ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ ПОЛИМЕРОВ
АКАДЕМИИ НАУК ЛАТВИЙСКОЙ ССР

На правах рукописи

Чате Андрис Константинович

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАТИВНОСТИ КОМПОЗИТОВ И УСТОЙЧИВОСТИ РЕБРИСТЫХ ОБОЛОЧЕК ИЗ НИХ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

01.02.04 — Механика деформируемого твердого тела

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

РИГА — 1981

Работа выполнена в Институте механики полимеров Академии наук Латвийской ССР.

Научный руководитель: кандидат технических наук,
старший научный сотрудник
РИКАРДС Р. Б.

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор РАССКАЗОВ А. О.,
кандидат физико-математических наук
ГОНЦА В. Ф.

Ведущая организация: Научно-исследовательский институт механики при Горьковском государственном университете.

Защита состоится «25» декабря 1981 г. в 10^{00} часов на заседании специализированного совета Д 010.08.01 при Институте механики полимеров АН Латв.ССР по адресу: г. Рига, 226006, ул. Айзкрауклес, 23.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики полимеров АН Латв. ССР.

Автореферат разослан «24» ноября 1981 г.

Ученый секретарь
специализированного совета,
кандидат технических наук ЗИНЧЕНКО В. Ф.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Тонкостенные гладкие и подкрепленные слоистые оболочки из композитного материала получили широкое применение в различных областях техники. Развитие сверхзвуковой авиации, машиностроения и приборостроения, ракетной техники и ряда других отраслей, где используются данные конструкции, вызвало необходимость проведения научных исследований поведения оболочек при различных воздействиях. Во многих практически важных задачах возникает проблема создания конструкций наименьшего веса при ограничениях на прочность, на устойчивость и при других физических ограничениях. При этом необходимо проводить расчет конструкций переменной жесткости с изменяющейся геометрией и с переменными параметрами структуры. Для многослойных оболочек из композитных материалов немаловажным является также вопрос об эффективном методе определения деформативных характеристик материала, исходя из свойств волокон и матрицы в зависимости от вида упаковки. Среди большого числа работ, посвященных исследованию слоистых анизотропных ребристых оболочек, сравнительно мало работ, в которых исследование многослойных оболочек выполнено с учетом дискретного размещения ребер. Кроме того, все эти работы посвящены расчету оболочек с продольно-поперечными ребрами. Практически отсутствуют решения, учитывающие дискретный характер размещения спирально-винтовой системы ребер. Поэтому необходимость создания универсальных методов, алгоритмов и программ решения таких задач является важной и актуальной проблемой.

Цели и задачи работы - разработать на основе метода конечных элементов и метода суперэлементов методику решения задач определения деформативности композитных материалов и устойчивости ребристых оболочек из них, включая определение деформативных характеристик материала, исходя из свойств компонент, определение полей микронапряжений в компонентах и, на основе разработанного подхода создать комплекс программ для решения указанного класса задач.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгим исследованием сходимости используемых методов, сравнением части результатов с экспериментальными данными и с некоторыми известными решениями (где такое сопоставление возможно).

Научная новизна. Разработан единый подход, основанный на применении метода конечных элементов, для определения начальной поверхности разрушения и деформативных характеристик композитных материалов с линейно и нелинейно-упругой матрицей и изотропными или анизотропными волокнами. На основе конечноэлементной дискретизации впервые разработана методика решения задач устойчивости и определения частот собственных колебаний цилиндрических оболочек из композитных материалов со спирально-винтовой системой ребер. Для решения данных задач предложен новый полностью согласованный изопараметрический треугольный конечный элемент произвольных непологих многослойных оболочек, учитывающий деформации поперечного сдвига и обжатие нормали.

На основе разработанной методики решен ряд задач, в частности, определены деформативные характеристики и начальные поверхности разрушения композитных материалов, определены критические нагрузки и частоты собственных колебаний цилиндрических оболочек со спирально винтовой системой ребер, проведена весовая оптимизация рассмотренных оболочек при ограничении на низшую частоту собственных колебаний.

Практическая ценность работы заключается в разработке методов и реализации на ЭВМ комплекса программ, предназначенных для решения широкого класса задач расчета оболочечных конструкций из композитов и решении на основе разработанных методов и комплекса программ ряда практических задач.

Апробация работы. Результаты исследований, изложенные в диссертации, докладывались на IУ Всесоюзной школе по механике деформируемого твердого тела (Куйбышев, 1977), УII Всесоюзной конференции по теории прочности и пластичности (Горький, 1978), IУ Всесоюзной школе - семинаре "Метод конечных элементов в прикладной математике" (Львов, 1979), XII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (Ереван, 1980), I, II, III конференциях молодых ученых и специалистов по механике композитных материалов (Рига, 1977, 1979, 1981), У Всесоюзной школе по методу конечных элементов в механике твердого деформируемого тела (Рига, 1981).

Публикации. Основные результаты исследований по теме диссертации опубликованы в 11 работах автора.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, выводов, приложений и содержит 155 страниц, в том числе 32 иллюстрации и библиографический список, включающий 113 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан обзор литературы по рассмотренным в диссертации проблемам, показана актуальность и важность исследуемых вопросов, сформулированы цели и задачи диссертации.

В работе отмечается, что существуют два подхода к исследованию композитных материалов. Первый подход основан на рассмотрении композита как макрооднородного анизотропного материала. При этом, например, для описания прочности применяются феноменологические теории прочности анизотропных материалов. Данный подход развит в работах А.К.Малмейстера, И.И.Гольденблата, Э.М.Ву, С.Цая и других. Другое направление представляет собой так называемый микромеханический или структурный подход. Он развит в работах Д.Адамса, Т.Лина, С.Т.Милейко и др. Однако исследований разрушения при сложном напряженном состоянии, основанных на микромеханическом подходе, крайне мало.

Исследованию вопросов теории оболочек посвящены работы С.А.Амбарцумяна, В.В.Болотина, Г.А.Ванина, А.С.Вольмира, К.З. Галимова, А.Л.Гольденвейзера, Э.И.Григолюка, В.В.Новожилова, С.П.Тимошенко. Значительный вклад в теорию ребристых оболочек внесли В.З.Власов, Э.И.Григолюк, А.И.Лурье и др., но практически отсутствуют решения, учитывающие дискретный характер размещения спирально-винтовой системы ребер. Одним из эффективных методов решения таких задач является метод конечных элементов (МКЭ). МКЭ успешно применяется и для расчета комструкций из композитных материалов. Основополагающие исследования по теории и применению МКЭ содержат работы Дж.Аргириса, О.Зенкевича, Дж.Одена, В.А.Постнова, И.А.Розина и др. исследователей. Однако ряд вопросов, относящихся к расчету оболочек из композитных материалов, в настоящее время не разработан. Это, в первую очередь, относится к построению полностью согласованных конечных элементов с учетом поперечных сдвигов, что является важным фактором при расчете оболочек из композитных материалов.

Первая глава посвящена анализу механических свойств композитных материалов с использованием микромеханического подхода. На основе метода конечных элементов разработана методика определения поля микронапряжений в однонаправленно и пространственно ортогонально армированном композите при сложном напряженном состоянии. На основе данной методики определены начальные поверхности разрушения однонаправленно армированного композита с упругой и нелинейно-упругой матрицей и пространственно ортогонально армированного композита с упругой матрицей. При этом используются условия прочности отдельно для волокон и матрицы. Полученные теоретические значения начальной поверхности разрушения сопоставлялись с экспериментальными данными. На рис. Iа,б показаны экспериментальные предельные поверхности прочности (кривая I), экспериментальные поверхности начального разру-

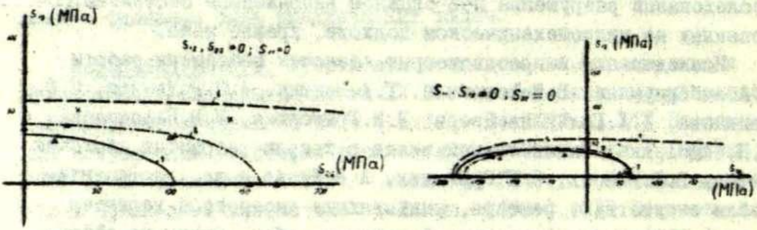

Рис. Iа,б

шения (кривая 2), полученные методом механолюминесценции, и теоретические поверхности начального разрушения (кривая 3), полученные из решения задачи методом конечных элементов, для сечений $S_{11} \sim S_{22}$ и $S_{11} \sim S_{44}$. Результаты получены для стеклоэпоксидного композита, армированного ортогонально в двух направлениях с соотношением числа волокон в каждом направлении соответственно I : 2 и коэффициентом армирования μ = 0,6. Необходимо отметить хорошее совпадение экспериментальных и теоретических результатов. На рис.2 изображены поверхности предела пропорциональности (кривая I), а также начальной поверхности прочности по линейно-упругому анализу (кривая 2) и по нелинейно-упругому анализу (кривая 3) для однонаправленно армированного композита (ось 3 совпадает с направлением волокон).Кружками отмечены экспериментальные значения прочности композита. Видно, что при напряженных состояниях двухосного сжатия учет нелинейности заметно изменяет поверхность прочности. Величину нелинейно-упругого деформирования полимерной матрицы характеризует расстояние между поверхностью предела пропорциональности и поверхностью прочности. При растягивающих напряжениях обе поверхности совпадают, т.е. имеем хрупкое разрушение, и анализ микронапряженного состояния можно провести на основе линейно-упругого решения. В то же время при сжимающих напряжениях поверхность прочности, полученная из неупругого анализа, значительно отличается от поверхности, полученной из линейно-упругого анализа.

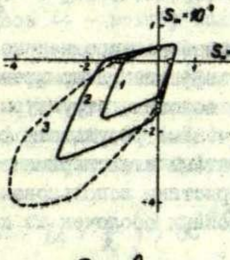

Рис. 2

Используя полученные поля микронапряжений, определяем упругие характеристики однонаправленно и пространственно ортогонально армированных композитов с анизотропными волокнами. Деформативные характеристики композита определялись путем энергетического усреднения. Приравнивая энергию деформации U^* композита, рассматриваемого как неоднородное тело, к энергии деформации U композита, рассматриваемого как макрооднородное тело $U^* = U$, получаем систему уравнений для определения усредненных жесткостей композита

$$U^* = \frac{1}{2}\int_V \sigma_{ij}\,\varepsilon_{ij}\,dV\,;$$

$$U = \frac{1}{2}\int_V S_{ij}\,E_{ij}\,dV = \frac{1}{2}\int_V A_{ijkl}\,E_{kl}\,E_{ij}\,dV, \qquad (i,j,k,l = 1,2,3) \tag{I}$$

где σ_{ij}, ε_{ij} - микронапряжения и микродеформации в характерном объеме, полученные из решения краевой задачи методом конечных элементов, S_{ij} - напряжения, усредненные по объему композита, E_{ij} - соответствующие заданные макродеформации, A_{ijkl} - усредненная жесткость композита.

В данной главе исследовано также влияние на усредненные деформативные характеристики композита коэффициента армирования, степени анизотропии упругих свойств волокон, структуры, упаковки волокон и других факторов. Полученные результаты сопоставлены с другими имеющимися результатами и экспериментальными данными. Полученные упругие характеристики использованы в последующих главах при расчете многослойных оболочек из композитного материала.

Во второй главе предложен полностью согласованный изопараметрический треугольный конечный элемент для расчета произвольных непологих многослойных оболочек из композитного материала с учетом поперечных сдвигов и обжатия нормали по модели С.П.Тимошенко. Матрица жесткости элемента получена из принципа минимума потенциальной энергии оболочки.

Расположим на срединной поверхности оболочки систему криволинейных нормальных координат $\{x^\alpha\,;\,x^3\}$ с координатным базисом $\{\vec{a}_\alpha\,;\,\vec{a}_3\}$ так, чтобы базисный вектор $\vec{a}_3$ был направлен в сторону внешней нормали поверхности. Энергию деформации элемента оболочки, рассматриваемого как трехмерное тело, характеризует следующий функционал:

$$U = \frac{1}{2}\int\limits_V \sigma^{ij} e_{ij}\, dV = \frac{1}{2}\int\limits_V A^{ijkl} e_{kl}\, e_{ij}\, dV \qquad (2)$$
$$(i, j, k, l = 1,2,3).$$

Здесь σ^{ij} - компоненты тензора напряжений, e_{ij} - компоненты тензора деформаций, A^{ijkl} - компоненты тензора жесткости материала оболочки. Далее принимается, что оболочка по толщине имеет многослойную структуру с кусочно-постоянной жесткостью и что перемещения $\vec{u}$ по толщине оболочки распределяются согласно гипотезе Тимошенко:

$$\vec{u} = \vec{v} + x^3 \vec{\gamma}. \qquad (3)$$

Здесь $\vec{u}$ - вектор полных перемещений, $\vec{v} = v^\alpha \vec{a}_\alpha + w \vec{a}_3$ - вектор перемещений срединной поверхности, $\vec{\gamma} = \gamma^\alpha \vec{a}_\alpha + \gamma \vec{a}_3$ - вектор поворота нормального элемента.

Используя гипотезу (3) и соотношения Коши для полных деформаций, из (2) после интегрирования по толщине оболочки получаем следующий функционал:

$$U = \frac{1}{2}\int\limits_F \Big\{ a^{\alpha\beta\gamma\delta}\Omega_{\alpha\beta}\Omega_{\gamma\delta} + B^{\alpha\beta\gamma\delta}\big(\Omega_{\alpha\beta}\chi_{\gamma\delta} + \chi_{\alpha\beta}\Omega_{\gamma\delta}\big) + D^{\alpha\beta\gamma\delta}\chi_{\alpha\beta}\chi_{\gamma\delta} + 4a^{\alpha3\beta3}\gamma_{\alpha3}\gamma_{\beta3} + a^{3333}(\gamma_{33})^2 + a^{\alpha\alpha33}\Omega_{\alpha\alpha}\gamma_{33} + B^{\alpha\alpha33}\chi_{\alpha\alpha}\gamma_{33}\Big\}\, dF. \qquad (4)$$
$$(\alpha, \beta, \gamma, \delta = 1,2)$$

Здесь a, B, D - компоненты тензоров мембранной, мембранно-изгибной и изгибной жесткостей, которые известным образом выражаются через координаты слоев и их жесткости, а компоненты тензора деформаций срединной поверхности $\Omega_{\alpha\beta}$, тензора искривлений $\chi_{\alpha\beta}$, вектора поперечного сдвига $\gamma_{\alpha 3}$ и обжатие нормали γ_{33} выражаются через обобщенные перемещения следующим образом:

$$\Omega_{\alpha\beta} = \Omega^{(1)}_{\alpha\beta} + \Omega^{(2)}_{\alpha\beta} \quad ; \gamma_{\alpha 3} = \gamma^{(1)}_{\alpha 3} + \gamma^{(2)}_{\alpha 3} \quad ;$$

$$\Omega^{(1)}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_{\alpha\beta} + \varepsilon_{\beta\alpha}\right) \quad ; 2\gamma^{(1)}_{\alpha 3} = \gamma_\alpha + \psi_\alpha \quad ; \qquad (5)$$

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = v_{\alpha\|\beta} - b_{\alpha\beta}\, w \quad ; \psi_\alpha = w_{,\alpha} + b^{\gamma}_{\alpha} v_\gamma \; ;$$

$$\chi_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\gamma_{\alpha\|\beta} + \gamma_{\beta\|\alpha}\right) \quad ; \gamma_{33} = \gamma \quad ;$$

$$\Omega^{(2)}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} a^{\mu\lambda} \varepsilon_{\alpha\mu} \varepsilon_{\beta\lambda} + \frac{1}{2} \psi_\alpha \psi_\beta \quad ;$$

$$2\gamma^{(2)}_{\alpha 3} = \gamma^{\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}$$

Здесь $a_{\alpha\beta}$ и $b_{\alpha\beta}$ - компоненты первого и второго тензоров срединной поверхности; знак параллельности означает ковариантное дифференцирование в метрике срединной поверхности оболочки.

При решении задачи устойчивости необходима также матрица геометрической жесткости. Для этого получена энергия деформации в начальном послекритическом состоянии (состояние b). Принимается, что внешние нагрузки меняются пропорционально одному параметру λ и что при некотором значении этого параметра λ_1 происходит переход от докритического состояния равновесия (состояние a) к начальному послекритическому состоянию (состояние b). Представив перемещения в начальном послекритическом состоянии $\vec{u}(b)$ как сумму докритических $\vec{u}(a)$ и возмущенных перемещений $\vec{u}$, используя соотношения (5), получаем энергию деформации в начальном послекритическом состоянии, инкрементальная часть которой выражается в виде:

$$U^c = \frac{1}{2}\int\limits_F \Big\{ a^{\alpha\beta\gamma\delta}\, 2\Omega^{(a)}_{\alpha\beta}\,\Omega^{(2)}_{\gamma\delta} + 2B^{\alpha\beta\gamma\delta}\,\chi^{(a)}_{\alpha\beta}\,\Omega^{(2)}_{\gamma\delta} + 4a^{\alpha3\beta3}\big(\gamma^{(2)}_{\alpha3}\gamma^{(a)}_{\beta3} + \gamma^{(a)}_{\alpha3}\gamma^{(2)}_{\beta3}\big) + 2a^{\alpha\alpha33}\,\Omega^{(2)}_{\alpha\alpha}\,\gamma^{(a)}_{33} \Big\}\, dF. \qquad (6)$$

$$(\alpha,\beta,\gamma,\delta = 1,2)$$

Здесь $\Omega^{(a)}_{\alpha\beta}$, $\chi^{(a)}_{\alpha\beta}$, $\gamma^{(a)}_{\alpha3}$, $\gamma^{(a)}_{33}$ - докритические деформации.

Функционал кинетической энергии оболочки в теории типа Тимошенко имеет вид:

$$T = \frac{1}{2}\int\limits_F \rho h \Big\{ \dot v_\alpha \dot v^\alpha + \dot w \dot w + \frac{h^2}{12}\dot\gamma_\alpha \dot\gamma^\alpha + \frac{h^2}{12}\dot\gamma\dot\gamma \Big\}\, dF. \qquad (7)$$

Здесь ρ - плотность материала, h - толщина оболочки. Минимизация функционалов (4), (6), (7) проводится их дискретизацией методом конечных элементов в форме метода Ритца. Наиболее подходящим элементом для расчета произвольных оболочек является искривленный треугольник (рис.3). Чтобы конечные элементы были универсальными и пригодными для любой криволинейной системы координат, выбираем их в виде изопараметрических элементов второго порядка (SHELL2) или третьего порядка (SHELL3). Минимизируя соответствующие функционалы, где перемещения выражены через узловые перемещения элемента и функции формы, получены матрицы жесткости,инкрементальной жесткости и масс конечного элемента. Далее на численных примерах исследованы свойства сходимости предложенного элемента.

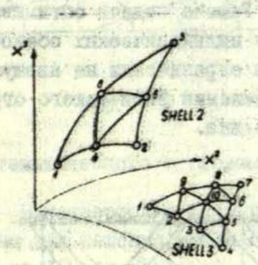

Рис.3

В третьей главе предложена методика расчета цилиндрических оболочек со спирально-винтовой системой ребер (рис.4). Для этой цели применяется метод суперэлементов. Вначале из конечных элементов обшивки и ребер (элементы SHELL2) формируются суперэлементы первого уровня SUPSKIN1A для обшивки оболочки и SUPRIB1A для ребер оболочки (рис.5). Из данных суперэлементов формируются суперэлементы следующего уровня SUP1A (рис.6), из которых формируются соответственно суперэлементы SUP2 (рис.6). Элемент SUP2 является базисным элементом, из которого формируется матрица жесткости конструкций. В данной главе приведены примеры расчета оболочки на устойчивость при внешнем давлении, на которых показана эффективность использования спирально-винтовых подкреплений. Решена задача оптимизации по весу цилиндрических оболочек со спирально винтовой системой ребер при ограничении на низшую частоту собственных колебаний. При определении физического ограничения использована вышеизложенная методика.

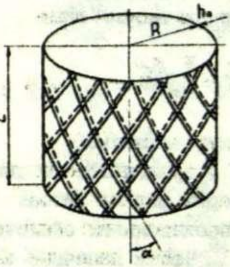

Рис.4

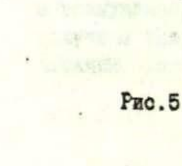

Рис.5

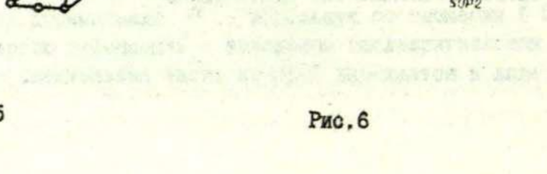

Рис.6

Для поиска оптимального решения применен подход, который основан на методике информативного планирования эксперимента. Суть подхода заключается в следующем. В выбранной области поиска по определенной методике выбираются точки, в которых методом суперэлементов вычисляется точное значение функции ограничений (проводится машинный эксперимент). На основе этой информации методом наименьших квадратов строится приближенная модель исходного ограничения в виде элементарных функций. На рис.7 представлены линии уровня (сплошные линии) для низшей частоты собственных колебаний и линии уровня для массы оболочки (прерывистые линии). Здесь H_o - толщина оболочки, H_r - высота спирального ребра.

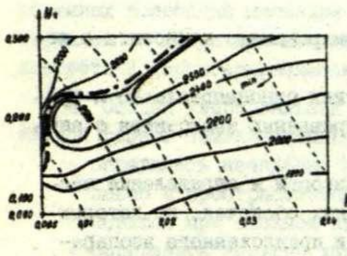

Рис.7

Штрихпунктирная линия отделяет области с местной формой колебаний от области с общей формой колебаний. Далее, используя методы нелинейного программирования, решаем задачу оптимизации, в которой основное физическое ограничение вычисляется по приближенной модели. Применение разработанного подхода позволяет уменьшить необходимое число решений прямой задачи примерно в I5 - 20 раз по сравнению с непосредственным решением исходной задачи методами математического программирования.

<u>В четвертой главе</u> приведена общая структура комплекса программ для решения вышеизложенных задач. Комплекс программ состоит из I0 блоков:

- блок подготовки исходной информации (разбивка области на конечные элементы и минимизация полуширины ленты);
- блок библиотеки конечных элементов;
- блок библиотеки суперэлементов;
- блок формирования матрицы жесткости конструкции;
- блок решения систем уравнений равновесия;
- блок решения обобщенной проблемы собственных значений;

- блок учета граничных условий;
- блок решения физически нелинейных задач;
- блок графического вывода;
- блок оптимизации.

Общее количество подпрограмм составляет примерно 200. Комплекс программ предназначен для использования на ЭВМ серии ЕС в системе ОС. Реализация комплекса осуществлялась на ЭВМ ЕС-I022, ЕС-I030 и ЕС-I033. С использованием подпрограммы комплекса в работе решены следующие задачи:

- определены начальные поверхности разрушения однонаправленно и пространственно ортогонально армированных композитов при сложном напряженном состоянии (в упругой постановке);
- исследованы однонапревленно армированные композиты с нелинейно-упругой матрицей;
- определены упругие характеристики однонаправленно и пространственно ортогонально армированных композитов с анизотропными волокнами;
- решен ряд задач изгиба, устойчивости и определения частот собственных колебаний гладких оболочек, на которых исследованы свойства сходимости предложенного изопараметрического треугольного элемента оболочки;
- определены критические нагрузки и частоты собственных колебаний цилиндрической оболочки со спирально-винтовой системой ребер;
- решены задачи оптимизации по весу цилиндрических оболочек со спирально-винтовой системой ребер при ограничении на низшую частоту собственных колебаний.

Основные результаты и выводы по работе могут быть сформулированы следующим образом:

I. Разработана методика определения поля микронапряжений в однонаправленно и пространственно ортогонально армированном композите при сложном напряженном состоянии, позволяющая определить упругие характеристики однонаправленно и пространственно ортогонально армированного композита с анизотропными волокнами и определить начальные поверхности разрушения однонаправленно армированного композита с упругой и нелинейно-упругой матрицей и пространственно ортогонально армированного композита с упругой матрицей при сложном напряженном состоянии.

2. Для расчета произвольных непологих многослойных оболочек предложен новый, полностью согласованный изопараметрический треугольный конечный элемент, учитывающий деформации поперечного сдвига и обжатие нормали, и исследованы свойства сходимости элемента.

3. На основе конечноэлементной дискретизации разработана методика решения задач устойчивости и определения частот собственных колебаний цилиндрических оболочек из композитных материалов со спирально-винтовой системой ребер, учитывающая дискретный характер размещения ребер.

4. Создан универсальный комплекс программ для ЭВМ, позволяющий решать вышеизложенные задачи, в том числе:

- определить начальные поверхности разрушения однонаправленно и пространственно ортогонально армированных композитов при сложном напряженном состоянии;
- определить упругие характеристики однонаправленно и пространственно ортогонально армированных композитов с анизотропными волокнами;
- исследовать однонаправленно армированный композит с нелинейно-упругой матрицей;
- определить критические нагрузки и частоты собственных колебаний цилиндрической оболочки со спирально-винтовой системой ребер.

ПУБЛИКАЦИИ

Основное содержание диссертации изложено в следующих публикациях:

I. Рикардс Р.Б., Чате А.К. Начальная поверхность прочности однонаправленного композита при плоском напряженном состоянии. - Механика полимеров, 1976, № 4, с.633-639.

2. Чате А.К. Расчет упругих констант ортогонально армированных композитов. - В кн.: Тезисы докладов Первой конференции молодых специалистов по механике полимеров. Рига: Зинатне, 1977, с.58-59.

3. Рикардс Р.Б., Чате А.К. Деформирование и разрушение однонаправленного композита с нелинейно-упругой матрицей. - Механика полимеров, 1978, № I, с.55-61.

4. Рикардс Р.Б., Чате А.К. Исследование неупругих деформаций и микроразрушения композитных материалов МКЭ. - В кн.: Тезисы докладов УII Всесоюзной конференции по прочности и пластичности, Горький, 1978, с.I03-I04.

5. Чате А.К. Деформативные характеристики пластиков, армированных анизотропными волокнами. - В кн.: Тезисы докладов Второй конференции молодых специалистов по механике композитных материалов, Рига: Зинатне, 1979, с.38-39.

6. Рикардс Р.Б., Чате А.К. Начальные поверхности разрушения ортогонально армированных композитов. - В кн.: Механика деформируемых сред, Куйбышев, 1979, вып.4, с.97-I08.

7. Рикардс Р.Б., Чате А.К. Упругие свойства композита с анизотропными волокнами. - Механика композитных материалов, 1980, № I, с.22-29.

8. Рикардс Р.Б., Чате А.К. Изопараметрический треугольный конечный элемент для расчета многослойных непологих оболочек. - В кн.: Труды XII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, Ереван, 1980, т.3, с.I79-I84.

9. Рикардс Р.Б., Чате А.К. Изопараметрический треугольный конечный элемент многослойной оболочки по сдвиговой модели Тимошенко. I. Матрицы жесткости, масс и геометрической жесткости элемента. - Механика композитных материалов, 1981, №3, с.453-460.

I0. Рикардс Р.Б., Чате А.К. Изопараметрический треугольный конечный элемент многослойной оболочки по сдвиговой модели Тимошенко. 2. Численные примеры. - Механика композитных материалов, I98I, № 5, с. 815-820.

II. Чате А.К. Оптимизация ребристых цилиндрических оболочек из композитов при ограничении на частоту собственных колебаний, - В кн.: Тезисы докладов третьей конференции молодых ученых и специалистов по механике композитных материалов, Рига: Зинатне, I98I, с.I37-I38.