Эмануэль Гринберг - выдающиеся достижения в прикладной математике: радио-фильтры, корпуса танкеров, графы и интегральные схемы

М.А. Шнепс-Шнеппе

***Аннотация*— Изложены основные работы Эмануэля Гринберга (1911–1982) по прикладной математике, следуя этапам его жизненного пути: проектирование радиоприёмников и расчеты радио-фильтров (1949-1959), расчеты обводов танкеров (1962-1964), занятия теорией графов и доказательство теоремы Гринберга (1968), проектирование интегральных схем (1968-1980) и получение Государственной премии Латвийской ССР в 1980 году.**

Расчеты радио-фильтров связаны с расширением применения цепных дробей для анализа линейных электрических схем (модель Кауера) и введением новых средств – расширенного произведения, что обобщает скобки Эйлера, а также применением полиномов Чебышева. Расчеты обводов танкеров восходят к началам теории сплайнов. Теорема Гринберга — это фундаментальный результат теории графов: определяет необходимое условие для планарного графа, чтобы граф содержал гамильтонов цикл, т.е. замкнутый путь, который проходит через каждую вершину данного графа ровно по одному разу. Теорема Гринберга является обобщением задачи Эйлера (1736) о семи мостах Кёнигсберга. Проектирование интегральных схем развивает модель Линвилла для полупроводников и модель Эберса-Молла для математического описания транзисторов и диодов.

***Ключевые слова*— Эмануэль Гринберг; радио-фильтр; цепные дроби; модель Кауера; скобки Эйлера; танкер; теория сплайнов; теория графов; теорема Гринберга; интегральная схема; модель Линвилла; модель Эберса-Молла.**

Посвящается 50-летию теоремы Гринберга

I. Введение

Эмануэль Гринберг родился в 1911 году в Санкт-Петербурге в семье лютеранского епископа. Семья переехала в Ригу в 1923 году. Эмануэль рано проявил математические способности. Изучал математику в Латвийском Университете (1930—1934). Получил двухлетнюю стипендию для обучения в École Normale Supérieure в Париже. С 1937 года преподавал в Латвийском Университете, в 1943 году защитил докторскую диссертацию по геометрии под названием «О колебаниях, суперколебаниях и характерных точках» в многомерном пространстве. В конце войны – в сентябре 1944 года - Эмануэля призвали в немецкую армию, служил он в зенитных войсках в Курляндском котле. После войны более года (1945-1946) провел как военнопленный в фильтрационном лагере в Грузии - на работах по строительству Кутаисского автомобильного завода. Сохранилась молва, как он в помощь инженерам лагеря из деревянных реек соорудил логарифмическую линейку - для облегчения расчетов земляных работ.

После возвращения в Ригу научная жизнь Эмануэля Гринберга начинается «с нуля», так как научную степень, полученную во время немецкой оккупации, не признали. Он начинает «с нуля», но становится виднейшим советским ученым в области прикладной математики, достигает и мирового признания, к тому же – дважды в своих исследованиях развивает труды великого Леонарда Эйлера (1707-1783).

В 1954 Гринбергу разрешили вернуться к научной работе. В 1956 он стал сотрудником Института физики Латвийской Академии наук, продолжая работу над радио-фильтрами, в 1958 завершил диссертацию на тему «О проблемах анализа и синтеза простых линейных схем» [1, 2]. Диссертацию защитил в 1960 и перешел на работу в Вычислительный центр Латвийского Государственного университета, где и остался до конца своих дней.

Эмануэль Гринберг в молодости

Статья получена 10 июня 2018.

М.А. Шнепс-Шнеппе - Вентспилская Высшая школа, Латвия (e-mail: Manfredss@venta.lv).

Далее, в статье описываются основные работы Эмануэля Гринберга, следуя этапам его жизненного пути: проектирование радиоприёмников и расчеты радио-фильтров (1949-1959), расчеты обводов танкеров (1962-1964), занятия теорией графов и доказательство теоремы Гринберга (1968), проектирование интегральных схем (1968-1980) и получение Государственной премии Латвийской ССР в 1980 году.

II. Радио-фильтры (1949-1959)

В январе 1947 года Гринберг стал мастером столярного цеха на заводе «Радиотехника», но задержался там не долго и через пару лет стал инженером-математиком, занялся проектированием радио-фильтров. С 1950х годов все радиоприёмники на «Радиотехнике» выпускались по расчетам Гринберга. Это было революционное событие: вместо физического макетирования пришло время выбора лучшего варианта приемника по математическим формулам. Чтобы оценить важность происшедшего, стоит вернуться к истории «Радиотехники» и вспомнить послевоенные годы под властью Сталина.

Легендарный завод «Радиотехника» возник случайно. В немецкое время в Риге образовали филиал германского концерна «Telefunken» и назвали «Geratewerke Riga». Перед отступлением немецкие власти приказали оборудование завода упаковать для эвакуации. И вот руководитель завода Александр Апситис с коллегами взял на себя смертельный риск: загрузить ящики камнями и металлоломом, а станки припрятать. И уже в октябре 1944 года (сразу после взятия Риги Красной армией) завод смог возобновить работу, а Апситис стал первым директором «Радиотехники». Со стороны Москвы посыпались блага и наказания. Прежде всего, разрешили собрать специалистов, которые после призыва в немецкую армию были разбросаны по фильтрационным лагерям. В 1948 году из Москвы за подписью Сталина пришло постановление создать лучший в мире радиоприёмник. Таким стал радиокомбайн «Рига Т-51» (прозвали его еще «Гигантом»), выпустили его малой серией к 70-летию Иосифа Сталина в 1949 году. Содержал он 21 лампу, был слишком дорогим для массового производства. Массовыми стали радиоприёмники "Рига-6" (шестиламповый) и "Рига-10" (десятиламповый), которые рассчитывал Эмануэль Гринберг.

В то время основу радиоприёмника составляли линейные RC-фильтры. Как радиоприёмник работает? Его настраивают на желаемую частоту (выделяют ее, а остальные «глушат»), а затем сигнал «перемещают» в частоту звука (обычно 465 Кгц). Подбор фильтров вручную – дело чрезвычайно трудоемкое. Гринберг это перевел в преобразование формул и расчетах по ним. Конечно, работа была не на пустом месте: владея иностранными языками, он освоил мировой опыт, например, новейшие иностранные и советские работы (см. список литературы диссертации [1]).

Радиокомбайн «Рига Т-51» (1949)

Радиоприёмник "Рига-10" (с 1952 года) – 10-ти ламповый

Коллектив инженеров «Радиотехники» (1950). Эмануэль Гринберг – стоит второй справа

Напомним о чрезвычайно суровой жизни при сталинском режиме. Летом 1952 года многих работников судили за низкое качество работы. Вот характерный пример. В своей автобиографии в 1955 году бывший первый директор «Радиотехники» Александр Апситис пишет: «В декабре 1952 года

Верховный Суд Латвийской ССР присудил мне восемь лет тюрьмы за низкое качество работы на Рижском радиозаводе. В апреле 1953 года амнистировали со снятием судимости». (Амнистия пришла после смерти Сталина.) Другой пример - тюремный срок присудили начальнику технического отдела за то, что капроновый тросик перемещения указателя шкалы иногда соскакивал с колесиков (это случалось из-за растяжения нити при сырости).

Переходим к изложению сути математического моделирования радио-фильтров.

Пример 1. Для введения в сложнейшие задачи радиотехники приводим простой вводный пример разложения реактансной функции линейной схемы в цепную дробь, что изобрел немецкий математик Кауэр (Wilhelm Cauer, 1900 – 1945, погиб при штурме Берлина).

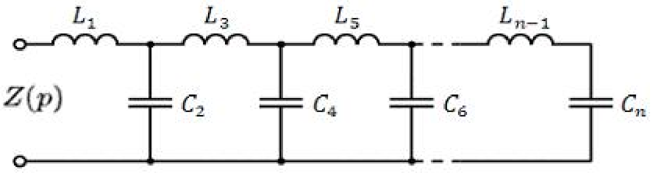

Рис. 1. Электрическая схема линейного двухполюсника (LC-схема)

Полагая, что звенья с нечётными номерами имеют индуктивное сопротивление $Z_i = pL_i$, а звенья с чётными номерами — ёмкостное $Y_k = pC_k$ (рис. 1), получаем выражение в виде цепной дроби

$$Z(p) = pL_1 + \cfrac{1}{pC_2 + \cfrac{1}{pL_3 + \cfrac{1}{pC_4 + \cfrac{1}{pL_5 + \dots}}}}$$

Так как реактансная функция линейного двухполюсника представляет собой дробь, числитель и знаменатель которой являются полиномами от p, преобразование реактансной функции в цепную дробь позволяет немедленно получить физическую реализацию двухполюсника в виде каскадной LC-схемы.

Пример 2. Рассмотрим более сложный пример (из работы Э. Гринберга [3]).

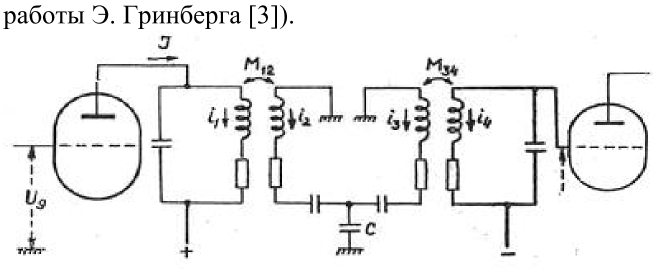

Рис. 2. Четырехконтурный фильтр, включенный между двумя лампами

Через L_k, C_k, r_k обозначим значения индуктивности, емкости и сопротивления потерь k-го контура, через M_{12}, M_{34}, C - значения взаимных индуктивностей и емкости связи. Далее, U_g и U - переменные напряжения на сетках ламп, I и i_k - анодный ток и ток через L_k; $p = j\omega = 2j\pi f$, где f - частота сигнала; ω_k и ω_0 - круговые частоты настройки k-го контура и всего фильтра. Импедансы связи и последовательные импедансы контуров тогда равны соответственно

$$Z_{12} = pM_{12}; \quad Z_{23} = \frac{1}{pC}; \quad Z_{34} = pM_{34}$$

$$Z_k = pL_k + r_k + \frac{1}{pC_k} \quad k = 1;\ 4$$

$$Z_k = pL_k + r_k + \frac{1}{pC_k} + \frac{1}{pC} \quad k = 2;\ 3$$

Уравнения Кирхгофа фильтра можно написать в виде

$$\frac{I}{pC_1} = i_1 Z_1 + i_2 Z_{12}$$

$$0 = i_{k-1} Z_{k-1,\,k} + i_k Z_k + i_{k+1} Z_{k,\,k+1} \quad k = 2;\ 3$$

$$0 = i_3 Z_{34} + i_4 Z_4$$

Скобки Гринберга. В общем случае данная системы линейных уравнений имеют громоздкий вид и для работы с ними Э. Гринберг изобрел специальные математические средства - расширенное произведение или, другими словами, скобки Гринберга (частным случаем их являются скобки Эйлера). Алгоритм расширенного произведения представляет собой общую теорию многоконтурных фильтров и дает возможность решить все вопросы анализа простых схем. Изложим этот раздел по материалам диссертации [1].

Пусть даны две упорядоченные последовательности $a_1, a_2,\dots, a_n$ и $b_1, b_2,\dots, b_{n-1}$. Расширенным произведением от h до k, $1 \le h < k \le n$, обозначаемым символом $\{a_h, a_{h+1},\dots, a_k\}$ будем называть следующую сумму произведений:

первый член суммы равен произведению всех a_i ($i = h, h+1,\dots, k$) в заданном порядке;

остальные члены суммы получаются из первого путем замены всеми возможными способами одной или нескольких пар рядом стоящих множителей $a_s\ a_{s+1}$ на соответствующие b_s с первым индексом пары.

Например:

$\{a_1, a_2, a_3, a_4\} = a_1 a_2 a_3 a_4 + b_1 a_3 a_4 + a_1 b_2 a_4 + a_1 a_2 b_3 + b_1 b_3$

Разбивая все члены расширенного произведения на две совокупности по содержанию или не содержанию члена a_h, мы получаем

$\{h, k\} = a_h \{h+1, k\} + b_h \{h+2, k\}$

Отсюда получаем соотношение для перехода к цепным дробям

$$\frac{\{h, k\}}{\{h+1, k\}} = a_h + \cfrac{b_h}{\cfrac{\{h+1, k\}}{\{h+2, k\}}}$$

Повторно применяя это соотношение, получаем разложение правой части в цепную дробь

$$\frac{\{h, k\}}{\{h+1, k\}} = a_h + \cfrac{b_h}{a_{h+1} + \cfrac{b_{h+1}}{a_{h+2} + \cfrac{\ddots}{\ddots + \cfrac{b_{k-1}}{a_k}}}}$$

Расширенное произведение (скобки Гринберга) является обобщением скобок Эйлера (использованное им в теории чисел), где все $b_h = 1$.

Примеры многоконтурных фильтров. На основе разработанного математического аппарата расширенного произведения Э. Гринбергу удалось рассчитать множество многоконтурных фильтров для радиоприёмников. Приводим графики кривых расчета избирательности фильтров для пяти проектов радиоприёмников (из работы Э. Гринберга [4]). Общие требования: резонансная частота 465 кГц, на уровне 6 дБ ширина полосы 14 кГц, резонансная кривая симметрична.

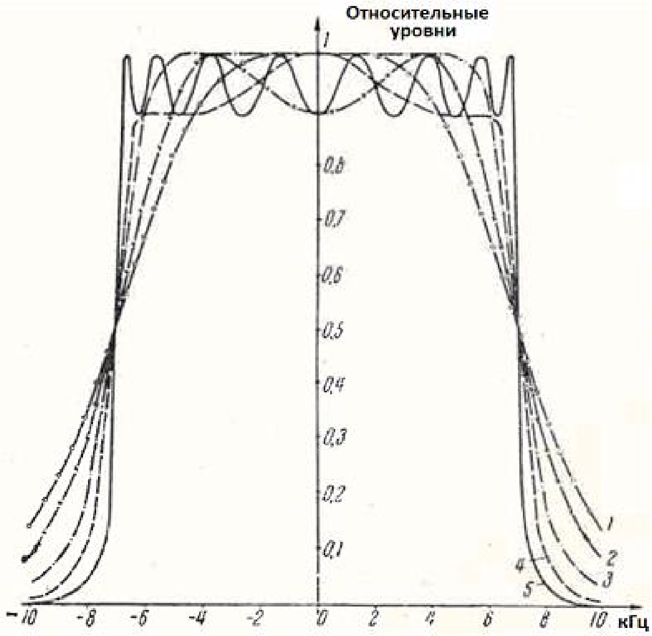

Рис. 3. Контуры избирательности восьмиконтурных цепей для пяти проектов радиоприёмников

На рис. 3 приведены контуры избирательности восьмиконтурных цепей для пяти проектов радиоприёмников:

1) Четыре одинаковых двухконтурных каскада с критической связью; добротность $Q = 38$;

2) Четыре одинаковых двухконтурных каскада, связь выше критической; добротность $Q = 50$;

3) С максимально плоской средней частью; добротность $Qmax = 183$, $Qmin = 35$;

4) Удобная для визуальной настройки приёмника, с центральным выступом 1 дб, добротность $Qmax = 341$, $Qmin = 101$;

5) Соответствует полиному Чебышева, дает максимальную избирательность при заданных общих условиях, добротность $Qmax = 1120$, $Qmin = 222$.

Как видно, значительное улучшение избирательности, даваемое кривыми 3 – 5, требует и резкого повышения добротности применяемых контуров (т.е. увеличивает стоимость, требует более качественной настройки). Но самое интересное связано с проектом № 4 (см. рис. 4); из-за центрального выступа в 1 дБ такой радиоприёмник «не боялся» радиопомех, производимых «глушилками» против вражеских передач. Его запретили производить.

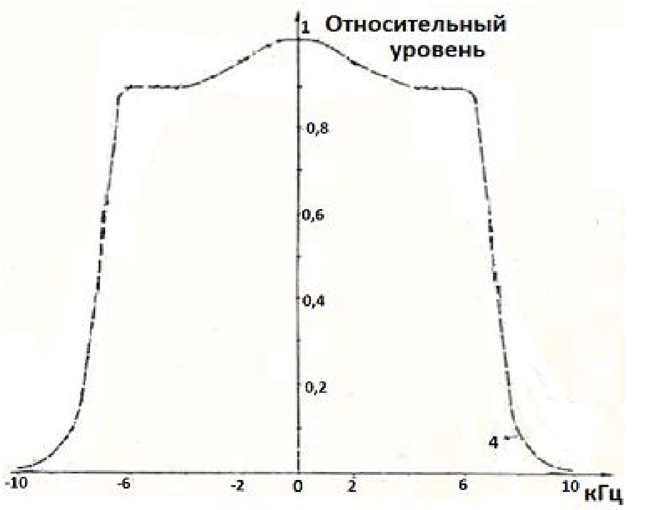

Рис. 4. Радиоприёмник со столь высокой избирательностью власти не разрешили производить

Плодотворнейший этап жизни Э. Гринберга по тематике радиоприёмников завершился защитой им кандидатской диссертации [1] в 1960. Сама диссертация объемом в 276 стр. (оформленная в 1958) представляет собой уникальное исследование, в ней дан обзор и критика 203 работ, в том числе 105 работ на немецком, французском и английском языках, которыми он свободно владел.

III. Строительство танкеров (1962-1964)

Переход Э. Гринберга на работу в Вычислительный центр ЛГУ ознаменовался участием в крупнейшей народно-хозяйственной работе СССР, а именно, в строительстве танкерного флота СССР, точнее, в разработке математической методики расчета обводов корпуса танкеров. По его расчетам в Ленинграде в период 1963-1970 было построено 23 танкера: на Адмиралтейских верфях - 7 и на Балтийском Заводе - 15. (Это были танкеры, другими словами, нефтеналивные суда проекта 1552 - "СОФИЯ", рис. 5). Работа была секретная, и о ней в открытой прессе не сообщалось. Краткое изложение методики расчетов (без ссылок на объекты применения) содержит статья [5]. К счастью, хотя работа и была секретной, обошлось без репрессий. Адмиралы получали государственные награды, а руководителю всей многолетней работы Э. Гринбергу, после посещения одним из адмиралов Латвийского ЦК компартии, выделили двухкомнатную квартиру (до того он ютился с женой в одной комнатке). Такова была жизнь.

В 1962 году в Вычислительном центре Латвийского Государственного университета им. П. Стучки приступили к расчетам кораблей; заказчиком выступал Ленинградский "ЦНИИТС ("Центральный научно-исследовательский институт технологии судостроения").

В чем состояла суть работы? Проектировщики обычно строят модель будущего судна, скажем, длиною в два метра, измеряют его параметры, затем эти числа умножают на 115. Ясно, что по таким неточным данным судно не построить. Вот и месяцами трудились, вырезали из бумаги куски обводки будущего корабля и, прикладывая металлическую рейку к стыкам кусков будущей обводки, пытались их выравнивать. Задача математиков состояла в переводе этой работы на компьютер и выравнивании поверхности будущего корабля – и главное, не на плоскости, а в трехмерном пространстве.

Рис. 5. «Пальмиро Тольяти» - один из 23 танкеров проекта «София» (1965): водоизмещение 62 000 т, длина судна 230 м, ширина 31 м, осадка 10,8 м, скорость хода 32 км/ч.

Дадим описание обводов корпуса судна. Его условно рассекают вертикальными и горизонтальными плоскостями (рис. 6).

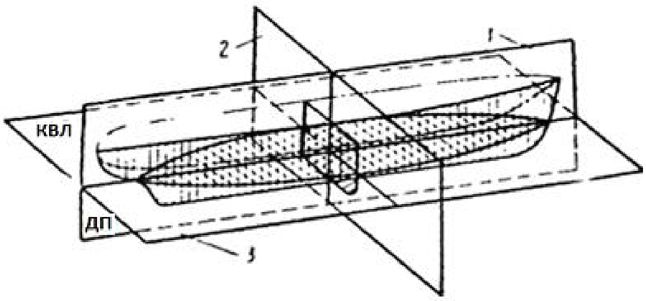

Рис. 6. Основные плоскости проекций теоретического чертежа: 1 — диаметральная плоскость (ДП), 2 — плоскость мидель-шпангоута, 3 — плоскость конструктивной ватерлинии (КВЛ)

Расчетную длину судна делят на несколько, чаще на двадцать, равных частей и в каждом делении рассекают корпус поперечной вертикальной плоскостью, параллельной плоскости мидель-шпангоута. Так как корпус судна в поперечном направлении симметричен, то изображают только одну половину каждой кривой пересечения: оправа от диаметральной плоскости — половины носовых шпангоутов, слева — половины кормовых шпангоутов (рис. 7). Чтобы изобразить продольные обводы корпуса, его рассекают несколькими вертикальными продольными плоскостями, параллельными диаметральной плоскости (ДП). Кривые пересечения — батоксы I, II, III вычерчивают на проекции «Бок». Подобным образом получают проекции «Полуширота» и «Корпус».

И вот на модели судна измеряют координаты всех этих линий в точках пересечения с вертикальными срезами. А задача состоит в том, чтобы задать программу для автоматических станков, которые вырезают куски обводки судна из стальных плит длиною до 20 и более метров, потом еще их изгибают так, чтобы они стыковались с соседними плитами без изломов, и зазоры между плитами не превышали 5 мм (работа невообразимой точности, которую, конечно, вручную и при помощи рейки и на плоскости не решить).

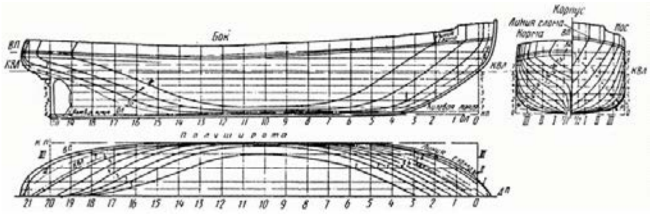

Рис. 7. Теоретический чертеж судна

Исходные данные обводки судна предоставили ленинградские судостроители. Э. Гринберг разработал метод тонкой настройки координат. Для выравнивания данных воспользовались, в частности, полиномом 3-й степени

$y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$

Вычислительная работа, прежде всего, свелась к изучению первых и вторых разностей в серии измерений и устранению грубых ошибок. Затем начались математические расчеты [5]. Первая из математических работ касалась устранения волнистости. Под волнистостью понимаются случаи (рис 8а), когда кривая повторно переходит с одной стороны некоторой прямой на другую, так и «скрытая волнистость», когда на кривой чередуются участки с большой и меньшей кривизной (рис. 8б).

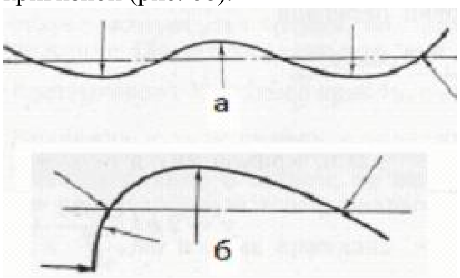

Рис. 8. а) Обычная волнистость кривой: вторая производная меняет знак многократно; б) «скрытая волнистость» кривой

В области стыков плит координаты подбирали так, чтоб значения первых производных равнялись нулю. Приводим один частный пример подбора аппроксимирующих кривых (таких задач по мере расчетов приходилось решать сотнями, что видно из архива Э. Гринберга: материалы расчетов кораблей составляют около 2000 страниц рукописного текста).

Согласно техническому заданию требуется аппроксимировать шпангоуты, ватерлинии и батоксы дугами парабол. В зависимости от угла касательной обвода корпуса, функцию $y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ нужно приближать параболой вида $y = ax^2 + bx + c$ *или* $x = ay^2 + by + c$.

Пример. Рассмотрим случай $y = ax^2 + bx + c$. Составляется система уравнений

$y_1 - y_2 = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D - ax^2 - bx - c = \pm L$ (1)

для точек x_1, x_2, x_3, x_4.

Начальная точка x_1 аппроксимируемого участка известна, далее: $x_2 = x_1 + \sigma$; $x_3 = x_1 + s$, а четвертая точка x_4 определяется из уравнения

$Ax_4^3 + Bx_4^2 + Cx_4 + D - ax_4^2 - bx_4 - c = -L$

Для точек x_2 и x_3 выполняются соотношения:

$[y_1(x_2) - y_2(x_2)]' = 0$

$[y_1(x_3) - y_2(x_3)]' = 0$

Из этой системы уравнений определяется соотношение между σ и s, неизвестные величины a, b, c, а также L, причем a, b, c и L будут содержать параметр s. Из соотношения $L = f(s) = 5$ мм определяется s, а следовательно и все искомые коэффициенты параболы. Из уравнения (1) находим конец аппроксимируемого участка x_4. После всего значение x_4 может корректироваться в зависимости от значения производной (чтобы обеспечивать гладкость поверхности).

Осенью 1964 года на завод были переданы координаты корпуса танкеров серии «София». Началось крупномасштабное строительство советских танкеров. Кроме того, были проведены расчеты пассажирского судна водоизмещением 3200 т [5]. В настоящее время подобные расчеты с выравниванием поверхностей судов относятся к теории сплайнов.

IV. Теорема Гринберга (1968)

Начнем с замечательного криминального сюжета с Шерлоком Холмсом. Речь пойдет о том, как он раскрыл убийство в старинном английском замке (рис. 9), пользуясь теоремой Гринберга[1]. В замке имеется 46 башен, расположенных тремя кругами вокруг центральной башни и имеющей много переходов (диагоналей). В каждой башне живет по одной персоне, и каждый вечер дворецкий обходит их и закрывает на ключ. По условиям работы, он каждую башню посещает всего один раз. Но оказывается, что одно из достопримечательных лиц ночью было убито, а ключи хранятся только у дворецкого. Как это могло случиться?

Приводим рассуждения Шерлока Холмса со ссылкой на теорему Гринберга, доказывая, что дворецкий лжет: одну из башен он должен был посетить дважды. Пусть есть цикл длиною в n граней, по которому можно обойти все башни, посещая их по одному разу (т.е. цикл Гамильтона). Если между башнями провести дополнительно d диагоналей, то число области станет равным $d + 1$, так как сам цикл Гамильтона образует одну область.

Холмс рассказывает Ватсону: «Для каждого целого числа j обозначим f_j - число областей, имеющих j сторон. Тогда получаем уравнение $f_2 + f_3 + \ldots + f_n = d + 1$. А так как каждое из областей f_j имеет j граней, то их общее число равно $2f_2 + 3f_3 + \ldots + nf_n$».

Далее, следует учитывать, что каждая диагональ учитывается дважды, а граны цикла Гамильтона учитываются только однажды. Отсюда следует уравнение

Рис. 9. Английский замок и его схема в виде графа

$2f_2 + 3f_3 + \ldots + nf_n = 2d + n$

Умножая первое уравнение на два и вычитая его из первого, получаем

$f_3 + 2f_4 + 3f_5 + \ldots + (n-2)f_n = n - 2$

Подобными же рассуждениями получает другое уравнение, которое описывает состояние графа вне цикла Гамильтона

$g_3 + 2g_4 + 3g_5 + \ldots + (n-2)g_n = n - 2$

где g_j – число областей вне цикла Гамильтона, имеющих j граней.

В завершении, вычитаем первое уравнение из второго и получаем искомую формулу Гринберга

$(f_3 - g_3) + 2(f_4 - g_4) + 3(f_5 - g_5) + \ldots + (n-2)(f_n - g_n) = 0$

Подставляя данные из карты замка в данную формулу, Холмс обнаружил ложь дворецкого, чем и раскрыл убийство (рис. 10).

[1] Ian Stewart „Murder at Ghastleigh Grange", Scientific American, October 1992, 118-120.

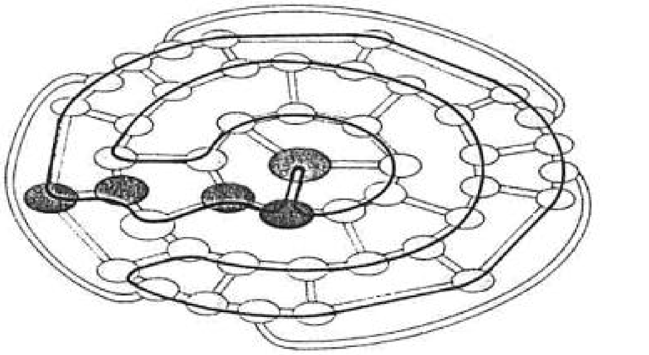

Рис. 10. Холмс приходит к выводу, что дворецкий одну из башен посетил дважды

В общем виде формула Гринберга, доказанная им в 1968 году [6], имеет вид

$$\sum_{k\geq 2}(k-2)(f_k-g_k)=0.$$

Теорема Гринберга — это необходимое условие для планарного графа, чтобы граф содержал гамильтонов цикл. При этом гамильтоновым циклом является такой цикл (замкнутый путь), который проходит через каждую вершину данного графа ровно по одному разу. На рис. 11 дан наиболее известный граф, иллюстрирующий теорему Гринберга.

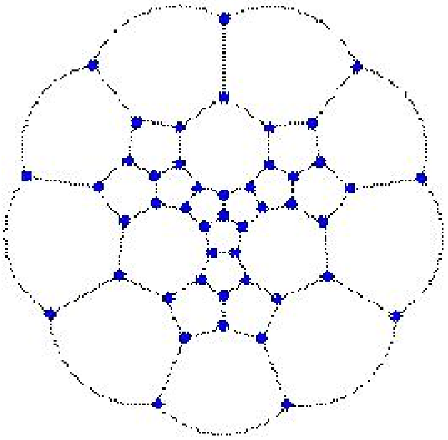

Рис. 11. Граф, негамильтоновость которого можно доказать с помощью теоремы Гринберга

О предыстории. Издавна среди жителей Кёнигсберга была распространена такая загадка (рис 12): как пройти по всем городским мостам (через реку Преголь), не проходя ни по одному из них дважды? Многие пытались решить эту задачу как теоретически, так и практически, во время прогулок. Впрочем, доказать или опровергнуть возможность существования такого маршрута никто не мог.

В 1736 году задача о семи мостах заинтересовала выдающегося математика, члена Петербургской академии наук Леонарда Эйлера, Эйлер приводит правило, пользуясь которым, легко определить, можно ли пройти по всем мостам, не проходя дважды ни по одному из них. Позднее на эту тему Эйлер публикует статью в научном журнале Петербургской академии наук.

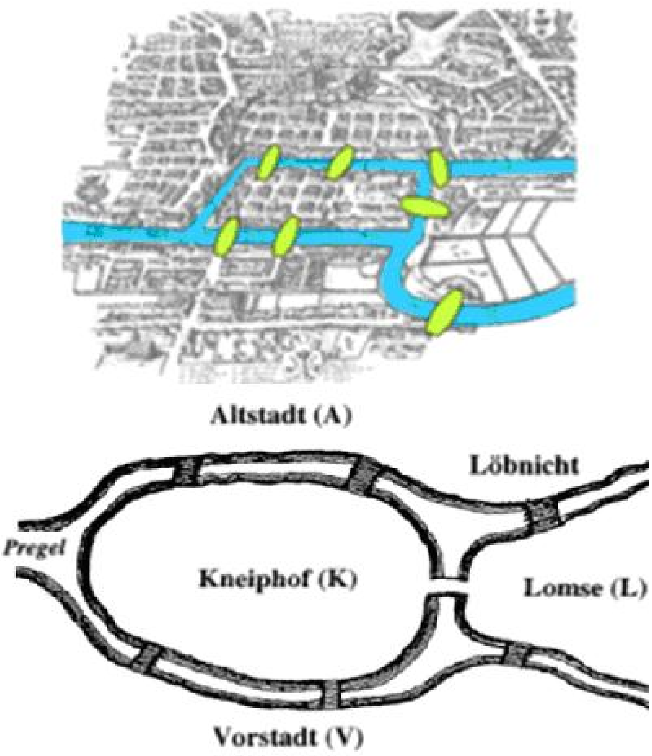

Рис. 12. Семь мостов Кёнигсберга: карта города и рисунок Эйлера 1736 года

Формулу Гринберга можно считать простым следствием формулы Эйлера. 1752 году Эйлер опубликовал формулу, связывающую между собой количество граней трёхмерного многогранника. В оригинальной работе формула приводится в виде

$S + H = A + 2,$

где S — количество вершин, H — количество граней, A — количество рёбер.

Ранее эта формула встречается в рукописях Рене Декарта (1596 — 1650). В 1812 году Симон Люилье распространил эту формулу на многогранники с «дырками» (например, на тела наподобие рамы картины). В работе Люилье в правую часть формулы Эйлера добавлено слагаемое ($-\ 2g$), где g — количество дырок («род поверхности»). Проверка для картинной рамы: 16 граней, 16 вершин, 32 ребра, 1 дырка: 16 + 16 = 32 + 2 – 2x1.

В 1899 году Пуанкаре обобщил эту формулу на случай N-мерного многогранника:

$$\sum_{i=0}^{N-1}(-1)^i A_i = 1+(-1)^{N-1},$$

где A_i — количество i-мерных граней N-мерного многогранника.

Гамильтоновы путь, цикл и граф названы в честь ирландского математика и астронома У. Гамильтона (1805—1865), который впервые определил эти классы, исследовав задачу «Кругосветного путешествия» по додекаэдру. В этой задаче вершины додекаэдра символизировали известные города, такие как Брюссель, Амстердам, Эдинбург, Пекин и др., а рёбра -

соединяющие их дороги. Путешествующий должен пройти «вокруг света», найдя путь, который проходит через все вершины ровно один раз (рис. 13).

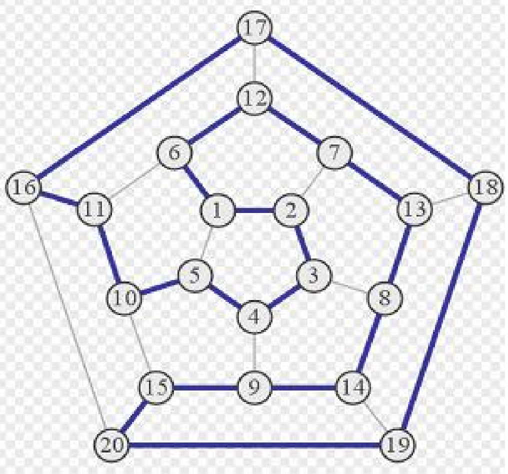

Рис. 13. Гамильтонова линия для додекаэдра, предложенная Гамильтоном для замены его игры «Вокруг света» на додекаэдре на задачу о мостах Кёнигсберга

Теорема Гринберга послужила множеству исследований по теории графов в мире, что рассмотрено в [7].

V. Микросхемы: Государственная премия Латвийской ССР (1980)

Последний период своей жизни – 1968 – 1980 – Эмануэль Гринберг много занимался чрезвычайно сложной задачей проектирования микросхем (интегральных схем): наступила эра полупроводников. Работа началась в 1968 с договора с Физическим институтом имени П. Н.Лебедева АН СССР под названием «Разработка методов, алгоритмов и программ для автоматизированного составления математических моделей электронных логических схем». Затем эта работа переросла в сотрудничество с НИИ Микроприбор (Рига), который с 1971 стал частью производственно-технического объединения "АЛЬФА".

В 1974 был завершен программный комплекс АСАМС-Ф анализа моделей интегральных схем [8], сам комплекс АСАМС-Ф подробно описан в трех томах [9]. Основой послужила модель Линвилла [10], в ней полупроводник делится на секции, каждая из которых расположена либо в *p*-, либо в *n*-области и выделяются области *p – n* переходов. Кроме того, в комплексе АСАМС-Ф используются стандартные (библиотечные) модели диодов и транзисторов. На рис. 14 приведен самый общий случай модели Линвилла для двух соседних секций *a* и *b*, принадлежащих *n*-области. Внутрисекционные явления представлены двухполюсниками K_a, K_b, S_a, S_b, соединяющими узлы шин дырок и электронов.

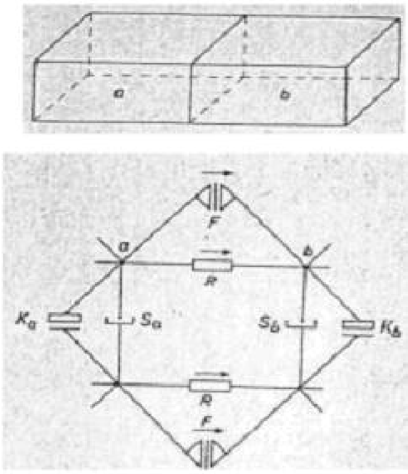

Рис. 14. Общая модель Линвилла

На рис. 15 приведена одна из моделей Линвилла для области *p – n* перехода в случае, когда ток через переход имеет только поток электродов. Двухполюсники *JN, RI и CJ*, связывающие узлы *a* и *b* соответственно из *p*- и *n*-областей, описывают работу перехода при приложении к нему внешнего напряжения.

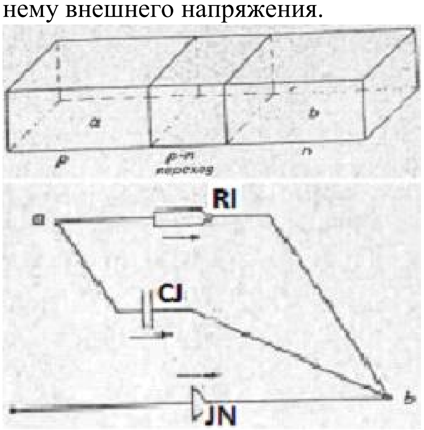

Рис. 15. Модель Линвилла для области p – n перехода

Через три года – в 1977 - был создан новый программный комплекс КОМПРОМИС [11]. Комплекс КОМПРОМИС подробно описан в трех томах [12]. Для математического описания транзисторов и диодов в системе КОМПРОМИС используется модель Эберса-Молла [13][2]. Модель *n-p-n* транзистора представлена на рис. 16. Элементами модели являются R_C, R_B, R_E – омические сопротивления коллектора, базы и эмиттера соответственно; CJ_E, CJ_C - нелинейные емкости; DI_E, DI_C - элементы эмиттерной и коллекторной секций; IK_E, IK_C - генераторы инверсного и прямого токов.

[2] В 1954 году Дж.Д.Эберс и Дж.Л.Молл (сотрудники Bell Labs) предложили простую и удобную математическую модель биполярного транзистора. В 1971 году международный институт IEEE учредил ежегодную премию Эберса, присуждаемую «за выдающийся инженерный вклад в области электронных приборов».

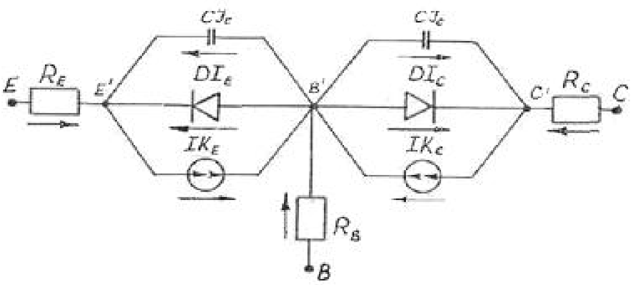

Рис. 16. Модель Эберса- Молла *n-p-n* транзистора

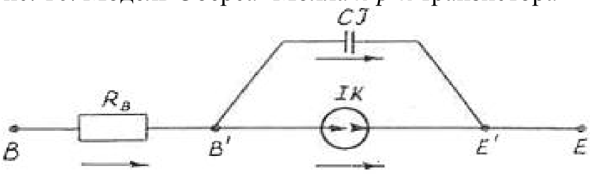

Рис. 17. Модель Эберса- Молла: модель диода

Особенностью модели диода (рис. 17) является то, что параметры элементов *IK* и *DI* выбираются в зависимости от напряжения uB_E или uB_C.

Разработчики модели отмечают, что в приведенной модели учитывается зависимость коэффициентов усиления от режима работы, напряжений на переходе и от тока базы. Недостатком модели является большое количество параметров: на один транзистор требуется от 26 до 82 параметров исходной информации. Важным достижением разработчиков было уменьшение числа параметров в модели микросхемы, стараясь при этом сохранить точность расчетов.

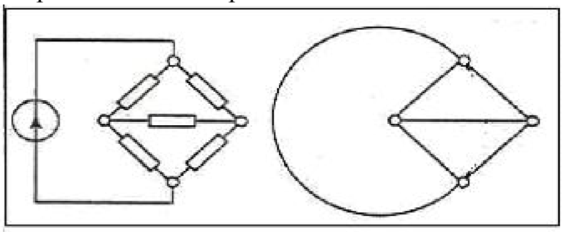

Рис. 18. Простейшая схема электрической цепи и ее граф

В моделировании интегральных схем значительную часть работы составляли задачи размещения элементов на слоях схемы (имелось до 12 слоев), что сводилось к сложным задачам теории графов (рис. 18).

В 1980 «За разработку и внедрение математического и программного обеспечения автоматизации проектирования интегральных схем» коллективу авторов была присуждена Государственная премия Латвийской ССР. В числе награжденных были: пять сотрудников Рижского НИИ «Микроприбор» и шесть сотрудников Вычислительного центра Латвийского Государственного университета им. П. Стучки. Среди награжденных был и Эмануэль Гринберг.

Постановлением Центрального Комитета КП Латвии и Совета Министров Латвийской ССР от 1 июля 1980 года

присуждена

ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПРЕМИЯ ЛАТВИЙСКОЙ ССР

АНДЕРСОНСУ ИВАРУ ФРИДРИХОВИЧУ, КОВАЛЕВСКОМУ АНТОНУ СТАНИСЛАВОВИЧУ, МАМОНТОВУ ВЯЧЕСЛАВУ ВИКТОРОВИЧУ, РОЖУКАЛНСУ ПАВЛУ ПАВЛОВИЧУ, СОКОЛОВУ ВИКТОРУ НИКОЛАЕВИЧУ, ВАНАГСУ АЛБЕРТУ АЛЕКСОВИЧУ, ГРИНБЕРГУ ЭМАНУЭЛУ ЯНОВИЧУ, ЗАВОРИНУ АЛЕКСАНДРУ НИКОЛАЕВИЧУ, ДАМБИТУ ЯНУ ЯНОВИЧУ, КАЦНЕЛЬСОНУ ЛЬВУ ЗАЛМОНОВИЧУ, ОЗОЛИНЮ ИНЕСИСУ ЭРНЕСТОВИЧУ, ПОХВАЛИНОЙ ЛАРИСЕ СЕРГЕЕВНЕ — за разработку и внедрение математического и программного обеспечения для автоматизации проектирования интегральных схем.

Диплом выдан ГРИНБЕРГУ ЭМАНУЭЛУ ЯНОВИЧУ, старшему научному сотруднику Вычислительного центра Латвийского государственного университета им. П. Стучки,

№ 80-5-644

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ КОМИТЕТА ПО ГОСУДАРСТВЕННЫМ ПРЕМИЯМ ЛАТВИЙСКОЙ ССР В ОБЛАСТИ НАУКИ И ПРОИЗВОДСТВА ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ ЛАТВИЙСКОЙ ССР

СЕКРЕТАРЬ КОМИТЕТА

И в заключение. Так уж жизнью было предрешено, что это была высшая государственная награда Эмануэля Гринберга за его 35-летний плодотворнейший труд на советскую промышленность. Благо, имя его сохранилось в истории математики – в теории графов – изящным результатом, который называется теоремой Гринберга.

Эмануэль Гринберг (1979)

БИБЛИОГРАФИЯ

[1] Э.Я. Гринберг «О проблемах анализа и синтеза простых линейных схем». Диссертация на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук. Рига, 1958, с. 276.

[2] Э.Я. Гринберг «О проблемах анализа и синтеза простых линейных схем». Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук. Ленинград, 1959, с. 9.

[3] Э.Я. Гринберг «Об анализе и синтезе простых многоконтурных фильтров». – Изв. АН ЛатвССР, 1957, № 1, с. 149–159.
[4] Э.Я. Гринберг "Формулы для анализа и синтеза простых многоконтурных фильтров". В кн.: Сб. тр. НТОРиЭ им. Ф. С. Попова. М., 1958, с. 50—57.
[5] Э.А. Шелковникова, Г.А. Антонов, А.А. Ванаг, Э.Я. Гринберг, Л.З. Кацнельсон «Аналитическое согласование обводов корпуса судна». – Тр. ЦНИИТС, 1964, вып. 52, с. 3–40.
[6] Э.Я. Гринберг «О плоских однородных графах степени три без гамильтоновых циклов». Латв. мат.ежегодник, 1968, вып. 4, с. 51—58
[7] Grinberg Graphs http://mathworld.wolfram.com/GrinbergGraphs.html
[8] Э.Я. Гринберг (и 10 соавторов) «Система анализа электронных схем и линий связи». Латв. мат. ежегодник, 1974, вып. 14, с. 22—35
[9] Автоматизированная система анализа моделей схем на языке Фортран (АСАМС-Ф). Ч. 1. Общее описание и инструкция по использованию. с. 172. Ч. 2. Описание алгоритмов и программ. с. 184. Ч. 3. Общая структура и программы. с. 172, Латвийский Государственный университет им. П. Стучки, Рига, 1972, 12 соавторов.
[10] Linvill, J.G., "Lumped Models of Transistors and Diodes," Proc. IRE, 46, p. 1141, (June, 1958).
[11] Э.Я. Гринберг, Л. З.Кацнельсон, А. А. Ванагс, А.А. Зилите, И. Э. Озолинь, Е. С. Кельман, Л.С. Похвалина «Моделирование интегральных схем на ЭВМ». Латв. мат. ежегодник, 1977, вып. 21, с. 136—151.
[12] Математическое и программное обеспечение для автоматизации проектирования электронных схем. Учебное пособие (в 3х частях). Латвийский Государственный университет им. П. Стучки, Рига. 1982-1984.
[13] Ebers, J. J. and Moll, J. L. "Large-signal behavior of junction transistors" — Proceedings of the Institute of Radio Engineers. — 1954. — Vol. 42, № 12. — P. 1761–72.

.

Emanuel Grinberg - outstanding achievements in applied mathematics: radio filters, hulls of tankers, graphs and integrated circuits

Manfred Sneps-Sneppe

Abstract— **The paper is dedicated to the 50th anniversary of the Grinberg theorem. The main works of Emanuel Grinberg (1911-1982) in applied mathematics are described, following the stages of his life path, namely: the design of radio receivers and the calculation of radio filters (1949-1959), hull of tanker calculations (1962-1964), the study of graph theory and the proof of the Grinberg theorem (1968), designing of integrated circuits (1968-1980).**

Calculations of radio filters are associated with the expansion of the use of continued fractions for the analysis of linear electric circuits (the Kauer model) and the developing of new tools – the Grinberg brackets (as an extension of the Euler brackets), as well as the application of Chebyshev polynomials. Calculations of tanker hulls go back to the beginning of the theory of splines. The Grinberg theorem is a fundamental result of graph theory: it determines the necessary condition for a planar graph to contain the Hamiltonian cycle, that is, a closed path that passes through each vertex of a given graph exactly once. The Grinberg theorem is a generalization of Euler's problem (1736) about the seven bridges of Koenigsberg. The design of integrated circuits develops the Linvill model for semiconductors and the Ebers-Moll model for mathematical description of transistors and diodes.

Keywords— **Emanuel Grinberg; radio-filter; continued fractions; Cauer model; Euler brackets; Chebyshev polynomials; tanker; theory of splines; graph theory; Grinberg theorem; integrated circuit; Linvill model; the Ebers-Moll model.**