{S_{i-1}^2 \cdot S_i^2}}. \quad (2)$$

To vērtības izteicas kā *vispārējais aritmetiskais vidējais*, piešķirot pozīciju līniju krustošanās punktu koordinātām attiecīgus svarus, kas proporcionāli krustošanās leņķu sinusu kvadrātiem un pretēji proporcionāli attālumu kvadrātu reizinājumiem no noteicamā punkta līdz dotajiem atbalsta punktiem.



$$X = 7670,44$$

$$Y = 64060,97$$

I. zīm.

Sastādot formulas (1) un (2), mēs vadijāties no priekšnoteikuma, lai $[\sigma\sigma] = \min$. Šāda prasība ir nepieciešama visos trigonometriskā tīkla izlīdzināšanas darbos. Tomēr, kā to pareizi aizrāda prof. Kells [1], dažreiz ir lietderīgāk uzstādīt noteikumu, lai lineāro attālumu (perpendikuli no meklējamā punkta līdz pozīciju līnijām) kvadrātu

suma būtu minimums. Tas ir vajadzīgs tad, kad iekrustojamais punkts dabā ir izteikts neprecīzi (piemēram, kalna sniegotā virsotne), bet pašu leņķu nolasišanu iespējams izpildīt daudz precīzāk nekā noteikti uzvest uz meklējamo punktu. Tad attālumiem no atbalsta punktiem ir sekundāra loma un tie var tikt pieņemti vienādi. Tai gadījumā formulās (1) un (2) svaros atkritīs dalījumi ar attāluma kvadrātiem. Izlīdzinot kādu trigonometriskā tīkla punktu vispārīgā gadījumā, būsīm spiesti pielietot nesaīsinātās formulas (1) un (2).

Tagad atgriezīsimies pie mūsu piemēra.

Lai doto kļūdu figuru izlīdzinātu, piešķīrsim krustojuma punktiem svarus. Aizrādīsim, ka krustošanās leņķus starp pozīciju līnijām var noteikt kā direkcionālo leņķu diferenci ar noapaļojumu līdz 10' un bieži vien līdz 1° un rupjāk, bet attālumus pietiek noteikt līdz 0,1 km, ko dažreiz var paņemt no mērogā sastādītās trigonometriskā tīkla shēmas.

Mūsu gadījumā:

	$\alpha_{r..1}$	$\sin^2 \alpha_{r..i}$	$S_i^2 \cdot S_r^2$	Svari p
1. 2a	83°30'	0,99	1133	9
1. 2b	83°30'	0,99	1133	9
1. 3	47°00'	0,53	376	14
				32
2a. 2b	0°00'	0,00	1897	0
2a. 3	36°20'	0,35	629	6
2b. 3	36°20'	0,35	629	6
				12
				44

Lai tagad pēc formulām (1) un (2) atrastu meklējamā punkta koordinātu vērtības, tad visas pozīciju līniju krustošanās punktu koordinātas būtu jāreizina ar attiecīgiem svāriem, pēc tam reizinājumu suma jādala ar svaru sumu. Lai gan krustošanās punktu koordinātu vērtību nolasišana no milimetru papīra lielas grūtības nesagādā, tomēr lietderīgāk būs to izdarīt pa pozīciju līnijām.

Pieņemsim, ka mums ir paralelu spēku sistema plaknē ar spēkiem, kuri vienlīdzīgi atrastiem svāriem un kuru pielikšanas punkti atrodas pozīciju līniju krustojumos. Kospēks šīnī gadījumā izteiksies pēc formulām (1) un (2).

Mūsu rīcībā jābūt rēķinmašīnai vai logaritmiskam linealam, ja tāda nav, pietiek ar vienkāršu milimetru skalu. Spēku sumēšana jāizdara plānveidīgi. Piemēram, 1. zīm. mēs to varētu izdarīt šādi:

Pieliekam milimetru skalu pie pozīciju līnijas 1 tā, lai nullpunkts atrodas pie krustojuma, visvairāk pa kreisi (šīnī gadījumā 1·3).

Nolasām plecu garumus līdz nākošajiem krustojanās punktiem, uz rēķinmašīnas sareizinām tos ar attiecīgiem svāriem un automatiski sumējam. Rezultātu dalām ar kopīgo svaru 32, dabūjam kopspekā plecu 5 mm, ko atzīmējam uz līnijas 1 kā punktu I ar svaru 32.

Tad noliekam milimetru skalu gar līniju 3 tā, lai nullpunkts atrastos pozīciju līniju 2 *a*. 3. krustojumā, un pēc iepriekšējā nosakām kopspekā punktā II, kura svārs 12. Kā jau iepriekš aizrādīts, šīnī gadījumā varam apvienot līnijas 2 *a* un 2 *b* kopīgā līnijā 2, nosakot kopīgo svaru 12. Tādā gadījumā pēdējais aprēķins atkrīstu.

Tagad novietojam milimetru skalu tā, lai tā piegultu līnijai I un II, un, ievērojot attiecīgos svārus, rīkojamies kā iepriekš. Atrodam rezultējošo punktu *P* kā trigonometriskā tikla punkta Stepanovo atrašānās vietu.

Tagad atliek tikai nolasīt no milimetru papīra tā koordinātu vērtības, kas izrādās:

$$x_0 = 7670,44 \text{ un } y_0 = 64060,97.$$

Analītiskos aprēķinos šo koordinātu vērtības ir iegūtas:

$$x'_0 = 7670,43 \text{ un } y'_0 = 64060,98.$$

Tātat praktiskās lietderības robežās sakrišana pilnīga.

3. KĻŪDU FIGURAS IZLĪDZINĀŠANA PRETĒJĀ KRUSTOJUMA GADIJUMĀ

Iepriekš mēs apskatījām kļūdu figuras izlīdzināšanu taisnā krustojuma gadījumā. Tagad pāriesim pie pretējā krustojuma. Kā jau ievadā teikts, strādājot ar grafiski analītisko izlīdzināšanas metodi, katru pretējo krustojumu var pārvērst par taisno, tikko esam noteikuši kāda virziena orientējumu. Tad no noteicamā punkta nosakām orientētos virzienus uz pārējiem atbalsta punktiem ar izmērītiem leņķiem un, mainot virzienu vērtības par 180°, dabūjam vairākkārtējo taisno krustojumu.

Tomēr šīnī gadījumā būs radikāla atšķirība starp taisno un pretējo krustojumu. Taisnā krustojumā katrs virziens iegūst orientējumu no kādas izejmalas un neietekmē nākošo virziena orientējumu, kas iziet no cita punkta.

Pretējā krustojumā pārējo virzienu orientējums ir atkarīgs no izvēlētā virziena orientējuma, jo tos veido ar attiecīgu izmērīto leņķu pieskaitīšanu vai atņemšanu. Tādēļ svāriģi, tieši kurus trīs punktus izvēlamies orientējuma noteikšanai.

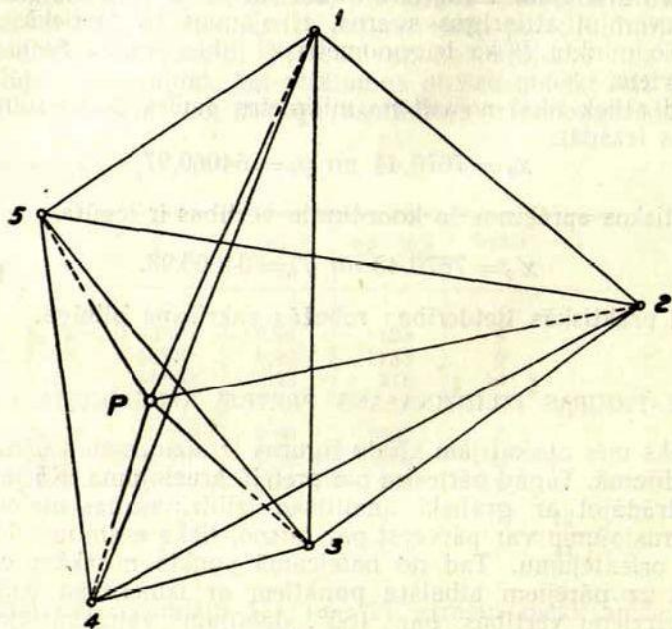
Kā zināms, ja visi 3 atbalsta punkti un noteicamais tuvīni atradīsies uz vienas aploces, orientējums būs nenoteikts.

Tāpēc, lai varētu stāties pie kļūdu figuras izlīdzināšanas, būs jāienes kaut kāds labojums orientējumos, t. i., visi no noteicamā punkta

izejošie stari būs jāpagriež par kādu kopīgu leņķi, lai izmērītie virzieni vislabāk iegultos, t. i., pēc iespējas saskaņotāk būtu vērsti uz atbalsta punktiem.

Šī leņķa vērtību, ko analītiskos aprēķinos apzīmē ar z , mēs noteiksim grafiski, konstruējot speciālu orientieri.

Lai labāk būtu izprotama darba gaita, apskatīsim vienu piemēru, kas patapināts no B. Иордан, «Руководство по геодезии», Часть I [4]. Tur tas ir atrisināts analītiskā veidā (2. zīm.).



2. zīm.

Doti trigonometriskā tīkla punkti, kuru koordinātas:

	X	Y
1)	6326733,39	3526913,07
2)	24048,12	30111,33
3)	21691,60	26728,19
4)	20928,53	24461,51
5)	25022,60	24157,20

Salīdzinot ar patapinātajiem datiem, šeit jāatzīmē, ka koordinātas transformētas par konstantu skaitli, kas, protams, būtību nemaina.

Pie noteicamā punkta izmērīti virzieni:

$$P \rightarrow 1: 0^{\circ} 00' 00''$$

$$P \rightarrow 2: 54^{\circ} 58' 56''$$

$$P \rightarrow 3: 110^{\circ} 47' 11''$$

$$P \rightarrow 4: 176^{\circ} 21' 29''$$

$$P \rightarrow 5: 304^{\circ} 48' 46''$$

Ir atrastas noteicamā punkta tuvīnās koordinātas: $X = 6323131,70$ un $Y = 3525290,20$, kā arī tuvīni orientēts virziens $P \rightarrow 1: 24^{\circ} 15' 30''$ un ar noteiktību līdz 0,1 km attālumam no noteicamā punkta līdz attiecīgiem atbalsta punktiem. Attālumus varam aprēķināt ar rēķinmašīnu pēc pazīstamās formulas:

$$d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2},$$

izejot no dotajām atbalsta punkta koordinātām un meklējamā punkta tuvīnām koordinātu vērtībām.

Visus nepieciešamos aprēķinus un datus sagrupējam tabulā:

Nr. p.k.	Attālums km	Koordinātas		Direkcionālais leņķis (T), no P	tg (T)
		X	Y		
1.	4,0	26733,39	26912,07	$24^{\circ}15'30''$	+ 0,450642
2.	4,9	24048,12	30111,33	$79^{\circ}14'26''$	+ 5,262372
3.	2,0	21691,60	26728,19	$135^{\circ}02'41''$	- 0,998444
4.	2,4	20928,53	24461,51	$200^{\circ}36,59''$	+ 0,376204
5.	2,2	25022,60	24157,20	$329^{\circ}04'16''$	- 0,599174

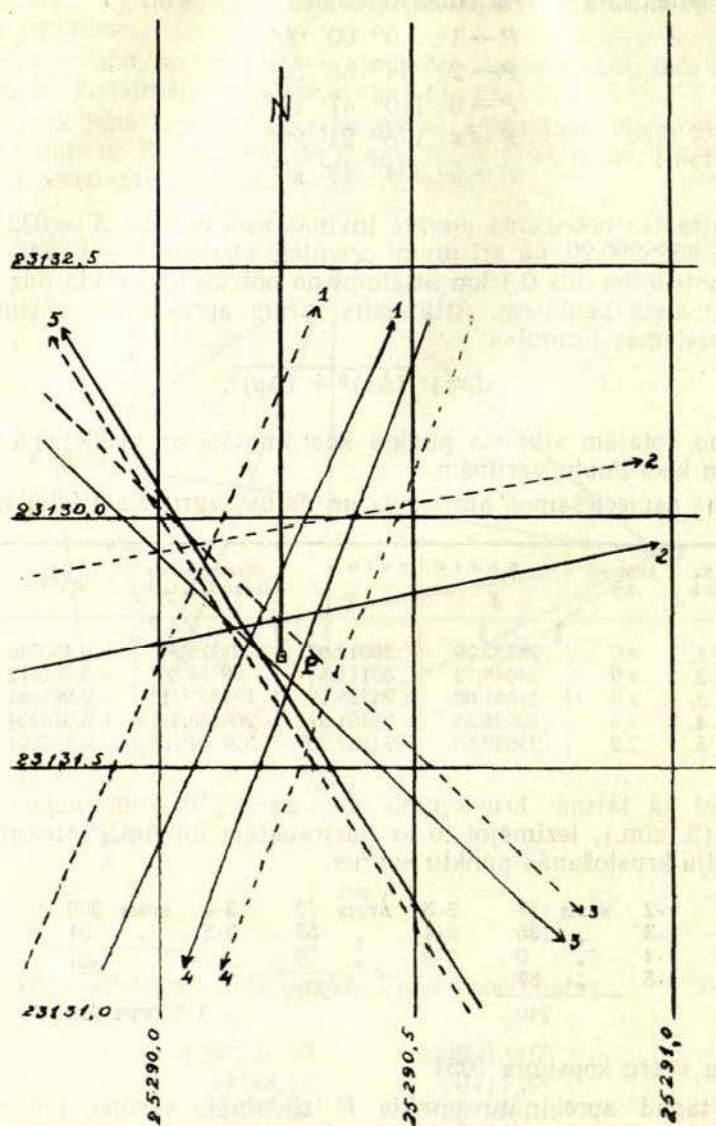
Tāpat kā taisnā krustojumā mērogā 1:10 konstruējam kļūdu figuru (3. zīm.), iezīmējot to ar pārtrauktām līnijām. Noteicam pozīciju līniju krustojšanās punktu svarus.

1-2	svars 17	2-3	svars 72	3-4	svars 360
1-3	• 136	2-4	• 53	3-5	• 31
1-4	• 0	2-5	• 76		
1-5	• 87		201		391
	240			4-5 svars	219

Visu svaru kopsuma 1051.

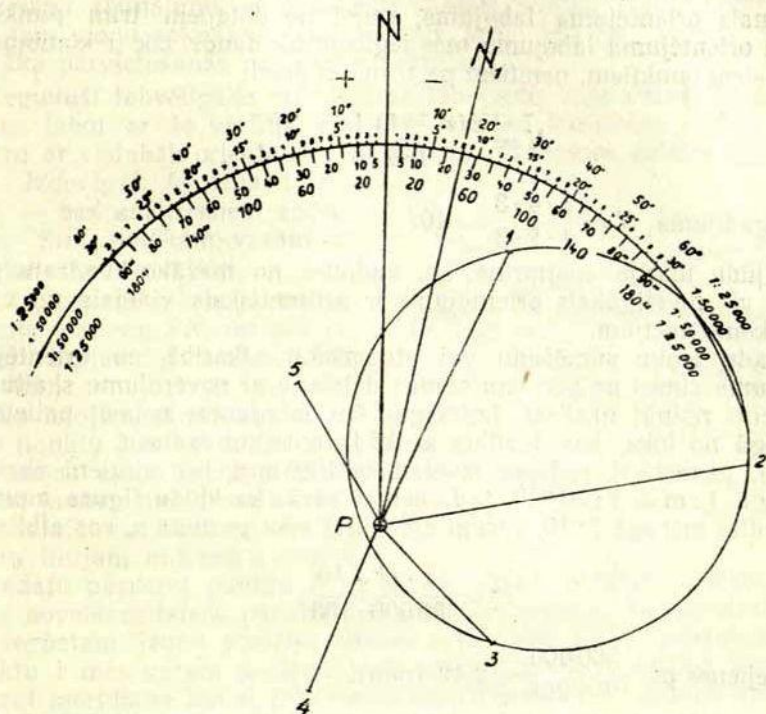
Ja tagad aprēķinātu punkta P izlīdzināto vērtību, tad dabūtu: $X = 6323131,78$; $Y = 3525290,23$. Analītiskie aprēķini dod: $X = 6323131,72$ un $Y = 3525290,24$.

Kaut gan rezultāts praktiskās vajadzības varbūt arī apmierina, tomēr precizēšanai mēs varam virzienus iepriekš pārorientēt. Lai to ērti izdarītu, izgatavojam no caurspīdīga papīra orientieri (4. zīm.). Tā uzbūvei ir šādi teoretiski pamatojumi:



3. zlm.

Kā zināms, trīs dotie punkti, piemēram, 1., 2. un 3., kas zīmēti zināmā mērogā, un no noteicamā punkta uz dotajiem punktiem izejošie stari nosaka ne tikai meklējamā punkta P atrašanās vietu, bet arī vēlāmāko orientējumu, ja tikai dotie punkti un meklējamais punkts nav uz vienas aploces.



3. zīm.

Sis ir tā saucamais Bolotova paņēmiens. Izmantojot šo paņēmienu, rīkojamies šādi:

No punkta P novelkam meridiaņa virzienu. Tad, vadoties no 3. zīm. pozīciju līniju kļūdu figūras, novelkam no punkta P visus 5 virzienus un atliekam atbilstošos attālumus vēlāmā mērogā, piemēram, 1 : 50 000. Pašu virzienu pārvešanu izdara tā, ka caurspīdīgo papīru novieto virs kļūdu figūras rasējuma un savieno meridiaņa virzienu PN ar kādu no milimetru papīra vertikālajām līnijām, pie kam punktam P jāatrodas uz attiecīgās pozīciju līnijas. Tagad atliek tikai pārnest attiecīgo līniju uz caurspīdīgā papīra un atlikt tās tuvīno garumu mērogā. Ja nav ar milimetru skalu iedalīta lineāla, tad kā mērogu

var izlietot milimetru papīru. Tā visus virzienus pārnes kā izejošus no punkta P .

Grozot orientieri virs kļūdu figuras, varēsīm iegūt stāvokli, kad katri 3 uz orientiera uzzīmētie atbalsta punkti novietosies uz atbilstošiem stariem kļūdu figurā. Līnija PN var iziet no vertikālā stāvokļa un veidot ar milimetru papīra vertikālo līniju kādu leņķi z , kas būs vēlamais orientējuma labojums, izejot no dotajiem trim punktiem. Šādu orientējuma labojumu mēs iegūsim tik daudz, cik ir kombināciju no visiem punktiem, ņemtiem pa trim, un proti:

$$N = \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \quad (3)$$

Sai gadījumā $N = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$.

Kļūdu teorija apstiprina, ka, vadoties no mazāko kvadrātu principa, vislabvēlīgākais orientējums ir aritmetiskais vidējais no visām šīm kombinācijām.

Šādu leņķu sumēšanu vai atņemšanu atkarībā no orientējuma labojuma zīmes un pēc tam sumas dališanu ar novērojumu skaitu nav parocīgi risināt grafiski. Izdevīgāk šos labojumus nolasīt palielinātā mērogā no loka, kas novilkts ar kādu noteiktu radiusu.

Ja, piemēram, radiusu izvēlamies 100 mm, bet virzieni uzzīmēti mērogā $1 : m = 1 : 50\,000$, tad, ņemot vērā, ka kļūdu figura mums ir sastādīta mērogā $1 : 10$, varam aprēķināt loka garumu a , kas atbilst $1''$.

$$1'' = \frac{a \cdot \rho'' \cdot 10}{50\,000 \cdot 100} \quad (4)$$

No šejienes $a = \frac{500\,000}{206\,265} \approx 2,42$ (mm). (5)

Šī vērtība ir dota vecajā (seksagonālā) gradu iedalījumā. Jau-najā — decimalajā iedalījumā ar mērogu $1 : 50\,000$ $A = 0,785$ mm, t. i., piemēram, 5^{cc} attēlosies ar 3,9 mm garu loku.

Tā iedalījuši ar $r = 100$ mm novilkto loku, no tā varēsīm tieši nolasīt orientēšanas labojumus z . (Orientierus var izgatavot vairumā, iespējot tipografijā).

Sai gadījumā:

$z_{1 \cdot 2 \cdot 3} =$	$z_{1 \cdot 4 \cdot 5} = -10'',5$
$z_{1 \cdot 2 \cdot 4} = -11'',0$	$z_{2 \cdot 3 \cdot 4} = -12'',0$
$z_{1 \cdot 2 \cdot 5} = -4'',0$	$z_{2 \cdot 3 \cdot 5} = -4'',0$
$z_{1 \cdot 3 \cdot 4} = -11'',5$	$z_{2 \cdot 4 \cdot 5} = -9'',0$
$z_{1 \cdot 3 \cdot 5} = -4'',0$	$z_{3 \cdot 4 \cdot 5} = -6'',0$

$$[z] = -71'',0; \quad z_0 = -\frac{71''}{9} \approx -8''.$$

Varētu likties, ka punkta P stāvokli kļūdu figurā var atrast arī pēc Bolotova paņēmiena, izdarot visas kombinācijas pa trim, kā to darījām pie orientējuma meklēšanas, un tad no visiem punkta P stāvokļiem veidotajai figurai atradot smaguma centru. Nedrīkst tomēr aizmirst, ka visiem figuras punktiem nebūs vienāds svars, pat tanī gadījumā, kad attālumi līdz visiem atbalsta punktiem vienādi, kā to arī norāda prof. Čebotarevs [3] 242. lpp.

4. VIRZIENU LABOJUMU NOTEIKSANA

Ar analitisko metodi virzienu labojumus noteica vai nu pašā izlīdzināšanas procesā, vai arī pēc tam, kad meklējamam punktam iegūtas galīgās koordinātas; ar pretējā ģeodeziskā uzdevuma palīdzību atrada izlīdzinātos virzienus un, salīdzinot pēdējos ar izmēritajiem, ieguva tām labojumu vērtības.

Sis paņēmieni ir samērā garš, un tādēļ ieteicams labojumus virzieniem noteikt grafiski — ar iepriekš norādītā orientiera palīdzību. Šim nolūkam, piemēram, 3. zīm. un 4. zīm. novelkam no atrastā punkta P vertikālu līniju PN kā meridianu dotajā punktā. Tad saskaņā ar 5. zīm. novietojam orientieri tā, ka punkts P sakrīt ar punktu P pozīciju līniju figurā, bet, piemēram, 1. punkts atrodas uz pārorientētās pozīciju līnijas Nr. 1. Līnijas PN stāvoklis nolasāms no orientiera skalas. Iegūsim labojumu attiecīgajam virzienam.

Apskatāmā piemērā iegūti šādi labojumi: $v_1 = -3''$; $v_2 = -3''$; $v_3 = +2''$; $v_4 = -2''$ un $v_5 = +3''$; vidējā kvadratiskā kļūda būs

$$m = \sqrt{\frac{[v v]}{n-3}} = \sqrt{\frac{35}{5-3}} \approx \pm 4''.$$

Ja vēlamies iegūt izlīdzinātos virzienus, tad attiecīgiem labojumiem būs vēlāk jāpieskaita labojums par orientējumu $z = -8''$, tā ka izlīdzinātie virzieni izteiksies šādi:

1. $24^\circ 15' 19''$;
2. $79^\circ 14' 15''$;
3. $135^\circ 02' 35''$;
4. $200^\circ 36' 49''$;
5. $329^\circ 04' 11''$,

kas ar analitiski iegūtiem datiem saskan $1''$ robežās. Uz šādu noteiktību pretendē arī izvīzītā grafiski analītiskā metodē.

Dabiski, ka tos pašus izlīdzinātos un orientētos virzienus mēs dabūsim, ja pie novērotajiem virzieniem pieskaitīsim labojumus, kas iegūti, izejot no pirmējām pozīciju līnijām. Tie atšķirsies no iepriekšējiem labojumiem par orientēšanas labojumu $z = -8''$.

5. TIESO UN PRETĒJO KRUSTOJUMU KOPIĢĀ IZLĪDZINĀŠANA

Tiešo un pretējo krustojumu kopīgā izlīdzināšana ir vispārīgs gadījums, ar kādu mums nākas sastapties atsevišķā trigonometriskā tīkla punkta izlīdzināšanā. Apvienojot abus iepriekšējos gadījumus, iegūsim priekšstatu, kā rīkoties šīnē gadījumā. Nepieciešami tikai dažī praktiski norādījumi.

Vispirms par pozīciju līniju konstruēšanu.

Pieņemsim, ka mums kāds virziens ir divpusīgs, t. i., dots tā direkcionalais leņķis no atbalsta punkta uz nosakāmo un arī pretējais direkcionalais leņķis no nosakāmā punkta uz to pašu atbalsta punktu.

Neizlīdzinātā tīklā šie virzieni parasti nesakrītis, t. i., to skaitliskās vērtības neatšķirsies par pilniem 180° , bet būs dažu sekundu novirze. Rasējumā tas parādīsies kā divas paralelas līnijas. Kā tās ar rēķinmašīnas palīdzību pārnest uz milimetru papīra, par to jau ir runāts, atliek aizrādīt tikai uz vienu apstākli. Nav parocīgi konstruēt vispirms visas taisnā krustojuma līnijas un pēc tam atsevišķā procesā pretējā krustojuma pozīciju līnijas. Racionalāk ir pēc katras taisnā krustojuma pozīciju līnijas tūlīt konstruēt tai atbilstošo pretējā virziena līniju, ko ar rēķinmašīnas palīdzību izdara šādi. Kad, taisno krustojumu konstruējot, esam noteikuši uz pozīciju līnijas vairākus punktus, tad pietiek griezt rēķinmašīnas kloķi tikmēr, kamēr S skalā no jauna parādās atbalsta punkta x vērtība. Dabiski, ka tad dabūsim izejas stāvokli un R skalā parādīsies y vērtība, bet U skalā — taisnā virziena tangensa funkcija, kas tikai ar pēdējām zīmēm atšķiras no pretējā virziena tangensa vērtības. Pārstādījuši šīs zemes, varam sākt pretējā virziena pozīciju līnijas punktu meklēšanu.

Ar šādu darba iekārtojumu nav vajadzīga atbalsta punkta koordinātu iestādīšana par jaunu, pie kam atgriešanās izejas stāvoklī ir kontrole, ka darba procesā nav notikusi kļūda.

Ja mūsu rīcībā ir dubultā rēķinmašīna, tad varam vienlaicīgi aprēķināt punktus līnijām turp un atpakaļ, attiecīgās U skalās iestādot atbilstošo virzienu direkcionalo leņķu tangensusus.

Kad visi virzieni konstruēti un ja iekšējo vai pretējo virzienu skaits ir vismaz 3, var izdarīt to pārorientēšanu, kā tas parādīts, noteicot punktu ar pretējiem krustojumiem.

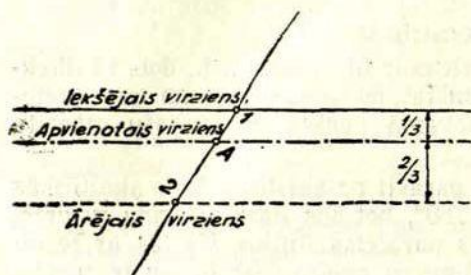
Tagad esam ieguvuši kļūdu figuru no ārējo un iekšējo virzienu savstarpējiem krustojumiem, kurā būs tik daudz krustojumu, cik ir kombināciju pa 2, izejot no visu pozīciju līniju kopskaita.

Lai samazinātu krustojanās punktu skaitu, ieteicams atbilstošās taisnā un pretējā virziena paralelās līnijas vispirms apvienot kādā fiktīvā pozīciju līnijā, dodot attiecīgi paaugstinātu svaru.

Ģeodezijas literatūrā norādīts, ka ārējā virziena svāra attiecība pret iekšējo ir 1:2 (sk. Проф. Н. Г. Келль и В. А. Баринов,

«Высшая геодезия и геодезические работы», часть II, 416. lpp. [2].) Tādi paši uzskati ir arī Jordanam.

Neminoš viņu teoretiskos pierādījumus, aizrādīsim, ka šāds pieņēmums būs vietā tad, ja ārējais virziens ar leņķi ir saistīts tikai pie vienas trigonometriskā tīkla malas un iekšējie virzieni ir dabūjuši orientējuma labojumu. Saistot ārējo virzienu vēl ar kādu citu malu, mēs varam stacijā izdarīt izlīdzināšanu ar to, attiecīgi ceļot ārējā virziena orientējuma svaru, kā jau redzējam apskatītajā taisnā krustojuma gadījumā.

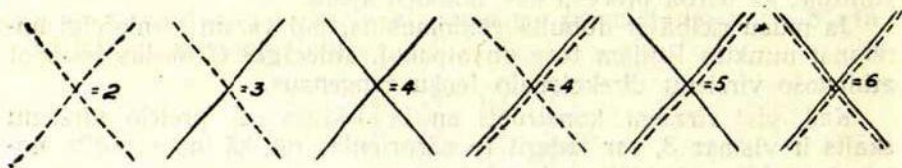


6. zīm.

Kā apvienot virzienus un noteikt apvienotā virziena un tā krustošanās punktu svarus, apskatīsim piemērā (6. zīm.).

Ir 2 iekšējie un viens ārējais virziens, kas apzīmēti ar punktu līniju. Teoretiski būtu 3 krustošanās punkti, bet, tā kā 2 līnijas praktiski ir paralelas, tad viens krustošanās punkts atradīsies bezgalībā. Atliks 2 krustošanās punkti, kuru vietā meklēsim vienu, apvienojot paralelās līnijas vienā. Intervalu starp tām sadalām pretēji proporcionāli svāriem un novelkam apvienojošo virzienu (ar raustīto līniju). Uz taisnes 1—2 dabūjam punktu A. Apvienojošam virzienam varam piešķirt svaru 3, un krustošajam iekšējam virzienam tad būs swars 2. Kopīgs swars punktā A būs 5.

Iztirzājot visus iespējamus krustošanās gadījumus, konstatēsim šādus svaru koeficientus (7. zīm.):



7. zīm.

Ar to iztirzātas visas varbūtības. Tālāk rīkojamies šādi.

Pie izlīdzināšanas reizinām krustošanās punktu svarus, kas noteikti pēc formulas: $\frac{\sin^2 \alpha_{r,i}}{S_r^2 \cdot S_i^2}$, ar aprēķinātiem koeficientiem un dabūjam apvienoto līniju krustošanās punktu galīgos svarus.

Iztirzātājai grafiski analītiskajai metodei, salīdzinot ar analītisko, ir tās priekšrocības, ka izlīdzināšanas gaitā mēs varam atnest kādu no esošiem vai pievienot jaunus virzienus pēc patikas, netraucējot izlīdzināšanas gaitu, jo katrai novilktaī pozīciju līnijai varam noteikt svarus tās krustošanās punktiem ar jau esošām līnijām. Tā kā iepriekš noteiktam punktam svārs ir zināms, tad nav nekādu grūtību vēl pievienot citus punktus ar attiecīgiem svāriem, iegūstot jaunu noteicamā punkta vietu, ievērojot pievienotās līnijas ietekmi.

Ja kāda pozīciju līnija krasi atdalās no kļūdu figūras, varam to atnest, pieļaujot varbūtību, ka novērojums satur rupju kļūdu.

Turpretim analītiskos aprēķinos, tikko sastādīti koeficienti korelatu normalnolīdzinājumiem, bez visa aprēķināšanas procesa atkārtosānas nevienu no novērojumiem nevarēsīm ne atnest, ne pievienot, jo visi koeficienti savstarpēji saistīti.

Iespēja plaši izmantot pakāpenisko izlīdzināšanu ir grafiski analītiskās metodes priekšrocība, salīdzinot ar klasisko analītisko metodi trigonometriskā tīkla izlīdzināšanā. Šo apstākli ar sekmēm var pielietot divu un vairāku savstarpēji saistītu punktu izlīdzināšanā.

Vispārīgos vilcienos tā varētu risināties šādi. Atmetam no sākuma noteicamo punktu savstarpēji saistītās malas un izlīdzinām katru punktu izolēti, vadoties no pārējiem atbalsta punktiem. Tā iegūstam meklējamiem punktiem $P_1, P_2, P_3 \dots P$ tuvinās koordinātu vērtības.

Izejot no tuvinām vērtībām un atmesto virzienu direkcionaliem leņķiem, pievienojam atmestās pozīciju līnijas. Pēc attiecīgo punktu nolīdzināšanas dabūsim jaunās koordinātu vērtības.

Ja šīs koordinātas stipri (par vairākiem centimetriem) atšķiras no iepriekšējām, tad jāpieņem, ka neprecīzi ir noteikti vai nu punktus savstarpēji saistošie direkcionalie leņķi, vai iepriekšējās koordinātas.

Tādā gadījumā, izejot no uzlabotām koordinātām, uzzīmējam par jaunu saistošās pozīciju līnijas un atrodam meklējamo punktu koordinātas otrā tuvinājumā, kas tad parasti apmierina praktiskās vajadzības.

Raksturīgi, ka šeit mums ir arī zināmi iepriekš izlīdzināto punktu svāri, ko var ņemt vērā, novērtējot saistošās pozīciju līnijas.

Piemēram, vienu savstarpēji saistīto punktu precīzāk nosaka no vairākiem atbalsta punktiem (ar augstāku svāru) nekā ar vienu neizdevīgu taisno krustojumu, kam svārs būs mazs.

Rodas jautājums, vai tādā gadījumā nav lietderīgi pirmo punktu galīgi izlīdzināt neatkarīgi no otrā un pēc tam stāties pie otrā punkta izlīdzināšanas.

Seit darba darītājam jāvadās no ģeodeziskās izjūtas, ko iegūst ar praktisku pieredzi.

6. NOTEIKTĪBU IETEKMEJOSO FAKTORU ANALĪZE

Noteiktību ietekmējošo faktoru analīze ir vesela problēma, kuras pilnīga iztīrāšana nav šī raksta uzdevums. Šeit neapskatīsim tādas faktorus kā novērojumu kļūdas, atbalsta punktu koordinātu kļūdas, milimetru papīra un lietoto nomogramu neprecizitāti, bet tikai īsumā pieskarsimies kļūdu avotiem, kas rodas no grafiskām konstrukcijām pie izlīdzināšanas. Arī šeit aprobežosimies ar vispārīgiem aizrādījumiem.

Ar šo jautājumu plašāk ir nodarbojušies «МИИГАиК» prof. K. Sališčevs ar saviem līdzstrādniekiem, lietojot specialas laboratorijas iekārtas un izmantojot, piemēram, mikrofotografiju [5].

Grafiskā izlīdzināšanā sastopamies galvenokārt ar šādām elementārām darbībām:

1. Atsevišķu punktu uznešana ar zīmuli uz milimetru papīra.
2. Līnijas novilkšana caur šiem punktiem.
3. Līnijas novilkšana paraleli dotajai.
4. Divu līniju krustšanās punktu noteikšana.
5. Līnijas garuma noteikšana ar milimetru skalu.

1. Šeit galvenais kļūdu avots ir zīmūļa resnums. Punkts, kas iedurts ar adatu vai cirkuļa kāju, ir riņķis, kura diametrs atkarībā no papīra kvalitātes un dūruma stipruma svārstās no 0,1 līdz 0,2 mm. Punkta patiesais stāvoklis ir riņķa centrs. Ar asu un cietu zīmuli mēs varēsim atzīmēt punktu ar diametru 0,1 mm, kas dos kļūdu $\pm 0,5$ mm. Tā kā punktu pēc skaitliskiem datiem atzīmējam uz milimetru papīra pēc acumēra, tad jāpievieno šeit arī interpolēšanas kļūda, kas uz maz kontrastaina milimetru papīra dos kopīgo kļūdu ap $\pm 0,2$ mm.

2. Caur 3 punktiem novelkam līniju, kas īstenībā ir zināma josla, ierobežota ar divām paralelām līnijām. Patiesā līnija būs tās bisektrise. Prof. Sališčevs caur dotiem punktiem novilktais līnijas pārvietošanās kļūdu noteic uz $\pm 0,7$ mm.

Tātad, apvienojot 1. un 2. kļūdu avotu, var pieņemt, ka pozīciju līnija tiks uzzīmēta ar noteiktību

$$m_p = \sqrt{(0,2)^2 + (0,7)^2} \approx \pm 0,21 \text{ (mm)} \approx 0,2 \text{ mm.}$$

3. Par noteiktību, ar kādu var novilkt caur doto punktu jaunu līniju paraleli dotajai pozīciju līnijai, pētījumu trūkst. Jāpieņem, ka tas būs ne mazāks kļūdu avots, kā novelkot pašu originallīniju, t. i., $m \pm 0,2$ mm. Tā kā gandrīz vienmēr līnijas tiek vai nu pārorientētas, vai apvienotas ar pretēja virziena līnijām, tad šis kļūdu avots arī vienmēr būs. Pievienojot to iepriekšējiem kļūdu avotiem, jākonstatē, ka galīgā veidā pozīciju līnijas ir novilkta ar novirzes kļūdām:

$$m_t = \sqrt{(0,2)^2 + (0,2)^2} \approx \pm 0,3 \text{ (mm).}$$

4. Divu taisņu krustošanās punkta kļūdai teorijā dota formula:

$$m_k^2 = \frac{m^2 + n^2}{\sin^2 \alpha},$$

kur m un n ir linearās taisņu novirzes jeb pārvietošanās paraleli sev un to krustošanās leņķis. Ja mums bija $m = n = 0,3$ mm, tad paliek jautājums, cik liels jāskaita leņķis α . Triangulācijā nav ieteicams leņķis, asāks par 30° , tādēļ iziesim no šīs vērtības. Tad:

$$m_k = \sqrt{\frac{(0,3)^2 + (0,3)^2}{0,25}} \approx \pm 0,85 \text{ (mm)}.$$

Līnijas garuma nolasišanas kļūda ar milimetru skalu, lasot veseļus milimetrus, ir $m_g = \pm 0,50$ mm. Tātad, svarojot kopā divus punktus, to rezultējošo noteiksim ar kļūdu:

$$m_r = \sqrt{(0,85 \cdot \sqrt{2})^2 + (0,50)^2} \approx \pm 1,3 \text{ (mm)},$$

kas mērogā 1 : 10 dabā būs 1,3 cm.

Iztirzātais kriterijs pilnīgi neizsmel jautājumu par noteiktību trigonometriskā tīkla punktu izlīdzināšanā ar grafiski analītisko metodi. Šeit nepieciešami tālāki pētījumi.

SECINĀJUMI

1. Trigonometriskā tīkla punktu grafiskā izlīdzināšana ir piemērota zemāko klasu triangulācijā, kur tā dod pilnīgi apmierinošus rezultātus.

2. Darba veikšanai grafiski analītiskā metode dod iespēju plaši izmantot rēķinmašīnu un citus palīglīdzekļus, ar to paātrinot darba tempu.

3. Darbu var izpildīt pakāpeniski, atsevišķos posmos iesaistot mazāk kvalificētus darbiniekus.

4. Būdamā grafiski analītiska, šī metode raksturīga ar uzskatāmību un dod reālu priekšstatu par kļūdu ietekmi.

5. Tā dod lielāku darba laika ietaupījumu.

LITERATURA

1. Келль Н. Г. и Баринов В. А., Высшая геодезия и геодезические работы, 2, 1932.
2. Келль Н. Г., Графический метод в действиях с погрешностями и положениями, 1948.
3. Чеботарев А. С., Геодезия, 2, 1949.
4. Иордан В., Руководство по геодезии, 1, Москва, 1939.
5. Салищев К. А. при участии Сухова В. И. и Филиппова Ю. В., Составление и редактирование карт, 1, 1947.

ČIPŠBETONA PROJEKTEŠANA

R. Gredzens

I. IEVADS

Mūsu Dzimtenes grandiozie būvniecības apjomi un arvien augošie darba tempi rada vajadzību pēc jauniem būvmateriālu veidiem, uzstāda lielas prasības būvmateriālu ražošanai un to īpašību pētīšanai. Lai industrializācijas ceļā šo tautsaimniecības nozari straujāk virzītu uz priekšu, arvien plašāk visos būvniecības darbu veidos ievieš mechanizāciju. Atsevišķas būvju detaļas vai detaļu kompleksus izgatavo palīguzņēmumos vai rūpnīcās. Tā samazinās objekta izbūves laiks un atbrīvojas arvien vairāk līdz šim būvlaukumā nodarbināto kvalificēto strādnieku. Viņu vietā stājas montažas strādnieki, kuru uzdevums ar montažas ierīcēm samontēt no gatavām detaļām celtnes.

Ārbūvniecības metodes prasa, lai būvdaļu nomenklatura nebūtu liela un lai tās būtu ērti iebūvējamas. Šīm prasībām visvieglāk pakļaut starpsienu un starpstāvu pārseguma detaļas dzīvojamās un sabiedriskās ēkās. Jāatmet būvju starpsienu un tāpat arī griestu pārsegdes monolītu veidošana no koka vai cita materiāla. Jāatrod tāds materiāls, kas būtu izturīgs un no kā varētu izgatavot būvmateriālus starpsienu un griestu montāžai. Kā vienu no šādiem materiāliem varētu minēt ģipšbetonu, kurā kā saistviela ieliet ģipsis. Pildvielām var lietot: 1) citu rūpniecības nozaru masveida atkritumus, kā izdedžus, zāģu skaidas, ēveļu skaidas u. c., un 2) smiltis, kas mūsu lielāko pilsetu tuvumā, kur visplašāk noris būvdarbi, iegūstamas neierobežotos daudzumos.

Prakse rāda, ka ģipša kā saistvielas izmantošana būvniecībā var būt ļoti daudzpusīga. Padomju Savienībā ģipsi jau sen plaši pielieto būvniecībā — gan parasto būvģipsi, gan augsta stipruma ģipsi, apmetumus un būvdaļu izgatavošanā.

PSR Savienībā plaši rajoni ir bagāti ar ģipša atradnēm [1], piemēram, Maskavas apgabals, Donbass, Gorkijas apgabals, Volgas vidustece un Kaspijas jūrai piegulošie rajoni.

Jaunajā 1952. g. būvnormu nolikuma projektā (Урочное положение) [2] doti jauni principi, pēc kuriem jāveido ģipšbetona būvelementi un no tiem darinātās konstrukcijas.

Ja pēc līdzšinējiem noteikumiem galvenais bija tikai **mechaniskā** stiprība, t. i., ģipšbetona marka, tad jaunais būvnormu nolikuma projekts bez tam vēl nosaka, ka no ģipšbetona elementiem darinātām konstrukcijām jāgarantē pietiekama skaņu izolācija. Attiecībā uz **mechanisko** stiprību minētie noteikumi prasa, lai starpsienu plātnes robežstiprums liecē būtu

$$R_{sti} \geq \sigma_g + 7 \text{ kg/cm}^2,$$

bet starpstāvu pārseguma elementi, kā griestu plātnes, dobbluķi u. c., izturētu koncentrētu slodzi P detaļas laiduma vidū, ne mazāku par 300 kg.

No stipruma viedokļa ģipšbetona elementus, piemēram, sienu plātnes, var izprojektēt samērā plānas, it sevišķi tad, ja saistvielai lieto augstas kvalitātes ģipša šķirnes, bet trūkums ir tas, ka šādas no plānām plātnēm veidotas sienas labi vada skaņu un siltumu.

Būvnormu nolikuma projekts nosaka ģipšbetona sienu un griestu konstrukcijām šādu minimālo skaņu slāpēšanas spēju (decibellos):

- starpsienām starp atsevišķiem dzīvokļiem — vismaz 45 decibelli, tam atbilst viena kvadrātmetra sienas svars, ne mazāks par 200 kg;
- starpsienām vienā dzīvoklī, kuru apdzīvo vairākas ģimenes, — vismaz 40 decibellu, ar 1 m^2 sienas svaru, ne mazāku par 100 kg;
- starpstāvu griestu pārsegumiem — vismaz 45 decibelli, pie kam 1 m^2 griestu pārseguma svaram jābūt vismaz 160 kg.

Nolikums reglamentē arī ģipšbetona sienu un griestu plātņu un blūķu ģeometriskos izmērus. Sienu plātņu biezums noteikts 50—100 mm, ar gradāciju ik pa 10 mm, garums — 495—795 mm, ar gradāciju ik pa 100 mm, un platums — 295—395 mm.

Ģipšbetona tilpumsvars starpsienu plātnēm netiek ierobežots, bet atsevišķas plātnes svars ērtākas un vieglākas iestrādāšanas dēļ nedrīkstētu pārsniegt 40 kg.

Griestu plātņu garums noteikts 495—895 mm, ar gradāciju ik pa 100 mm, platums — 395 un 195 mm, biezums — 100, 110, 120 mm. Griestu blūķu garums — 495, 595 un 695 mm, platums — 195 mm, biezums 200, 250 un 300 mm.

Sienu un griestu pārsegumi kā izlietojamā būvmateriāla, tā arī patērējamā darbaspēka daudzuma ziņā sastāda darinājumā diezgan ievērojamu daļu. Tādēļ, izvēloties sienu un griestu konstrukcijas, it sevišķi jāievēro, lai to svars nebūtu liels, jo tad nepieciešama pastiprināta nesošā konstrukcija un līdz ar to palielinās izmaksa. Jāgatavo pēc iespējas vienkāršas, vieglas un plānas sienu un griestu konstrukcijas, kas aizņemtu mazāk telpas un kam būtu mazs pašsvars. Bet, no otras puses, — sienu un griestu konstrukciju biezuma un pašsvara samazināšanu ierobežo skaņu un siltuma izolācijas prasības. Tādēļ,

izgatavojot un iebūvējot kādu būvelementu, jāzina tā skaņu un siltuma izolācijas spējas, lai nepārkāptu konstrukcijas biezuma un svara minimālo robežu.

Galvenais faktors, no kā atkarīga materiāla siltuma izolācijas un arī skaņu slāpēšanas spēja, ir tilpumsvars. Tādēļ projektējot vēlams izteikt ģipša, pildvielu un ūdens daudzumu ģipšbetona tilpumsvara vienībā kā funkciju no gatava ģipšbetona tilpumsvara γ un ģipšbetona stipruma R .

Nodibināt sakarību starp minētajiem lielumiem ir šī darba mērķis.

II. IZEJMATERIĀLI ĢIPŠBETONAM

1. Izejmateriāli ģipša saistvielu ražošanai Latvijas PSR teritorijā

Ģipšakmens, pēc izskata pelēcīgs vai tumši slāņots iezis, satur 75—99% $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$. Tilpumsvars — 2,2—2,4. Sastopams augšdevonā, kur tas izgulsnējies seklās lagunās vai ličos no jūras ūdens, kas bijis piesātināts ar CaSO_4 .

Izmantojamās atradnes ir tur, kur augšdevons pienāk tuvu zemes virskārtai. Slāņu biezums ir dažāds, vietām tas sasniedz pat 22 m — kopā ar dolomitmergeļu un māla starpkārtām. Nelielā dziļumā un praktiski labi izmantojamā biežumā tas ir Salaspils Sauriešu un Nāves salas apkārtnē. Šīs atradnes ir visvairāk izpētītas, un ģipšakmens krājumu saistvielas ražošanai šeit pietiek ilgākam laikam. Derīgo slāņu koptiezums te ir ap 3 m.

Bez tam vēl mūsu republikā ar ģipšakmeni bagāti rajoni ir Vidzemē — Alūksnes-Gaujienas un Cēsu apvidus, Kurzemē — Slokas-Ķemeru-Smārdes-Kuldīgas un Skaistkalnes apvidus. Uz ģipšakmens atradnēm norāda arī daudzie seravoti Ķemeru, Baldonē, Kandavā un Skaistkalnes apkārtnē.

Mūsu republikā atrodamais ģipšakmens ir augstas kvalitātes, aktīvo vielu daudzums Sauriešu ģipsim, pēc J. Eiduka [10], ir 85,7%. Mūsu kārtainais ģipsis augsti vērtējams cementa rūpniecībā, kur to lieto kā piedevu, jo tas nesatur anhidritu.

Sauriešu karjera izmantojamo ģipšakmens daudzumu varētu ievērojami palielināt, ja pārstrādāšanai izmantotu arī tos slāņus, kur piemaisījums pārsniedz 15%, un ģipsi ražotu vairākās šķirnēs. Pašreiz Latvijas PSR ražo tikai vienu šķirni — pushidratu. Pushidratu ($\text{CaSO}_4 \cdot \frac{1}{2}\text{H}_2\text{O}$) pašreiz galvenokārt izmanto apmetumiem, nedaudz veidošanas darbiem, atlejumiem un citiem sīkiem izstrādājumiem. Viens no ievērojamākiem mūsu republikas ražojumiem ir sausais apmetums «Rigipss», kura galvenais izejmateriāls ir pushidrāts.

2. Ģipsis kā saīstviela (raksturojums)

Petījumos lietots Salaspils Sauriešos ražotais būvgipsis, kas nogādāts laboratorijā 1948. gada novembrī (paraugs *A*), 1949. gada jūnijā (paraugs *B*) un 1950. gada maijā (paraugs *C*). Ģipša vecums apmēram trīs mēneši, t. i., laiks no apdedzināšanas līdz nokļūšanai laboratorijā.

Higroskopiskais mitrums

Paraugi žāvēti 45°C temperatūrā, kamēr iestājas konstants svars (vismaz 24 stundas). Konstatēts šāds svara zudums procentos (vidējais no 3 novērojumiem):

paraugam <i>A</i>	— 1,266 %
„ <i>B</i>	— 0,908 %
„ <i>C</i>	— 1,146 %

Higroskopiskais mitrums svārstās no 0,91 % līdz 1,27 %.

Maluma smalkums

Maluma smalkums noteikts izžāvētam ģipsim, sijājot to caur 64 un 900 acis/cm² sietiem. Sijāšanai iesvērts katru reizi pa 100 g, un mēģinājums atkārtots trīs reizes.

Vidējie rezultāti šādi:

Atlikums uz sietiem %	ar 64 acis/cm ²	ar 900 acis/cm ²
Paraugam <i>A</i>	2,15	27,55
„ <i>B</i>	2,01	30,34
„ <i>C</i>	1,47	26,33
vidēji	1,88	28,07
Normu prasības: I šķ. ģipsim ne vairāk kā	2,00	25,00
II šķ. „ „ „ „	8,00	35,00

Slēdziens: pēc maluma smalkuma viedokļa pārbaudītie paraugi uzrāda nelielu atšķirību no I šķiras ģipša.

Tilpumsvars (γ_t)

Tilpumsvars noteikts izžāvētam ģipsim, ieberot to caur standarta piltuvi 1 litra traukā, kura augstums 83 mm un iekšējais diametrs 124 mm. Piltuves apakšējais gals novietots 60 mm virs trauka augšējās malas. Mēģinājums atkārtots trīs reizes. Rezultāti sakopoti 1. tabulā.

1. tabula

Porausu apzīmējums	1 litra ģipša svars g			
	pirmo reizi	otro reizi	trešo reizi	vidēji
Paraugš A	890	878	883	884
B	974	969	975	973
C	917	918	904	913

Vidējais $\gamma_t = 923 \text{ g/l} = \text{kg/m}^3$ Ipatnējais svars (γ_t)

Ipatnējais svars noteikts ar standarta volumometru, iepriekš paraugus izžāvējot līdz konstantam svaram 45°C temperatūrā, t. i., atbrīvojot ģipša paraugus no higroskopiskā mitruma. Šķidrūmam volumometrā ņemts benzīns, kas neierosina ģipša saistīšanos. Mēģinājumu rezultāti sakopoti 2. tabulā.

2. tabula

Paraugu apzīm.	Mēģin. atkārt.	Ģipša iesvērums g	Nolāsītālais tilpums $v \text{ cm}^3$	Ipatnējais svars g/cm^3	Vidējais no trim atkārtojumiem
A	1.	9,3	3,63	2,562	$\gamma_t = 2,533 \text{ g/cm}^3$ — 1,14% — 0,75%
	2.	9,2	3,66	2,514	
	3.	9,3	3,68	2,527	
B	1.	9,2	3,53	2,606	$\gamma_t = 2,591 \text{ g/cm}^3$ — 0,58% — 0,35%
	2.	9,0	3,48	2,586	
	3.	9,5	3,68	2,582	
C	1.	9,0	3,51	2,564	$\gamma_t = 2,574 \text{ g/cm}^3$
	2.	9,2	3,57	2,577	
	3.	8,7	3,37	2,581	

Vidējais $\gamma_t = 2,566 \text{ g/cm}^3$

Ģipša mīklas normalā konsistence

Ģipša mīklas normalā konsistence noteikta ar Sutarda viskozimetru, pie kam plāceniša izplūduma diametram uz stikla jābūt 12 cm. Normalo konsistenci raksturo ūdens daudzums gramos uz 100 gramiem ģipša ($\frac{U}{G}$). Orientējoši ūdens daudzums U procentos noteikts pēc prof. V. Petrova formulas (1).

$$U\% = \left(1 - \frac{\gamma_t}{\gamma_i}\right) \cdot 100. \quad (1)$$

$$\text{Paraugam } A \quad U^0/\text{o} = \left(1 - \frac{884}{2533}\right) \cdot 100 = 65,1^0/\text{o}.$$

$$\text{„ } B \quad U^0/\text{o} = \left(1 - \frac{973}{2591}\right) \cdot 100 = 62,4^0/\text{o}.$$

$$\text{„ } C \quad U^0/\text{o} = \left(1 - \frac{913}{2574}\right) \cdot 100 = 64,5^0/\text{o}.$$

Faktiskais ūdens daudzums normalai konsistencei noteikts mēģinājuma ceļā, mērijot plāceniša izplūdumu. Rezultāti sakopoti 3. tabulā.

3. tabula

Mēģinājuma atkārtojumi	Plāceniša izplūduma \varnothing cm		
	paraugs A $\omega_n = 0,64$	paraugs B $\omega_n = 0,59$	paraugs C $\omega_n = 0,52$
1.	12,2	12,3	11,8
2.	11,7	11,9	12,2
3.	12,5	12,6	12,5
Vidēji	12,1	12,3	12,2

Saistišanās laiks

Ģipša mīklas saistišanās laiks noteikts ar standarta ierīci, pie kam ierīces adatas (stieniša) iegremdējošais svars — 120 g. Saistišanās laiks noteikts normalas konsistences ģipša mīklai, kas satur iepriekš uzrādīto ūdens daudzumu. Saistišanās sākuma laiks skaitīts no ģipša iekaisīšanas brīža ūdenī līdz tam laikam, kad adata vairs neiegrimst līdz dibenam; saistišanās beigas — no tā brīža, kad adata neiegrimst vairāk par 0,5 mm.

Vidējie saistišanās laiki no 3 novērojumiem:

	Saistišanās sākums ne agrāk par	Saistišanās beigas ne agrāk par
Paraugam A	4,8 min.	10,5 min.
„ B	7,5 „	12,0 „
„ C	4,7 „	8,0 „

Normu prasības: I šķ. ģipsim 5 min. 7 min.
(pēc GOCT 125-41) II šķ. ģipsim 4 „ 6 „

Slēdziens: Daži paraugi (A un C) uzrāda saistišanās sākuma laiku nedaudz agrāk, nekā to prasa normas.

Robežstiprums stiepē (R_{st})

Robežstiprums stiepē noteikts ģipša mīklai normalā konsistencē, pārraujot paraugus («astotniekus») raušanas aparatā. Ūdens-ģipša

faktors paraugam *A* — 0,64, paraugam *B* — 0,59 un paraugam *C* — 0,52. Paraugi uzglabāti atklātā telpā ar videjo temperatūru + 15°C.

Vidējie rezultāti no 6 paraugiem:

	Robežstiprums stiepē R_{st} kg/cm ²	
	1 dienas vecumā	7 dienu vecumā
Paraugam <i>A</i>	8,30	19,80
" <i>B</i>	8,40	16,90
" <i>C</i>	9,90	19,60
Normu prasība I šķ. ģipsim	8,00	15,00

Slēdziens: No stipruma viedokļa ģipsis kā saistviela pilnā mērā atbilst I šķirai.

3. Pildvielu raksturojums

SMILTS

Par neorganisko pildvielu pētījumos lietota Daugavas smilts dabiskā sastāvā. Smilts sastāv pa lielākai daļai no kvarca graudiņiem. Pārbaude izdarīta saskaņā ar ГОСТ 2781-44.

Organisko vielu piemaisījums

Organisko vielu piemaisījums noteikts ar kodīgā nātrija šķīdinājumu. Smilts iepildīta noslēdzamā stikla traukā un pārlieta ar 3% kodīgā nātrija (NaOH) šķīdinājumu. Pēc 24 stundām šķīdinājuma krāsa gaiši dzeltena (pēc skalas II parauga), kas rāda, ka organisko vielu saturs smiltī ir ļoti niecīgs.

Putekļveidīgo un māla daļiņu daudzums noteikts ar atduļķošanas paņēmieni; svāra zudums, atduļķojot 1000 g smilts, ir 9 g, t. i., 0,9% ≈ 1,0%.

Graudu rupjums

Graudu rupjums noteikts, izsijājot smilti caur sietu komplektu, kāds paredzēts normās. Sijāšana atkārtota 3 reizes, ņemot katru reizi 1000 g smilts. Sijāšanas rezultāti sakopoti 4. tabulā.

4. tabula

	Sietu acu lielums						Zudu- mi
	Rūtīpacu sieti			Apajacu sieti			
	0,15	0,30	0,63	1,25	2,50	5,00	
Parcialie atlikumi uz sietiem %	14,8	49,3	26,8	4,8	3,5	0	0,3
Pilnie atlikumi uz sietiem %	99,5	84,7	35,4	8,6	3,8	—	0,3
Izbirst caur sietu %	0,5	15,3	64,6	91,4	96,2	99,7	0,3

Smilts vidējais rupjums pēc prof. B. Skramtajeve [3]:

$$d_{vid.} = 0,5 \sqrt[3]{\frac{G}{11a_1 - 1,37a_2 - 0,171a_3 - 0,02a_4 - 0,0024a_5}}, \quad (2)$$

kur G — parciālo atlikumu summa % uz sietiem, izņemot putekļus, kas izbīruši caur sietu ar 0,15 mm acīm;

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 — parciālie atlikumi uz sietiem, izteikti %.

$$d_{vid.} = 0,5 \sqrt[3]{\frac{99,2}{11 \cdot 14,8 - 1,37 \cdot 49,3 - 0,171 \cdot 26,8 - 0,02 \cdot 4,8 - 0,0024 \cdot 3,5}} = 0,457 \text{ mm} \approx 0,46 \text{ mm}.$$

Pēc normu prasībām (ГОСТ 2781-44) graudu vidējam rupjumam jābūt:

rupjai smiltij ne mazāk par $d_{vid.} = 0,50$ mm
 vidējai " " " " $d_{vid.} = 0,35$ " "
 smalkai " " " " $d_{vid.} = 0,20$ " "

Daugavas smilts pieskaitāma vidēji rupjai smiltij.

Tilpumsvars

Tilpumsvars sausā irdenā stāvoklī noteikts, ieberot smilti caur standarta piltuvi 1 litra traukā.

a) Sausā irdenā stāvoklī vidējais no 3 atkārtojumiem

$$\gamma_t = \frac{1520,9 + 1520,8 + 1517,3}{3} = 1519,7 \text{ g/l} = 1520 \text{ kg/m}^3.$$

Tilpumsvars sausā sakratītā stāvoklī noteikts, kratot smilti kratīšanas ierīcē tik ilgi, kamēr tilpumsvars vairs nepieaug.

b) Sausā sakratītā stāvoklī vidējais no 3 atkārtojumiem

$$\gamma'_t = \frac{1765,3 + 1773,1 + 1772,9}{3} = 1770,4 \text{ g/l} = 1770 \text{ kg/m}^3.$$

Sablīvēšanās pakāpe

$$\frac{1770 - 1520}{1520} \cdot 100 = 16,4\%.$$

Ipatnējais svars

Ipatnējais svars noteikts ar standarta volumenometru dabiskā (nesasmalcinātā) stāvoklī, kā šķidrums ņemot benzīnu.

Vidējais no 3 atkārtojumiem

$$\gamma_t = \frac{2,6935 + 2,6490 + 2,6032}{3} = 2,6486 \text{ g/cm}^3 = 2,65 \text{ t/m}^3.$$

Porainība (tukšumi starp graudiem)

a) Sausai irdenai smiltij

$$v = \left(1 - \frac{\gamma_t}{\gamma_t'}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{1,520}{2,649}\right) \cdot 100 = 42,6\%.$$

b) Sausai sakratītai smiltij

$$v = \left(1 - \frac{\gamma_t'}{\gamma_t''}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{1,770}{2,649}\right) \cdot 100 = 33,2\%.$$

Pēc ГОСТ 2781-44 tukšumi starp graudiem nedrīkst pārsniegt 40%.

IZDEDŽI

Lietoti lokomotivju izdedži, kas radušies, sadedzinot kopā Silezijas akmeņogles un Doņecas antracitu.

Ārējais izskats un struktūra

Pēc ārējā izskata tie ir melnā līdz tumši pelēkā krāsā, ar atsevišķiem iesarkaniem izdedžu gabaliem. Smalkākās frakcijas tumšākas un satur vairāk neizdegušo ogļu. Nesadegušo ogļu kopējais daudzums ap 27—40%. Svaigi izdedži satur arī ap 2—5% neveltētā kaļķa CaO. Apstiklojušos graudu daudzums niecīgs un nepārsniedz 2%.

Graudu rupjums

Pirms lietošanas izdedži sasmalcināti un atsijājot tā sašķiroti, lai to rupjums būtu apmēram vienāds ar smilts rupjumu. Tas darīts tādēļ, lai kopmaisījumos izlēgtu granulometriskā sastāva ietekmi uz gipšbetona stiprumu. Šādu sasmalcinātu izdedžu graudu rupjums apmēram šāds:

Sietu acu lielumi mm	0,15	0,30	0,63	1,25	2,5	5
Izbirst caur sietu %	9,2	22,6	37,7	60,9	76,3	100

Tilpumsvars

Izdedžu tilpumsvars noteikts ar 10 l mērtrauku, kura augstums vienlīdzīgs ar diametru. Izdedži traukā iepildīti, iesviežot tos ar lāpstu. Vidējais no 3 atkārtojumiem:

a) Sausiem izdedžiem

$$\gamma_t = \frac{676 + 723 + 732}{3} = 710 \text{ kg/m}^3.$$

b) Mitriem izdedžiem (mitrums vidēji 12%)

$$\gamma'_t = \frac{795 + 720 + 667}{3} = 727 \text{ kg/m}^3.$$

Īpatnējais svars

Izdedžu īpatnējais svars noteikts, tos iepriekš izžāvējot un saberžot smalkā pulverī, kas izbirst caur 900 acis/cm² sietu, lai nebūtu iekšējo poru. Mēģinājumiem lietots standarta volumenometrs ar benzīnu. Vidējais rezultāts no 3 atkārtojumiem

$$\gamma_t = \frac{2,07 + 2,10 + 2,18}{3} = 2,12 \text{ g/cm}^3 = 2,12 \text{ t/m}^3.$$

Porainība sausiem izdedžiem

$$v = \left(1 - \frac{\gamma_t}{\gamma'_t}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{710}{2120}\right) \cdot 100 = 66,5\%.$$

ORGANISKĀS PILDVIELAS

Kā organiskās pildvielas lietotas zāgu un ēveļu skaidas no skuju kokiem. Zāgu un ēveļu skaidu tilpumsvars noteikts, ieberot tās ar lāpstu 10 l traukā. Mēģinājums atkārtots 3 reizes. Tilpumsvara noteikšanai lietotas sausas skaidas (žāvētas tik ilgi, kamēr iestājas konstants svars). Sakratīšana izdarīta, ļaujot piebērtam 10 litru traukam krist no 7 līdz 10 cm augstuma 5 reizes.

	Vidējais tilpumsvars	Zāgu skaidām	Ēveļu skaidām
a) sausā irdenā stāvoklī		0,10 kg/l	0,05 kg/l
b) „ sakratītā „		0,12 „	0,63 „

Sajaucot šīs 3 pildvielas (smiltis, izdedžus un organiskās pildvielas) dažādās proporcijās, var dabūt kopmaisījumam dažādu tilpumsvaru, līdz ar to var pagatavot ģipsbetonu ar dažādu tilpumsvaru.

III. ĢIPSBETONA SASTAVA PROJEKTESANA ATKARĪBĀ NO TILPUMSVARA UN ĢIPSA DAUDZUMA

1. Vieglobetonu projektēšanas sakarību iztīrējums

1950. gada PSRS Arhitektūras akadēmijas IX sesijā, kas bija veltīta daudzstāvu dzīvojamo ēku arhitektūras un konstrukcijas jautājumiem [5], nolasīja referātus par konstrukciju un būves izmaksu. M. Elinzons [30] norāda, ka viens no daudzstāvu būves izmaksas samazināšanas faktoriem ir konstruktīvo elementu pašsvara samazinā-

šana, ko var panākt, lietojot galvenokārt vieglbetonus un stiegrotus vieglbetonus, gatavotus ar vieglām, porainām, bet izturīgām pildvielām. Referents dod divu desmitstāvu dzīvojamo ēku tehniski ekonomisko salīdzinājumu: vienā ēkā lietoti stiegrota vieglbetona konstruktīvie elementi, bet otrā — parastā (smagā) dzelzsbetona elementi. Pirmajā gadījumā ietaupīts tērauds — par 15%, cements — par 20%, ēkas pašsvars samazinājies par 40—45% un izmaksa samazinājas par apmēram 12%. Vieglbetona lietošana neaprobežojas ar darinājuma iekšējo izbūvi vien, kā, piemēram, starpsienu un starpstāvu pārsegumu izveidošanu starp nesošām sijām, bet te paveras plašas perspektīvas arī nesošo konstruktīvo elementu izveidošanā.

Padomju zinātniekiem prof. N. Popovam, prof. M. Jakubovičam, prof. K. Zavrijevam u. c. pieder prioritāte vispārīgās vieglbetonu teorijas izstrādāšanā, lietojot to kā nestiegrotu, tā stiegrotu būvdetaļu izgatavošanai.

Parastajiem smagiem betoniem galvenie faktori, no kuriem atkarīgs betona stiprums, ir cementa (saistvielas) aktivitāte (R_c) un ūdens-cementa faktors ($\frac{U}{C}$). Betona stiprumu (R) var izteikt matemātiski kā funkciju no minētajiem argumentiem, kā to ir parādījuši savos darbos prof. N. Popovs, prof. B. Skramtajevs u. c. [20, 24, 7].

$$R = f \left(R_c \cdot \frac{U}{C} \right). \quad (3)$$

Galvenie faktori — cementa aktivitāte, t. i., cementa marka, mainās robežās no 200 līdz 600 kg/cm² un ūdens-cementa faktors atkarībā no iestrādāšanas paņēmieniem — no 0,55 līdz 1,00. Pārējie argumenti, kas ietekmē betona stiprumu, mainās daudz šaurākās robežās. Piemēram, minimalais cementa daudzums pēc «Технические условия на производство и приемку общестроительных и специальных работ» (ТУ, 1947 г.) ir 200—240 kg/m³, iestrādājot ar vibratoriem. Arī pildvielām, ja tās ir no viena un tā paša ģeoloģiska slāņa, samērā maz mainās petrografiskās un ķīmiskās īpašības. Tāpat arī betona iestrādāšanas metodes, cietēšanas vide u. c. samērā mazāk ietekmē betona stiprumu. Visus šos stiprumu mazāk ietekmējošos faktorus projektēšanas sakarībās ietver koeficientu veidā.

Vieglbetonus un it īpaši ģipšbetonus kā labus skaņu un siltuma aizturētājus lieto galvenokārt dzīvojamo ēku būvniecībā.

Materiala siltumvadītspējas koeficients λ kkal/m st. grāds, pēc prof. V. Ņekrasova [20] empiriskās sakarības, porainiem materiāliem ir

$$\lambda = \sqrt{0,0196 + 0,22 \gamma_t^2} - 0,14, \quad (4)$$

kur γ_t — materiala tilpumsvars.

Kā redzams no sakarībām (3) un (4), materiāla skaņu un siltuma aizturēšanas spēja ir atkarīga no tilpumsvara.

Bez tam vieglbetons ar dažādām pildvielām uzrāda ļoti lielu tilpumsvara maiņu atkarībā no lietoto pildvielu tilpumsvara. Piemēram, lietojot organiskās pildvielas ar mazu tilpumsvaru (zāģu skaidas, kūdru u. c.), vieglbetona tilpumsvars mainās no 800 līdz 1000 kg/m³, bet, lietojot neorganiskās pildvielas (izdedžus, smilti u. c.), kuru tilpumsvars ir lielāks, var iegūt vieglbetonu ar tilpumsvaru no 1200 līdz 1800 kg/m³ un vairāk. Sūnu betona tilpumsvars atkarībā no poru daudzuma vienā tilpuma vienībā, pēc «Технические условия и нормы на изделия из вакуумавтоплавного ячеистого бетона» (ТУ-63-49) ir pat 400 līdz 1000 kg/m³.

Pamatojoties uz daudzkārtīgiem eksperimentāliem pētījumiem, skaņu izolācijas spēja noteikta proporcionāla konstrukciju svaram, ja tajā nav gaisa šķirkārtu. Proporcionalitāti starp skaņu izolācijas spēju un konstrukcijas svaru var izteikt šādā logaritmiskā sakarībā:

$$T = A \lg P + B,$$

kur T — skaņu izolācijas spēja decibellos;

P — 1 m² sienas vai griestu konstrukcijas svars kilogramos, ko var izteikt kā tilpumu, reizinātu ar tilpumsvaru (γ_r);

A un B — empiriski noteikti skaitliskie lielumi.

So empirisko koeficientu lielumi noteikti pēc normu projekta par skaņu izolāciju dzīvojamās ēkās («Нормы звукоизоляции жилых зданий от внутренних шумов». Проект 1944 г.).

$$T = 13,5 \lg P + 13, \text{ ja } P \leq 200 \text{ kg/m}^2,$$

$$T = 26,0 \lg P - 15, \text{ ja } P > 200 \text{ kg/m}^2.$$

Saistvielu daudzums vieglbetonos, lietojot par saistvielu cementu, mainās apmēram tādās pašās robežās kā saistvielu aktivitāte. Piemēram, pēc A. Ščepetova [29], izdedžu betoniem minimalais cementa daudzums nestiegotām konstrukcijām ir 200 kg/m³, bet augstas markas izdedžu betonam «150» cementa daudzums ir 420 kg/m³. Cementa markas, kādas parasti lieto vieglbetoniem, ir «200» — «400».

Savos pētījumos vieglbetonu sastāvu noteikšanai prof. N. Popovs lieto parastā (smagā) betona sastāva projektēšanas vienkāršoto sakarību, nosakot attiecīgos koeficientus katrai atsevišķai pildvielai.

$$R_b = A_0 R_c \left(\frac{C}{U} - B_0 \right), \quad (5)$$

kur R_b — betona robežstiprums spiedē kg/cm^2 ;

R_c — cementa aktivitāte (stiprums) kg/cm^2 ;

$\frac{C}{U}$ — cementa-ūdens faktors svāra attiecībās;

A_0 un B_0 — konstanti lielumi, kas atkarīgi no pildvielu porainības, cietēšanas apstākļiem un ilguma, kā arī betonmasas sagatavošanas rūpīguma.

Piemēram, vieglbetonam ar pemzu kā pildvielu

$$R_{80} = 0,25 R_c \left(\frac{C}{U} - 0,15 \right);$$

bet ar keramzītu kā pildvielu

$$R_{80} = 0,40 R_c \left(\frac{C}{U} - 0,35 \right).$$

Šī formula derīga, ja vieglbetona pagatavošanai lietota viena noteikta pildviela, jo ar vienu un to pašu pildvielu gatavoto vieglbetonu tilpumsvaru savstarpējā attiecība ir neliela atkarībā no lietotā saistvielu daudzuma, kā to norāda prof. N. Popovs [20], kamēr, lietojot dažādas pildvielas, vieglbetona tilpumsvars var mainīties no 400 līdz 800 kg/m^3 .

Katrai atsevišķai pildvielai tātad nosakāmas savas konstanto lielumus A_0 un B_0 skaitliskās vērtības.

Pēc G. Ciskreli [27] pētījumiem, lietojot kā pildvielu pemzu,

$$R_b = 0,42 R_c \left(\frac{C}{U} - 0,25 \right),$$

un, lietojot par pildvielu tuģu, kas ir smagāks par pemzu (lietojot tādu pašu cementa daudzumu kā iepriekš),

$$R_b = 0,45 R_c \left(\frac{C}{U} - 0,25 \right).$$

Vieglbetonu markas noteikšanai lietojot kā pildvielu izdedžus, prof. N. Popovs (pēc Y-68-43) lieto to pašu sakarību (5), ņemot cementa-ūdens faktoru tādu, lai būtu vienāda iestrādājamība. Par šīs sakarības (5) piemērotību izdedžu betonu projektēšanai A. Ščepetovs [29] rūpniecības būvniecības centralā zinātniski pētnieciskā institūtā (ЦНИПС) izdarījis plašus pētījumus. Savā darbā [29] viņš norāda, ka zināmā sakarība

$$R_b = KR_c \left(\frac{C}{U} - 0,5 \right) \quad (\text{koeficients } A_0 \text{ šajā sakarībā atvietots ar } K \text{ un } B_0 \text{ pieņemts } 0,5)$$

lietojama tikai tad, ja starp pildvielu graudiem ir blīva betona masa. Betona stipruma aprēķināšana pēc šīs sakarības intervalā, kad betona masa vēl nedod blīvumu starp pildvielu graudiem, ir diezgan apgrūtināta, jo pat neliela betona blīvuma izmaiņa lielā mērā atsaucas uz betona stipruma izmaiņu. Šo sakarību var lietot, mainot koeficienta K vērtību atkarībā no izdedžu veida un iegūstamās betona markas.

Ja vieglbetoniem, lietojot kā saistvielu cementu, vēl var piemērot parastā betona projektēšanas sakarības, kaut gan katrai pildvielai jānosaka savi konstantie lielumi, tad ģipšbetona projektēšanai, kur ģipša (saistvielas) daudzums mainās ļoti plašās robežās, šīs sakarības ir daudz mazāk piemērotas.

Prof. N. Popovs [20] min ģipšbetona sastāvus, kas uzrādīti 5. tabulā.

5. tabula

Visbiežāk lietotās sastāvdaļu attiecības ģipšbetona pagatavošanai ar dažādām pildvielām

Pildvielas	Sastāvs pēc tilpuma		Patēriņš uz 1 m ³ ģipšbetona	
	ģipsis	pildvielas	ģipsis kg	pildvielas m ³
Neorganiskās	1	2,0—1,0	450—700	0,85—0,60
Organiskās (zāģu skaidas, kūdra u. c.)	1	1,0—0,5	750—1000	0,65—0,45
Niedres	—	—	650—750	1,1—1,0
Kokmateriālu atkritumi (ēveļskaidas, nomaļu latijas u. c.) .	—	—	750—850	0,85—0,65

Kā redzams no tabulas, ģipša daudzums vienā m³ ģipšbetona, lietojot neorganiskās pildvielas, ir 450—700 kg/m³ un, lietojot organiskās pildvielas — 650—1000 kg/m³.

Tieši tādus pašus ģipša daudzumus vienā m³ ģipšbetona uzrāda arī G. Kopeljanskis [27] pēc pētījumiem Maskavas Būvniecības inženieru institūtā.

Arī pēc B. Kaufmaņa sakarības (9) ģipša daudzums vienā m³ ģipšbetona, ja ģipšbetona marka ir «25» un augstāka, ir apmēram tajās pašās robežās, lietojot ģipšbetona pagatavošanai parasto būvgipsi. No tā izriet, ka vieglbetonam, kura pagatavošanai par saistvielu lieto ģipsi, stipruma noteikšanas sakarībās kā viens no galveniem argumentiem ievadams saistvielas daudzums, kas mainās daudz plašākās robežās nekā saistvielas aktivitāte (marka).

Jaunākās ģipšbetona projektēšanas sakarības atšķiras no parastā betona projektēšanas sakarībām; tajās tiek ievesti jauni argumenti. Piemēram, G. Buličevs [3] ģipšbetona sastāva projektēšanā, lietojot

augsta stipruma ģipši, dod šādu sakarību ģipšbetona stipruma noteikšanai:

$$R_b = KA \left(\frac{G}{U} - 0,5 \right); \quad (6)$$

$$\left(\frac{G_1}{U_1} - 0,5 \right);$$

ūdens-ģipša faktora noteikšanai, izejot no sakarības (6) iegūstam:

$$\frac{U}{G} = \frac{A}{\frac{R_b}{K} \left(\frac{G_1}{U_1} - 0,5 \right) + 0,5 A}; \quad (7)$$

ģipša daudzuma noteikšanai kg vienā m³ ģipšbetona dabūjam:

$$G = \frac{U \left[\frac{R_b}{K} \left(\frac{G_1}{U_1} - 0,5 \right) + 0,5 A \right]}{A}, \quad (8)$$

kur R_b — robežstiprums spiedē kg/cm² ģipšbetona paraugiem, kas izžāvēti līdz konstantam svaram;

A — ģipša aktivitāte (marka) kg/cm²;

U — ūdens daudzums kg/m³;

$\frac{G_1}{U_1}$ — normalkonsistences reciproka lielums lietotai ģipša markai;

K — konstants lielums, kas atkarīgs no paraugu lieluma un pildvielu veida (smagās, vieglās).

B. Kaufmanis [27] parasta būvģipša daudzuma noteikšanai kilogramos vienā m³ ģipšbetona dod šādu sakarību:

$$G = a_1 + b_1 R_b \left(\frac{115}{A} \right)^2, \quad (9)$$

kur R_b — ģipšbetona marka (robežstiprums spiedē) gaissausā stāvoklī normalos ekspluatācijas apstākļos;

A — ģipša aktivitāte (marka) kg/cm²;

a_1 un b_1 — konstanti lielumi, kas atkarīgi no pildvielu graudu rupjuma un pildvielu veida (porainas, blīvas, organiskas) un no iestrādāšanas paņēmieniem.

Kā jauns faktors G . Buličeva sakarībā (6) ieiet, salīdzinot to ar sakarību (5), ģipša normalkonsistences reciproka lielums. B. Kaufmanis sakarībā (9) kā galveno lielumu dod ģipša (saistvielas) daudzumu, izsakot to kā funkciju no ģipšbetona markas un ģipša aktivitātes. Šajā sakarībā nav vairs saistvielas-ūdens faktora, kāds ir visās iepriekšējās sakarībās, bet šeit parādās jauni, viegliem betoniem

raksturīgāki argumenti — pildvielu graudu rupjums un pildvielu veids (porainas, mazāk porainas vai blīvas). Šie stiprumu ietekmējošie argumenti ietverti konstantēs a_1 un b_1 .

Uzrādītājās sakarībās (5), (6), (9) nav ietverts ģipšbetona tilpumsvars γ , kas mainās ļoti plašās robežās un no kā atkarīgas tādas konstrukciju materiala svarīgas īpašības kā skaņu un siltuma aizturēšanas spējas. Arī saistvielas daudzums šajās sakarībās nav uzrādīts tieši, bet ietverts ūdens-saistvielas faktorā, izņemot B. Kaufmaņa sakarību (9). Minētie apsvērumi norāda, ka jārod tāds funkcijas veids, kur šie lielumi — ģipšbetona tilpumsvars (γ) un ģipša daudzums (G) — ieiētu kā galvenie argumenti ģipšbetona projektēšanas sakarībā. Pārējie, mazāk mainīgie faktori, kā ūdens-saistvielas faktors, ģipša aktivitāte, pildvielu granulometriskais sastāvs, ģipšbetona iestrādāšanas veids u. c., var būt ietverti koeficientu veidā.

Vispār ar tilpumsvaru nevarētu operēt kā ar materiala stipruma raksturotāju lielumu, jo ne visiem materiāliem stiprums pieaug līdz ar tilpumsvara pieaugumu.

Vieglbetonu pagatavošanai par pildvielām galvenokārt lieto kā dabiskos, tā mākslīgos materiālus, tātad praktiski jāreķinās ar šo materiālu īpašībām. Akmens materiāli zināmā mērā seko šai likumībai; līdz ar tilpumsvara pieaugumu pieaug arī robežstiprums spiedē. Piemēram, kaļķakmenim [27] robežstiprums spiedē ir ap 70 kg/cm², ja tilpumsvars ir 1400 kg/m³, bet robežstiprums sasniedz 300 kg/cm², ja tilpumsvars ir 2200 kg/m³, un, tilpumsvaram pieaugot līdz 2600 kg/m³, robežstiprums spiedē ir jau 900 kg/cm² un vairāk. Smilšakmenim robežstiprums spiedē mainās no 200 līdz 2600 kg/cm², tilpumsvaram mainoties robežās no 1900 līdz 2700 kg/m³. Tāpat arī tufs, lava u. c. akmens materiāli seko šai likumībai. Zāģu skaidas un citas organiskās pildvielas uzskatāmas par poru veidotājām ģipšbetonā savā mazā tilpumsvara, kā arī mazā stipruma dēļ (lietojot sasmalcinātā veidā).

Praktiskām vajadzībām ar pietiekamu noteiktību ģipšbetona stipruma raksturošanai var ņemt tilpumsvaru, kā to arī parāda laboratoriskie pētījumi.

Pamatojoties uz eksperimentāliem datiem, šī raksta autors dod funkcionālu sakarību starp ģipšbetona stiprumu, tilpumsvaru un ģipša daudzumu vienā tilpuma vienībā, izsakot ģipšbetona stiprumu mazāk ietekmējošos faktoros ar koeficientiem.

2. Ģipšbetona sastāva projektēšanas sakarības

Laboratorijas darbu metodika

Ģipšbetona stiprums pētīts atkarībā no ģipša daudzuma gatava betona tilpuma vienībā un atkarībā no gatava sausa ģipšbetona tilpumsvara, izgatavojot un saspiežot 7×7×7 cm kubiņu vai salaužot 4×4×16 cm sijiņu paraugus.

Lai panāktu ģipšbetona vēlamo tilpumsvaru, pildvielas sajauktas zināmās daudzuma attiecībās, kas noteiktas ar iepriekšējiem mēģinājumiem. Paraugus izgatavojot, ieturēta vāji plastiska konsistence. Konsistences pārbaudei lietots STROICNIL'a konuss, kura iegrime treknākiem ģipšbetona sastāviem ir 6,5—7,0 cm, liesākiem sastāviem un tādiem, kam organisko pildvielu vairāk, — 5,0—5,5 cm. Katram paraugam ģipsis un pildvielas nosvērtas atsevišķi. Pēc sastāva sajaukšanas sausā veidā tas iebērts noteiktā ūdens daudzumā un turpināta masas maisīšana kopā ar ūdeni 1 minūti. Sagatavotā betonmasa iestrādāta metala veidnēs, viegli bakstot ar krukīti, bet liesāki sastāvi un tādi, kur pildmasā vairāk zāģu skaidu un izdedžu, bez tam vēl viegli pieblīvēti ar 1 kg smagu metala blietīti, kurai pēdas laukums $3,5 \times 3,5$ cm.

Betonmasas sagatavošanai un iestrādāšanai kopējais ilgums, skaitot no ūdens pieliešanas brīža līdz paraugu virsas nogludināšanai, 2,5 līdz 3 minutes, lai saistišanās process neiestātos pirms iestrādāšanas pabeigšanas. Pēc saistišanās beigām, t. i., apmēram pēc 15 minūtēm, paraugi atveidņoti, nosvērti un novietoti laboratorijas telpās uz plauktiem žūšanai. Telpas temperatūra 15—17° C. Pēc 27 dienām paraugi ievietoti uz 24—48 stundām žāvēšanas skapī un žāvēti 45—50° temperatūrā līdz konstantam svaram, jo, paraugam žūstot telpā gaisa temperatūrā, ģipšbetona stiprumu ietekmētu mitrums, kas vēl atrodas gatavā betonā. Pēc žāvēšanas resp. pirms pārbaudes paraugi nosvērti sausa ģipšbetona tilpumsvara noteikšanai. Paraugi pārbaudīti pēc 28 dienām pilnīgi sausā stāvoklī, tos saspiežot un atzīmējot graužošās slodzes lielumu. Pēc iegūtiem datiem izskaitļots paraugu robežstiprums spiedē un tilpumsvars.

Pagatavoti kubiņu paraugi šādās serijās. I serija: ģipša daudzums 250 kg/m³, 6 dažādi tilpumsvari, 3 paraugi no katra tilpumsvara. II serija: ģipša daudzums 350 kg/m³, 5 dažādi tilpumsvari, 6 paraugi no katra tilpumsvara. III serija: ģipša daudzums 450 kg/m³, un IV serija: ģipša daudzums 550 kg/m³, 5 dažādi tilpumsvari, 3 paraugi no katra tilpumsvara. V serija: ģipša daudzums 650 kg/m³, 5 dažādi tilpumsvari, 6 paraugi no katra tilpumsvara. Bez tam vēl pagatavoti A serijas paraugi: ģipša daudzums 350 kg/m³, 4 dažādi tilpumsvari, un 0 serija: ģipša daudzums 150 kg/m³, 2 dažādi tilpumsvari.

Attēlojot kubiņu rezultātus grafiski (sk. 1. un 3. zīmējumu), atliekot uz abscisu ass ģipšbetona tilpumsvaru sausā stāvoklī, uz ordinātu ass atbilstošo robežstiprumu spiedē R , dabū punktu rindas, kas uzrāda zināmu likumsakarību un ļauj secināt, ka:

1) ģipšbetona stiprums ir atkarīgs no tilpumsvara; tilpumsvaram pieaugot, pieaug ģipšbetona stiprums;

2) ja ģipšbetona masai ir vāja plastiska konsistence, t. i., vienāda iestrādājamība, tad ģipšbetona stiprums ir apmēram proporcionāls sausa ģipšbetona tilpumsvaram un maz atkarīgs no tā, ar kādām pildvielām panākta tilpumsvara maiņa, ar organiskām vai neorganiskām.

Pamatojoties uz šiem secinājumiem, ir iespējams izteikt ģipšbetona robežstiprumu spiedē R kā funkciju no sausa ģipšbetona tilpumsvara γ un ģipša daudzuma G gatava ģipšbetona vienībā.

$$R = f(\gamma, G).$$

Funkcijas veida noteikšana

Lai noskaidrotu šīs funkcijas veidu, t. i., tās analītisko izteiksmi, atlikts uz abscisu ass parastā iedalījumā ģipšbetona tilpumsvars γ un uz ordinātu ass logaritmiskā iedalījumā ģipšbetona robežstiprums spiedē R . Caur dabūtajiem punktiem katrai paraugu serijai var novilkt taisni (sk. 1. zīmējumu). Funkcija, kas šādā vienkāršā logaritmiskā tīklā pārvēršas par taisni, ir eksponentfunkcija, kuras vispārīgais veids ir šāds:

$$y = c \cdot a^x, \quad (10)$$

kur $y = R$ — ģipšbetona robežstiprums spiedē;

$x = \gamma$ — sausa ģipšbetona tilpumsvars;

c un a — koeficienti, kas atkarīgi no ģipša daudzuma ģipšbetonā un no ģipša aktivitātes resp. no ģipša markas, no ūdens-ģipša faktora, no paraugu izgatavošanas veida, pildvielu granulometriskā sastāva un citiem faktoriem.

Ievietojot x un y vietā to nozīmes, funkciju var uzrakstīt vispārīgā veidā:

$$R = c \cdot a^\gamma. \quad (11)$$

Zināmie lielumi ir R un γ , t. i., ja ir noteikts ģipša daudzums, katram ģipšbetona tilpumsvaram γ atbilst noteikts robežstiprums R . Nezināmie lielumi ir koeficienti a un c .

Koeficientu a un c noteikšana

Koeficientu a un c noteikšana izdarīta, izskaitļojot kopīgi kādus vienādojumus n un $n-1$, ja paša ģipša daudzums ir viens un tas pats, bet tilpumsvari γ ir dažādi.

$$R_n = c \cdot a^{\gamma_n} \text{ un} \quad (12)$$

$$R_{n-1} = c \cdot a^{\gamma_{n-1}}. \quad (12a)$$

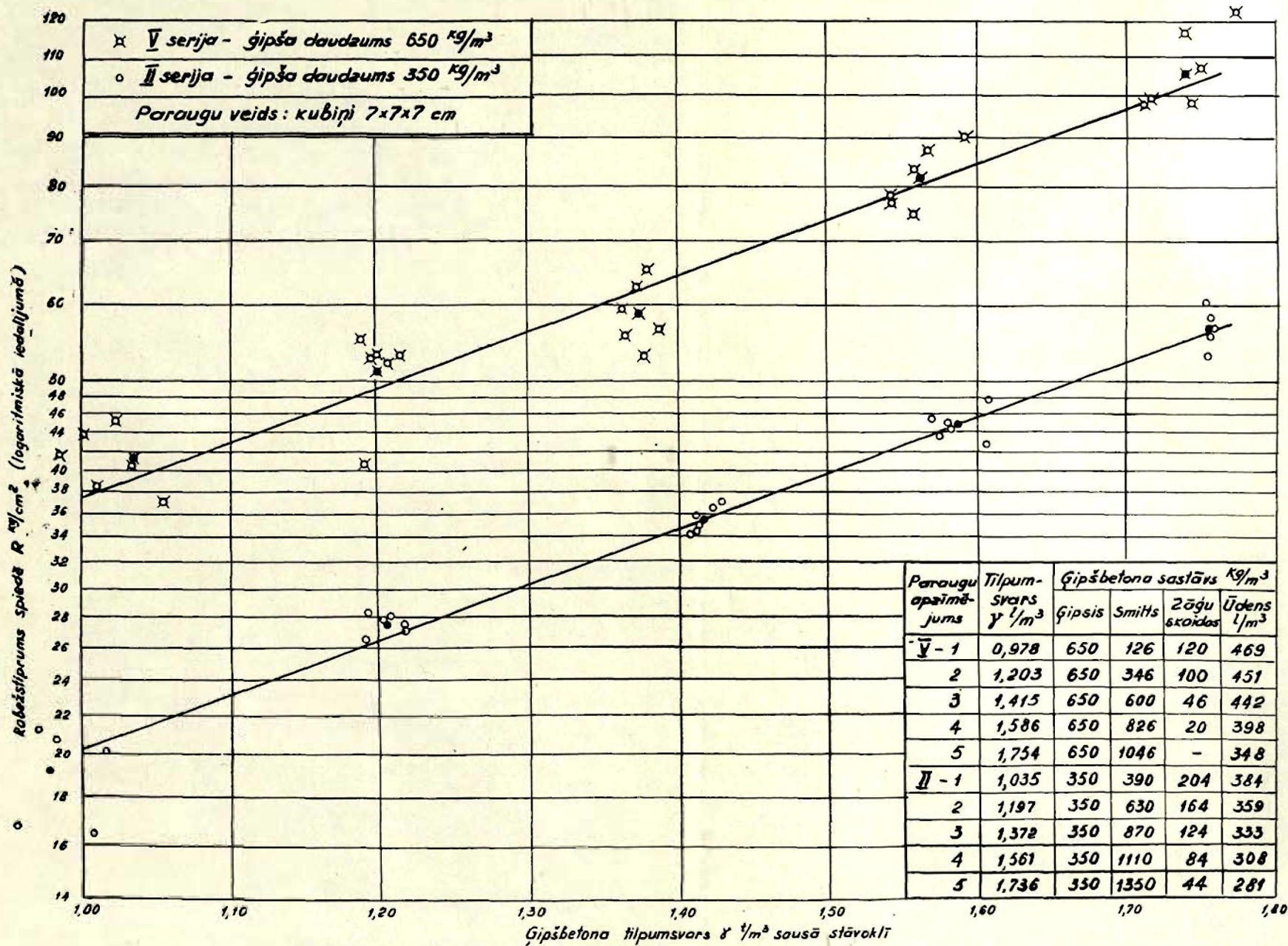
Logaritmējot šos divus vienādojumus (12) un (12a), dabū:

$$\lg R_n = \lg c + \gamma_n \lg a \text{ un} \quad (13)$$

$$\lg R_{n-1} = \lg c + \gamma_{n-1} \lg a. \quad (13a)$$

Atskaitot no vienādojuma (13) vienādojumu (13a), dabū:

$$\lg R_n - \lg R_{n-1} = \lg c - \lg c + \gamma_n \lg a - \gamma_{n-1} \lg a;$$



1. zīm. Sakarība starp ģipšbetona robežstiprumu spiedē un tilpumsvāru.

no kurienes

$$\lg a = \frac{\lg R_n - \lg R_{n-1}}{\gamma_n - \gamma_{n-1}}. \quad (14)$$

No šādi noteiktā koeficienta a logaritma pēc sakarības (14) var atrast a skaitlisko vērtību.

Izskaitļošanas dati sakopoti 6., 7., 8., 9., 10. un 11. tabulā. 6., 7., 8., 9. un 10. tabulā 1.—5. ailē sakopoti laboratorijā iegūtie dati: robežstiprums spiedē R un sausa ģipšbetona tilpumsvars γ , katram paraugam atsevišķi. Katrai tilpumsvaru grupai izskaitļots vidējais R , vidējais γ un noteikts vidējā R logaritms. 11. tabulā veidoti logaritmētie nolīdzinājumi katrai ģipšbetona serijai un noteikts $\lg a$, kā arī koeficienta a skaitliskā vērtība.

Iegūtie rezultāti kā atsevišķu novērojumu vidējie rezultāti ir atšķirīgi savā starpā. Lai iegūtu novērojamā lieluma īstajai vērtībai vistuvāko a skaitlisko vērtību, ar kļūdu teorijas palīdzību atrasts aritmetiskais vidējais lielums un noteikta arī vidējā kvadratiskā kļūda kā iegūto rezultātu noteiktības raksturojums.

Izskaitļojuma dati sakopoti 12. tabulā. Pēc šiem datiem koeficienta a aritmetiskais vidējais lielums

$$a = a' + \frac{\sum nv}{\sum n}, \quad (15)$$

kur $a' = 3,90$ — patvaļīgi pieņemta tuvināta vērtība.

No 12. tabulas

$$\frac{\sum nv}{\sum n} = -\frac{0,810}{81} = -0,010.$$

Ievietojot skaitļus sakarībā (15),

$$a = 3,90 - 0,01 = 3,89.$$

Noapaļojot pieņemts

$$a = 3,90.$$

Vidējā kvadratiskā novirze:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum nv^2}{\sum n - 1} - \left(\frac{\sum nv}{\sum n}\right)^2}. \quad (16)$$

No 12. tabulas

$$\frac{\sum nv^2}{\sum n - 1} = \frac{12,607374}{80} = 0,157592;$$

$$\left(\frac{\sum nv}{\sum n}\right)^2 = -0,010^2 = 0,000100.$$

Ievietojot skaitļus sakarībā (16),

$$\sigma = \pm \sqrt{0,157592 - 0,000100} = \pm 0,397.$$

I serija. Ģipša daudzums 250 kg/m³

6. tabula

Paraugu		Robežstiprums spiedē R kg/cm ²	Tilpumsvars γt/m ³	lg R	lg a ^γ a=3,90	a ^γ	c = $\frac{R}{a^{\gamma}}$
apz.	Nr.						
1	2	3	4	5	6	7	8
I-1	1	14,60	1,000				
	2	15,64	0,978				
	3	15,74	0,944				
	vid.	15,33	0,981	1,18554	0,57983	3,80	4,03
I-2	1	19,90	1,148				
	2	19,34	1,146				
	3	19,28	1,129				
	vid.	19,17	1,141	1,28262	0,67439	4,73	4,04
I-3	1	23,06	1,347				
	2	25,16	1,342				
	3	25,46	1,376				
	vid.	24,56	1,355	1,39023	0,80088	6,32	3,89
I-4	1	32,86	1,542				
	2	34,74	1,611				
	3	33,96	1,592				
	vid.	33,85	1,582	1,52956	0,93506	8,61	3,93
I-5	1	45,86	1,794				
	2	45,64	1,783				
	3	43,52	1,788				
	vid.	45,01	1,788	1,65331	1,05682	11,40	3,95
I-6	1	54,14	1,924				
	2	53,06	1,899				
	3	51,74	1,896				
	vid.	52,98	1,906	1,72411	1,12656	13,38	3,96

II serija. Ģipša daudzums 350 kg/m³

7. tabula

Paraugu		Robežstiprums spiedē R kg/cm ²	Tilpumsvars γ t/m ³	lg R	lg a^{γ} $a=3,90$	a^{γ}	$c = \frac{R}{a^{\gamma}}$
apz.	Nr.						
1	2	3	4	5	6	7	8
II-1	1	16,72	0,957				
	2	16,46	1,008				
	3	20,16	1,016				
	4	21,22	0,971				
	5	19,90	0,935				
	6	20,70	0,983				
	vid.	19,18	0,978	1,28285	0,57806	3,79	5,07
II-2	1	27,58	1,215				
	2	27,06	1,216				
	3	28,40	1,191				
	4	26,54	1,190				
	5	27,86	1,202				
	6	28,12	1,206				
	vid.	27,61	1,203	1,44107	0,71105	5,14	5,37
II-3	1	34,20	1,407				
	2	35,00	1,413				
	3	36,60	1,422				
	4	34,50	1,411				
	5	37,14	1,428				
	6	35,82	1,411				
	vid.	35,54	1,415	1,55072	0,83635	6,86	5,18
II-4	1	42,76	1,606				
	2	44,20	1,582				
	3	43,80	1,573				
	4	45,38	1,569				
	5	45,10	1,579				
	6	47,76	1,607				
	vid.	44,83	1,586	1,65157	0,93742	8,66	5,17
II-5	1	74,30	1,785				
	2	53,06	1,752				
	3	57,00	1,757				
	4	58,38	1,753				
	5	60,50	1,752				
	6	55,76	1,755				
	vid.	56,93	1,754	1,75534	1,03672	10,88	5,23

III serija. Ģipša daudzums 450 kg/m³

8. tabula

Paraugu		Robežstiprums spiedē R kg/cm ²	Tilpumsvars γ t/m ³	lg R	lg a ^γ a = 3,90	a ^γ	c = $\frac{R}{a^\gamma}$
apz.	Nr.						
1	2	3	4	5	6	7	8
III-1	1	23,88	1,001				
	2	25,20	1,002				
	3	26,54	0,998				
	vid.	25,21	1,000	1,40157	0,59106	3,90	6,47
III-2	1	34,22	1,195				
	2	31,84	1,194				
	3	35,56	1,205				
	vid.	33,87	1,198	1,52982	0,70809	5,11	6,63
III-3	1	44,84	1,386				
	2	41,40	1,394				
	3	43,26	1,394				
	vid.	43,17	1,391	1,63518	0,82216	6,64	6,49
III-4	1	48,02	1,580				
	2	45,10	1,553				
	3	49,88	1,580				
	vid.	47,66	1,571	1,67815	0,92856	8,48	5,62
III-5	1	61,02	1,766				
	2	62,88	1,750				
	3	59,18	1,717				
	vid.	61,03	1,744	1,78554	1,03080	10,73	5,68

IV serija. Ģipša daudzums 550 kg/m³

9. tabula

Paraugu		Robežstiprums spiedē R kg/cm ²	Tilpumsvars γ t/m ³	lg R	lg a ^γ a = 3,90	a ^γ	c = $\frac{R}{a^{\gamma}}$
apz.	Nr.						
1	2	3	4	5	6	7	8
IV-1	1	35,02	1,031				
	2	34,50	1,025				
	3	36,61	1,027				
	vid.	35,38	1,028	1,54876	0,60760	4,05	8,73
IV-2	1	41,12	1,191				
	2	40,34	1,207				
	3	39,80	1,197				
	vid.	40,42	1,198	1,60660	0,70809	5,11	7,92
IV-3	1	47,76	1,376				
	2	46,44	1,380				
	3	44,04	1,343				
	vid.	46,08	1,366	1,66351	0,80739	6,42	7,18
IV-4	1	57,04	1,525				
	2	59,60	1,515				
	3	60,50	1,528				
	vid.	59,09	1,523	1,77151	0,90018	7,95	7,43
IV-5	1	87,56	1,749				
	2	78,00	1,740				
	3	79,34	1,750				
	vid.	81,63	1,746	1,91185	1,03199	10,76	7,59

V serija. Ģipša daudzums 650 kg/m²

10. tabula

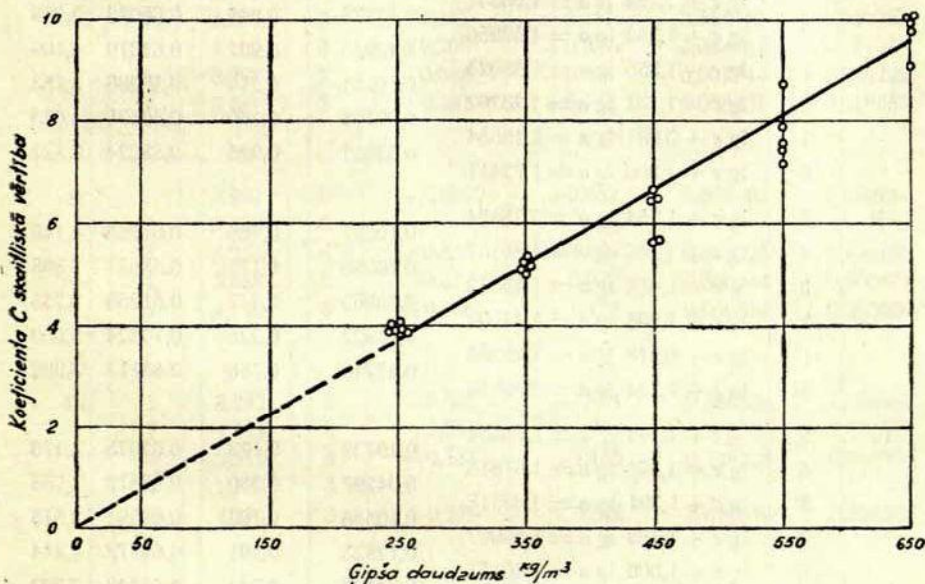
Paraugu		Robežstiprums spiedē R kg/cm ²	Tilpumsvars γ t/m ³	lg R	lg a ^γ a = 3,90	a ^γ	c = $\frac{R}{a^{\gamma}}$
apz.	Nr.						
1	2	3	4	5	6	7	8
V-1	1	40,56	1,034				
	2	38,44	1,110				
	3	37,10	1,055				
	4	45,10	1,023				
	5	41,92	0,985				
	6	43,78	1,002				
	vid.	41,15	1,035	1,61437	0,61175	4,09	10,06
V-2	1	55,20	1,186				
	2	52,60	1,193				
	3	40,60	1,189				
	4	53,06	1,212				
	5	52,00	1,205				
	6	53,06	1,195				
	vid.	51,09	1,197	1,70834	0,70750	5,10	10,02
V-3	1	55,70	1,363				
	2	53,10	1,375				
	3	56,60	1,386				
	4	65,28	1,377				
	5	62,88	1,370				
	6	59,44	1,361				
	vid.	58,83	1,372	1,76960	0,81093	6,47	9,09
V-4	1	76,70	1,541				
	2	78,30	1,540				
	3	74,80	1,557				
	4	83,06	1,551				
	5	87,04	1,566				
	6	90,48	1,591				
	vid.	81,73	1,561	1,91238	0,92264	8,37	9,76
V-5	1	97,80	1,708				
	2	99,20	1,713				
	3	98,30	1,741				
	4	116,48	1,740				
	5	122,32	1,770				
	6	106,94	1,747				
	vid.	105,17	1,736	2,02189	1,02608	10,62	9,91

Vidējā kvadratiskā kļūda procentos

$$\sigma a \% = \pm \frac{\sigma \cdot 100}{a \sqrt{\Sigma n}}; \quad (17)$$

$$\sigma a \% = \pm \frac{0,397 \cdot 100}{3,9 \cdot 81} = \pm 1,13\% < 3\%.$$

Rezultātu var uzskatīt par pietiekami precīzu, jo vidējā kvadratiskā kļūda ir mazāka par 3%.



2. zīm. Koeficienta c lielums atkarībā no gīpša daudzuma.

Ar koeficienta a aritmetiskā vidējā lieluma palīdzību izskaitļots visām paraugu serijām koeficients c , izejot no sakarības (11):

$$R = c \cdot a^{\gamma},$$

no kurienes

$$c = \frac{R}{a^{\gamma}}. \quad (18)$$

Izskaitļojuma dati sakopoti 6., 7., 8., 9. un 10. tabulā 6.—8. ailē. Šeit redzams, ka katram gīpša daudzumam vienā tilpuma vienībā koeficients c citāds, t. i., gīpša daudzumam pieaugot gīpšbetonā uz vienu tilpuma vienību, pieaug koeficients c .

Atliekot iegūtos rezultātus koordinātu sistēmā (sk. 2. zīmējumu), uz abscisu ass atliekot gīpša daudzumu vienā gīpšbetona tilpuma

Koefficienta a aprēķināšana

II. tabula

Nolīdz. apz.		$\lg c - \gamma \lg a = \lg R$	$\lg R_n - \lg R_{n-1}$	$\gamma_n - \gamma_{n-1}$	$\lg a$	a
ser.	Nr.					
1	2	3	4	5	6	7
I	6	$\lg c + 1,906 \lg a = 1,72411$				
	5	$\lg c + 1,788 \lg a = 1,65331$	0,07080	0,118	0,60000	3,981
	4	$\lg c + 1,582 \lg a = 1,52956$	0,12375	0,206	0,60073	3,988
	3	$\lg c + 1,355 \lg a = 1,39023$	0,13933	0,227	0,61379	4,109
	2	$\lg c + 1,141 \lg a = 1,28262$	0,10761	0,214	0,50285	3,183
	1	$\lg c + 0,981 \lg a = 1,18554$	0,09708	0,160	0,60675	4,043
II	6	$\lg c + 1,906 \lg a = 1,72411$	0,53857	0,925	0,58224	3,822
	5	$\lg c + 1,754 \lg a = 1,75534$				
	4	$\lg c + 1,586 \lg a = 1,65157$	0,10377	0,168	0,61768	4,146
	3	$\lg c + 1,415 \lg a = 1,55072$	0,10085	0,171	0,58977	3,888
	2	$\lg c + 1,203 \lg a = 1,44104$	0,10865	0,212	0,51250	3,255
	1	$\lg c + 0,978 \lg a = 1,28285$	0,15822	0,225	0,70324	5,050
III	5	$\lg c + 1,754 \lg a = 1,75534$	0,47249	0,786	0,60113	3,992
	5	$\lg c + 1,744 \lg a = 1,78554$				
	4	$\lg c + 1,571 \lg a = 1,67815$	0,10739	0,173	0,62075	4,176
	3	$\lg c + 1,391 \lg a = 1,63518$	0,04297	0,180	0,23872	1,733
	2	$\lg c + 1,198 \lg a = 1,52982$	0,10536	0,193	0,54591	3,515
	1	$\lg c + 1,000 \lg a = 1,40157$	0,12825	0,198	0,64773	4,444
IV	5	$\lg c + 1,744 \lg a = 1,78554$	0,38397	0,744	0,51743	3,292
	5	$\lg c + 1,746 \lg a = 1,91185$				
	4	$\lg c + 1,523 \lg a = 1,77151$	0,14034	0,223	0,62933	4,259
	3	$\lg c + 1,366 \lg a = 1,66351$	0,10800	0,157	0,68789	4,874
	2	$\lg c + 1,198 \lg a = 1,60660$	0,05691	0,168	0,33875	2,182
	1	$\lg c + 1,028 \lg a = 1,54876$	0,05784	0,170	0,34024	2,189
V	5	$\lg c + 1,746 \lg a = 1,91185$	0,36309	0,718	0,50569	3,204
	5	$\lg c + 1,736 \lg a = 2,02189$				
	4	$\lg c + 1,561 \lg a = 1,91238$	0,10851	0,175	0,62025	4,172
	3	$\lg c + 1,372 \lg a = 1,76960$	0,14278	0,189	0,75544	5,695
	2	$\lg c + 1,197 \lg a = 1,70834$	0,06026	0,175	0,34434	2,210
	1	$\lg c + 1,035 \lg a = 1,61437$	0,09397	0,162	0,58006	3,803
	5	$\lg c + 1,736 \lg a = 2,02189$	0,40752	0,701	0,58134	3,814

Koeficienta a aritmetiskā vidējā lieluma noteikšana

12. tabula

Novēroj. apz.		Aprēķinātais a	Nov. skaits n	$a' = 3,90$			
ser.	Nr.			v	nv	v^2	nv^2
1	2	3	4	5	6	7	8
I	1	3,822	3	-0,078	-0,234	0,006084	0,018252
	2	4,043	3	+0,143	+0,429	0,020449	0,061347
	3	3,183	3	-0,717	-2,151	0,514089	1,542267
	4	4,109	3	+0,209	+0,627	0,043681	0,131043
	5	3,988	3	+0,088	+0,264	0,007744	0,023232
	6	3,981	3	+0,081	+0,243	0,006561	0,019683
II	1	3,992	6	+0,092	+0,552	0,008464	0,050784
	2	5,050*	6				
	3	3,255	6	-0,645	-3,870	0,416025	2,496150
	4	3,888	6	-0,012	-0,072	0,000144	0,000864
	5	4,146	6	+0,246	+1,476	0,060516	0,363096
III	1	3,292	3	-0,608	-1,824	0,369664	1,108992
	2	4,444	3	+0,544	+1,632	0,295936	0,887808
	3	3,515	3	-0,385	-1,155	0,148225	0,444675
	4	1,733*	3				
	5	4,176	3	-0,276	-0,828	0,076176	0,228528
IV	1	3,204	3	-0,696	-2,088	0,484416	1,453248
	2	2,189*	3				
	3	2,182*	3				
	4	4,874	3	+0,974	+2,922	0,948676	2,846028
	5	4,259	3	+0,359	+1,077	0,128881	0,386643
V	1	3,814	6	-0,086	-0,516	0,007396	0,044376
	2	3,803	6	-0,097	-0,582	0,009409	0,056454
	3	2,210*	6				
	4	5,695*	6				
	5	4,172	6	+0,272	+1,632	0,073984	0,443904
		Σ	81	-	-0,810	-	12,607374

* Stipri atšķirīgie novērojumi atmesti pie aritmetiskā vidējā noteikšanas.

vienībā un uz ordinātu ass — koeficientu c , dabūjam taisni, kas iet caur šīm punktu grupām.

Analizējot iegūtos rezultātus, redzams, ka starp ģipša daudzumu vienā ģipšbetona tilpuma vienībā un koeficientu c pastāv apmēram lineāra sakarība.

Ģipšbetons nevar uzrādīt nekādu stiprumu, ja tas nesatur saistvielu — ģipsi; tātad, ja ģipša daudzums vienā tilpuma vienībā $G = 0$, tad arī $R = 0$ un līdz ar to arī koeficients $c = 0$. Uz šī apsvēruma pamata var secināt, ka katrai taisnei, kas iet caur kādu c punktu, jāiet caur koordinātu asu sākuma punktu, t. i., caur katru punktu var novilkt taisni, kuras vienādojums vispārīgā veidā ir

$$y = \alpha x, \quad (19)$$

kur $y = c$, $x = G$ — ģipša daudzums gatava ģipšbetona vienā tilpuma vienībā. Ievietojot x un y vietā to nozīmes, sakarību (19) var uzrakstīt šādi:

$$c = \alpha G. \quad (19a)$$

Koeficientu α var noteikt, izejot no sakarības (19a):

$$\alpha = \frac{c}{G}. \quad (20)$$

α skaitliskā lieluma noteikšana izdarīta pēc sakarības (20), sakopojot dabūtos rezultātus 13. tabulas 5. ailē. Tajā pašā tabulā sakopoti arī izskaitļojumi α aritmetiskā vidējā noteikšanai.

Koeficienta α aritmetiskais vidējais lielums pēc sakarības (15) ir šāds:

$$\alpha = \alpha' + \frac{\sum nv}{\sum n},$$

kur $\alpha' = 0,0148$ — patvaļīgi pieņemta tuvināta vērtība.

No 18. tabulas

$$\frac{\sum nv}{\sum n} = -\frac{0,0018}{108} = -0,000016.$$

Ievietojot skaitļus:

$$\alpha = 0,0148 - 0,000016 = 0,014816.$$

Noapaļojot pieņemts:

$$\alpha = 0,0148.$$

Vidējā kvadratiskā novirze pēc sakarības (16):

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum nv^2}{\sum n - 1} - \left(\frac{\sum nv}{\sum n}\right)^2}.$$

Koefficienta α aritmetiskā vidējā lieluma noteikšana.

13. tabula

Novēroj. apz.		Aprēķin. c	Nov. sk. n	$\alpha = \frac{c}{G}$	$\alpha' = 0,0148$			
ser.	Nr.				v	nv	v^2	nv^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	1	4,03	3	0,0161	+0,0013	+0,0039	0,00000169	0,00000507
	2	4,04	3	0,0161	+0,0013	+0,0039	0169	0507
	3	3,89	3	0,0156	+0,0008	+0,0024	0064	0192
	4	3,93	3	0,0157	+0,0009	+0,0027	0081	0243
	5	3,95	3	0,0158	+0,0010	+0,0030	0100	0300
	6	3,96	3	0,0158	+0,0010	+0,0030	0100	0300
II	1	5,07	6	0,0145	-0,0003	-0,0018	0,00000009	0,00000054
	2	5,37	6	0,0154	+0,0006	+0,0036	0036	0216
	3	5,18	6	0,0148				
	4	5,17	6	0,0148				
	5	5,23	6	0,0149	+0,0001	+0,0006	0001	0006
III	1	6,47	3	0,0144	-0,0004	-0,0012	0,00000016	0,00000048
	2	6,63	3	0,0147	-0,0001	-0,0003	0001	0003
	3	6,49	3	0,0144	-0,0004	-0,0012	0016	0048
	4	5,62	3	0,0125	-0,0023	-0,0069	0529	1587
	5	5,68	3	0,0126	-0,0022	-0,0066	0484	1452
IV	1	8,73	3	0,0159	+0,0011	+0,0033	0,00000121	0,00000363
	2	7,92	3	0,0144	-0,0004	-0,0012	0016	0048
	3	7,18	3	0,0131	-0,0017	-0,0051	0289	0867
	4	7,43	3	0,0135	-0,0013	-0,0039	0169	0507
	5	7,59	3	0,0138	-0,0010	-0,0030	0100	0300
V	1	10,06	6	0,0155	+0,0007	+0,0042	0,00000049	0,00000294
	2	10,02	6	0,0154	+0,0006	+0,0036	0036	0216
	3	9,09	6	0,0140	-0,0008	-0,0048	0064	0384
	4	9,76	6	0,0150	+0,0002	+0,0012	0004	0024
	5	9,91	6	0,0152	+0,0004	+0,0024	0016	0096
		Σ	108	—	—	+0,0018	—	0,00008562

Ievietojot skaitļus no 13. tabulas:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{0,00008562}{107} - 0,000016^2} = \pm 0,000894.$$

Vidējā kvadratiskā kļūda procentos pēc sakarības (17):

$$\sigma_{\alpha} \% = \pm \frac{\sigma \cdot 100}{\alpha \cdot \sqrt{\Sigma n}} = \pm \frac{0,000894 \cdot 100}{0,0148 \sqrt{108}} = \pm 0,56 \% < 1 \%.$$

Koeficienta α vidējā kvadratiskā kļūda σ_{α} ir mazāka nekā koeficientam a par $\sim 50\%$, kas izskaidrojams ar to, ka koeficienta α , t. i., c , noteikšana izdarīta ar izlīdzināta a vērtību.

Ģipšbetona projektēšanas sakarību (11) $R = c \cdot a^{\gamma}$, ievietojot koeficienta c vietā tā nozīmi, var uzrakstīt šādi:

$$R = \alpha \cdot G \cdot a^{\gamma}. \quad (21)$$

Izmantojot šo sakarību prakses vajadzībām, svarīgi zināt tās noietību, t. i., kāda maksimālā robežstipruma izmaiņa sagaidāma, ja visi ietekmējošie faktori dabū kādu pieaugumu.

Maksimālā tilpumsvara izmaiņa, kāda novērota laboratoriskos pētījumos, ir tā samazināšanās par $5,11\%$, salīdzinot ar projektēto tilpumsvaru. Tilpumsvara izmaiņu noteic ģipšbetonā ietilpstošo sastāvdaļu daudzuma izmaiņa. Pieņemot, ka materiālu savstarpējā attiecība neizmainās (to var panākt ar pareizu sajaukšanu), secināms, ka arī ģipša daudzuma izmaiņa notiek par $\sim 5\%$.

Sagaidāmā izmaiņa ģipšbetona robežstiprumam spiedē izsakāma šādi:

$$R = (\alpha \pm \Delta\alpha) (G \pm \Delta G) (a \pm \Delta a)^{\gamma \pm \Delta\gamma}. \quad (21a)$$

Lielāka atšķirība sagaidāma, ja maksimālais tilpumsvars $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$. Izdarot izskaitļojumus pēc sakarības (21a), noteikts varbūtējais maksimālais robežstiprums spiedē:

$$R_{\max} = R + 20,75\%;$$

varbūtējais minimālais robežstiprums:

$$R_{\min} = R - 19,16\%.$$

Pētījumos iegūto robežstiprumu izvērtējumu attiecinot uz aprēķināto robežstiprumu pēc sakarības (21), noteikta atsevišķu novērojumu vidējā kvadratiskā kļūda:

$$\sigma_R = \pm 7,56\%.$$

3. Projektēšanas sakarības pamatveids un šīs sakarības pielietošanas robežas

Sakarība

$$R = \alpha \cdot G \cdot a^{\gamma}$$

izmantojama ģipšbetona sastāva projektēšanai, t. i., robežstipruma R izzināšanai spiedē atkarībā no ģipša daudzuma G vienā tilpuma vienībā un no sausa ģipšbetona tilpumsvara.

Lai iegūtu sakarību, par saistvielu lietots Sauriešos ražotais būvģipsis, kurš stiepes pārbaudē pēc GOCT 125-41 pārsniedz I šķiras ģipša normu prasības. Neorganiskās pildvielas — Daugavas smilts un lokomotivju izdedži ar granulāciju kā vidēja rupjuma smiltij, maksimalais graudu lielums 5 mm. Organiskās resp. vieglās pildvielas — skuju koku zāģu skaidas. Vienādas iestrādājamības sasniegšanai ūdensģipša faktors ņemts tāds, lai masa būtu vāji plastiska ar STROICNIL'a konusa iegrimi 6,7—7,0 cm treknākiem sastāviem un 5,0—5,5 cm liesākiem sastāviem un tādiem, kur organisko pildvielu vairāk.

Koeficientu α un a skaitliskie lielumi noteikti šādi:

$\alpha = 0,0148$ — atkarīgs no ģipša aktivitātes resp. no ģipša markas;

$a = 3,90$ — atkarīgs no ūdensģipša faktora, no paraugu izgatavošanas veida, pildvielu granulometriskā sastāva un citiem faktoriem.

Ievietojot koeficientu skaitliskos lielumus sakarībā (21) un izsakot ģipša daudzumu G kg/m³ un tilpumsvaru γ t/m³, dabū ģipšbetona robežstiprumu spiedē R kg/cm².

$$R = 0,0148 \cdot G \cdot 3,90.$$

Laboratorijā iegūtie pārbaudījuma dati attēloti 3. zīmējumā, attiecot uz abscisu ass tilpumsvaru γ un uz ordinātu ass ģipšbetona robežstiprumu spiedē. Caur dabūtām punktu grupām katrai paraugu serijai novilkta liknes, no kurām redzams, ka, ģipša daudzumam pieaugot, tilpumsvars ir viens un tas pats, robežstiprums pieaug lineari, bet, pieaugot tilpumsvaram, ja ģipša daudzums ir viens un tas pats, robežstiprums pieaug daudz straujāk (jo γ ieiet sakarībā kā kāpinātājs).

No tā izriet, ka daudz ekonomiskāk (no ģipšbetona izmaksas viedokļa, ir panākt ģipšbetona stipruma pieaugumu ar tilpumsvara pieaugumu nekā ar ģipša daudzuma pieaugumu uz vienu tilpuma vienību. Piemēram: ģipša daudzumam G pieaugot par 10%, robežstiprums pieaug par 10%, bet, ja tilpumsvars γ pieaug par 10%, robežās no 1,0 līdz 1,1 t/m³ — R pieaug par 14,6%, robežās no 1,5 līdz 1,65 t/m³ — R pieaug par 22,7% utt.

Mainot pieņemtos parametrus, mainīsies arī koeficientu α un a skaitliskie lielumi. Lietojot ģipšbetona pagatavošanai aktivāku ģipša šķirni, piemēram, augsta stipruma ģipsi vai kādu citu, koeficients α pieaug. Mainot ūdensģipša faktoru, kā arī iestrādāšanas veidu,

mainīšies koeficients a ; ūdens-ģipša faktoram samazinoties, pieaug koeficienta a skaitliskais lielums, un otrādi.

Piemēram, augsta stipruma ģipsim, sajauktam ar kaļķakmeņu miltiem (kaļķakmeņu milti kā pildviela), ko lieto apmetumam, $\alpha = 0,0184$ un $a = 4,64$.

Koeficientu izskaitļošanai izmantoti G. Buličeva [3] publicētie pētījuma dati.

Koeficientu α un a skaitlisko lielumu noteikšanai, lietojot citu ģipša šķirni vai citu iestrādāšanas veidu, pietiek izgatavot ģipšbetona paraugus ar trīs atšķirīgiem tilpumsvariem, lietojot vienu un to pašu ģipša daudzumu. Pēc parauga izžāvēšanas līdz konstantam svaram nosaka tā tilpumsvaru un robežstiprumu spiedē. Ievietojot iegūtos rezultātus sakarībā (21) un veidojot logaritmētos nolīdzinājumus, dotai ģipša šķirnei ar noteiktu iestrādāšanas veidu var atrast koeficientu skaitliskos lielumus.

Šī pati sakarība (21) ģipšbetona projektēšanai ir derīga arī citu vieglbetonu stiprumu noteikšanai, par saistvielu ņemot cementu un lietojot citu iestrādāšanas tehnoloģiju, — piemēram, autoklavos gatavota šūnu betona stipruma noteikšanai, kura izgatavošanai lietots cements 350 kg/m^3 ar marku «400» — «450» un kā pildviela — malta kvarca smilts.

Pēc I. Kudraševa [15] Rūpniecības būvniecības centralā zinātniski pētnieciskā institūtā (ЦНИПС) izdarītiem pētījumiem, autoklavos gatavota šūnu betona robežstiprums spiedē ir atkarīgs no tilpumsvara. Sakarība starp robežstiprumu spiedē un tilpumsvaru dota likņu veidā 3. a zīmējumā.

Izmantojot I. Kudraševa publicētos datus, autors izdarījis koeficientu α un a izskaitļojumus un atradis, ka $\alpha = 0,0237$ un $a = 9,60$.

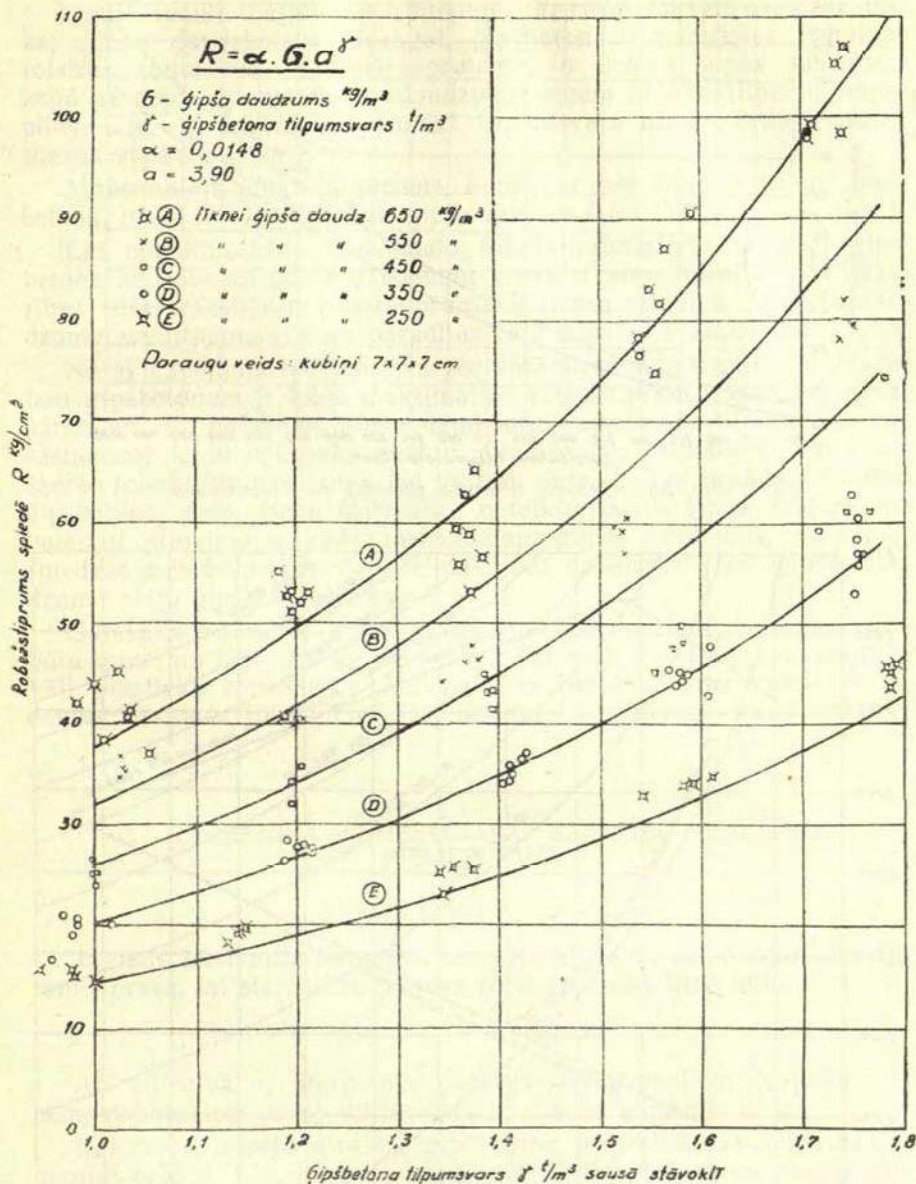
Autoklavos gatavotā šūnu betona (zem 8 atmosferu spiediena) robežstiprums spiedē izsakāms šādi:

$$R = 0,0237 \cdot C \cdot 9,60\gamma,$$

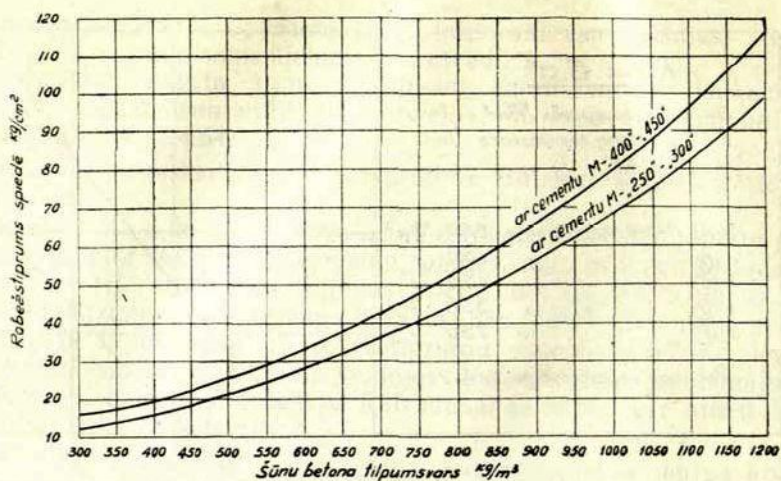
kur C — cementa daudzums kg/m^3 .

Lai noskaidrotu, kādās robežās vispār var mainīties sausa ģipšbetona tilpumsvars atkarībā no lietotām pildvielām, izdarīta tilpumsvara pārbaude ar dažādiem ģipša daudzumiem vienā m^3 ģipšbetona un dažādām pildvielām.

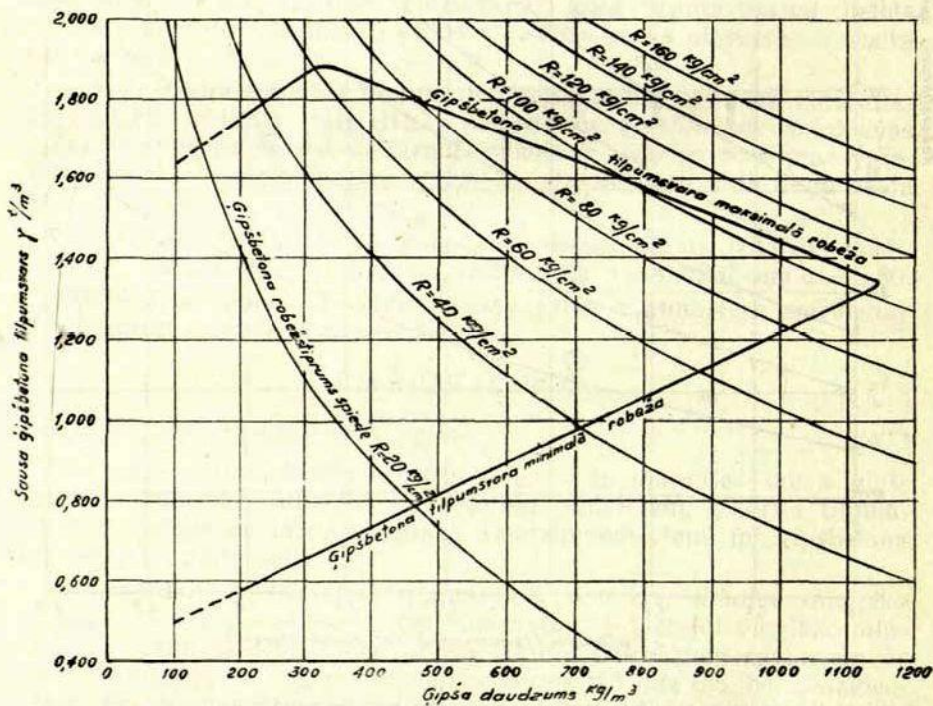
Iespējamais maksimālais tilpumsvars noteikts, lietojot smagāko pildvielu — Daugavas smilti, bet minimalais — lietojot vieglāko pildvielu — zāģu skaidas. Ūdens-ģipša faktors treknākiem sastāviem ar ģipša daudzumu 600 kg/m^3 un vairāk ņemts 0,6 līdz 0,5, bet liesākiem sastāviem, lai panāktu zināmu plūstamību, tas pakāpeniski palielināts no 0,6 ģipša daudzumam 600 kg/m^3 līdz 1,2 ģipša daudzumam 250 kg/m^3 .



3. zīm. Ģipšbetona robežstiprums spiedē sausiem paraugiem atkarībā no ģipša daudzuma un ģipšbetona tilpumsvara.



3. a zīm. Šūnu betona stiprums atkarībā no tilpumsvara.



4. zīm. Sausa gipsbetona tilpumsvara izmaiņas robežas un iespējamais maksimālais robežstiprums atkarībā no tilpumsvara un ģipša daudzuma vienā tilpuma vienībā.

legūtie rezultāti attēloti 4. zīmējumā (ar treknāku svītru). Redzams, ka, ģipša daudzumam pieaugot, ģipšbetona tilpumsvara izmaiņas robežas samazinās. Tas arī saprotams, jo lielāks ģipša daudzums kopā ar nepieciešamo ūdens daudzumu ieņem lielāku tilpumu, tāpēc pildvielām, ar kurām var panākt tilpumsvara maiņu, atliek arvien mazāk vietas.

Maksimalais ģipša daudzums, kādu var iestrādāt vienā m^3 ģipšbetona, ir ~ 1150 kg ar ūdens-ģipša faktoru 0,5.

Lai noteiktu, kādu maksimālo robežstiprumu var sasniegt ģipšbetons ar noteiktu ģipša daudzumu vienā tilpuma vienībā, pēc sakarības (21) izskaitļotas robežstipruma R liknes atkarībā no ģipša daudzuma un tilpumsvara un parādītas tajā pašā (4.) zīmējumā.

No šī zīmējuma redzams, ka pēc zināmiem noteikumiem izgatavotam ģipšbetonam ir kāds maksimalais robežstiprums, kuru tas nevar pārsniegt, jo, palielinot ģipša daudzumu, samazinās tilpumsvars un, sasniedzot kādu optimālo punktu, tilpumsvara robežlikne vairs nešķērso robežstipruma liknes, bet iet tām paraleli. Tas norāda, ka katrai ģipšbetona resp. ģipša šķirnei ar noteiktu ūdens-ģipša faktoru un noteiktu pildvielu ir kāds maksimalais ģipša daudzums, kuru pārsniedzot robežstiprums nepalielinās, bet palielinās tikai ģipša daudzuma resp. ģipšbetona izmaksa.

Salaspils Sauriešos ražotam ģipsim šāds optimālais maksimums būtu apmēram $750\text{--}800$ kg/ m^3 , lietojot par pildvielu Daugavas smilti ar vāji plastisku konsistenci. Maksimalais robežstiprums spiedē R nedaudz pārsniedz 100 kg/ cm^2 , ja ģipšbetona tilpumsvars $\gamma = 1,600$ t/ m^3 .

IV. ĢIPSBETONA PROJEKTEŠANAS SAKARIBU PRAKTISKA PIELIETOSANA

1. Stiepes robežstiprums liecē.

Jaunais būvnormu nolikumu projekts attiecībā uz mehānisko stiprumu prasa, lai starpsienu plātnes robežstiprums liecē būtu

$$R_{stl} \geq \sigma_g + 75 \text{ kg/cm}^2.$$

Arī attiecībā uz starpstāvu pārsegumu elementiem (griestu plātnēm, dobluķiem u. c.) noteicošais ir stiepes stiprums liecē.

Lai rastu iespēju atrastās ģipšbetona projektēšanas sakarības izmantot praksē, t. i., lai būtu iespējams izteikt ģipšbetona stiepes stiprumu liecē R_{stl} atkarībā no ģipša daudzuma G un tilpumsvara γ , izdarīti attiecīgi pētījumi laboratorijas apstākļos.

Izgatavoti ģipšbetona kubiņu $7 \times 7 \times 7$ cm un sijiņu $4 \times 4 \times 16$ cm paraugi ar vienādu sastāvu, mainot ģipša daudzumu un pildvielu

attiecību, lai panāktu dažādu tilpumsvaru. No katra sastāva pagatavoti 3 paraugi, kas pārbaudīti 28 dienu vecumā, pirms pārbaudes pilnīgi izžāvējot, kā iepriekš norādīts. Iegūtie rezultāti sakopoti 14. tabulā.

Spiedes robežstipruma attiecība pret stiepes robežstiprumu liecē izteikta koeficienta veidā:

$$k_1 = \frac{R}{R_{stl}} \quad (22)$$

Izskaitļotās koeficienta k_1 vērtības attēlotas 5. zīmējumā, attieciot uz abscīsu ass ģipšbetona tilpumsvaru γ un uz ordinātu ass — koeficientu k_1 . Attēloto rezultātu analīze rāda, ka starp ģipšbetona spiedes un lieces stipruma attiecību un sausa ģipšbetona tilpumsvaru pastāv apmēram lineāra sakarība. Grafiski šī sakarība attēlota 5. zīmējumā kā taisne, kuras vienādojumu analītiskā veidā var izteikt šādi:

$$k_1 = 1,02\gamma + 1,06. \quad (23)$$

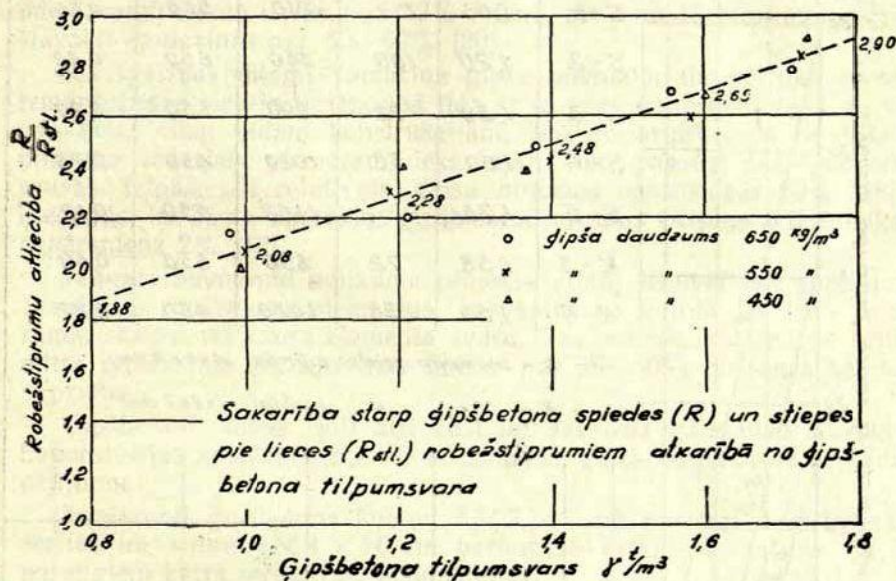
14. tabula

Paraugu apzīmējums	Ģipša daudzums G kg/m ³	Tilpumsvars γ t/m ³	Robežstiprums kg/cm ²		$k_1 = \frac{R}{R_{stl}}$
			spiedē R	stiepē pie lieces R_{stl}	
III-1	450	0,99	25,4	12,7	2,00
IV-1	550	1,00	35,4	17,0	2,08
V-1	650	0,98	39,2	18,3	2,14
III-2	450	1,20	25,4	12,7	2,00
IV-2	550	1,19	42,2	18,4	2,30
V-2	650	1,20	52,7	20,4	2,58
III-3	450	1,38	43,0	18,1	2,38
IV-3	550	1,40	46,1	19,0	2,42
V-3	650	1,37	62,0	25,0	2,48
III-4	450	1,60	53,5	20,3	2,64
IV-4	550	1,58	68,6	25,4	2,70
V-4	650	1,56	72,0	26,8	2,69
III-5	450	1,74	64,0	22,2	2,89
IV-5	550	1,73	81,6	28,9	2,83
V-5	650	1,71	96,0	34,5	2,78

Tilpumsvaram γ mainoties robežās no 0,8 līdz 1,8 t/m³, koeficienta k_1 vērtība mainās robežās no 1,88 līdz 2,90, t. i., vieglākiem ģipšbetoniem, kuriem vairāk organisko pildvielu, stiepes stiprums, salīdzinot ar spiedes stiprumu, ir relatīvi (apmēram 1,5 reizes) lielāks nekā smagākiem, blīvākiem betoniem.

Pētījuma dati apmēram sakrīt ar prof. N. Popova [20] norādījumiem, ka R_{stl} no spiedes robežstipruma R sastāda 40—45% ģipšbetoniem ar neorganiskām pildvielām un 45—55% ģipšbetoniem ar organiskām pildvielām.

Stiepes stipruma relatīvo pieaugumu attiecībā pret spiedi gipšbetoniem ar mazāku tilpumsvaru resp. ar lielāku organisko pildvielu daudzumu daļēji var izskaidrot ar to, ka organisko pildvielu šķiedras labāk pretojas stiepei nekā spidei.



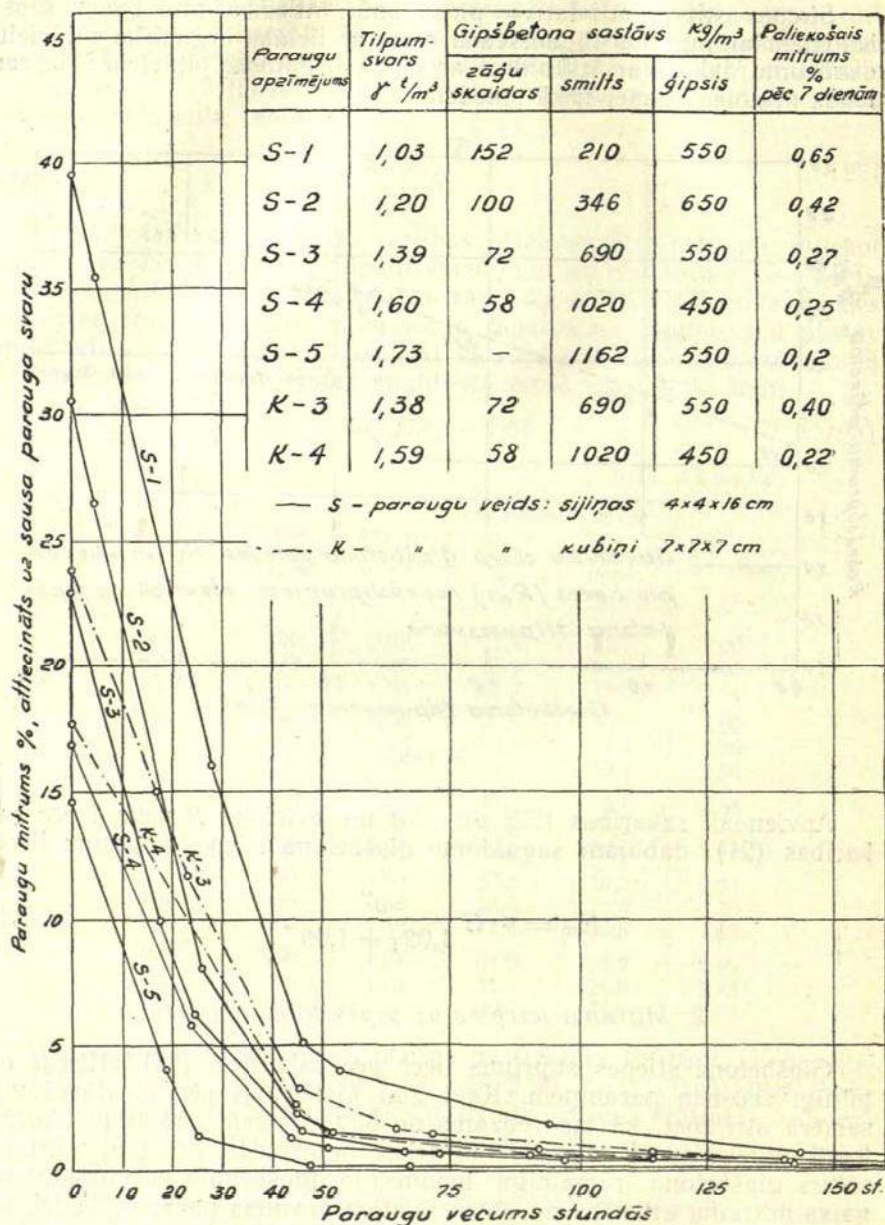
5. zīm.

Apvienojot sakarības (22) un (23) un ievietojot R nozīmi pēc sakarības (21), dabūjam sagaidāmo gipšbetona stiepes stiprumu liecē:

$$R_{st} = a \cdot G \frac{a^{\gamma}}{1,02\gamma + 1,06} \quad (24)$$

2. Mitruma ietekme uz gipšbetona stiprumu

Gipšbetona stiepes stiprums liecē pēc sakarības (24) attiecas uz pilnīgi sausiem paraugiem. Kaut gan gipšbetons pēc izgatavošanas samērā ātri žūst, kā tas redzams no 6. zīmējumā parādītām līknēm, tomēr pilnīgi sausu stāvokli tas nekad nesasniedz. Bez tam mitruma saturs gipšbetonā ir mainīgs lielums, jo gipšbetons var uzsūkt no gaisa mitrumu atkarībā no gaisa relatīvā mitruma pakāpes. Tādēļ, lai sakarību (24) varētu izmantot prakses vajadzībām, nepieciešams noskaidrot gipšbetona stipruma samazināšanos tā ekspluatācijas apstākļos.



6. zīm. Ģipšbetona paraugu žūšanas gaita atkarībā no ģipšbetona sastāva un tilpumsvara.

Ģipsi nevar uzskatīt par ūdensizturīgu būvmateriālu, jo sacietējis ģipsis šķīst ūdenī (1 litrā ūdens 20° temperatūrā izšķīst ap 2 g ģipša, skaitot no CaSO_4 , vai ap 2,5 g, skaitot no $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$) un tam ir relatīvi mazs blīvums (pushidrāta īpatnējais svars 2,50—2,75, ģipša lējuma tilpumsvars turpretim — 1,1—1,3 t/m³). So imeslu dēļ ģipsis ūdenī samirkst un uzšūc līdz 32% ūdens, pie kam tā stiprums mitrā stāvoklī samazinās par 50—60% [20].

Šīs īpašības jūtami samazina ģipša būvmateriāla vērtību, jo tā izmantošanas iespēja būvniecībā līdz ar to ir stipri ierobežota, t. i., to var lietot tikai tādām konstrukcijām, kas pasargātas no ilgstošas mitruma iedarbes, piemēram, iekšsienām un griestu pārsegumiem sausās telpās, kur relatīvais gaisa mitrums nepārsniedz 60% [28]. Pieņemts, ka šādos apstākļos ģipšbetona mitrums ekspluatācijas laikā nepārsniedz 2% [12].

Jaunais būvnormu nolikuma projekts atļauj iebūvēt bez speciālas žāvēšanas ģipšbetona elementus, kas satur ne vairāk kā 10% mitruma, skaitot no sausa elementa svara. Tas nozīmē, ka iebūves brīdī mitra ģipšbetona stiprums nav lielāks par 30—50% no sausa betona stipruma.

Ģipšbetons tomēr ļoti ātri žūst un sasniedz gaissausu stāvokli. Laboratorijas apstākļos ģipšbetona žūšanas gaita noskaidrota ar šādu pētījumu.

Izgatavoti ģipšbetona kubiņu $7 \times 7 \times 7$ cm paraugi 2 atšķirīgās seriļās un sijiņu $4 \times 4 \times 16$ cm paraugi 5 atšķirīgās seriļās, pa 3 paraugiem katrā seriļā (sk. 6. zīmējumu).

Ģipša daudzums ņemts 450, 550 un 650 kg/m³, bet pildvielu maisījums sastādīts tā, lai sausa betona tilpumsvars būtu 1,0—1,8 t/m³. Pēc izgatavošanas paraugi novietoti laboratorijas telpā uz plauktiem. Telpas temperatūra pa žūšanas laiku bija +17°C un gaisa relatīvais mitrums 48—52%.

Noteiktos laika sprīžos paraugi svērti, lai noteiktu mitruma zudumu. Iegūtie rezultāti attēloti liknēs 6. zīmējumā. Sprīžot pēc likņu rakstura, visintensīvākā žūšana notiek pirmajās 48 stundās, kad sākotnējais mitruma saturs 15—40% nokrit līdz 1—5%. Ģipšbetoni, kuru tilpumsvars lielāks par 1,2, triļās dienās nožūst līdz mitrumam apmēram 2%, bet pēc 7 dienām mitruma saturs tajos ir vaīrs tikai 0,12—0,42%. Gausāk žūst ģipšbetons (piemēram, seriļa S-1), kas satur relatīvi vairāk organisko pildvielu (zāģu skaidu 152 kg/m³, $\gamma = 1,03$ t/m³), bet arī šai betonā pēc 7 dienām mitruma saturs no 40% samazināties līdz 0,65%. Vispārinot dabūtos rezultatus, var secināt: jo žūšanas process ir straujāks un paliekošais mitruma daudzums betonā vienos un tais pašos mitruma apstākļos ir mazāks, jo lielāks ir ģipšbetona tilpumsvars, t. i., jo mazāk tas satur organisko pildvielu. Ģipšbetonā paliekošais mitruma daudzums tātad ir atkarīgs ne tikai no ģipša, bet arī no pildvielu mitruma uzsūkšanas spējām.

Jautājums par mitruma saturu gatavā ģipšbetonā, kas iebūvēts dzīvojamās un rūpnīcu ēkās, būtu pētījams speciāli. Neapšaubāmi, ka ģipšbetona mitruma pakāpe ir atkarīga arī no klimatiskiem apstākļiem un gadalaika un ka katrai klimatiskai joslai tā var būt sava. Sistemātisku novērojumu par ģipšbetona mitruma pakāpi Latvijas PSR klimatiskajos apstākļos trūkst, un, izslēdzot ģipšbetona samirkšanu, pret ko būvē attiecīgi jānodrošinās, orientējoties pieņemts, ka ģipšbetona mitruma saturs eksploatacijas apstākļos varētu būt ap 1—1,5%, ja tas satur maz organisko pildvielu ($\gamma > 1,2 \text{ t/m}^3$), un 2—3%, ja organisko pildvielu ir vairāk ($\gamma < 1,2 \text{ t/m}^3$).

Lai gūtu ieskatu par to, kādā mērā samazinās ģipšbetona stiprums mitruma satura dēļ, veikts šāds pētījums. Izgatavoti trīs dažāda sastāva ģipšbetona kubiņu un sijiņu paraugi:

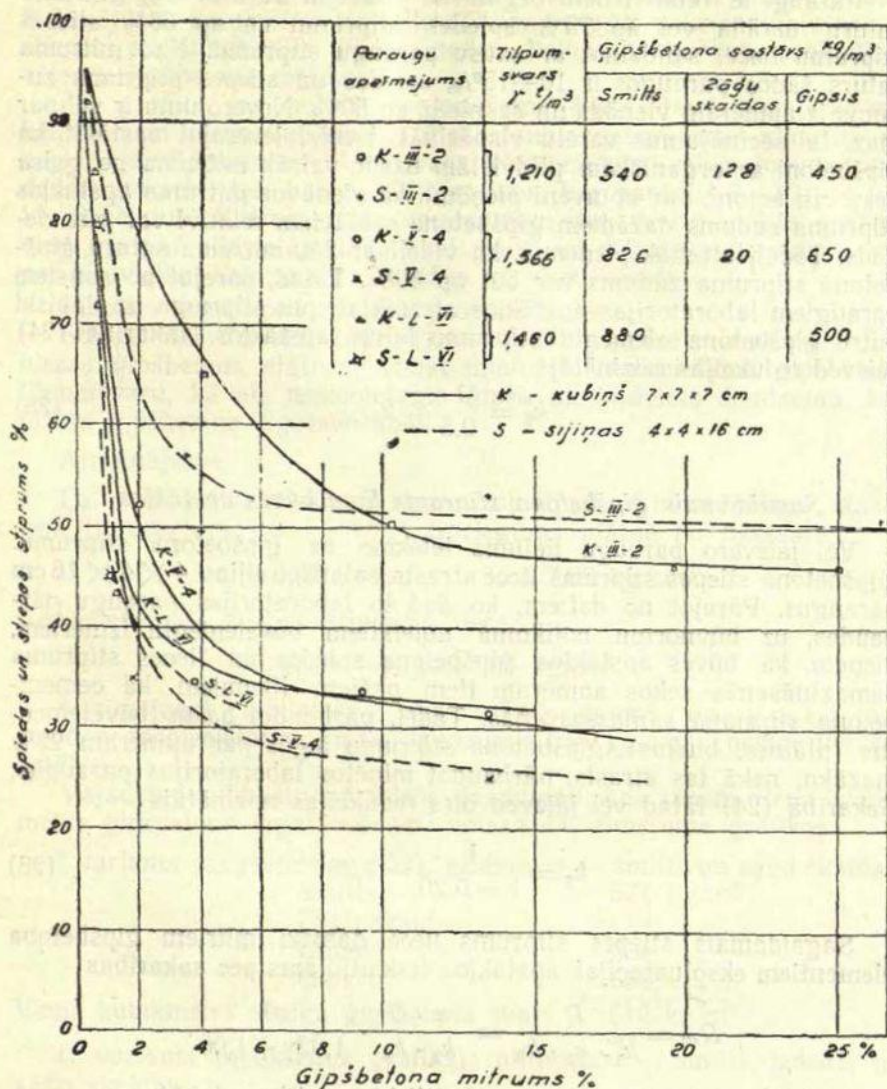
- 1) Serija L-VI — tikai ar neorganisku pildvielu — smilti.
Sastāvs: ģipsis — 500 kg/m^3 , smilts — 880 kg/m^3 , ūdens — 473 l/m^3 .
Sausa betona tilpumsvars — $1,46 \text{ t/m}^3$.
- 2) Serija V-4 — ar nelielu organisko pildvielu piedevu.
Sastāvs: ģipsis — 650 kg/m^3 , smilts — 326 kg/m^3 , sausas zāģu skaidas — 20 kg/m^3 , ūdens — 398 l/m^3 .
Sausa parauga tilpumsvars — $1,57 \text{ t/m}^3$.
- 3) Serija III-2 — ar lielāku organisko pildvielu piedevu.
Sastāvs: ģipsis — 450 kg/m^3 , smilts — 540 kg/m^3 , sausas zāģu skaidas — 138 kg/m^3 , ūdens — 395 l/m^3 .
Sausa parauga tilpumsvars $1,21 \text{ t/m}^3$.

Serijas L-VI paraugi pēc atveidošanas turēti sausumā 27 dienas, serijas V-4 un III-2 paraugi — 6 dienas. Pēc tam paraugi atkal samērcēti ūdenī, izņemti un pamazām 45° temperatūrā žāvēti līdz noteiktai mitruma pakāpei, pēc tam pārbaudīti, katrā pārbaudē ņemot 3 paraugus.

Paraugiem ar dažādu mitruma pakāpi atrastais spiedes un stiepes stiprums izteikts procentos no pilnīgi sausu paraugu stipruma. Iegūtie rezultāti sakopoti 7. zīmējumā, uz abscisu ass atliekot mitruma daudzumu % nocietējušā betonā, bet uz ordinātu ass — stipruma relatīvo samazināšanos (%).

Dabūtās līknes rāda, ka līdz ar mitruma daudzuma pieaugšanu paraugā stiprums samazinās, pie kam šī samazināšanās ir gausāka tiem paraugiem, kas satur relatīvi vairāk organisko pildvielu.

Paraugi, kuros maz organisko pildvielu vai to pavisam nav, ar mitruma saturu līdz 2% uzrāda spiedes stiprumu vairs tikai ap 50%, bet stiepes stiprumu liecē — tikai ap 40% no pilnīgi sausu paraugu stipruma. Samirkušā stāvoklī (mitruma saturs ap 15%) stiepes un spiedes stipruma zudums šiem paraugiem ir apmēram vienāds un sasniedz ap 70%.



7. zīm. Ģipšbetona stipruma relatīvā samazināšanās atkarībā no mitruma daudzuma ģipšbetonā.

Paraugi ar relatīvi lielu organisko pildvielu devu ar 2% mitruma saturu uzrāda vēl ap 75% spiedes stiprumu un ap 65% stiepes stiprumu liecē, salīdzinot ar sausu paraugu stiprumu. Kad mitruma saturs šādos paraugos ir 10—15%, spiedes un stiepes stipruma zudums ir apmēram vienāds un sasniedz ap 50%. Novērojumu ir vēl par maz, lai secinājumus varētu vispārināt, tomēr, ievērojot apstākli, ka ģipšbetoni ar organiskām pildvielām uzsūc vairāk mitruma no gaisa nekā citi betoni, var aptuveni pieņemt, ka vienādos mitruma apstākļos stipruma zudums dažādiem ģipšbetona sastāviem relatīvi var būt vienāds. Tādēļ turpmāk pieņemts, ka vidēji ar 2% mitruma saturu ģipšbetonā stipruma zudums var būt ap 50%. Tātad, pārejot no sausiem paraugiem laboratorijas apstākļos atrastā stiepes stipruma uz dabiski mitru ģipšbetona elementu stiprumu būves apstākļos, sakarībā (24) jāievēd redukcijas reizinātājs

$$k_2 = \frac{1}{0,5} = 2. \quad (25)$$

3. Sagaidāmais ģipšbetona stiprums liecē būves apstākļos

Vēl jāievēro paraugu lieluma ietekme uz ģipšbetona stiprumu. Ģipšbetona stiepes stiprums liecē atrasts, salaužot sijiņu $4 \times 4 \times 16$ cm paraugus. Pārejot no datiem, ko dod šo laboratorijas paraugu pārbaudes, uz būvnormu nolikumā noteiktiem būvelementu izmēriem, pieņem, ka būves apstākļos ģipšbetona spiedes un lieces stipruma samazināšanās sekos apmēram tiem pašiem likumiem kā cementbetona stipruma samazināšanās. Tādēļ, pārbaudot pašus būvelementus (plātnes, blukus), ģipšbetona stiprumu iegūs par apmēram 20% mazāku, nekā tas atrasts, pārbaudot minētos laboratorijas paraugus. Sakarībā (24) tātad vēl jāievēd otrs redukcijas reizinātājs

$$k_3 = \frac{1}{1 - 0,20} = 1,25. \quad (26)$$

Sagaidāmais stiepes stiprums liecē dabiski mitriem ģipšbetona elementiem ekspluatācijas apstākļos izskaitļojams pēc sakarības

$$R_{stl} = \frac{R}{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3} = \frac{\alpha \cdot G}{k_2 \cdot k_3} \cdot \frac{a^{\gamma}}{1,02\gamma + 1,06}$$

Ievietojot koeficientu α , k_2 un k_3 skaitliskās vērtības, dabūjam:

$$R_{stl} = 0,00592 G \cdot \frac{a^{\gamma}}{1,02\gamma + 1,06}. \quad (27)$$

Pieņemot noteiktus ģipša daudzumus $G = 250, 300, 350, 400, 450, 500, 550, 600, 650$ un 700 kg/m^3 , pēc sakarības (27) ir izskaitļoti sagaidāmie ģipšbetona elementu stiepes stiprumi liecē R_{stl} atkarībā no

sausā gīpšbetona tilpumsvara. Izskaitojumu rezultāti attēloti līknēs 8. zīmējumā, uz abscisu ass atliekot tilpumsvarus γ , uz ordinātu ass — stiepes stiprumus. Šīs līknes noder lietošanai praksē, projektējot vēlamo gīpšbetona sastāvu.

No grafika var nolasīt nepieciešamo gīpša daudzumu G kg/m³, kāds jāņem viena kubikmetra gīpšbetona izgatavošanai atkarībā no vajadzīgā stipruma un tilpumsvara. Nepieciešamo pildvielu un ūdens daudzumu atbilstoši var nolasīt grafikos, kas parādīti 9., 10., 11. un 12. zīmējumā. Katram gīpša daudzumam doti divi pildvielu grafiki: viens, ja par pildvielām lieto tikai smilti un zāģu skaidas, otrs — ja par pildvielām lieto smilti, izdedžus un zāģu skaidas.

Piemērs gīpšbetona sastāva projektēšanai:

Starp sienai dzīvoklī (min TL = 40 db) paredzēts izmantot 7 cm biezas gīpšbetona plātnes. Atrast minimālo nepieciešamo gīpšbetona tilpumsvaru, kā arī nepieciešamo gīpša un pildvielu daudzumu, kas jāņem gīpšbetona izgatavošanai.

Atrisinājums:

Lai nodrošinātu minimālo skaņu izolāciju 7 cm biežai plātnei, mazākais tilpumsvars $\gamma = 1,3$ t/m³. Spriegums plātnē no pašvara

$$\sigma_g = 0,65 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_p = 7,00 \text{ kg/cm}^2.$$

Nepieciešamais stiepes stiprums liecē

$$R_{stl} = \sigma_{g-p} = 7,65 \text{ kg/cm}^2.$$

8. zīmējumā atbilstoši $R_{stl} = 7,65$ kg/cm² un $\gamma = 1,3$ t/m³ atrodam nepieciešamo gīpša daudzumu 550 kg/cm³ (ņemot tuvāko, lielāko).

Vajadzīgo pildvielu un ūdens daudzumu, kas jāņem viena kubikmetra gīpšbetona izgatavošanai, nolasa 11. zīmējuma grafikos.

I variants (augšējais grafiks): pildvielas — smiltis un zāģu skaidas.

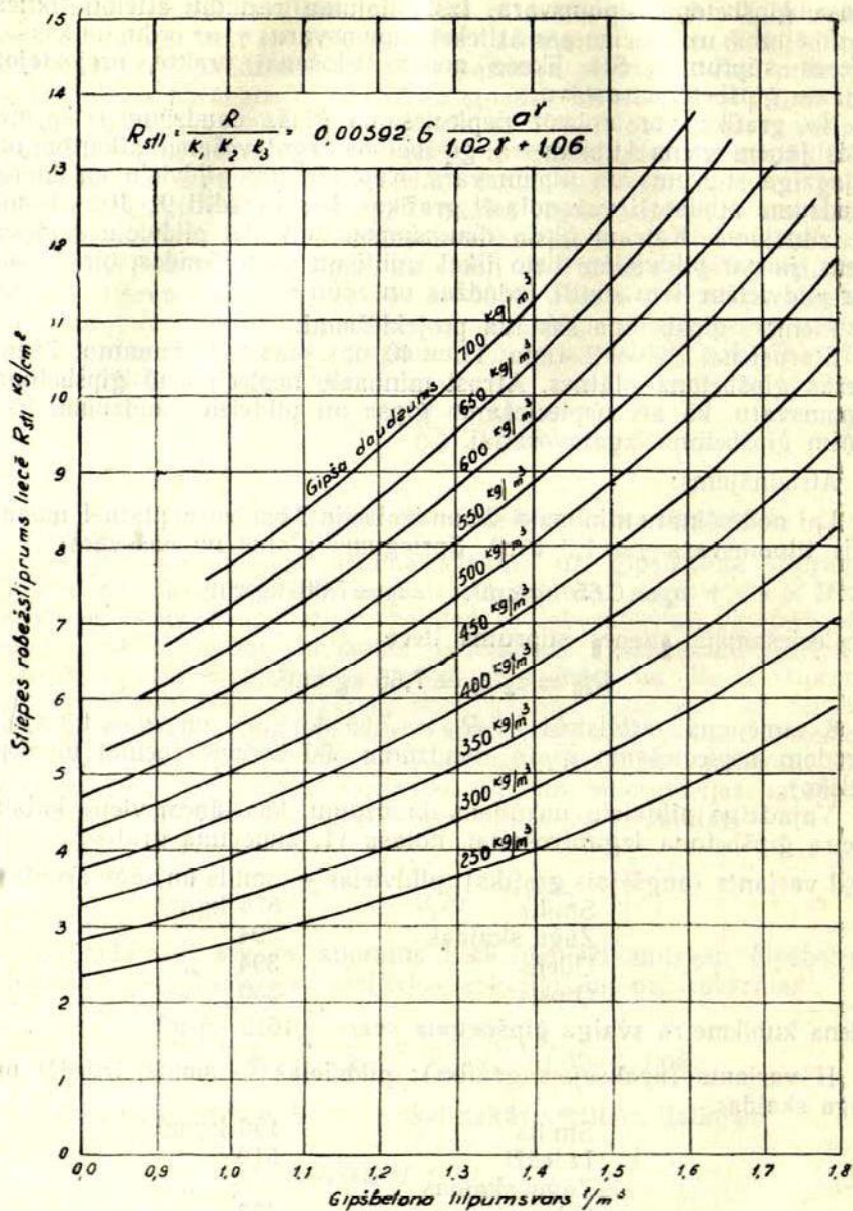
Smiltis	574 kg/m ³
Zāģu skaidas	94 „
Ūdens	394 „
Ģipsis	550 „

Viena kubikmetra svaiga gīpšbetona svars 1612 kg/m³

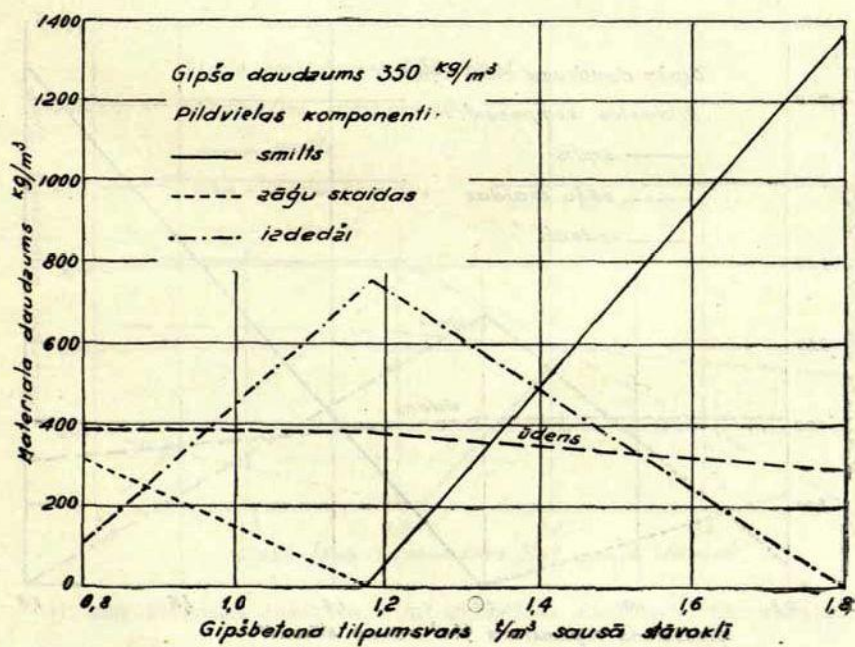
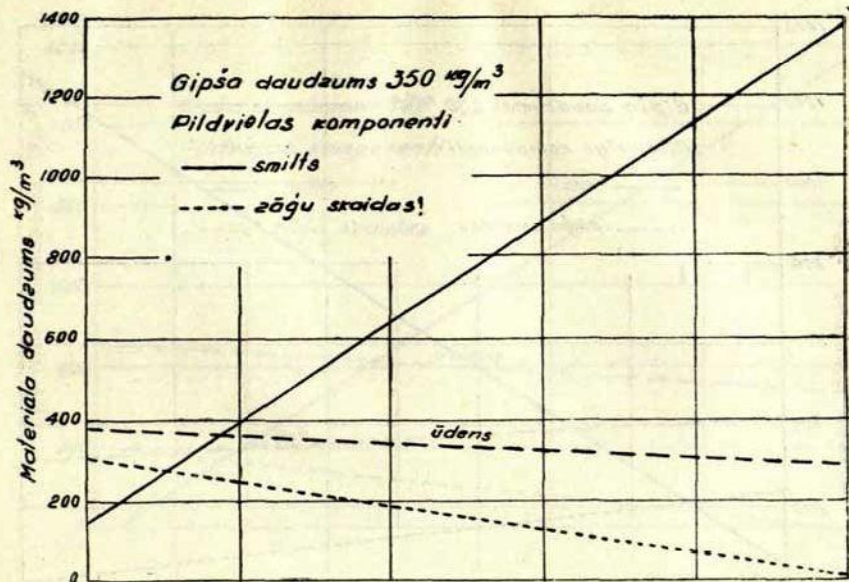
II variants (apakšējais grafiks): pildvielas — smiltis, izdedži un zāģu skaidas.

Smiltis	156 kg/m ³
Izdedži	519 „
Zāģu skaidas	— „
Ūdens	422 „
Ģipsis	550 „

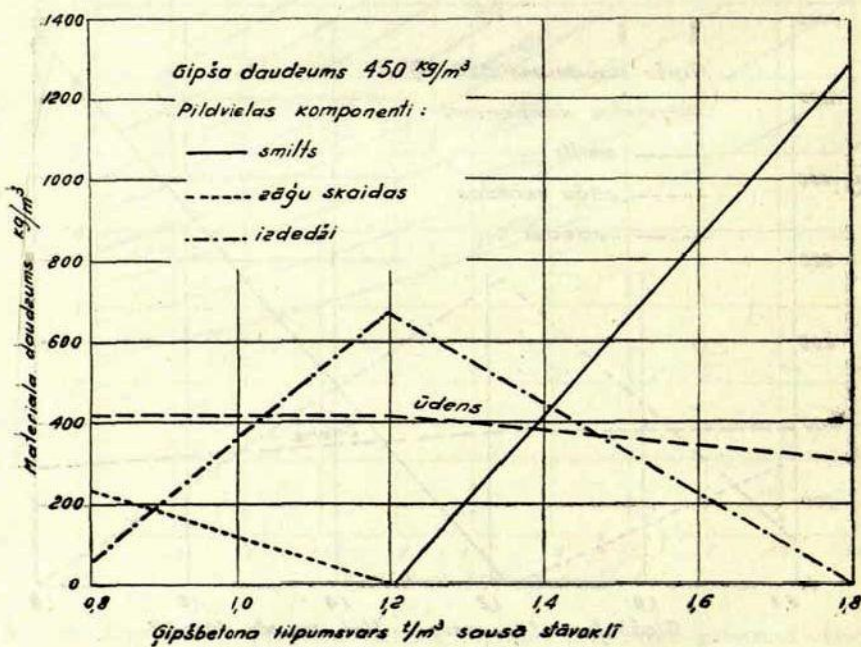
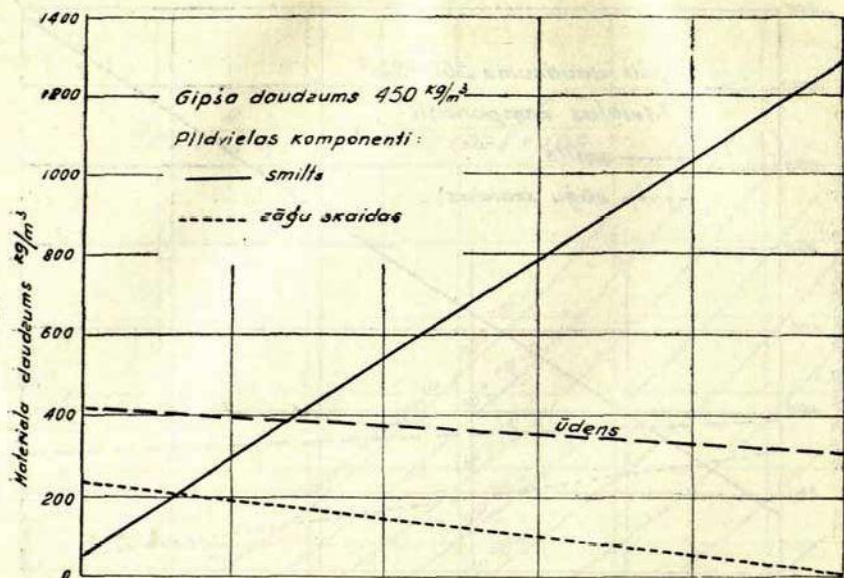
Viena kubikmetra svaiga gīpšbetona svars 1647 kg/m³



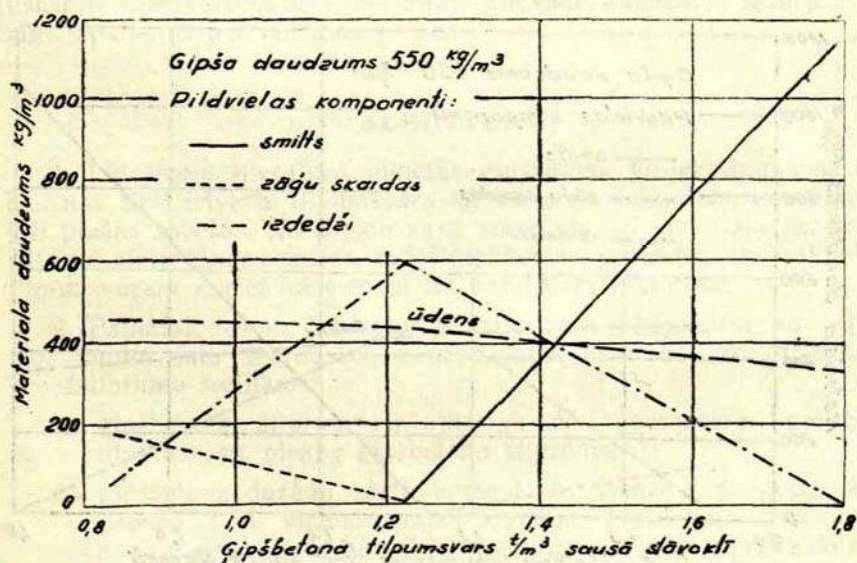
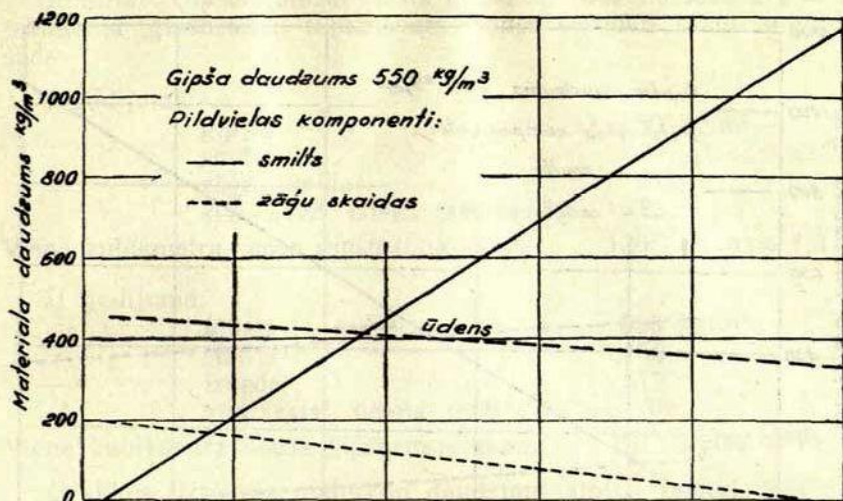
8. zīm. Sagaidāmais ģipsbetona stiepes stiprums liecē R_{stl} gaissausā stāvoklī būves apstākļos atkarībā no ģipsa daudzuma un tilpumsvara.



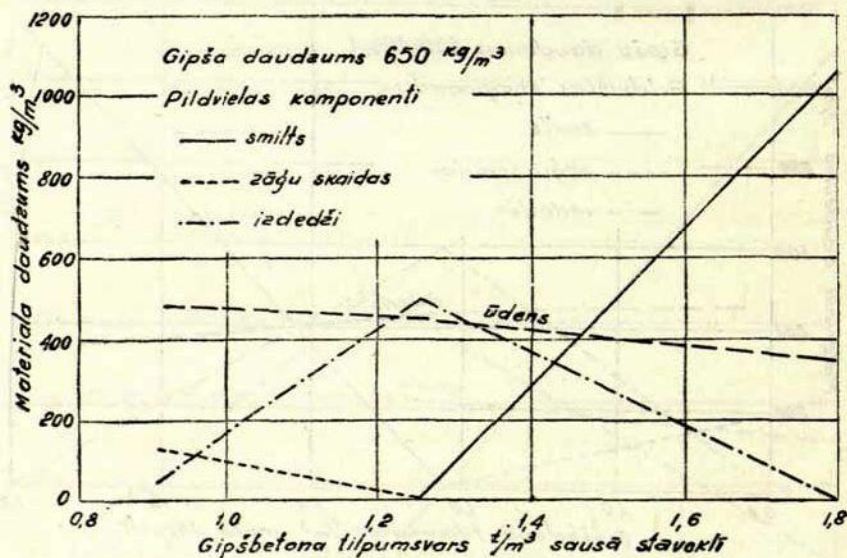
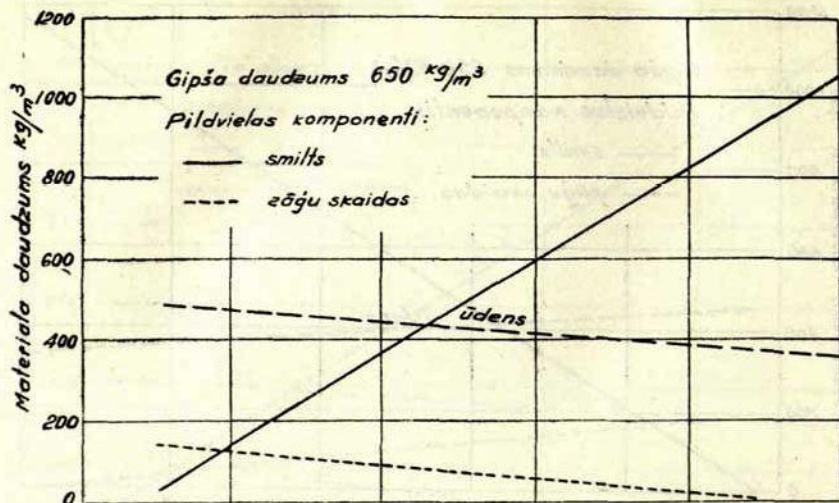
9. zīm. Pildvielas daudzums 1 m^3 gipšbetona atkarībā no tilpumsvara.



10. zīm. Pildvielas daudzums 1 m^3 gipšbetona atkarībā no tilpumsvara.



11. zīm. Pildvielas daudzums 1 m^3 gipšbetona atkarībā no tilpumsvara



12. zīm. Pildvielas daudzums 1 m^3 gipšbetona atkarībā no tilpumsvara.

Kontrole. Ģipsis ķīmiski saista ūdeni ap 16% no sava svara. Projektējamā ģipšbetona tilpumsvars sausā stāvoklī tātad sagaidāms šāds:

I gadījumā:

ģipsis	550 kg/m ³
smilts	574 „
zāģu skaidas	94 „
ķīm. saist. ūdens $0,16 \times 550 =$	88 „

Viena kubikmetra sausa ģipšbetona svars $\frac{1306 \text{ kg/m}^3 \approx 1,3 \text{ t/m}^3}$

II gadījumā:

ģipsis	550 kg/m ³
smilts	156 „
izdedži	519 „
ķīm. saist. ūdens $0,16 \times 550 =$	88 „

Viena kubikmetra sausa ģipšbetona svars $\frac{1313 \text{ kg/m}^3 \approx 1,3 \text{ t/m}^3}$

Grafikos uzrādītie materiālu daudzumi atbilst materiāliem sausā stāvoklī. Ja pildvielas ir mitras, kā tas pa lielākaļ daļai ir prakses apstākļos, tad pirms betona pagatavošanas jānosaka mitruma saturs pildvielās. Pildvielās esošais mitruma daudzums jāatņem no grafikos uzrādītā ūdens daudzuma, bet mitro pildvielu daudzums saturā attiecīgi jāpalielina par mitruma procentu.

S L E D Z I E N I.

1. Līdzšinējā literatūrā minētās ģipšbetona projektēšanas sakarībās nav tieši ietverts tilpumsvars kā viens no faktoriem, kas mainās ļoti plašās robežās. No tilpumsvara atkarīgas arī materiāla skaņu un siltuma aizturēšanas spējas, tādēļ ģipšbetona projektēšanas sakarībās tilpumsvaram jāieiet kā vienam no galveniem faktoriem.

2. Pamatojoties uz laboratorijā izdarītiem pētījumiem un pētījumos iegūto datu teoretisko apstrādāšanu, attiecībā uz ģipšbetona robežstiprumu secināms:

- ģipšbetona stiprums ir atkarīgs no tilpumsvara; palielinot tilpumsvaru, pieaug ģipšbetona stiprums;
- ģipšbetona dažādu sastāvu masai ar vienādu plastisku konsistenci, t. i., vienādu iestrādājamību, ģipšbetona stiprums ir proporcionāls sausa ģipšbetona tilpumsvaram un praktiski maz atkarīgs no tā, ar kādām pildvielām panākta tilpumsvara maiņa, ar organiskām vai neorganiskām;
- ģipšbetona stiprums ir tieši proporcionāls ģipša daudzumam vienā tilpuma vienībā.

3. Ģipšbetona robežstiprums spiedē (R) izsakāms kā funkcija no ģipša daudzuma (G) vienā tilpuma vienībā un no sausa ģipšbetona tilpumsvara (γ):

$$R = \alpha G a^{\gamma}.$$

Funkcijas noteiktību raksturo vidējā kvadratiskā kļūda, kas izskaitļota no pētījumos iegūtiem rezultātiem; šis kļūdas lielums ir

$$\sigma_R = \pm 1,36\%.$$

Ģipšbetona robežstiprumu mazāk ietekmejošie faktori, kā ģipša aktivitāte, ūdens-ģipša faktors, izgatavošanas veids u. c., ietverti koeficientos α un a .

No atrastās sakarības izriet:

- ģipša daudzumu palielinot (uz vienu tilpuma vienību), ja tilpumsvars ir viens un tas pats, ģipšbetona robežstiprums pieaug lineari;
- tilpumsvaru palielinot, ja ģipša daudzums ir viens un tas pats, robežstiprums pieaug pēc eksponentfunkcijas.

4. Ģipšbetonam, kas izgatavots ar zināmiem noteikumiem, t. i., lietojot smagākas pildvielas un noteiktu plūstamības pakāpi, ir kāds maksimalais robežstiprums, kuru tas sasniedz pie noteikta ģipša daudzuma. Pagatavojot ģipšbetonu ar ģipša daudzumu, kas lielāks par optimālo, samazinās smago pildvielu daudzums, tādā kārtā samazinot tilpumsvaru, un ģipšbetona robežstiprums paliek apmēram konstants. Tātad katrai ģipša šķirnei ar noteiktu ūdens-ģipša faktoru ir kāds optimālais ģipša daudzums, kuru pārsniedzot robežstiprums vairs praktiski nepieaug.

5. Ģipšbetona stiepes robežstiprums liecē izsakāms atkarībā no robežstipruma spiedē ar empiriskā ceļā noteikta koeficienta palīdzību, kas atkarīgs no tilpumsvara:

$$k = 1,02\gamma + 1,06.$$

Stiepes robežstiprums liecē

$$R_{stl} = \alpha G \frac{a^{\gamma}}{1,02\gamma + 1,06}.$$

6. Doto sakarību ertākai lietošanai praksē — ģipšbetona projektēšanai sastādīti grafiki. No grafikiem nolasāms ģipša daudzums, kā arī vajadzīgo pildvielu un ūdens daudzums, noteiktam ģipšbetona robežstiprumam un tilpumsvaram.

LITERATURA

1. Будников П. П., Гипс, его исследование и применение, Стройиздат, 1943.
2. Булычев Г. Г., Материалы к Урочному положению «Гипсовые изделия и детали», «Строительная промышленность», 1948, № 5.
3. Булычев Г. Г., Подбор состава гипсобетона и введение в высокопрочный гипс тонко молотых добавок, Новые способы расчета и изготовления гипсо- и шлакобетонов, Стройиздат, 1950.
4. Волженский А. В. и др., Эстрих — гипсовые бетоны, «Материалы и конструкции в современной архитектуре», 1948, № 2.
5. Вопросы архитектуры и конструкций многоэтажных жилых зданий, Гос. изд. Архитектуры и Градостр., 1950.
6. Vinogradovs S. P., Augstākā matematika. Iss kurss, pārstrādājis Kutuzovs B. V., LVI, Rīgā 1947.
7. Gailis K., Betona sastāva projektēšana un kontrole, 1939.
8. Gailis K., Gredzens R., Gružans A., Ceplītis E. un Krūmiņš V., Ģipšbetona būvelementi starpsienām un starpstāvu pārsegumiem, 1950. (Rokrakstā.)
9. Groskaufmanis E., Ugunsdrošas būves un materiāli, 1936.
10. Eiduks I. un Birzniece E., Apdedzināta ģipša īpašību maiņa ilgākā uzglabāšanā dažādos apstākļos, Latvijas PSR Zinātņu akadēmijas Ģeoloģijas un ģeodezijas instituta raksti, I, 1947.
11. Latvijas zemes bagātību pētījumi, Zemes bagātību pētišanas instituts, 1939.
12. Ильинский В. М., Применение гипса для стен, «Строительная промышленность», 1949, № 5.
13. Инструкция по устройству сборных перегородок из речных отштукатуренных щитов, 1940.
14. Копелянский Г. Д., Производственные факторы прочности гипса, 1948.
15. Кудрящев И. Т., Автоклавные ячеистые бетоны и их применение в строительстве, Стройиздат, 1949.
16. «Latvijas PSR Zinātņu Akadēmijas Vēstis», 1948.
17. Местные строительные материалы, Изд. Министерства пром. стройматериалов, 1947.
18. Материалы и конструкции в современной архитектуре, 1946.
19. Николаев Ю. В., Индустриальные детали для поточно-скоростного строительства жилых зданий, Гос. архит. изд., 1947.
20. Попов Н. А. и др., Строительные материалы и изделия, Справочное пособие, Гос. изд. стр. литер., Москва, 1941.
21. Подлящук А. В., Литая штукатурка, Госстройиздат, 1939.
22. Рохвергер Э. Л., За создание мощной строительной индустрии Москвы, «Городское хозяйство Москвы», 1950, № 7.

23. Романовский В. И., Основные задачи теории ошибок, Гостехиздат, 1947.
24. Скрамтаев Б. Г. и др., Строительные материалы, Гос. изд. лит. по стр. материалам, Москва, 1950.
25. Столяров Я. В., Введение в теории железобетона, Гос. изд. стр. лит., 1941.
26. Свечин Н. В., К вопросу о наименьшей прочности заполнителей бетона, Исследования по технологии бетона, Стройиздат, 1950.
27. Справочник архитектуры, Строительные материалы, т. IX (первый полутом), Издат. Академии архитектуры СССР, 1950.
28. Технические условия (ТУ) на гипсобетонные конструкции, Стройвоенмориздат, Москва, 1947.
29. Щепетов А. М., Расчет состава бетона с шлаковым заполнителем, Новые способы расчета и изготовления гипса- и шлакобетонов, Стройиздат, 1950.
30. Элинзон М. П., Основные вопросы производства легкого бетона и легкого железобетона для строительства многоэтажных зданий, Вопросы архитектуры и констр. многоэт. жил. зданий, Гос. изд. Арх. и Градостр., 1950

SATURS — СОДЕРЖАНИЕ

	Lpp.
Priekšvārds	4
Предисловие	5
H. Bauers. Divu radiofonijas raidītāju vienlaicīgs darbs ar kopīgu antenu Одновременная работа двух радиовещательных передатчиков на одну общую антенну.	7
J. Mauriņš. Paātrinājumu konstrukcija mehanismos ar fiktīvo paātrinājumu metodi bez papildu tangencialiem paātrinājumiem	15
Построение ускорения в механизмах методом фиктивного ускорения без добавочных тангенциальных ускорений	
A. И. Мельдрис. Определение сопротивлений обратной последовательности синхронного генератора	27
Sinchronā ģenerатора pretējās secības pretestības noteikšana	
✓ A. Strēķis. Temperatūras spriegumi tvaika vadās ar vienu mezglu (tvaika vadu asis atrodas vienā plaknē)	43
Температурные напряжения в паропроводах с одним узлом (оси паропроводов находятся в одной плоскости)	
A. A. Дорошенков. О радиусах кривизны кулачковых профилей	55
Par izciļņu profilu liekumu radiusiem	
Я. Г. Пановко. Способ прямой линеаризации в нелинейных задачах крутильных колебаний	73
Tiešās линеаризācijas paņēmieni nelinearos vērpes svārstību uzdevumos.	
A. K. Малмейстер. Приложение теоремы о взаимности виртуальной работы к теории упругих колебаний	91
Virtualā darba teorijas pielietojums elastīgo svārstību teorijā	
✓ Z. Mēness. Telpisku ortogonālu gājņu aprēķināšana pēc fokusmetodes	107
Расчет пространственных ортогональных рам методом фокусов	
✓ J. Dripe. Autoceļu pārejas liknes	133
Переходные кривые на автомобильных дорогах	
K. Menzins. Trigonometriskā tīkla punktu grafiski analītiskā izlīdzināšana	169
Графо-аналитическое уравнивание пунктов тригонометрической сети	
R. Gredzens. Ģipšbetona projektēšana	189
Проектирование гипсобетона	

Redaktori *E. Linde* un *J. Juricina*.

Techn. redaktors *A. Pētersons*.

Korektore *M. Ezeriņa*.

Nodota salkšanai 1952. g. 15. aprīlī. Parakstīta
iespiešanai 1953. g. 13. martā. Papīra formāts
73×103^{1/4}. 7,75 papīra l. 20,55 iespiedl., 17,18 izdevn. l.
Metiens 500 eks. JT 16844. Tīpoģr. pasūt. Nr. 1253.
Iespiesta LPRRT Paraugtipogrāfijā, Rīgā, Puškina
ielā Nr. 12. Maksā 10 rbļ. 20 kap.

