

Taisnes nogriežņu telpiskas tīklveida konfigurācijas algoritmiska atpazīšana no stereopāra

Paulis Ķikusts
Rīga, 2017

Anotācija. Mācību rakstura mēģinājums telpiski atpazīt specifiskus stereopārus, kurus veido telpisku ģeometrisku grafu divas plakanas projekcijas. Aplūkoto ģeometrisku grafu šķautnes ir taisnes nogriežņi, bet virsotnes šo nogriežņu galapunkti. Ar šādiem grafiem, kurus saucam arī par nogriežņu tīkliem, mēs vienkāršoti un abstrakti modelējam gan dabisku, gan mākslīgu telpiskus tīklus veidojošu līniju struktūru fundamentālo uzbūvi. Piemēram, organisma asinsvadu tīklus vai augu lapu dzīslumus bioloģijā, vai dažādas stieņu konstrukcijas sadzīvē un industrijā.

Šādā nostādņē algoritmiskajā apstrādē dominē struktūru kombinatoriskais aspekts, kuru tad arī mēs izvēršam savā darbā. Mūsu mērķis bija pārliecināties, ka samērā primitīva stereopāru analīze ar precizitāti līdz zināmai neviennozīmībai ļauj telpiski rekonstruēt sintezētus projicētos taisnes nogriežņu tīklus. Galvenais moments ir tas, ka katru taisnes nogriežni pilnībā raksturo tā galapunktu pāris. Šo pāru atrašana ir mūsu telpiskās ģeometrijas rekonstruēšanas tehnikas būtība, kuru balstām vienkāršā rupja spēka pieejā, realizējot galapunktu pāru pilnu polinomiāla apjoma pārslasi ar heuristikas elementiem rezultāta optimizācijā.

Galvenie skatītie un risinātie tehniskie jautājumi ir telpisko un projicēto nogriežņu svarīgāko attieksmju precizēšana, specifiska stereopāru nogriežņu datu struktūra, pilnās telpisko nogriežņu konfigurācijas konstruēšana un tās redukcija ar neviennozīmības atrisināšanas heuristiku, telpisko nogriežņu rekonstruēšanas demonstrācijas piemēru sērijas.

Noslēgumā formulēti dažāda rakstura papildjautājumi, uz kuriem būtu jāatbild tālākos pētījumos un kuri varētu noderēt arī kā mācību darbu temati.

Atslēgas vārdi: stereopāris, telpisks ģeometrisks grafs, telpisks taisnes nogriežnis, stereo atbilstība.

1 Ievads

Sastopamas gan dabiskas, gan mākslīgas telpiskus tīklus veidojošas līniju struktūras. Piemēram, organisma asinsvadu tīkls vai augu lapu dzīslums bioloģijā, vai dažādas stieņu konstrukcijas sadzīvē un industrijā.

Šādu struktūru tehniskās inspekcijas nolūkos var tikt lietotas to fotogrāfijas, turklāt dažādu apsvērumu vai apstākļu dēļ, uzņemtas specifiskā veidā, kad attēlos neparādās liekas detaļas, vien paši tīkla struktūras elementi – līnijas un to galapunkti. Vēl vairāk, saturīgākas inspekcijas nolūkos var vienu un to pašu objektu uzņemt no dažādiem rakursiem, vienkāršākajā gadījumā iegūt stereopāri, piemēram, Att. 1.



Att. 1. Stereopāra piemērs: sadzīves ierīce, kuras karkass ir no stieņiem konstruēta tīklveida struktūra.

Šī darba nolūks ir tehniskās redzes kontekstā izpētīt aprakstītā veida struktūru stereopāru analīzi un telpisko atpazīšanu fundamentālā, faktiski abstraktā gadījumā, kad struktūras sastāv no taisnes nogriežņiem, t.i., veido telpisku ģeometrisku grafu, kura šķautnes ir šie taisnes nogriežņi, bet virsotnes šo nogriežņu galapunkti – saucsim to par *nogriežņu tīklu*. Pie šādas nostādnes algoritmiskajā apstrādē dominē struktūru kombinatoriskais aspekts, kuru tad arī mēs izvēršam savā mācību rakstura pētījumā.

2 Ieskats problemātikā un radniecīgi darbi

Lai vizuāli uztvertu stereopāra attēlos redzamo objektu telpiski ģeometrisko apjomu, nepieciešams saskatīt tādas šo objektu daļas, kas vienlaicīgi redzamas abos attēlos. Katra šāda daļa, atkarībā no tās attāluma līdz skatītājam, attēlos parādās ar dažādu savstarpēju ģeometrisku nobīdi, sauktu par *disparitāti*. Zinot šo lielumu vienas un tās pašas objekta daļas atbilstošu punktu pārim no abiem attēliem un attēlu ieguves ģeometriskos parametrus, varam aprēķināt attiecīgā telpas punkta 3D pozīciju.

Mūsu priekšmeta vispārējā sakarā eksistē bagātīga literatūra, gan visaptverošas kolekcijas [KPB 2016], gan padziļināti apskati [HI 2016]. Tur lasītājs var atrast arī daudz ko tālu ārpus mūsu konkrētā pētījuma noteiktā interešu loka. Bet, runājot konkrētāk, tehniskās stereoredzes algoritmiskie risinājumi lielā mērā ir atkarīgi no attēlu vizuālā satura rakstura.

Vairums darbu attiecas uz reālu ainu telpiskās struktūras atpazīšanu. Reālās ainas ir strukturāli ļoti daudzveidīgas, ko nosaka gan dažādu objektu atrašanās ainā, gan tipiski dažādās to daudzveidīgi teksturētās virsmas. Šādu ainu stereopāru attēlos uz katras horizontāles ir daudz savstarpēji atšķirīgu tekstūras bloku, bet kas saskatāmi abos pāra attēlos un līdz ar to nodrošina stereo atbilstību un atbilstošās disparitātes noteikšanu, piemēram, Att. 2.



Att. 2. Gandrīz katrs iezīmētās joslas punkts ir ar unikālu lokālo tekstūru un tāpēc viegli nosakāma tā atbilstība otrajā stereopāra attēlā. Redzami arī apgabali ar vāji izteiktu tekstūru.

Vispārīgā gadījumā nepieciešams nodrošināt tehnisko efektivitāti dažādos apstrādes aspektos, piemēram, [GRU 2011] akcentē tekstūru trūkuma radītas grūtības, bet, lai kādas arī nebūtu specifiskās nianse, noteikti jāpanāk reāla laika darbs dinamiskās vidēs kā, piemēram, ielu skatos no automatiskām transporta vadības sistēmām – arī Latvijas pētniekiem te ir ieguldījums [GMG 2013].

Atzīmējama ir, varbūt neprincipiāla, tomēr interesanta tehniska nianse, kad salīdzinām ainas dziļumu ar tās frontālo izmēru (t.i., augstumu un platumu) – piemēram, ielu skatos ainas dziļums tipiski ir liels, t.i., relatīvi lielāks par tās frontālo izmēru, kamēr pretējs gadījums ir, piemēram, aerofotogrāfijas. Tad kopā ar tekstūras klātbūtni apstrādājamās ainas varam klasificēt četros veidos – dziļums liels/mazs un tekstūra ir/nav. Relatīvi vienkāršākais veids ir mazs ainas dziļums ar tekstūrētiem objektiem (pie maza dziļuma ir mazāka objektu savstarpējā aizklāšanās), bet komplicētākais veids ir dziļums liels, tekstūras nav. Pēdējais ir mūsu interešu gadījums.

Īpaša dziļi ainu iezīme ir iespēja objektiem ne vien vienkārši aizklāties, bet pat savstarpēji šķērsoties, kad, piemēram, ainas augšpusē daļa viena objekta ir redzama pa kreisi no otra, bet apakšpusē otrādi. Telpiskās šķērsu stieņu struktūrās tas pat ir tipiski. Kā nopietns sarežģījums te vēl atzīmējams gadījums, kad abi objekti krustojas vienā stereopāra attēlā, bet otrā attēlā ne. Un kad vēl papildus nav tekstūru, tad atbilstību priekšmeti ir vai nu kontūrlīnijas, vai paši ainas objekti, kad tie ir šauri vai tievi, lūk, tad neizbēgama ir šādu struktūru padziļināta ģeometriski kombinatoriska analīze – tas, kas mūs interesē visvairāk.

Vērts atzīmēt, ka kontūrlīniju gadījums ir vienkāršāks par tievu objektu gadījumu, jo, vismaz pie necaurspīdīgiem objektiem, attēlos nav līniju krustošanās. Kontūru atbilstība ir viens no stereo atpazīšanas virzieniem, kas savā ziņā ir pretējs tekstūras bloku atbilstības pieejai, tomēr būtisks pie samērā vispārīgām struktūrām, piemēram ēku kompleksiem ar neizraibinātām sienām [SFVP 2015], kad jāpārvar tekstūras trūkuma izsauktas grūtības [GRU 2011]. Kad līnijveida elementi ir atvasināti no pamatobjektiem, tādi kā kontūras, tad to telpiskā samudžinājuma faktiski nav. Protams, līniju ģeometrija tāpat jāanalizē, gan pašu objektu šķērsošānās vai attēlu trokšņu dēļ. Šis virziens tieši līniju lietu kontekstā, lai gan tieši uz mums neattiecas, literatūrā ir visplašāk pārstāvēts un tāpēc vismaz nedaudz pieminams [BPS 2014].

Uzsveram, ka mūsu stieņu tīklu gadījums ir strukturāli viskomplicētākais – ne vien nav tekstūru, bet vēl ietverts būtiskais sarežģījums – objektu šķērsošānās. Arī

šādām stieņveida objektu struktūrām un to attēlu analīzei uzmanība pievērsta jau zināmu laiku. Attiecīgi literatūrā skatīti dabas veidojumi ir šauri augu stiebri, zari [LZ 2003, LZ 2006, LM 2013], asinsvadi [NGFPS 2010]. Stieņi, savukārt, ir mākslīgi cilvēku darinājumi [CH 2003]. Šādu objektu kopumi veido sarežģītas telpiskas ainas, bet faktiski bez virsmu elementiem. Darbs [LM 2013] stereo kontekstā iedziļinās ainas elementu telpisku līkņu formas analīzē. Interesanti, ka [LZ 2003, LZ 2006] būtiski iesaista arī diferenciālģeometrijas modeļus.

Kā teikts, stereopāros svarīgas ir objektu atbilstības, taču vispārīgā gadījumā tādas atbilstības var meklēt arī ne tieši stereopāru attēlos, bet gan brīvāk izvēlētos rakursos, pat pie dažādiem apgaismojumiem un mērogiem, turklāt, vēl uzņemtos dažādos laikos vai pat ar dažādiem sensoriem. Sprotams, arī tā iegūtās atziņas noder arī stereopāru apstrādei. Daudzi darbi veltīti šādai vispārīgākai nostādnei, tomēr tāpat dominē mūs interesējošā dažādu līniju nogriežņu analīze [GY 2013, SFVP 2015, LYL 2016].

3 Pamatnostādnes

Kā norādīts ievadā, tad šī darba nolūks ir nogriežņu tīklu stereopāru analīze un telpiskā atpazīšana. To darīsim fundamentālā nostādņē, abstrahējoties no reālu struktūru nenovēršamām, tomēr šoreiz otršķirīgām īpašībām, kuras galvenokārt izpaužas gan kā tekstūras, gan objektu lielāki vai mazāki šķērsgriezumi. Skatīsim ģeometriski-kombinatoriskas struktūras, kas sastāv no taisnes nogriežņiem, veidojot telpisku ģeometrisku grafu, kura šķautnes ir šie taisnes nogriežņi, bet virsotnes šo nogriežņu galapunkti. Svarīgais moments ir, ka katru taisnes nogriežni pilnībā raksturo tā galapunktu pāris – gan telpā, gan plaknē. Tāpēc ir adekvāta nogriežņu konfigurāciju kodēšana grafa veidā, kur dažādu nogriežņu sakrītošie galapunkti tiek reprezentēti ar vienu virsotni. Turklāt tieši šie galapunktu pāri ir piedāvātās analīzes galvenie apstrādājami ģeometriskie objekti.

Lai gan dabiskais stereoattēlu iegūšanas veids ir lietot fotokameras tipa aparatūru, tomēr minēto fundamentālo nostādņu dēļ šī darba galvenais saturs ir darbošanās ar *sintezētiem datiem*, kuru apstrādes pamatetapi ir sekojoši:

- ģenerē telpisko nogriežņu tīklu,
- nosaka ģenerētā tīkla stereopāra abu attēlu ģeometriskos datus,
- no iegūtajiem stereopāra datiem rekonstruē telpiskā tīkla ģeometriju.

4 Stereopāru sintezēšana

Stereopāru sintēze ir divu iepriekš nosaukto pamatetapu rezultāts, kad vispirms ģenerē telpisku nogriežņu tīklu, kuram pēc tam no diviem rakursiem – kreisā un labā, konstruē pa plakanai projekcijai, kas ir stereopāra katra attēla saturs. Abas projekcijas konstruēsīm vienā kopējā plaknē, un skatīsim tikai gadījumu, kad abu projekciju centri ir vienādā attālumā no šīs plaknes un tos savienojošā taisne ir horizontāla, precīzāk, paralēla ar telpas koordinātu x -asi.

Lai izstrādātās rekonstrukcijas aprēķinu procedūras būtu iespējams lietot arī reālu attēlu gadījumā, projekcijas konstruēsīm, tuvinot atbilstošu fotokameras iznākumu pēc tā apstrādes un analīzes ar piemērotiem attēlu apstrādes līdzekļiem.

Telpisko struktūru 2D projekcijas gan saglabā, gan zaudē dažādas savas īpašības. Mūsu telpisku taisnes nogriežņu tīklu gadījumā projekcijās tiek saglabāta

galvenā īpašība – būt taisnes nogriežņu tīklam. Tomēr, skaidrs, ka pie projicēšanas nogriežņu telpiskās attieksmes vairāk vai mazāk būtiski modificējas, un katrā ziņā jārēķinās ar telpiskās informācijas neatgriezenisku zudumu.

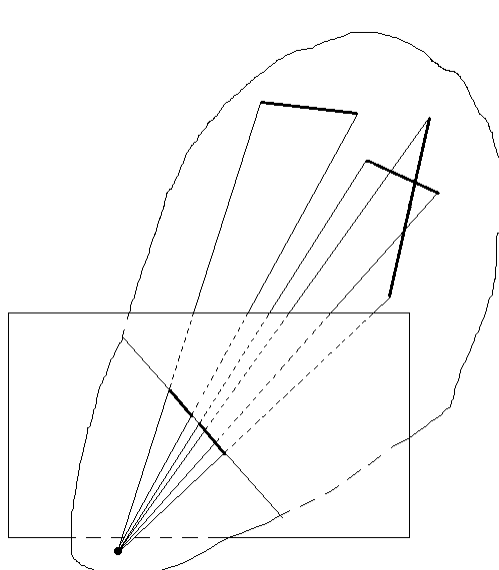
4.1 Telpisko un projicēto nogriežņu svarīgākās attieksmes

Nav jēgas telpā veidot savstarpēji pārklājošos kolineāru nogriežņu kopumus – visu tādu kopumu var reprezentēt ar vienu aptverošu kopēju nogriezni, jo, ja arī mēs kādu telpas nogriežņa iekšēju punktu pasludinātu par tīkla virsotni, tomēr projekcijā šī īpašība nekādi neizpaustos. Un līdzīgi, pat, ja kādi telpas nogriežņi projicējas par savstarpēji pārklājošos kolineāru 2D nogriežņu kopumu, tad attēlā tāds kopums automātiski attēlosies par vienu kopēju taisnes nogriezni.

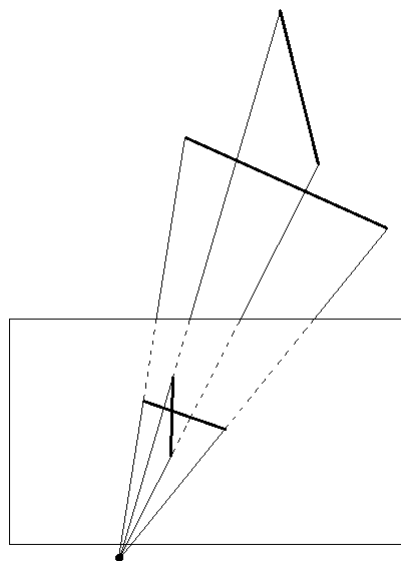
Turklāt nozīmīgākais moments ir, ka katru taisnes nogriezni pilnībā raksturo tā galapunktu pāris un tādējādi vislielākā loma ir tieši nogriežņu galapunktiem, kuriem mēs arī pievērsīsim galveno uzmanību. Līdz ar to projekcijas attēlā nogriežņiem var būt sekojošas svarīgas īpašības.

n1) Aiz katra projekcijas nogriežņa var atrasties vairāki telpas nogriežņi, kas savstarpēji ir izvietoti visdažādākajās konfigurācijās, t.sk. gan kolineāri, gan krustiski. To kopīgā īpašība ir atrasties vienā kopējā plaknē, kas iet caur projekcijas centru – tātad projekcijā var izrādīties mazāk nogriežņu, nekā telpiskajā konfigurācijā, Att. 3.

n2) Šķērsu taisņu nogriežņi projekcijā var krustoties – tātad projekcijā var izrādīties vairāk krustpunktu, nekā telpiskajā konfigurācijā, Att. 4.



Att. 3. Trīs telpiskie nogriežņi atrodas vienā kopējā plaknē, kas iet caur projekcijas centru – projekcijā izrādās ir tikai divi nogriežņi, viens no kuriem reprezentē divus telpas nogriežņus.



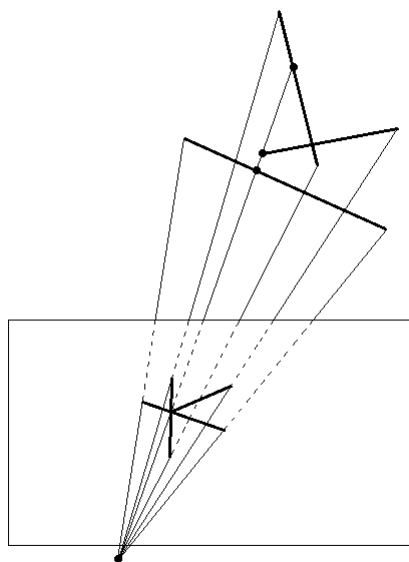
Att. 4. Šķērsu taisņu nogriežņi projekcijā var krustoties. Attēlotajā gadījumā krustpunktu neaplūkosim kā īsāku nogriežņu galapunktu.

Tā kā šī darba ietvaros attēlu atpazīnējs netiek izstrādāts, bet, kā augstāk pieteikts, lai piedāvātās rekonstrukcijas aprēķinu procedūras būtu iespējams lietot arī reālu nogriežņu tīklu attēlu gadījumā, sintezētās projekcijas konstruēsim, tā, lai tās atbilstu normālam attēlu atpazīnēja rezultātam un tajās izpaustos uzrādītās īpašības.

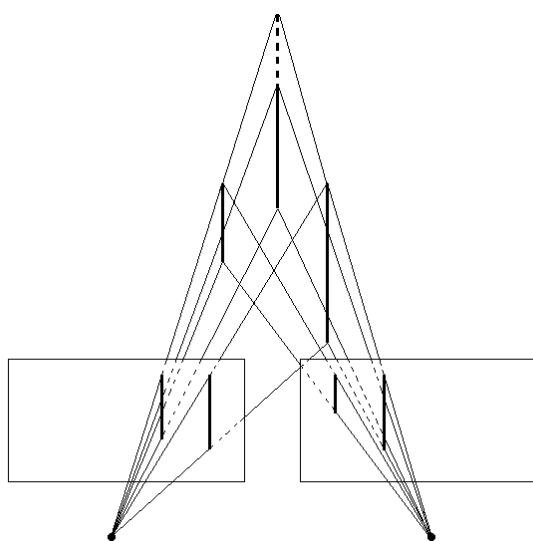
a0) Projektijas tiek kodētas veselu skaitļu koordinātās, kas atbilst attēlu pikseļu struktūrai.

a1) Ja vairāki telpas nogriežņi projekcijā ir kolineāri un pārklājas, tad tos visus reprezentē viens kopējs projekcijas nogrieznis, piemēru sk. Att. 3.

a2) Punkti atzīstami par galapunktiem tikai tādiem nogriežņiem, kas nav turpināmi caur šiem punktiem – sal. Att. 4, 5.



Att. 5. Salīdzinājumā ar Att. 4, šoreiz divu šķērso taisņu nogriežņu projekciju krustpunkts sakrīt ar kāda trešā nogriežņa projekcijas galapunktu. Tā kā trešais projekcijas nogrieznis nav kolineārs ne ar vienu no diviem pirmajiem, tad aplūkotais krustpunkts figurē kā pilnvērtīgs galapunkts.

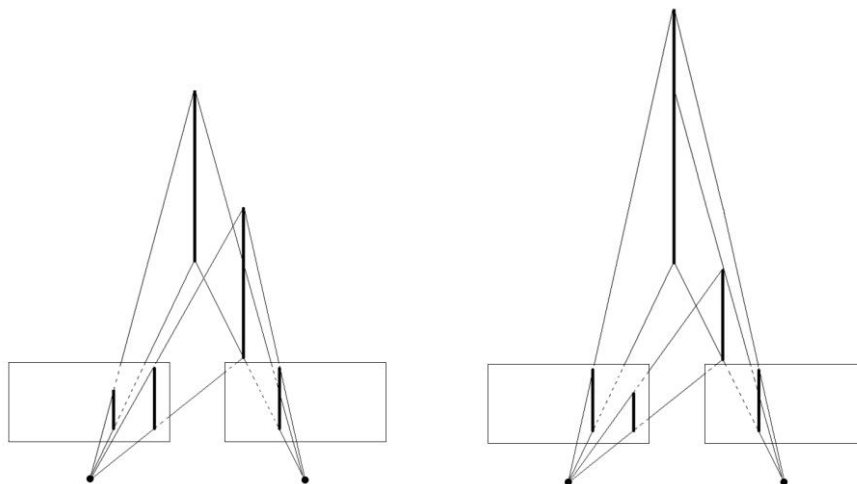


Att. 6. Gadījums, kad labajā projekcijā viss tālākais nogrieznis ir pilnībā aizklāts ar vienu no tuvākajiem, bet kreisajā projekcijā ir aizklāts tikai tālākā nogriežņa augšējais galapunkts. No projekcijām varam secināt tikai šī galapunkta iespējamo atrašanās vietu, kas pati ir vesels nogrieznis un attēlā parādīts ar pārtrauktu līniju.

Neraugoties uz galapunktu nozīmīgumu, var gadīties, kā redzējām, ka dēļ telpiskās aizklāšanās kāds nogriežņa galapunkts projekcijā saplūst ar kāda cita kolineāra projekcijas nogriežņa iekšēju punktu (piemēram, Att. 3). Līdz ar to šī viena projekcija nesatur pat nekādu mājienu par tāda galapunkta precīzu novietojumu. Vēl vairāk, kāds nogrieznis var tikt pat pilnībā aizklāts abās projekcijās, tādējādi neļaujot to pat ieraudzīt, nemaz nerunājot par tā telpiskā novietojuma rekonstruēšanu. Att. 6, piemēram, ilustrē ne tik ekstrēmu gadījumu – lai gan labajā projekcijā viss tālākais nogrieznis ir pilnībā aizklāts ar vienu no tuvākajiem, kreisajā projekcijā ir aizklāts tikai tālākā nogriežņa augšējais galapunkts. No projekcijām varam vien secināt tā

iespējamo atrašanās vietu, kas pati ir vesels nogrieznis un attēlā parādīts ar pārtrauktu līniju. Līdz ar to ir bezgalīgi daudz šādi aizklāta nogriežņa telpisko variantu.

Att. 7 ilustrē vēl pāris piemēru, kad telpiskās aizklāšanās rezultātā stereopāra kreisā un labā projekcija sastāv no dažāda skaita nogriežņiem ar dažādām galapunktu attieksmēm.



Att. 7. Divi piemēri, kad telpiskās aizklāšanās rezultātā stereopāra kreisā un labā projekcija sastāv no dažāda skaita nogriežņiem ar dažādām galapunktu attieksmēm.

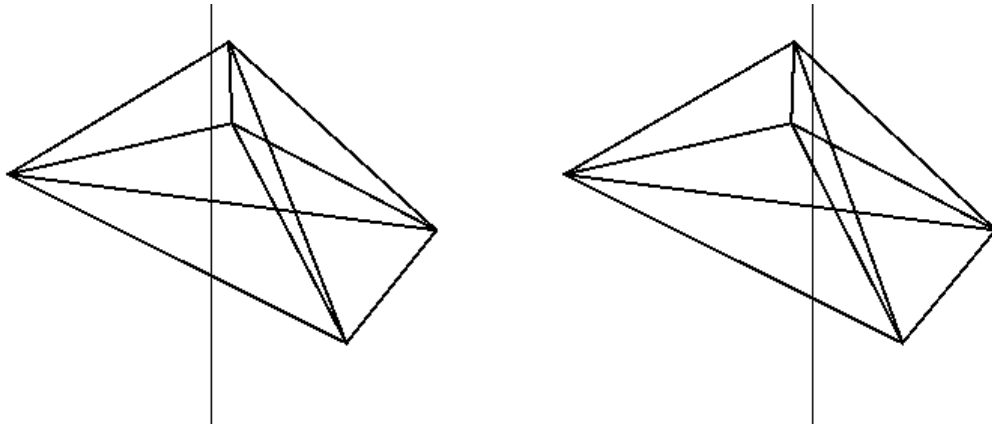
4.2 Stereopāru sintēzes līmeņi

Strādājot ar ģenerētiem stereopāriem, ir dabiski tos sintezēt kādā no diviem nosacītiem ģeometriskās struktūras reprezentācijas līmeņiem:

- projekcijas vizualizācija, sintezējot tieši attēlu,
- projekcijas reprezentācija, sintezējot projekcijas nogriežņu tīkla kodu.

Atšķirība starp šiem līmeņiem ir tāda, ka pirmais līmenis ir tuvs reālistiskajai nostādnei, kad telpiskās ģeometrijas rekonstruēšanai nepieciešamie dati tiek iegūti no stereopāra attēliem, atpazīstot tajos taisnes nogriežņus un tos reprezentējošo punktu pārus, savukārt otrajā līmenī stereopāra dati tiek radīti tieši no ģenerētā tīkla, iztiekot pavisam bez attēliem, tomēr rēķinoties ar īpašību a0). Neatkarīgi no katra līmeņa tipa, rezultātā sagatavotajiem ģenerētā tīkla stereopāra ģeometriskajiem datiem, uz kuru pamata tālāk veic telpisko rekonstrukciju, jābūt vieniem un tiem pašiem, un jābūt nodrošinātām īpašībām a1) un a2).

Mūsu pētījuma ietvaros attēlu apstrādi un analīzi neattīstīsim, bet rekonstrukcijai uzreiz padosim sintezēto stereopāru abu projekciju nogriežņu tīklu kodus. Bez pašiem nogriežņiem vēl katrai stereopāra projekcijai uzrādīsim atbilstošo projekcijas centru abscisas – sekojošā Att. 8 tām atbilst tievākas vertikālas papildlīnijas.



Att. 8. Desmit nogriežņu tīkla stereopāra piemērs.
Tīklā ir piecas virsotnes un trīs krustpunkti, kas nav nogriežņu galapunkti.

5 Telpiskās ģeometrijas rekonstruēšana

Galvenais moments ir tas, ka katru taisnes nogriežni pilnībā raksturo tā galapunktu pāris. Šo pāru atrašana tad arī ir mūsu rekonstruēšanas tehnikas pamats. Savukārt, katrs telpiskais punkts atrodams no tā divām projekcijām tālāk izklāstītajā veidā.

5.1 Projekciju ģeometriskie elementi

Att. 9 parādīts, kā viens telpas punkts p no diviem rakursiem, kreisā un labā, tiek projicēts uz punktiem p_L un p_R kopējā projekciju plaknē P . Projekciju centri ir attiecīgi c_L un c_R , tie abi ir vienādā attālumā F no plaknes P , un attālums starp tiem ir B .

Plaknē P ievestas divas labējas lokālas 2D koordinātu sistēmas, kuru centri ir attālumā F no attiecīgajiem projekciju centriem c_L un c_R (t.i. pamati perpendikuliem no projekciju centriem pret plakni P , Att. 8 piemērā tiem atbilst tievās papildlīnijas) un kuru x -axis ir vienādi vērstas un paralēlas nogriežnim $c_L c_R$. Punktu p_L un p_R lokālās koordinātas ir attiecīgi (x_L, y_L) un (x_R, y_R) , saprotams, ka pie mūsu uzstādījumiem $y_L = y_R$. Piezīmēsim, ka taisni, kas iet caur abiem projekcijas punktiem p_L un p_R , mūsu gadījumā, sekojot literatūras tradīcijai, saucim par *epipolāro taisni* (*epipolar line*) [JKS 1995].

Ar lielumiem F , B , (x_L, y_L) un (x_R, y_R) pietiek, lai aprēķinātu punkta p stāvokli telpā attiecībā pret plakni P . Šim nolūkam vēl ievēdīsim papildus plakni P_0 , kura iet caur projekciju centriem c_L un c_R perpendikulāri projekciju plaknei P , un fiksēsīm vēl nogriežņa $c_L c_R$ viduspunktu c_0 . Tad punkta p stāvokli raksturo trīs lielumi:

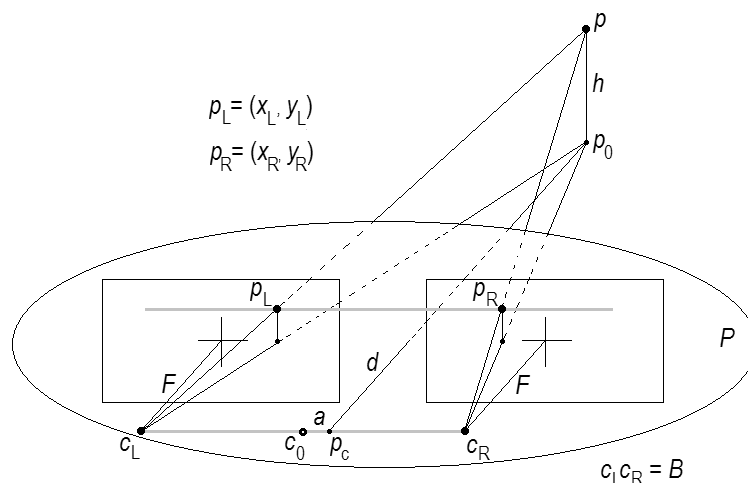
- h – punkta p attālums līdz plaknei P_0 , t.i. attiecīgā perpendikula pp_0 garums,
- d – punkta p_0 attālums līdz taisnei $c_L c_R$, t.i. attiecīgā perpendikula $p_0 p_c$ garums,
- a – punkta p_c attālums līdz punktam c_0 .

Lielumus h , d , a var pēc vajadzības transformēt par citām telpas koordinātām.

No elementāriem līdzīgu trijstūru rēķiniem atrodam, ka

$$d = F \cdot \frac{B}{x_L - x_R}, \quad h = y_L \cdot \frac{B}{x_L - x_R}, \quad a = \frac{x_L + x_R}{2} \cdot \frac{B}{x_L - x_R}. \quad (*)$$

Visās trīs izteiksmēs redzamais lielums $x_L - x_R$ tad arī ir jau agrāk minētā disparitāte, kas rāda punkta projekciju relatīvo nobīdi stereopāra attēlos. Svarīga normālu stereo projekciju īpašība ir, ka disparitāte ir pozitīva. Tiešām, redzams, ka $|p_L p_R| < B$, bet $|p_L p_R| = B - x_L + x_R$.



Att. 9. Galvenie ģeometriskie elementi telpas punkta p projicēšanā divos rakursos:
 P – kopējā projekciju plakne, c_L, c_R – projekciju centri, p_L, p_R – punkta p projekcijas.
 Citas detaļas sk. pamattekstā.

5.2 Telpisko nogriežņu konfigurāciju neviennozīmība

Kad telpas punktu pāri ir atrasti, tad pamatideja ir vispirms uzkonstruēt tādu maksimālu telpisko nogriežņu konfigurāciju, kuras abas projekcijas garantēti sakrīt ar abām dotajām projekcijām, un tad no konstruētās konfigurācijas izvēlēties kaut kādā nozīmē piemērotāko apakškonfigurāciju, kuras abas projekcijas, protams, joprojām sakrīt ar abām dotajām projekcijām.

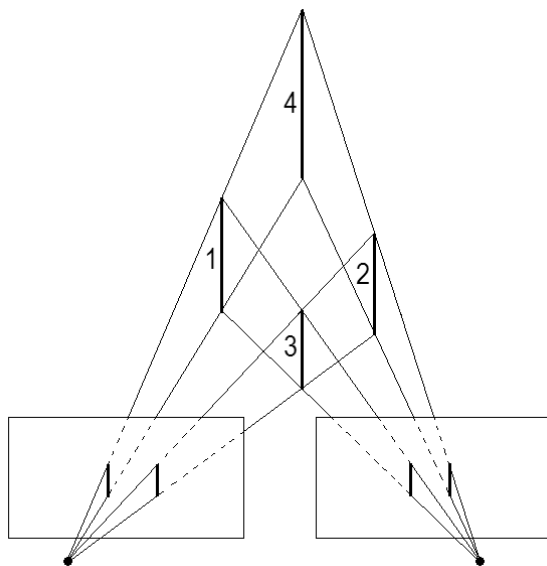
Kā iepriekš minēts (Att. 6), šādu konfigurāciju var būt pat bezgalīgi daudz, bet, arī cenšoties telpas nogriežņu galapunktus izvietot galējās iespējamās pozīcijās, šādu nogriežņu kopums ir neviennozīmīgs – piemēram, Att. 10 attēlotās projekcijas atbilst gan telpas nogriežņu kopām $\{1, 2\}$ vai $\{3, 4\}$, gan dažādiem to papildinājumiem, teiksim, $\{1, 2, 4\}$, līdz pat $\{1, 2, 3, 4\}$. Atbilstoši pamatidejai, tad visi četri nogriežņi veido maksimālu konfigurāciju, bet konfigurāciju $\{1, 2\}$ varam uzlūkot, par piemērotāko apakškonfigurāciju. Piemērotība nozīmētu heuristisku apsvērumu, ka apakškonfigurācija ir minimāla un projekciju attiecīgo nogriežņu savstarpējais izkārtojums attiecībā pret skatītāju ir tāds pats abās projekcijās.

Jāatzīst, ka ir arī gadījumi, kad projekciju nogriežņu izkārtojums nav tāds pats abās projekcijās – ja Att. 10 telpiskā konfigurācija sastāvētu tikai no nogriežņiem 3 un 4, tad to kreisā un labā projekcijas ir novietotas savstarpēji pretējā secībā. Savukārt, piemēram, Att. 11 redzams, ka kreisās projekcijas nogriežņi krustojas, bet labās projekcijas nogriežņi nekrustojas – te vispār grūti runāt par izkārtojumu atbilstībām.

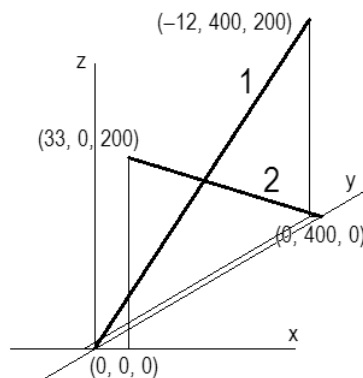
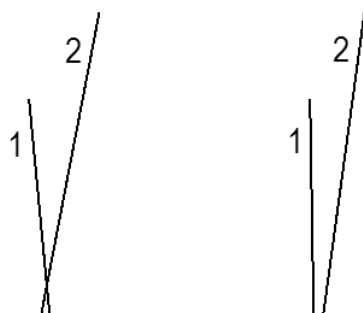
Kāpēc projekciju attiecīgo nogriežņu savstarpējais izkārtojums ir svarīgs? Apstākļos, kad rekonstrukcija nav viennozīmīga, liekas saprātīgi par paraugu ņemt mūsu dabiskās stereo redzes funkcionēšanu pie stereopāru aplūkošanas, kad redzes sistēma ar acu kustībām pa kārtai savieto redzamās struktūras atbilstoši to horizontālajai secībai. Tā nav nekādu grūtību, lai, piemēram, Att. 10 redzamo stereopāri vizuāli uztvertu kā telpas nogriežņu 1 un 2 projekcijas, kamēr ir jābūt iemaņām un neatlaidībai, lai to uztvertu kā telpas nogriežņu 3 un 4 projekcijas, turklāt, vairāk par diviem nogriežņiem nekādi nevar saskatīt. No šī viedokļa nogriežņi 1 un 2 ir optimāla dotā stereopāra telpiskā interpretācija. Līdz ar to šos apsvērumus mēs izmantosim kā heuristisku rekonstrukcijas rezultāta optimizēšanai. Tiesa, Att. 11

tipa konfigurācijas prasa attīstīt dziļāku analīzi, jo vienkārša tieša šādu stereopāru vērošana neko daudz vairāk par nestabilu vizuālu raustīšanos nedod.

Vēl principā ir derīgs heuristisks apsvērums vienkārši par nogriežņu skaitu. Ar dabiskās redzes pieredzi ir grūti iedomāties, ka Att. 10 stereopāris ataino vairāk par diviem nogriežņiem. Tāpat Att. 6, nemaz nerunājot par Att. 7 vai 11. Tomēr šis apsvērums pats par sevi vēl nesaka, kura telpas nogriežņu apakškopa ir derīgāka.



Att. 10. Ilustrācija, kad dotajām projekcijām atbilst dažādas telpas nogriežņu kopas: gan {1, 2} vai {3, 4}, gan dažādi to papildinājumi, piemēram, {1, 2, 4}, līdz pat visa kopa {1, 2, 3, 4}. Konfigurāciju {1, 2} varam uzlūkot, par piemērotāko, jo tā ir minimāla un projekciju attiecīgo nogriežņu savstarpējais izkārtojums attiecībā pret skatītāju ir tāds pats abās projekcijās.



Att. 11. Pa kreisi: ilustrācija gadījumam, kad nogriežņu izkārtojumi kreisajā un labajā projekcijā nav savstarpēji atbilstoši. Stereopāris iegūts no pa labi attēlotās telpiskās konfigurācijas uz plaknes, kas paralēla x - z plaknei, pie projekciju centriem dotās lokālās koordinātu sistēmas punktos $(-20, -1000, 0)$ un $(20, -1000, 0)$.

5.3 Epipolārā struktūra

Ievērojot tradīciju stereo redzes ģeometriskā aprēķinu kontekstā lietot jēdzienu *epipolārs*, par *epipolāro struktūru* sauksim īpašu datu struktūru, uz kuras pamata organizēsim ar abām stereopāra projekcijām ģeometriski saderīgu telpisko nogriežņu galapunktu meklēšanu.

Epipolārās struktūras pamatelementi ir *epipolārie līmeņi*, t.i., projekciju plaknes horizontālas taisnes, kas iet caur kāda projekcijas nogriežņa galapunktu, vienalga, vai no kreisā vai labā rakursa. Katrā konkrētā epipolārajā līmenī tāpat ir vismaz viena nogriežņa galapunkts, bet citādi ir iespējama daudzveidība, jo nav obligāti, ka no abiem attēliem vienā un tajā pašā līmenī jābūt vienādam galapunktu

daudzumam – kādi galapunkti var būt aizsegti ar citiem nogriežņiem vai vienkārši sakrist gan ar citu nogriežņu iekšējiem, gan galu punktiem.

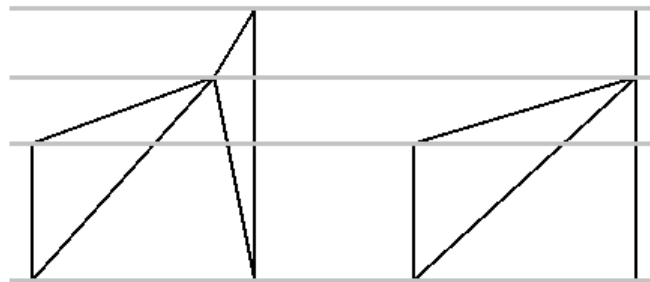
Formāli epipolārais līmenis ir struktūra

```
{
  integer y
  list leftEndpoints
  list rightEndpoints
},
```

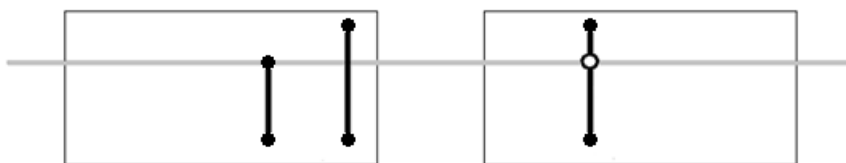
kur y ir epipolārā līmeņa horizontālās taisnes vertikālā koordināta – vesels skaitlis, jo atbilst kādai stereopāra diskreto attēlu rindai, bet abi saraksti attiecīgi kreisās un labās projekcijas nogriežņu galapunkti šajā epipolārajā līmenī.

Att. 12 parādīts sintezēta stereopāra piemērs ar četriem epipolārajiem līmeņiem – zemākajā līmenī katrā rakursā ir pa diviem galapunktiem, pārējos līmeņos pa vienam. Savukārt, piemēram, Att. 8 stereopārī, katra līmeņa katrā rakursā ir tieši viens galapunkts, bet Att. 7 piemēros vidējā līmeņa kreisajā rakursā ir viens galapunkts, kurpretim labajā rakursā šajā līmenī vispār nav galapunktu.

Pēdējais gadījums prasa īpašu uzmanību. Tā kā katram telpiskā nogriežņa galapunktam atbilst pa punktam abās projekcijās, tad katram vienas projekcijas punktam, kas ir atpazīts kā galapunkts, noteikti atbilst kāds punkts šajā pat līmenī otrajā projekcijā, kas tomēr var nebūt atpazīts par galapunktu, jo, kā augstāk demonstrēts, atrodas uz viena vai vairākiem citiem projekcijas nogriežņiem un nav galapunkts nevienam no tiem. Tātad neatpazītā galapunkta atrašanās vieta potenciāli ir uz tiem projekcijas nogriežņiem, kuri krustojas ar pretējā rakursā atpazītā galapunkta epipolārā līmeņa taisni, un jāpieļauj iespēja, ka atbilstošā punkta kandidāti ir visi nogriežņu krustpunkti ar šī līmeņa taisni. Šos krustpunktus, atzīmētus kā *potenciālos galapunktus*, arī pievienosim epipolārās struktūras līmeņiem, piemēram, Att. 13. Epipolāros līmeņus definējošos galapunktus tad saucim arī par *reāliem galapunktiem*.



Att. 12. Sintezēta stereopāra piemērs ar četriem epipolārajiem līmeņiem.



Att. 13. Stereopāris, kura vienā epipolārajā līmenī atrodas arī potenciālais galapunkts (iezīmēts ar mazu aplīti).

5.4 Pilnā telpisko nogriežņu konfigurācija

Vadīsimies no, principā, heuristiska apsvēruma, ka saskaņā ar iepriekš skaidroto, ir jēga interesēties tikai par tādiem meklējamajiem telpisko nogriežņu galapunktiem, kam atbilst kāds punktu pāris no kreisā un labā projekcijas punktu saraksta atbilstošā epipolārās struktūras līmenī, pie tam, vienlaicīgi abi punkti nav potenciālie galapunkti. Pretējā gadījumā šāds telpiskais galapunkts nemaz nav projekcijās atpazīts, tātad faktiski nemaz nav bijis redzams.

Tātad konstruēsim tikai tādus telpiskus nogriežņus, kuru galapunktu projekciju punktu pāri ir ar augšminētajām īpašībām:

- abi pāra punkti pieder katrs savam viena epipolārā līmeņa punktu sarakstam,
- abi pāra punkti vienlaicīgi nav potenciālie galapunkti,
- pāra punktu savstarpējā disparitāte ir pozitīva.

Sauksim šiem pāriem atbilstošos telpas punktus par *iespējamiem galapunktiem*.

Realizēsim rupja spēka pieeju – vispirms uzbūvēsim visu iespējamo telpas galapunktu kopu \mathcal{P} , un tad par katru kopas \mathcal{P} punktu pāri noskaidrosim, vai tas der kā telpas nogrieznis, t.i., tam atbilst arī nogriežņi abās projekcijās. Derīgo telpas nogriežņu kopumu S sauksim par *pilno telpisko nogriežņu konfigurāciju*.

Visu iespējamo telpas galapunktu kopu \mathcal{P} konstruējam saskaņā ar sekojošu elementāru algoritmu, kurā telpiskās koordinātas aprēķinām saskaņā ar sadaļas 5.1 izteiksmēm (*).

$\mathcal{P} = \emptyset$

for each level lev

for each point p_L in $lev.leftEndpoints$

for each point p_R in $lev.rightEndpoints$

if p_L **or** p_R ir reāls galapunkts

$disp = p_L.x - p_R.x$

if $disp > 0$

$y = F * B / disp$

$z = lev.y * B / disp$

$x = (p_L.x + p_R.x) / 2 * B / disp$

$\mathcal{P} = \mathcal{P} + (x, y, z)$

Pilno telpisko nogriežņu konfigurāciju S konstruējam līdzīgā veidā.

$S = \emptyset$

for each kopas \mathcal{P} dažādu punktu pāris (p_1, p_2)

if $p_{1L}p_{2L}$ un $p_{1R}p_{2R}$ abi vienlaicīgi ir projekciju nogriežņi vai to apakšnogriežņi, ja kāds no galapunktiem ir potenciālais

$S = S + p_1p_2$

5.5 Pilnās telpisko nogriežņu konfigurācijas piemēri

Piemērs 1

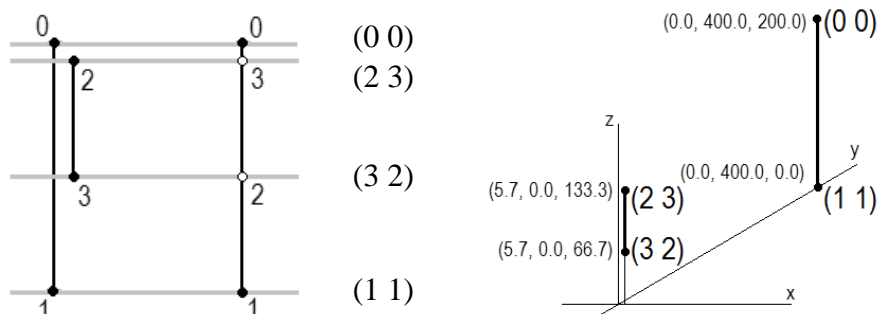
Sāksim ar vienkāršu gadījumu, kas ilustrē potenciālo galapunktu lomu. Att. 14 pa kreisi parādīts sintezēts piemēra stereopāris un no tā pa labi attēla vidū tam atbilstošā visu iespējamo telpas galapunktu kopa \mathcal{P} . Kreisajā projekcijā ir divi

nogriežņi, labajā viens. Nogriežņu galapunkti apzīmēti ar cipariem, papildus reālie nogriežņu galapunkti iezīmēti trekni, bet potenciālie galapunkti ar maziem aplīšiem.

Piemēra kopa \mathcal{P} ir grupēta pa epipolārajiem līmeņiem, paši telpiskie punkti ir atklāti apzīmēti kā atbilstošo kreisās-labās projekciju punktu pāri. Redzams, ka katrā līmenī ir tieši viens galapunktu pāris.

Saskaņā ar otro algoritmu, kopa S šajā piemērā sastāv no diviem nogriežņiem $(0\ 0)-(1\ 1)$ un $(2\ 3)-(3\ 2)$, kuriem vienīgajiem no pavisam sešiem kopas \mathcal{P} dažādu punktu pāriem atbilstošie projekciju punktu pāri vienlaicīgi ir projekciju nogriežņi. Piemēram, punktu pārim $(0\ 0)(2\ 3)$ kreisajā projekcijā nemaz nav atbilstoša nogriežņa, lai gan labajā projekcijā tāds ir $0-3$.

Abu kopas S nogriežņu telpiskā konfigurācija parādīta Att. 14 pa labi. To projekcijas iegūtas uz plaknes, kas paralēla $x-z$ plaknei, pie projekciju centriem dotās lokālās koordinātu sistēmas punktos $(-20, -1000, 0)$ un $(20, -1000, 0)$.



Att. 14. Sintezēts stereopāris (pa kreisi; trekni iezīmēti reālie galapunkti, ar aplīšiem potenciālie), tam atbilstošā visu iespējamo telpas galapunktu kopa \mathcal{P} (vidū).

Pa labi parādīta abu kopas S nogriežņu $(0\ 0)-(1\ 1)$ un $(2\ 3)-(3\ 2)$ telpiskā konfigurācija. Projekcijas iegūtas uz plaknes, kas paralēla $x-z$ plaknei, pie projekciju centriem dotās lokālās koordinātu sistēmas punktos $(-20, -1000, 0)$ un $(20, -1000, 0)$.

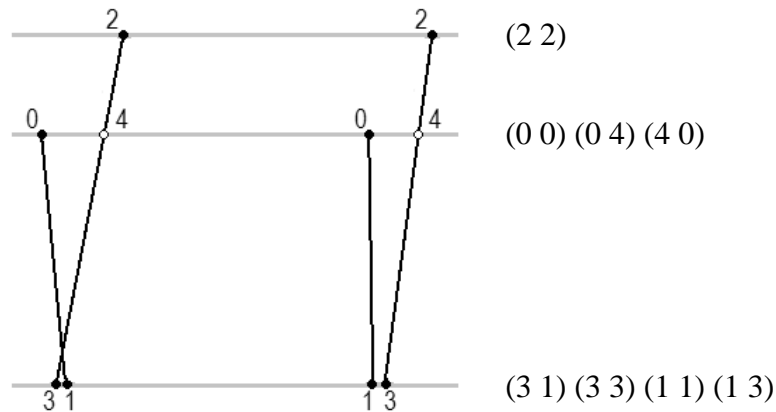
Piemērs 2

Nākošais piemērs ilustrē gadījumu, kad parādījušies arī krustiski projekcijas nogriežņi. Par pamatu ņemsim jau augstāk Att. 11 skatīto piemēru, kuru tagad detalizētāk apskatīsim Att. 15, 16.

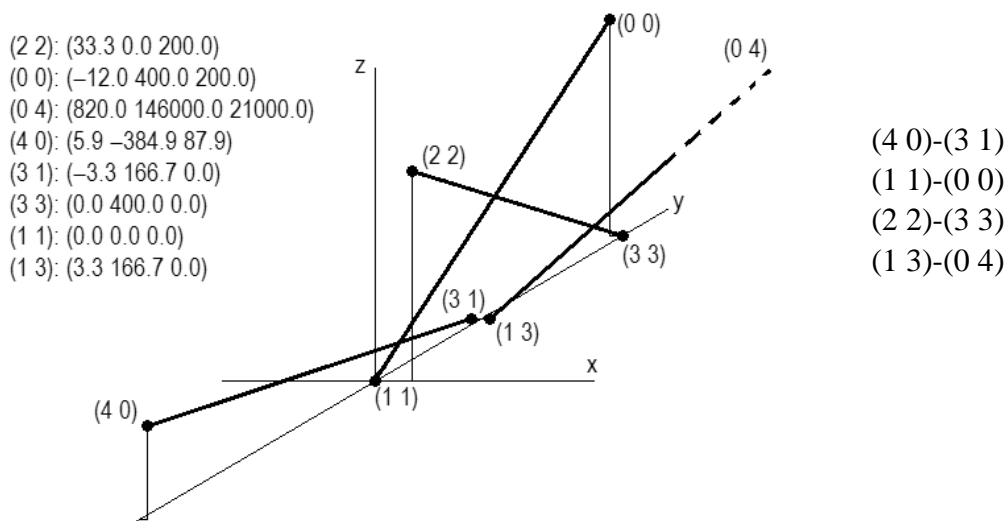
Tā kā projekciju nogriežņu reālie galapunkti ir dažādos epipolārajos līmeņos, tad jāpievieno arī potenciālie galapunkti. Arī šī piemēra kopa \mathcal{P} ir grupēta pa epipolārajiem līmeņiem, attiecīgus astoņus telpiskos punktus atklāti apzīmējot kā atbilstošo kreisās-labās projekciju punktu pārus, Att. 15.

Kopa S šajā piemērā sastāv no četriem nogriežņiem $(4\ 0)-(3\ 1)$, $(1\ 1)-(0\ 0)$, $(2\ 2)-(3\ 3)$ un $(1\ 3)-(0\ 4)$, kuriem vienīgajiem no pavisam 28 kopas \mathcal{P} dažādu punktu pāriem atbilstošie projekciju punktu pāri vienlaicīgi ir abu projekciju nogriežņi. Piemēram, pāris $(2\ 2)(4\ 0)$ neveido kopas S nogriežni, jo, lai gan $2-4$ ir kreisās projekcijas nogriežnis, tomēr nogriežnis $2-0$ nepieder labajai projekcijai.

Visu četru kopas S nogriežņu telpiskā konfigurācija parādīta Att. 16. Arī šīs konfigurācijas nogriežņu projekcijas iegūtas uz plaknes, kas paralēla $x-z$ plaknei, pie projekciju centriem dotās lokālās koordinātu sistēmas punktos $(-20, -1000, 0)$ un $(20, -1000, 0)$.



Att. 15. Sintezēts stereopāris (trekni iezīmēti reālie galapunkti, ar aplīšiem potenciālie) un atbilstošā visu iespējamo telpas galapunktu kopa \mathcal{P} , kas grupēta pa epipolārajiem līmeņiem.



Att. 16. Kops S nogriežņu (kolonā pa labi) telpiskā konfigurācija, kas atbilst Att. 15 stereopārim. Kolonā pa kreisi uzrādītas kops \mathcal{P} punktu telpiskās koordinātas. Stereopāra projekcijas iegūtas uz plaknes, kas paralēla x - z plaknei, pie projekciju centriem dotās lokālās koordinātu sistēmas punktos $(-20, -1000, 0)$ un $(20, -1000, 0)$.

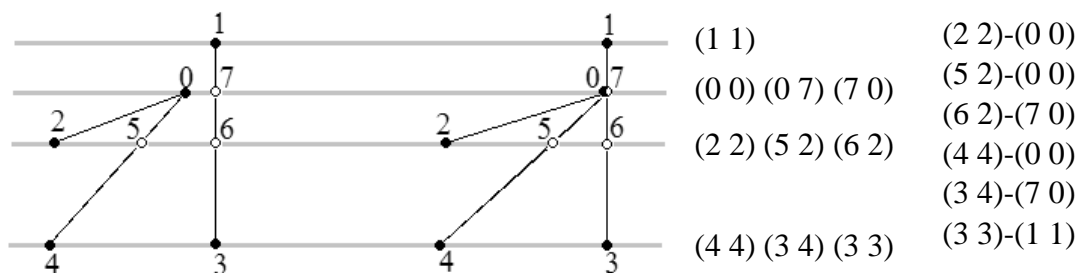
Piemērs 3

Trešais piemērs ir relatīvi sarežģītāks un ilustrē darbu ar vēl dažiem galapunktu izsauktiem efektiem – Att. 17 pa kreisi parādīts sintezēts attiecīgais stereopāris. Gan kreisajā, gan labajā projekcijā ir pa trim nogriežņiem un katrā projekcijā pa pieciem to reāliem galapunktiem 0, 1, 2, 3, 4. Iezīmēti arī katras projekcijas potenciālie galapunkti 5, 6, 7. Lai gan labajā projekcijā galapunkts 0 atrodas uz nogriežņa 1-3, tomēr tas ir akceptēts kā reāls, jo ir kopējs galapunkts diviem citiem projekcijas nogriežņiem, kas nav kolineāri ne ar nogriežni 1-3, ne savstarpēji. Šī galapunkta 0 atrašanās uz nogriežņa 1-3 ir izsaukusi šī punkta sakrišanu ar labās projekcijas potenciālo galapunktu 7 – kā redzam, tādi gadījumi nav ignorējami.

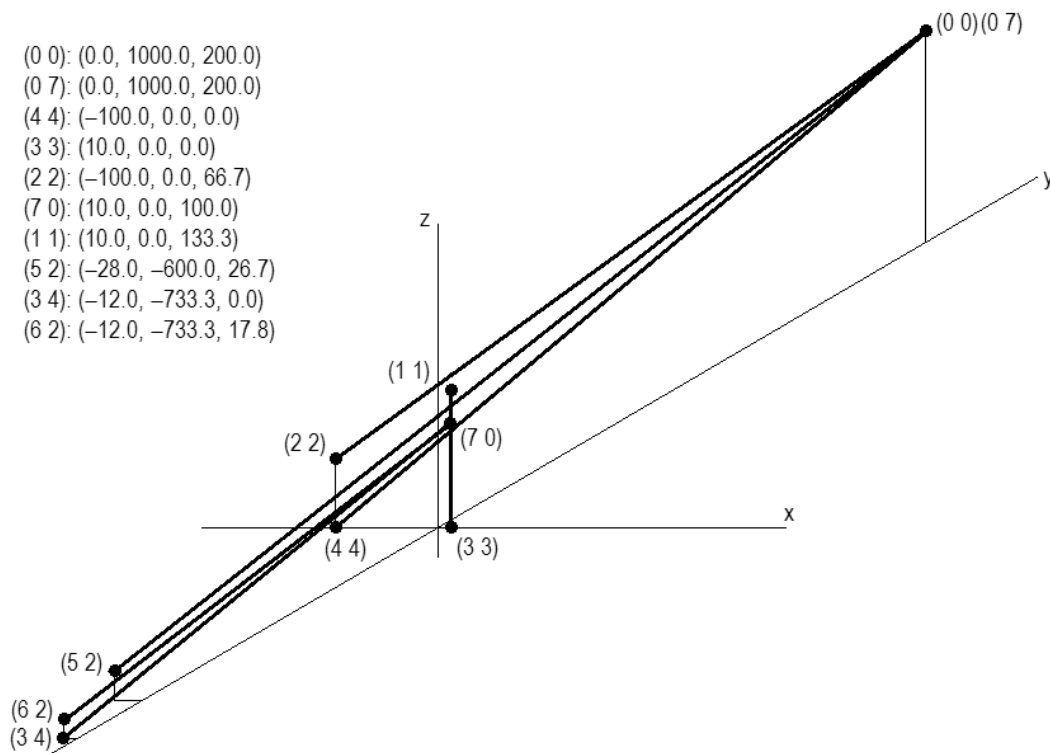
Kā iepriekš, arī šī piemēra visu iespējamo telpas desmit galapunktu kopa \mathcal{P} ir grupēta pa epipolārajiem līmeņiem, un paši punkti ir pārskaitīti Att. 17 kolonā pa vidu

un atklāti apzīmēti kā atbilstošo kreisās-labās projekciju punktu pāri. Pāri (2 5), (2 6) un (4 3) neparādās, jo to disparitātes ir negatīvas.

Saskaņā ar otro algoritmu, kopa S šajā piemērā sastāv no sešiem nogriežņiem, kas uzskaitīti Att.17 kolonā pa labi. Tikai šiem sešiem no pavisam 45 kopas \mathcal{P} dažādu punktu pāriem atbilstošie projekciju punktu pāri abi vienlaicīgi ir projekciju nogriežņi. Šo sešu nogriežņu telpiskā konfigurācija ilustrēta Att. 18. Tāpat kā iepriekš, arī šīs konfigurācijas nogriežņu projekcijas iegūtas uz plaknes, kas paralēla x - z plaknei, pie projekciju centriem dotās lokālās koordinātu sistēmas punktos $(-20, -1000, 0)$ un $(20, -1000, 0)$.



Att. 17. Pa kreisi sintezēta stereopāra piemērs (trekni iezīmēti reālie galapunkti, ar aplīšiem potenciālie). Vidū atbilstošā visu iespējamo telpas galapunktu kopa \mathcal{P} , kas grupēta pa epipolārajiem līmeņiem. Kolonā pa labi visi pilnās konfigurācijas S telpiskie nogriežņi.



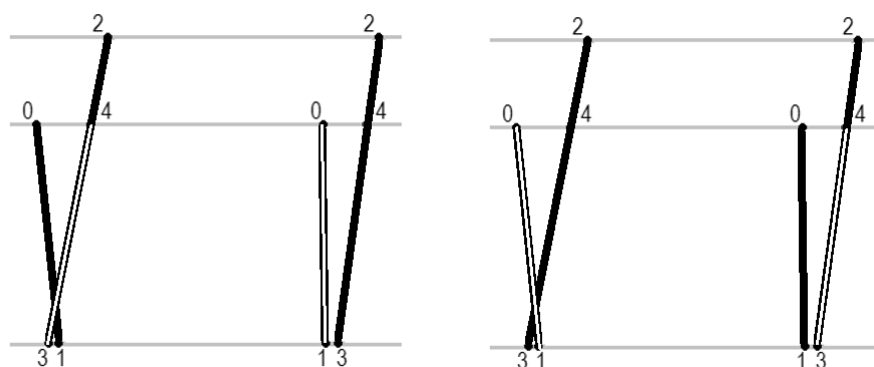
Att. 18. Kopas S nogriežņu (kolonā pa labi) telpiskā konfigurācija, kas atbilst Att. 17 stereopārim. Kolonā pa kreisi uzrādītas kopas \mathcal{P} punktu telpiskās koordinātas. Stereopāra projekcijas iegūtas uz plaknes, kas paralēla x - z plaknei, pie projekciju centriem dotās lokālās koordinātu sistēmas punktos $(-20, -1000, 0)$ un $(20, -1000, 0)$.

5.6 Pilnās telpisko nogriežņu konfigurācijas redukcija

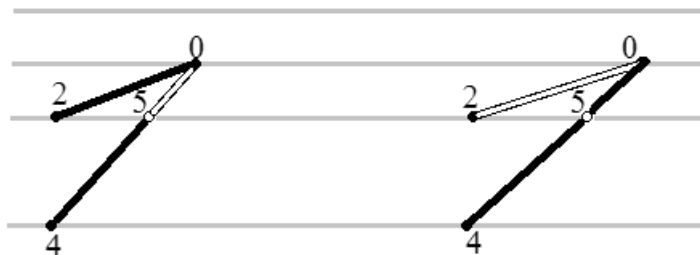
Redzam, ka mūsu izvēlētā rekonstrukcijas rupjā spēka metode ir nopietni izšķērdīga – tipiski tiek konstruēts ekstremāls daudzums telpas punktu un punktu pāru, un rezultātā iegūtas konfigurācijas ar nogriežņiem, kādu nebija sākotnējās telpiskajās konfigurācijās. Tomēr vēlēšanās atrast to sākotnējo konfigurāciju, kas tika projicēta ir dabiska, lai gan, kā skaidrots sadaļā 4.1, mūsu problēmas nostādņē neizpildāma. Tā vietā konstruēsim saprātīgi ierobežotas reducētas pilnās telpisko nogriežņu konfigurācijas apakškonfigurācijas, mēģinot tās tuvināt sākotnējām.

Aplūkosim dažas pilnās konfigurācijas tehniskas īpašības kas raksturo liekos nogriežņus.

1. Liekie nogriežņi ir praktiski vienmēr. Pirmkārt jau to pamatā ir visu iespējamo telpas galapunktu kopa \mathcal{P} , kuru veidojam no visiem kreisās un labās projekciju katra epipolārā līmeņa galapunktu savstarpējiem piekārtojumiem – piemērs 2 ar projekcijas nogriežņu krustošanos rāda, ka tikai ar to piekārtojumu daļu, kas atbilst ģeometriskajām secībām epipolārajos līmeņos, ne vienmēr pietiek.
2. Ir tādas telpiskās konfigurācijas S apakškonfigurācijas, kas dod tikai fragmentus no citu apakškonfigurāciju projekcijām – projekcijas virzienā telpas nogriežņi savstarpēji pilnīgi vai daļēji aizsedz viens otru. Tādas ir, teiksim, piemēra 2 telpiskās konfigurācijas $\{(4\ 0)-(3\ 1), (1\ 3)-(0\ 4)\}$ un $\{(1\ 1)-(0\ 0), (2\ 2)-(3\ 3)\}$ (Att. 19) vai arī piemēra 3 telpiskās konfigurācijas $\{(2\ 2)-(0\ 0), (4\ 4)-(0\ 0)\}$ un $\{(5\ 2)-(0\ 0)\}$ (Att. 20). Skaidrs, ka aizsegtās telpiskās apakškonfigurācijas nogriežņus var heuristiski uzskatīt par liekiem, vēl jo vairāk, kad to avots pārsvarā ir projekciju nogriežņu potenciālie galapunkti.
3. Principā, arī heuristisks atzinums – kāds lieko nogriežņu galapunkts ir anomāli tālu no pārējiem (piemēra 2 tālais punkts). Arī punkti, kas ir pārāk tuvu projekciju centriem (piemēru 2 un 3 punkti ar negatīvām y -koordinātām) ir kandidāti būt liekiem. Dabisks praktisks risinājums te varētu būt skata virziena dziļuma ierobežojumi minimālās un maksimālās y -koordinātas formā, kas lietišķos uzdevumos varētu būt zināmi.

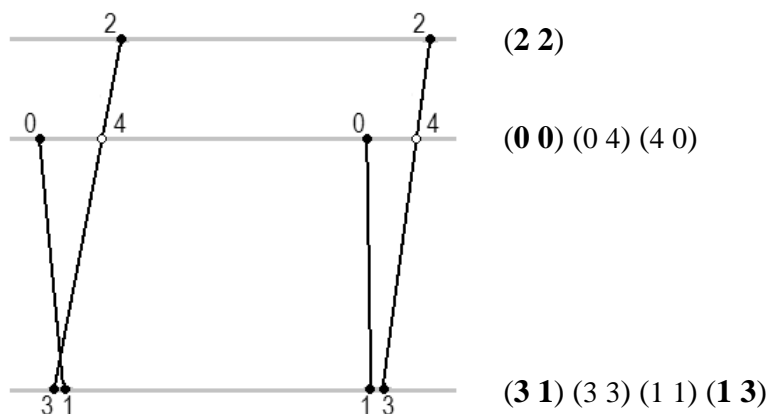


Att. 19. Uz piemēra 2 telpas nogriežņu $(1\ 1)-(0\ 0)$ un $(2\ 2)-(3\ 3)$ projekciju fona gaiši iezīmēti telpas nogriežņa $(4\ 0)-(3\ 1)$ (pa kreisi) un telpas nogriežņa $(1\ 3)-(0\ 4)$ (pa labi) projekciju nogriežņi. Redzams, ka gaišie nogriežņi veido pirmo divu nogriežņu projekciju fragmentus.



Att. 20. Uz piemēra 3 telpas nogriežņu $(2\ 2)-(0\ 0)$ un $(4\ 4)-(0\ 0)$ projekciju fona gaiši iezīmēti telpas nogriežņa $(5\ 2)-(0\ 0)$ projekciju nogriežņi. Redzams, ka gaišie nogriežņi veido pirmo divu nogriežņu projekciju fragmentus.

Pie pirmās tehniskās īpašības no pārskaitītajām trim uzsvērts, ka telpas galapunktu kopa, kuru veidojam ne no visiem kreisās un labās projekciju katra epipolārā līmeņa galapunktu savstarpējiem piekārtojumiem, bet tikai no tiem, kas pa pāriem atbilst ģeometriskajām secībām epipolārajos līmeņos, ne vienmēr ir pietiekoša visu vajadzīgo telpas nogriežņu rekonstrukcijai (to ilustrē piemēram 2 atbilstošais Att. 21). Tomēr, kā atzīmēts sadaļā 5.2, šie secībām atbilstošie piekārtojumi ir īpaši, jo atbilst novērojumam par mūsu dabiskās stereo redzes funkcionēšanu pie stereopāru aplūkošanas, kad redzes sistēma ar acu kustībām pa kārtai savieto redzamās struktūras atbilstoši to horizontālajai secībai.



Att. 21. Stereopāris no Att. 15 ar izceltiem kopas \mathcal{P} punktiem $(2\ 2)$, $(0\ 0)$, $(3\ 1)$, $(1\ 3)$, kurus veido tie kreisās un labās projekciju katra epipolārā līmeņa galapunktu savstarpējie piekārtojumi, kas pa pāriem atbilst galapunktu ģeometriskajām secībām līmeņos. Redzams, ka tikai uz šo punktu pamata nav rekonstruējams neviens telpiskais nogrieznis.

Kopas \mathcal{P} punktu apakškopu, ko veido tie kreisās un labās projekciju katra epipolārā līmeņa galapunktu savstarpējie piekārtojumi, kas pa pāriem atbilst galapunktu ģeometriskajām secībām līmeņos, apzīmēsim ar \mathcal{K} un saucsim par telpisko nogriežņu galapunktu kodolu. Šo kopu \mathcal{K} konstruēsim saskaņā ar sekojošo algoritmu, kas ir nedaudz modificēts kopas \mathcal{P} konstruēšanas algoritms (sadaļa 5.4).

$\mathcal{K} = \emptyset$

for each level lev

sarakstu $lev.leftEndpoints$ un $lev.rightEndpoints$ punktus
sakārto nedilstošā abscisu secībā

```

for  $k = 1$  to  $\min(\text{lev.leftEndpoints.length}, \text{lev.rightEndpoints.length})$ 
   $p_L = k$ -tais punkts no  $\text{lev.leftEndpoints}$ 
   $p_R = k$ -tais punkts no  $\text{lev.rightEndpoints}$ 
  if  $p_L$  or  $p_R$  ir reāls galapunkts
     $\text{disp} = p_L.x - p_R.x$ 
    if  $\text{disp} > 0$ 
       $y = F * B / \text{disp}$ 
       $z = \text{lev.y} * B / \text{disp}$ 
       $x = (p_L.x + p_R.x) / 2 * B / \text{disp}$ 
       $\mathcal{K} = \mathcal{K} + (x, y, z)$ 

```

Lai gan visu iespējamo telpas galapunktu kopu \mathcal{P} vispār nekādi nevar aizstāt ar kodola punktiem \mathcal{K} , tomēr ir gadījumi, kad to var atļauties, piemēram, kā lasītājs var redzēt, apstrādājot Att. 8 stereopāri. No šī aspekta galvenā šī stereopāra īpašība ir, ka telpisko nogriežņu galapunkti nav ne ar ko aizsegti. Jāatzīst, ka aizsegšanās pie projicēšanas patiesībā ir relatīvi reta parādība, kas lielākoties ir speciāli jākonstruē. Tomēr tā nav ignorējama un jāatrod veids, kā kodola punktus izmantot.

Tālākam vispirms formalizēsim telpas nogriežņu aizsegšanās jēdzienu. Proti, teiksim, ka telpas nogriežņu konfigurācija A aizsedz telpas nogriežņu konfigurāciju B , ja $\text{proj}(B) \subseteq \text{proj}(A)$, kur $\text{proj}(x)$ nozīmē telpas nogriežņu konfigurācijas x abu stereopāra projekciju punktu kopu. Tādā nozīmē konfigurācijas B projekcija ir konfigurācijas A projekcijas fragments, kā tas ilustrēts Att. 19 un 20. Pierakstīsim šādu konfigurāciju A un B īpašību ar izteiksmi $\text{cov}(A, B)$.

Kodola un telpas nogriežņu aizsegšanās konstrukcijas principā dod iespēju darboties ar augstāk aplūkotajām pilnās konfigurācijas īpašībām, kas raksturo liekos nogriežņus, un tos atņemt. Piemēram, ideālā gadījumā varētu atstāt tikai mazāko telpiskās konfigurācijas S apakškonfigurāciju, kas pārklāj katru citu, bet, ja tādu ir vairākas, kā Att. 10 apakškonfigurācijas $\{1, 2\}$ un $\{3, 4\}$, tad ņemt skata virzienā tuvāko kodolam, kas Att. 10 gadījumā ir $\{1, 2\}$.

Tomēr, šādas mazākās apakškonfigurācijas meklēšana saistīta ar kombinatoriskiem sarežģījumiem. Tāpēc šajā darbā aprobežosimies ar lieko nogriežņu atsijāšanas sekojošu heuristisku risinājumu.

$\mathcal{R} = S$

do

atrod nogriezni $s \in \mathcal{R}$, kuram

$\exists \{s_1, s_2\} \subseteq \mathcal{R} (\text{cov}(\{s_1, s_2\}, \{s\})$ un

kurš starp tādiem ir vistālāk skata virzienā no kodola \mathcal{K}

if tāds nogrieznis s atrasts

$\mathcal{R} = \mathcal{R} - \{s\}$

while kopa \mathcal{R} tika samazināta

pasludina reducēto kopu \mathcal{R} par rezultātu

Telpas nogriežņa $s = (p_1, p_2)$ attālumu skata virzienā līdz punktu kopai \mathcal{K} var mērīt dažādi – mēs pielietojām izteiksmi

$$|p_1.y - y_{\mathcal{K}}| + |p_2.y - y_{\mathcal{K}}|,$$

kur $y_{\mathcal{K}}$ ir kopas \mathcal{K} smaguma centra y -koordināta.

5.7 Telpisko nogriežņu rekonstruēšanas piemēru sērijas

Pilnīgākam priekšstatam par iztīrāto rekonstruēšanas metodi darbībā demonstrēsim to pie dažādiem telpisku gadījuma nogriežņu stereopāriem. Pielikumos 1, 2 un 3 ilustrēti rekonstruēšanas rezultāti trīs dažādu telpas nogriežņu konfigurāciju veidu gadījumos, katrā veidā pa pieciem piemēriem.

Visu konfigurāciju nogriežņu galapunkti ir gadījuma punkti kubā ar malas garumu 200. Projekciju centri atrodas kuba apakšējās skaldnes līmenī attālumā 1000 no kuba priekšējās skaldnes un simetriski pret apakšējās skaldnes simetrijas asi attālumā 40 viens no otra, līdzīgi kā Att. 11, 14, 16, 18.

Pirmā veida konfigurācijas ģenerētas no 10 vertikāliem nogriežņiem, otrā veida konfigurācijas no 10 brīvi novietotiem nogriežņiem, bet trešā veida konfigurācijas ir īsākie koki, kas savieno 25 gadījuma punktus, kuri izvietoti uz kuba vertikālas diagonāļplaknes. Šie koki ir interesanti arī ar to, ka sastāv no dažāda garuma telpiskām laužām līnijām, bet laužas līnijas kalpo kā šķautņu tuvinājums vispārīgākā gadījumā, kad ģeometriskā grafa šķautnes ir telpiskas līknes.

Visi piemērus ilustrējošie attēli izvietoti tabulās Tab. P1, P2, P3, katrs piemērs atsevišķā rindā. Pa labi no piemēra stereopāra dots rekonstruētais skats no augšas, bet pa labi no tā arī ģenerētais skats no augšas. Šie skati no augšas ļauj novērtēt rekonstruētā dziļuma precizitāti.

Sintezēto stereopāru attēlu izšķiršanas spēja izvēlēta 200×200 . Novērojams ka, rekonstruētā dziļuma precizitāte nav pārāk augsta. Sevišķi labi tas parādās trešā veida piemēros, kad skatā no augšas visi oriģinālie nogriežņi redzami uz vienas taisnes.

Palielinot stereopāru attēlu izšķiršanas spēju, rekonstruētā dziļuma precizitāte pieaug. To demonstrējam, katra veida trešajam piemēram veicot papildus rekonstrukciju pie trīs reizes lielākas attēlu izšķiršanas spējas 600×600 , bet pie trešā veida arī 1000×1000 . Attiecīgie rezultāti Pielikumos parādīti atsevišķi Att. P1, P2 un P3, kuros pievienots proporcionāli mērogots rekonstruētais skats no augšas pie palielinātās izšķiršanas spējas.

6 Noslēgums

Šajā darbā demonstrēts pirmais mēģinājums literatūrā neskatītu specifisku stereopāru atpazīšanā. Mūsu mērķis bija pārliecināties, ka samērā primitīva stereopāru analīze ļauj rekonstruēt sintezētus projicētos taisnes nogriežņu tīklus. Tā ir fundamentāla abstrakta nostādne, kad telpiskās struktūras sastāv no taisnes nogriežņiem, veidojot telpisku ģeometrisku grafu, kura šķautnes ir šie nogriežņi, bet virsotnes šo nogriežņu galapunkti. Šādā gadījumā algoritmiskajā apstrādē dominē struktūru kombinatoriskais aspekts, kuru tad arī mēs izvēršam savā pētījumā. Galvenais moments ir tas, ka katru taisnes nogriežni pilnībā raksturo tā galapunktu pāris. Šo pāru atrašana tad arī ir mūsu telpiskās ģeometrijas rekonstruēšanas tehnikas būtība, kuru balstām vienkāršā rupja spēka pieejā, realizējot pilnu polinomiāla apjoma pārlasi ar heuristikas elementiem rezultāta optimizācijā.

Galvenie skatītie un risinātie tehniskie jautājumi ir: telpisko un projicēto nogriežņu svarīgāko attieksmju precizēšana, specifiska stereopāru nogriežņu datu struktūra, pilnās telpisko nogriežņu konfigurācijas konstruēšana un tās redukcija ar neviennozīmības atrisināšanas heuristiku, telpisko nogriežņu rekonstruēšanas demonstrācijas piemēru sērijas.

Vēl paliek virkne dažāda rakstura jautājumu, uz kuriem būtu jāatbild tālākos pētījumos. Tie varētu nodarēt arī kā mācību darbu temati.

- Kā kvantitatīvi izpaužas attēla izšķiršanas spēja rekonstrukcijas precizitātē, vai taisnes nogriežņu tīklu gadījumā ir kādas specifiskas īpatnības?
- Piedāvātā algoritmiskā risinājuma efektivitātes paaugstināšana, aizstājot tagad lietoto rupjā spēka pārslāpnieku, kas prasa izskatīt visus telpas galapunktu kopas \mathcal{P} pārus.
- Izvērtēt piedāvāto pilnās telpisko nogriežņu konfigurācijas S redukcijas heuristisko paņēmieni un pārbaudīt dažādas alternatīvas.
- Par telpas nogriežņu *maksimālo konfigurāciju* saucsim tādu telpas nogriežņu kopumu, kura abas projekcijas sakrīt ar doto stereopāri un kurai nav pievienojams neviens punkts, kas projicējas ārpus stereopāra. Vai šāda maksimālā konfigurācija sakrīt ar augstāk skatīto pilno telpisko nogriežņu konfigurāciju S , kura būvēta kā apakškopa no visiem iespējamajiem telpas galapunktu kopas \mathcal{P} pāriem, kuriem atbilst nogriežņi abās projekcijās? Vai iespējams, ka pilnā telpisko nogriežņu konfigurācija ir maksimālās konfigurācijas īsta apakškopa?
- Vai piedāvātais risinājums ir korekts gadījumos, kad stereopāri satur arī horizontālus nogriežņus?
- Fundamentāls jautājums: kā efektīvi noteikt, vai plaknes nogriežņu konfigurāciju pāris ir kādas telpas nogriežņu konfigurācijas stereopāris?

Pateicība

Darba finansētājs – LR Valsts pētījumu programma "Nākamās paaudzes informācijas un komunikāciju tehnoloģiju (IKT) pētniecības valsts programma (NexIT)". Projekts Nr. 2, tēma 4 „Grafu teorija, attēlu un vizuālās informācijas apstrāde” LU MII.

Atsauces

[JKS 1995] Ramesh Jain, Rangachar Kasturi, Brian G. Schunck. *Machine Vision*. Published by McGraw-Hill, Inc., ISBN 0-07-032018-7, 1995.

<http://www.cse.usf.edu/~r1k/MachineVisionBook/MachineVision.pdf>

[CH 2003] Owen Carmichael and Martial Hebert. Shape-based Recognition Of Wiry Objects. *Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. Proceedings. 2003 IEEE Computer Society Conference, 18-20 June 2003*, pp. 401–408, vol.2.

https://www.ri.cmu.edu/pub_files/pub4/carmichael_owen_2003_1/carmichael_owen_2003_1.pdf

[LZ 2003] Gang Li and Steven W. Zucker. A Differential Geometrical Model for Contour-Based Stereo Correspondence. *Proc. of IEEE Workshop on Variational, Geometric, and Level Set Methods in Computer Vision (at ICCV'03)*, Nice, France, 2003, p. 8.

<http://lear.inrialpes.fr/people/Triggs/events/iccv03/cdrom/vlsm03/proceedings/paper00.pdf>

[LZ 2006] Gang Li and Steven W. Zucker. Contextual Inference in Contour-Based Stereo Correspondence. *International Journal of Computer Vision*, 69(1), 59–75, 2006

<https://pdfs.semanticscholar.org/49ee/9810faf0f597da9c7af4405370386dd6de38.pdf>

[NGFPS 2010] Olegs Nikisins and Modris Greitans and Rihards Fuksis and Mihails Pudzs and Zanda Serzane. Increasing the Reliability of Biometric Verification by using 3D Face Information and Palm Vein Patterns. *BIOSIG 2010, Proceedings of the Special Interest Group on Biometrics and Electronic Signatures*, 09.-10. September 2010 in Darmstadt, Germany, pp. 133–138.

<http://subs.emis.de/LNI/Proceedings/Proceedings164/133.pdf>

[GRU 2011] Andreas Geiger, Martin Roser, and Raquel Urtasun. Efficient Large-Scale Stereo Matching. *Proceedings of the 10th Asian Conference on Computer Vision*, Volume Part I, ACCV'10, pp. 25–38, Berlin, Heidelberg, 2011. Springer-Verlag.

<http://www.cvlibs.net/publications/Geiger2010ACCV.pdf>

[GMG 2013] Harijs Grinbergs, Artis Mednis, and Modris Greitans. Real-time object tracking in 3D space using mobile platform with passive stereo vision system. N. Tagoug (Ed.): *Proceedings of World Congress on Multimedia and Computer Science (WCMCS 2013)*, pp. 60-68, 2013. Association of Computer Electronics and Electrical Engineers, 2013.

<http://searchdl.org/index.php/conference/view/712>

[GY 2013] Wei Guan, Suya You. Robust Image Matching with Line Context. *British Machine Vision Conference 2013*, p. 11.

http://graphics.usc.edu/cgit/publications/papers/BMVC2013_wei.pdf

[LM 2013] Hamid Laga and Stanley J. Miklavcic. Curve-based Stereo Matching for 3D Modeling of Plants. *20th International Congress on Modelling and Simulation*, Adelaide, Australia, 1–6 December 2013, pp. 524–530.

<http://www.mssanz.org.au/modsim2013/B1/laga.pdf>

[BPS 2014] Vishwmitra S. Bhadouria, Disha Prakash, and Venkatesh K. Subramanian. Stereo Image to Graphics Conversion for Indoor Environments. *Journal of Image and Graphics*, Volume 2, No.1, June, 2014, pp. 83–88.

<http://www.joig.org/uploadfile/2014/0516/20140516035045485.pdf>

[SFVP 2015] Roi Santos, Xosé R. Fdez-Vidal, Xosé M. Pardo. Adaptive Line Matching for Low-Textured Images. *Pattern Recognition and Image Analysis*, Volume 9117 2015, Lecture Notes in Computer Science, pp 192-199.

https://scholar.google.lv/scholar?q=%22Adaptive+Line+Matching+for+Low-Textured+Images%22&btnG=&hl=lv&as_sdt=0%2C5

[HI 2016] Rostam Affendi Hamzah and Haidi Ibrahim. Literature Survey on Stereo Vision Disparity Map Algorithms. *Journal of Sensors*, Volume 2016 (2016), Article ID 8742920, 23 pages.

<http://www.hindawi.com/journals/js/2016/8742920/>

[KPB 2016] Keith Price Bibliography. 10.1.6 Line Segment Based Stereo Analysis, Line Matching. *Annotated Computer Vision Bibliography*.

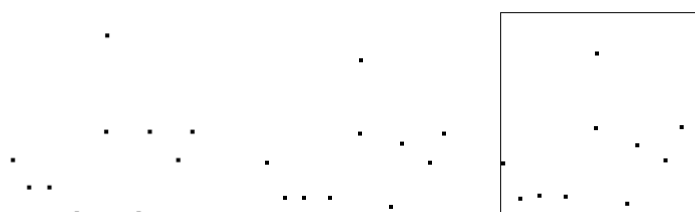
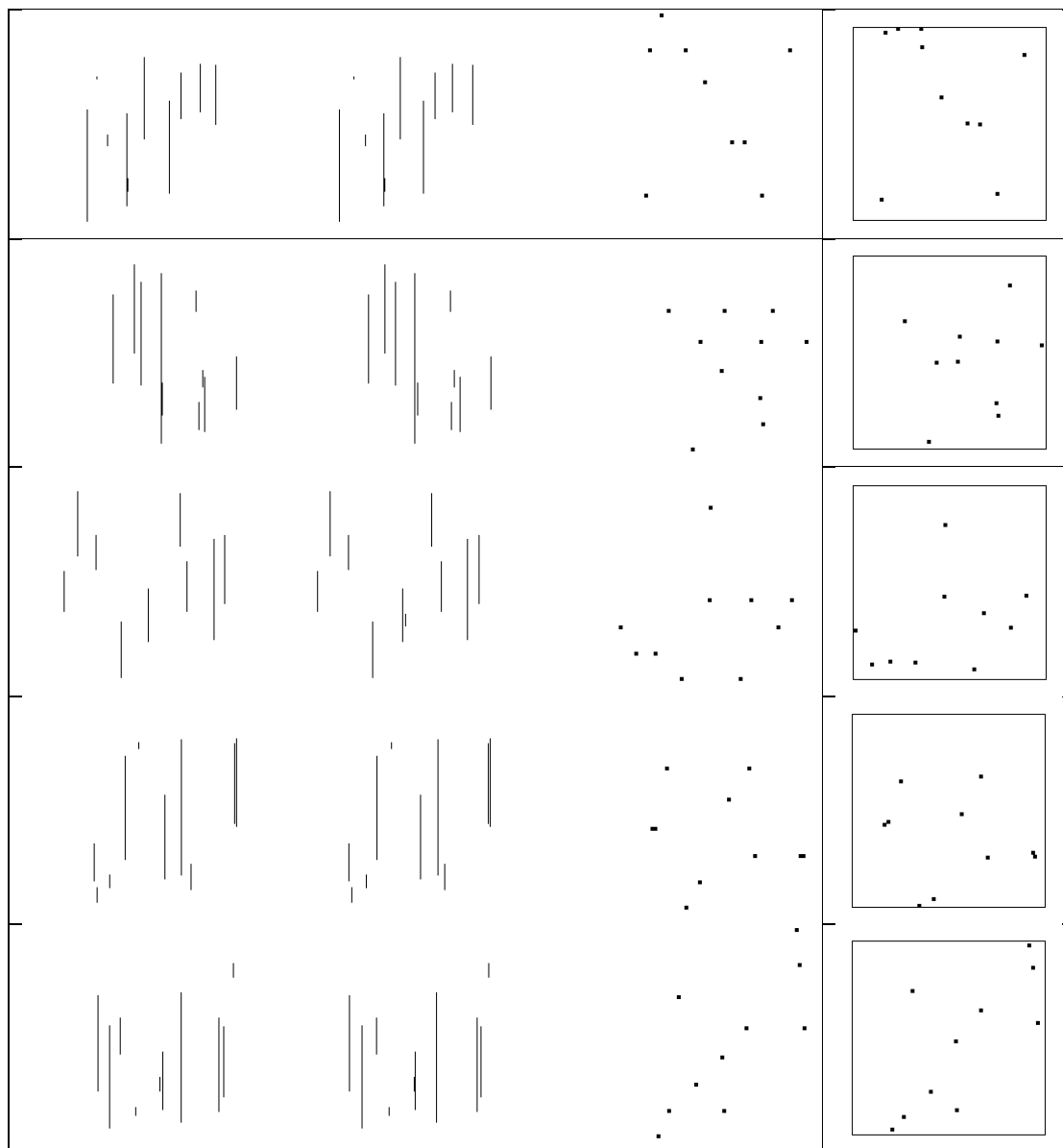
<http://www.visionbib.com/bibliography/stereo418.html>

[LYL 2016] Kai Li, Jian Yao, Xiaohu Lu. Hierarchical Line Matching Based on Line-Junction-Line Structure Descriptor and Local Homography Estimation. *Neurocomputing*, Volume 184, 5 April 2016, Pages 207–220.

http://cvrs.whu.edu.cn/projects/ljlLineMatcher/papers/neurocomputing2015_LineMatching.pdf

Pielikums 1

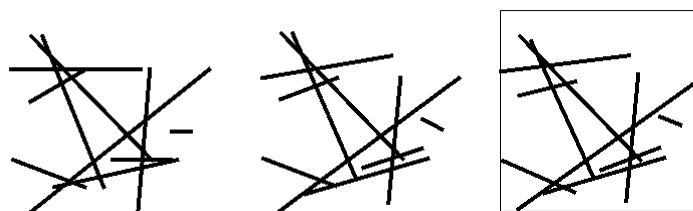
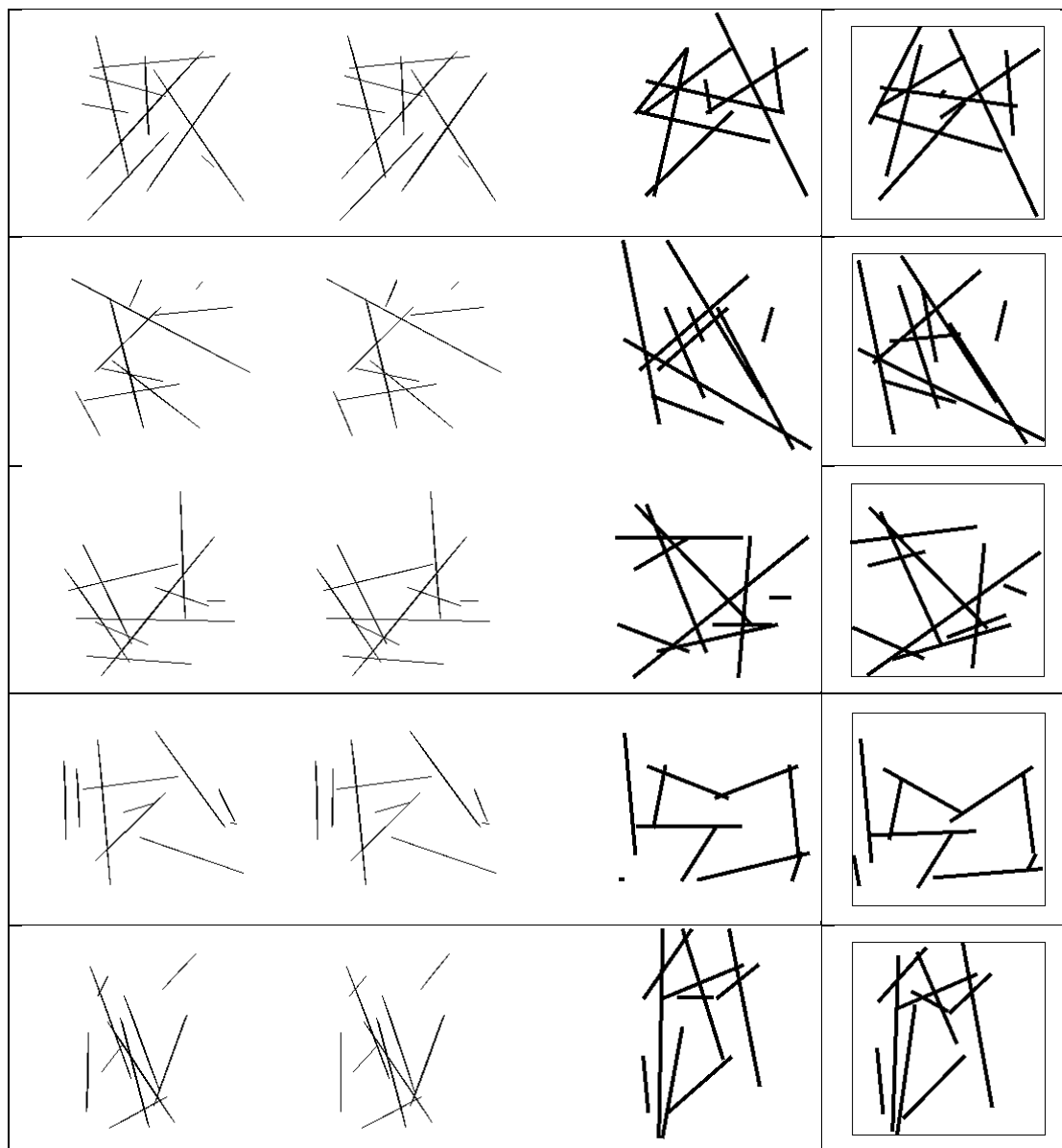
Tabula P1. Piemēri no kubā izvietotiem 10 vertikāliem telpas gadījuma nogriežņiem. Katrs piemērs aizņem vienu tabulas rindu. Pa labi no stereopāra dots rekonstruētais skats no augšas, bet atsevišķā ailē arī ģenerētais skats no augšas kvadrātā ar malas garumu 200.



Att. P1. Rekonstrukcijas dziļuma precizitātes palielināšanās, pieaugot izšķiršanas spējai. Tabulas trešās rindas piemēra skats no augšas: pa kreisi izšķiršanas spēja 200×200 , vidū izšķiršanas spēja 600×600 , pa labi oriģinālais skats.

Pielikums 2

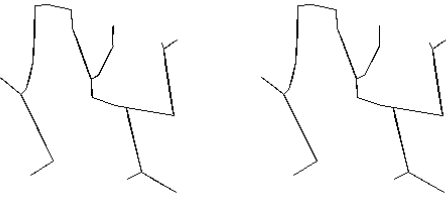
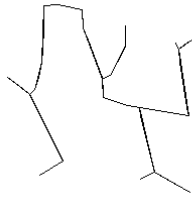
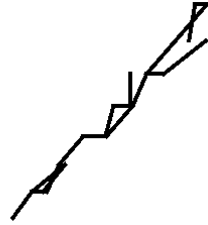
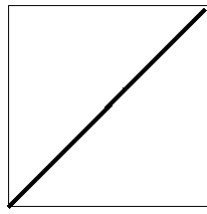
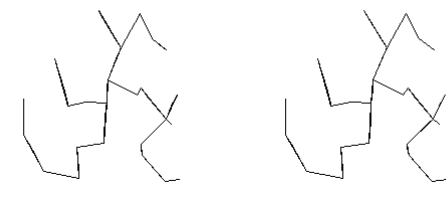


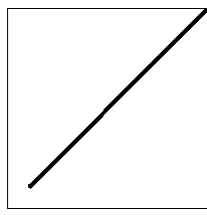
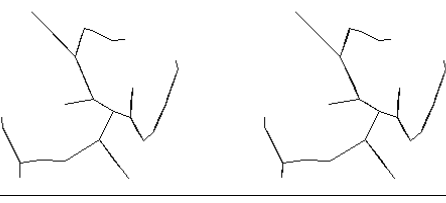
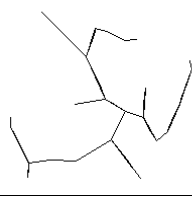

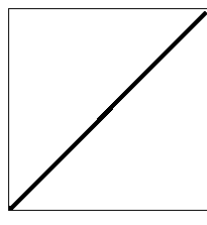
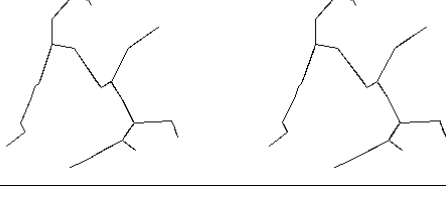
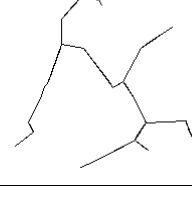

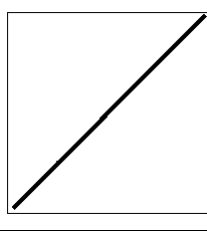
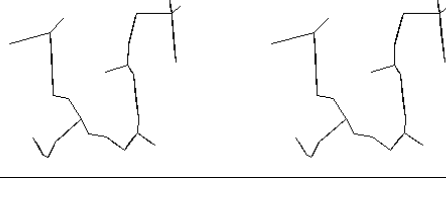
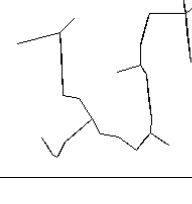
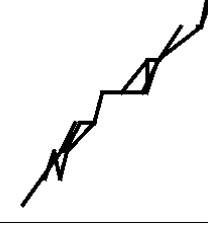
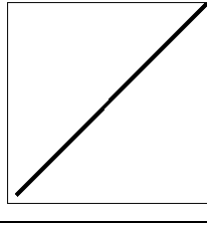
Tabula P2. Piemēri no 10 kubā brīvi novietotiem telpas gadījuma nogriežņiem. Katrs piemērs aizņem vienu tabulas rindu. Pa labi no stereopāra dots rekonstruētais skats no augšas, bet atsevišķā ailē arī ģenerētais skats no augšas kvadrātā ar malas garumu 200.

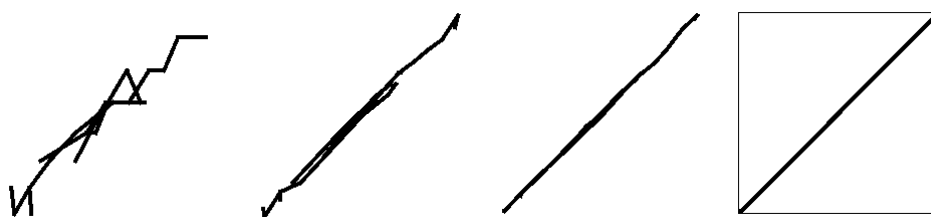


Att. P2. Rekonstrukcijas dziļuma precizitātes palielināšanās, pieaugot izšķiršanas spējai. Tabulas trešās rindas piemēra skats no augšas: pa kreisi izšķiršanas spēja 200×200 , vidū izšķiršanas spēja 600×600 , pa labi oriģinālais skats.

Pielikums 3

Tabula P3. Piemēri no telpas nogriežņiem, kurus veido īsākie koki, kas savieno 25 gadījuma punktus, izvietotus uz kuba vertikālas diagonālplaknes. Katrs piemērs aizņem vienu tabulas rindu. Pa labi no stereopāra dots rekonstruētais skats no augšas, bet atsevišķā ailē arī ģenerētais skats no augšas kvadrātā ar malas garumu 200.



Att. P3. Rekonstrukcijas dziļuma precizitātes palielināšanās, pieaugot izšķiršanas spējai. Tabulas trešās rindas piemēra skats no augšas: pa kreisi izšķiršanas spēja 200×200 , vidū izšķiršanas spēja 600×600 un 1000×1000 , pa labi oriģinālais skats.