

# МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

MECHANICS  
OF COMPOSITE  
MATERIALS

**2022**

**3**

ЛАТВИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
LATVIAN ACADEMY of SCIENCES

**МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ  
МАТЕРИАЛОВ**

**MECHANICS  
of COMPOSITE MATERIALS**

2022 ● Т. 58 ● 3 ● 435—646

Май—июнь  
May—June

<https://doi.org/10.22364/mkm.58.3>

Выходит 6 раз в год с января 1965 г.  
Issued since 1965, bimonthly

ЛАТВИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
РИГА

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР *A. K. Chate*  
EDITOR-IN-CHIEF *A. K. Chate*

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

*X. Альтенбах* (зам. главного редактора, Германия), *Я. Андерсонс* (зам. главного редактора, Латвия), *А. Анискевич* (Латвия), *Я. Варна* (Швеция), *А. Красников* (Латвия), *О. Старкова* (Латвия), *С. В. Шешенин* (Россия)

#### EDITORIAL BOARD

*H. Altenbach* (ass. editor, Germany), *J. Andersons* (ass. editor, Latvia), *A. Aniskevich* (Latvia), *J. Varna* (Sweden), *A. Krasnikovs* (Latvia), *O. Starkova* (Latvia), *S. V. Sheshenin* (Russia)

#### РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

*M. Айдогду* (Турция), *С. Д. Акбаров* (Турция), *А. Артеиру* (Португалия), *Л. Асп* (Швеция), *Е. Барканов* (Латвия), *В. Беккер* (Германия), *В. Н. Бурлаенко* (Украина), *И. Гузь* (Великобритания), *Нгуен Дин Дык* (Вьетнам), *Г. Кан* (Китай), *В. Карвелли* (Италия), *В. А. Касьянов* (Латвия), *А. Катунин* (Польша), *Сон С. Ким* (Южная Корея), *Е. Контю* (Греция), *Е.-М. Крачун* (Румыния), *А. Кривицов* (Россия), *В. Кулаков* (Латвия), *Г. Куликов* (Россия), *С. В. Ломов* (Бельгия, Россия), *Ю. Маяк* (Эстония), *Г. Михасёв* (Беларусь), *А. Муц* (Польша), *В. Н. Паймушин* (Россия), *С. В. Панин* (Россия), *Л. Плачиди* (Италия), *Т. Садовский* (Польша), *С. Б. Сапожников* (Россия), *М. Ди Скьюва* (Италия), *Р. Талрея* (США), *Ю. Токовий* (Украина), *В. Хван* (Южная Корея)

#### ADVISORY BOARD

*M. Aydogdu* (Turkey), *S. D. Akbarov* (Turkey), *A. Arteiro* (Portugal), *L. Asp* (Sweden), *E. Barkanov* (Latvia), *W. Becker* (Germany), *V. N. Burlayenko* (Ukraine), *I. Guz* (United Kingdom), *Nguyen Dinh Duc* (Vietnam), *G. Kang* (China), *V. Carvelli* (Italy), *V. A. Kasyanov* (Latvia), *A. Katunin* (Poland), *Seong S. Kim* (South Korea), *E. Kontou* (Greece), *E. M. Craciun* (Rumania), *A. Krivtsov* (Russia), *V. Kulakov* (Latvia), *G. Kulikov* (Russia), *S. V. Lomov* (Belgium, Russia), *J. Majak* (Estonia), *G. Mikhasev* (Belarus), *A. Muc* (Poland), *V. N. Pajmushin* (Russia), *S. V. Panin* (Russia), *L. Placidi* (Italy), *T. Sadowski* (Poland), *S. B. Sapozhnikov* (Russia), *M. Di Sciuva* (Italy), *R. Talreja* (USA), *Yu. Tokovyy* (Ukraine), *W. Hwang* (Korea)

#### ПОЧЕТНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ

*Л. Агалярян* (Армения), *А. Богданович* (США), *А. Н. Гузь* (Украина), *А. Дуда* (Германия), *А. Д. Заманов* (Азербайджан), *М. Калнинь* (Латвия), *В. В. Коврига* (Россия), *С. Т. Милейко* (Россия), *Ю. М. Плескачевский* (Беларусь), *В. А. Поляков* (Латвия), *Н. Щербина* (Украина)

#### HONORARY BOARD

*L. Aghalovyan* (Armenia), *A. Bogdanovich* (USA), *A. N. Guz* (Ukraine), *A. Duda* (Germany), *A. D. Zamanov* (Azerbaijan), *M. Kalniņš* (Latvia), *V. V. Kovriga* (Russia), *S. T. Mileiko* (Russia), *Yu. M. Pleskachevskii* (Belarus), *V. A. Polyakov* (Latvia), *N. Shcherbina* (Ukraine)

Журнал издается на английском языке Springer Science+Business Media, Inc. (США, ISSN 0191-5665) и аннотируется в следующих изданиях:

The Journal is published in English by Springer Science+Business Media, Inc. (USA, ISSN 0191-5665) and is abstracted or indexed in:

Science Citation Index Expanded (SciSearch), Journal Citation Reports/Science Edition, SCOPUS, INSPEC, Chemical Abstracts Service (CAS), Google Scholar, EBSCO, CSA, Academic OneFile, Academic Search, ChemWeb, CSA, Environmental Sciences, Current Contents/Engineering, Computing and Technology, Earthquake Engineering Abstracts, EI-Compendex, Gale, INIS Atomindex, OCLC, Polymer Library, Reaction Citation Index, Referativnyi Zhurnal (VINITI), SCImago, Summon by ProQuest.

*С. А. Бочкарева<sup>а,б\*</sup>, В. О. Алексенко<sup>а</sup>, Б. А. Люкшин<sup>а,б</sup>, Д. Г. Буслевич<sup>а</sup>,  
С. В. Панин<sup>а,б</sup>*

*<sup>а</sup>Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия*

*<sup>б</sup>Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Россия*

*<sup>в</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия*

## **ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ СОПРЯГАЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ИЗНАШИВАНИЯ ПОЛИМЕР-ПОЛИМЕРНОЙ ПАРЫ ТРЕНИЯ**

*S. A. Bochkareva, V. O. Alexenko, B. A. Lyukshin, D. G. Buslovich, and S. V. Panin\**

### **EFFECT OF THE THERMAL CONDUCTIVITY OF MATED MATERIALS ON THE WEAR INTENSITY OF A POLYMER-POLYMER FRICTION PAIR**

**Keywords:** polymer composite, tribological mating, thermal conductivity, carbon fibers, carbon nanotubes, polyetheretherketone, ultra-high-molecular polyethylene, computational modeling

The development of new high-strength high-temperature thermoplastics opens up prospects for the creation of new types of polymer-polymer friction pairs. However, due to the low thermal conductivity of mated thermoplastic polymers, the frictional heat is localized in the tribocontact region. This fact exerts a significant effect on the physical and mechanical properties of the polymers and on their wear resistance. Taking into account the data of previous experimental studies, a model of the friction process and wear is developed, implemented, and verified as applied to the creation of a UHMWPE-PEEK polymer-polymer friction pair. In order to ensure the heat removal, it is proposed to use polymer composites in which, owing to the introduction of heat-conducting inclusions, the thermal conductivity increases. In addition, the degree of degradation of their strength properties caused by the frictional heating decreases, and, in turn, the wear rate decreases. The model developed was verified by the data of tribological tests of samples fabricated by the 3D-printing.

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [svetlanab7@yandex.ru](mailto:svetlanab7@yandex.ru)  
Corresponding author: [svetlanab7@yandex.ru](mailto:svetlanab7@yandex.ru)

**Ключевые слова:** композит полимерный, трибосопряжение, теплопроводность, волокно углеродное, нанотрубки углеродные, полиэфирэфиркетон, полиэтилен сверхвысокомолекулярный, моделирование численное

Появление новых высокопрочных высокотемпературных термопластов открывает перспективы для разработки новых видов полимер-полимерных пар трения. Однако вследствие низкой теплопроводности сопрягаемых термопластичных полимеров фрикционное тепло локализуется в области трибоконтакта. Это оказывает значительное влияние на физико-механические свойства полимеров и их сопротивление изнашиванию. С учетом результатов экспериментальных исследований реализована модель процесса трения и изнашивания применительно к созданию полимер-полимерной пары трения ПЭЭК—СВМПЭ. Для обеспечения отвода тепла предложено использовать полимерные композиты, в которых за счет введения теплопроводящих включений повышается теплопроводность, снижается степень деградации прочностных свойств, вызванных фрикционным нагревом, снижается интенсивность изнашивания. Показано, что значительное повышение теплопроводности обеспечивается за счет создания теплопроводящей сетки из нановключений. Проведена верификация модели по данным трибологических испытаний образцов, изготовленных методом 3D-печати.

## Введение

Появление новых высокопрочных высокотемпературных термопластов открывает перспективы в области разработки и использования полимер-полимерных пар трения. С учетом их высокой стоимости речь идет преимущественно о приложениях в высокотехнологичных отраслях промышленности и медицине. Например, заметные успехи, достигнутые в области медицинского материаловедения, обусловили выпуск на рынок наполненного полиэфирэфиркетона (ПЭЭК) марки Optima.

В [1] исследовали трение ПЭЭК в паре со сверхвысокомолекулярным полиэтиленом (СВМПЭ), причем первый рассматривали в качестве замены металлического компонента искусственного сустава (тазобедренного либо коленного). Проведено сопоставительное сравнение полимер-полимерной и метал-полимерной пар трения ПЭЭК—СВМПЭ и CoCr—СВМПЭ. В обоих случаях испытания проводили в смазочной среде, показана ее важная роль в развитии процесса изнашивания, что определялось формированием пленки переноса и ее закреплением на контртеле. Подобные результаты были описаны и в работе [2].

Возможность замены металлического компонента на полимерный в искусственных суставах изучали в [3] при использовании коммерческого ПЭЭК и сильносшитого СВМПЭ (highly cross-linked) в условиях трибоконт-

такта. Дополнительно в ПЭЭК вводили углеродные волокна с их разной ориентацией относительно направления скольжения. В обоих случаях ПЭЭК характеризовался крайне низким износом, однако при наполнении короткими углеродными волокнами (КУВ) наблюдали заметный износ контртела из СВМПЭ. Проблема создания полимер-полимерных пар трения требует проведения дальнейших исследований.

По причине низкой теплопроводности термопластичных полимеров в условиях отсутствия смазочной среды фрикционный нагрев локализуется в зоне контакта, что оказывает значительное влияние на механические и триботехнические свойства полимеров. Величина тепловой энергии, выделяемой на поверхности контакта, зависит от трех основных параметров: скорости скольжения, контактного давления и коэффициента трения [4]. В [5] показано, что повышение температуры при трении может обуславливать как положительный, так и отрицательный эффект в зависимости от комбинации физико-механических свойств, химической активности сопрягаемых материалов, а также от нагрузочно-скоростных параметров трибоиспытаний.

В [6] исследовали триботехнические свойства трибосопряжения ПЭЭК—ПЭЭК. Показано, что в условиях отсутствия смазочной среды температура при трении может достигать 300 °С. При этом трибосопряжение ПЭЭК—ПЭЭК значительно превосходит по износостойкости пары трения на основе полиоксиметилена и полиамида. Однако при большой нагрузке и скорости скольжения скорость изнашивания и коэффициент трения возрастают.

Выбором наполнителей можно целенаправленно изменять теплопроводность полимерного композита. Это изменение определяется теплопроводностью наполнителя, его содержанием и преимущественной ориентацией и расположением включений, а также термическим сопротивлением материала на поверхности контакта (поскольку свойства материала на ней могут значительно отличаться от исходных компонентов, например вследствие развития процессов трибоокисления) [7]. В литературе показано, что подобные свойства присущи углеродным микро- и нановолокнам. По мере повышения содержания волокон отмечен рост теплопроводности [8, 9], повышение модуля упругости, предела текучести и износостойкости композитов. При этом повышение износостойкости объясняется локальным упрочнением и перераспределением (передачей) нагрузки от матрицы к армирующим волокнам [10—12].

При разработке полимер-полимерных пар трения для достижения требуемых триботехнических свойств необходимо решать комплексные (и зачастую связанные) задачи. При этом повышение одних ключевых свойств может сопровождаться снижением других. По этой причине актуальным представляется развитие методов численного моделирования, позволяющих при правильно построенной модели многократно снизить временные затраты на поиск рациональных составов композиций в трибопаре.

В настоящее время развиваются разные подходы и методы решения задач контактной механики, направленные на более глубокое изучение факторов износа с целью контролируемого управления структурой полимеров и их износостойкостью. Так, в работе [13] освещены некоторые методы решения таких задач. Они включают аналитические решения, основанные на моделях Гринвуда—Уильямсона, Арчарда, фрактальных теорий Персона [14] и т. д., которые наряду с численными методами (методом граничных элементов [15—17], методом конечных элементов (МКЭ) [18—20], подвижных клеточных автоматов [21], методов молекулярной динамики [22] и др.) применяются для решения контактных задач. При этом структурная неоднородность материалов учитывается, как правило, на основе концепции эффективной однородности [17, 18, 22].

Практическим приложением представленных далее результатов является создание полимер-полимерной пары трения ПЭЭК—СВМПЭ для биомедицинских приложений. Для снижения временных затрат на проведение исследований с учетом ранее полученных экспериментальных данных реализована модель процесса трения и изнашивания [23] на основе МКЭ. В рамках развиваемой модели оценивали влияние наполнения полимеров теплопроводящими добавками на изменение их теплофизических свойств, температуры трибоконтакта и изнашивания.

## 1. Описание расчетного метода

В [23] выявлено, что СВМПЭ, модифицированный (наполненный) мелкодисперсными частицами полипропилена (ПП) СВМПЭ+20% по массе ПП, обладает необходимой текучестью расплава для его переработки 3D-печатью (методом Fused Deposition Modeling). В рамках получения полимер-полимерного биотрибуозла предполагается сопряжение композита СВМПЭ+20% по массе ПП с полиэфирэфиркетонам (ПЭЭК). Однако по причине их низкой теплопроводности при трении в условиях отсутствия смазочной среды происходит сильный нагрев. Это снижает механические и триботехнические свойства и сопровождается значительным износом.

Для обеспечения отвода тепла предложено вводить в ПЭЭК теплопроводящий наполнитель. В настоящей работе реализована модель оценки влияния структуры композитов на их теплопроводность и изнашивание при трении по схеме вал—колодка.

Расчет проводили в квазистатической плоской постановке методом конечных элементов, реализованным в авторском пакете программ на языке фортран. Расчетная область представляла собой образец и контртело аналогично проведению испытаний по схеме вал—колодка (рис. 1). В плоском случае в расчете рассмотрен образец в форме прямоугольника и часть контртела (сегмент, расположенный над образцом). На рисунке показано разбиение расчетной области конечно-элементной сеткой (один из вариантов, полученный при определении сеточной сходимости). Длину расчетной области при моделировании трения принимали равной

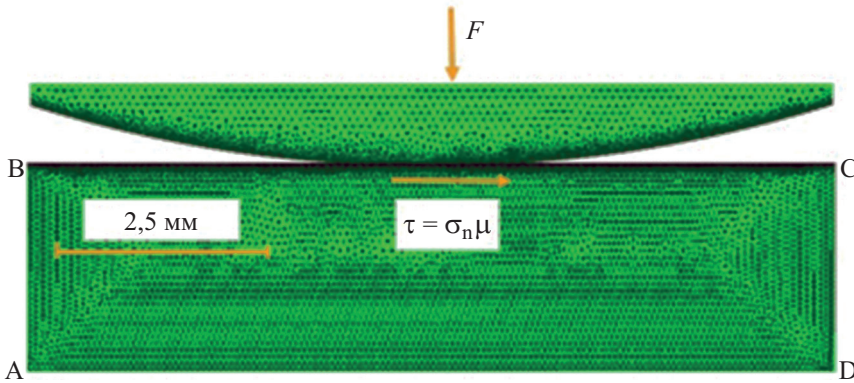


Рис. 1. Схема расчетной области с конечно-элементной сеткой для моделирования процесса трения.

10 мм, высоту — 2,5 мм. Диаметр контртела 35 мм, нагрузка  $F = 20$  Н; исходная контактная поверхность полимерных образцов в расчете принята гладкой.

Износ определяли на основе модели процесса трения [23], в которой учитывается действие нормальной и касательной нагрузок, возникающих при трении. При этом учитываются изменения свойств материалов контактирующих тел в результате фрикционного нагрева. Температуру контактирующих тел определяли через работу сил трения. Распределение температуры в контактирующих телах находили на основе решения нестационарной задачи теплопроводности по методике, описанной в [24]. Определение НДС в паре трения основано на решении уравнений механики деформируемого твердого тела. В соответствии с методом последовательных нагружений, использованном при расчетах, нагрузку задавали пошагово. Когда суммарные нормальные напряжения на контакте равны заданной нормальной прижимающей силе, задается касательная нагрузка по закону Кулона, но без учета молекулярной составляющей. При расчете на каждом шаге по нагрузке проверяются критерии разрушения. При их выполнении реализуется разрушение в виде удаления из расчета элементов сетки, в которых выполнены критерии.

В качестве критериев разрушения принимали достижение интенсивностью напряжений (или деформаций) предела текучести на границе контакта и/или превышение касательными напряжениями максимально допустимого значения, принятого равным 0,3 от напряжения предела текучести. После удаления ячеек, в которых выполнен один из критериев разрушения, формируется новая граница контакта, и конечно-элементная сетка перестраивается. Свойства материала в каждой конечно-элементной ячейке меняются пошагово в соответствии с диаграммой напряжение—деформация и ее зависимостью от температуры.

Учет нелинейности свойств, в том числе при больших температурах, приводит к большим деформациям даже при небольшой нагрузке, что



вызывает сильное искажение сетки (появление острых углов в элементах либо взаимопроникновение контактирующих тел). Это приводит к некорректным результатам вычислений, поэтому шаг по нагрузке уменьшается и расчет повторяется. В этой связи расчеты на износостойкость требуют больших вычислительных затрат.

Величину объемного износа рассчитывали как произведение площади удаленных элементов на ширину контртела.

## 2. Результаты расчетов и их обсуждение

Расчет проводили применительно к образцу композита СВМПЭ+20% по массе ПП [23]. В качестве материала контртела использовали ПЭЭК с соответствующими физико-механическими свойствами.

Физико-механические свойства материалов (табл. 1) получены на основе экспериментальных и литературных данных, за исключением композита СВМПЭ+20% по массе ПП, для которого эффективные свойства определяли в рамках численного моделирования на основе анализа поведения представительного объема [25]. Нагрузку задавали как одноосное растяжение и решали задачу о плоском напряженном состоянии (в силу того, что нагрузка действует в одной плоскости) с использованием аппарата механики деформируемого твердого тела МКЭ, реализованном в авторском пакете программ на языке фортран. Использовали треугольные симплекс-элементы. Расчет проводили методом последовательных нагружений, что позволяет учитывать нелинейность диаграммы нагружения материала, в том числе при разных температурах. Применив процедуру осреднения к параметрам напряженно-деформированного состояния расчетной области, вычислили модуль упругости  $E$ , коэффициент Пуассона  $\mu$  и пошагово получали диаграмму нагружения представительного объема [25]. Диаграммы нагружения композита СВМПЭ+20% по массе ПП при разной температуре получали с учетом нелинейности диаграмм нагружения СВМПЭ при разных температурах [26]. Предел текучести  $\sigma_y$  композиции в целом вычисляли, приняв, что в 20% объема расчетной области материала достигнут предел текучести.

Табл. 1

Значения свойств материалов, используемые при расчете

Материал	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$C$ , Дж/(кг·К)	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$\mu$	$E$ , МПа	$\sigma_y$ , МПа
СВМПЭ	0,934	1,8	0,42	0,45	711	21,6
ПЭЭК	1,308	1,34	0,25	0,38	2840	105
ПП	0,850	1,93	0,20	0,46	1200	34
КУВ	1,800	800	200	0,25	250000	-
СВМПЭ+ +20% по массе ПП	0,901	1,8	0,36	0,45	1037	25,5

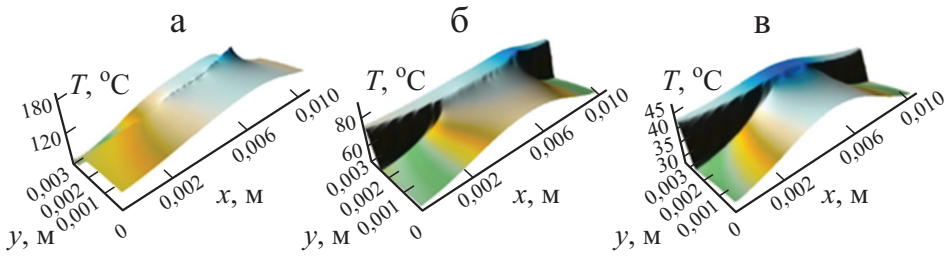


Рис. 2. Поверхности распределения температуры в расчетной области при трении и  $\lambda = 0,25$  (а); 5 (б); 10 Вт/(м·К) (в).

Коэффициент теплопроводности  $\lambda$  вычисляли на основе решения стационарной задачи теплопроводности. Теплоемкость  $C$  и плотность  $\rho$  вычисляли по формулам теории смесей. Методики расчета эффективных теплофизических свойств и тестовые примеры приведены в работах [25, 27].

Коэффициент трения для пары ПЭЭК—СВМПЭ+20% по массе ПП (оба компонента изготовлены методом 3D-печати) был равен 0,3. Его значение в работе определяли экспериментально в режиме сухого трения по схеме палец—диск на трибометре CSEM CH-2000 (ASTM G99).

Анализ поверхностей распределения температуры тел на контакте при разных значениях  $\lambda$  контртела (рис. 2) показал, что при  $\lambda = 0,25$  Вт/(м·К) (см. рис. 2—а) полимерная колодка и полимерное контртело прогреваются практически одинаково, так как их значения коэффициента теплопроводности достаточно близки (см. табл. 1); температура при этом превышает 150 °С.

На свободных границах образца температура контртела на 80—100 °С ниже, чем на контактной поверхности, что можно объяснить влиянием естественной конвекции. Последнюю задавали величиной коэффициента теплоотдачи от свободных поверхностей в окружающую среду: для вала 30 Вт/(м<sup>2</sup>·К), а для колодки — 20 Вт/(м<sup>2</sup>·К).

При повышении коэффициента теплопроводности (см. рис. 2—б, в) контртело прогревается равномерно, а температура на контакте снижается за счет того, что с увеличением коэффициента теплопроводности увеличивается и теплоотдача. Коэффициент теплоотдачи от свободных поверхностей в окружающую среду при этом для вала увеличивался до 60 и 80 Вт/(м<sup>2</sup>·К) пропорционально росту коэффициента теплопроводности — 5 и 10 Вт/(м·К) соответственно.

В силу того что коэффициенты теплоотдачи являются функцией некоторых параметров (коэффициента теплопроводности, температуры, теплоемкости, площади и др.), его сложно оценить без экспериментальных данных. Поскольку размеры расчетной области приняты меньше реальных (физических), то даже экспериментально измеренные значения коэффициента теплоотдачи не будут соответствовать условиям проведения расчетов.

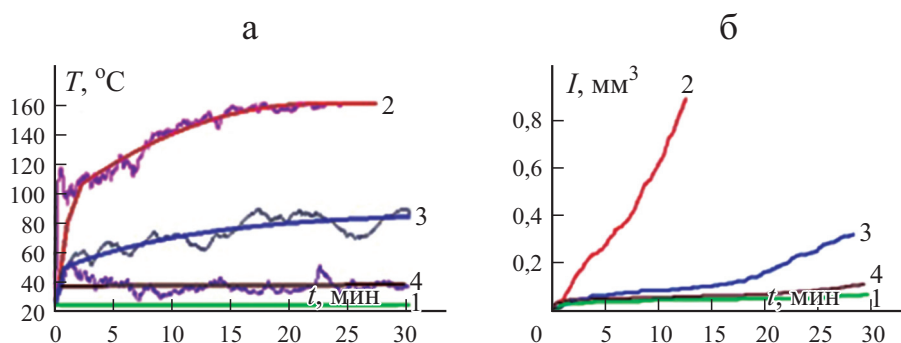


Рис. 3. Зависимость температуры  $T$  на контакте (а) и объемного износа  $I$  (б) от времени  $t$  без учета изменения температуры (1); с учетом изменения температуры при  $C = 0,25$  (2); 5 (3); 10 Вт/(м·К) (4).

В связи с этим коэффициенты теплоотдачи для пары трения ПЭЭК—СВМ-ПЭ+20% по массе ПП подбирали таким образом, чтобы температура на контакте соответствовала экспериментально измеряемой. С увеличением коэффициента теплопроводности пропорционально увеличивается и коэффициент теплоотдачи.

На рис. 3 представлены временные изменения температуры на контакте и объемного износа для трибопары ПЭЭК—СВМПЭ+20% по массе ПП. Моделировали условия сухого трения скольжения. Видно, что температура интенсивно возрастает и уже через 10 мин после начала трибонагружения достигает  $150^{\circ}\text{C}$  (см. кривую 2 рис. 3—а), что является следствием высокого коэффициента трения и низкого коэффициента теплопроводности сопрягаемых полимеров. Повышение температуры приводит к заметному снижению таких прочностных свойств полимеров, как предел текучести и модуль упругости, и, как следствие, к интенсивному износу (см. кривую 2 рис. 3—б).

В случае, когда свойства материала принимали постоянными, как при  $T = 25^{\circ}\text{C}$  (см. кривую 1 рис. 3—а), износ становился небольшим (см. кривую 1 рис. 3—б), даже несмотря на высокий коэффициент трения.

Для отвода тепла из зоны контакта и снижения температуры контактирующих тел необходимо повысить их теплопроводность. Это достигается добавлением в полимеры (в том числе в контртело из ПЭЭК) углеродных наполнителей, в частности, коротких углеродных волокон (КУВ) или углеродных нанотрубок (УНТ).

Для оценки влияния наполнителей на физико-механические свойства в рамках численного моделирования рассчитывали эффективные свойства двух типов композитов:

1) ПЭЭК, наполненного короткими углеродными волокнами (КУВ, средняя длина 40 мкм); расположение включений по расчетной области предполагали равномерным (рис. 4—а).

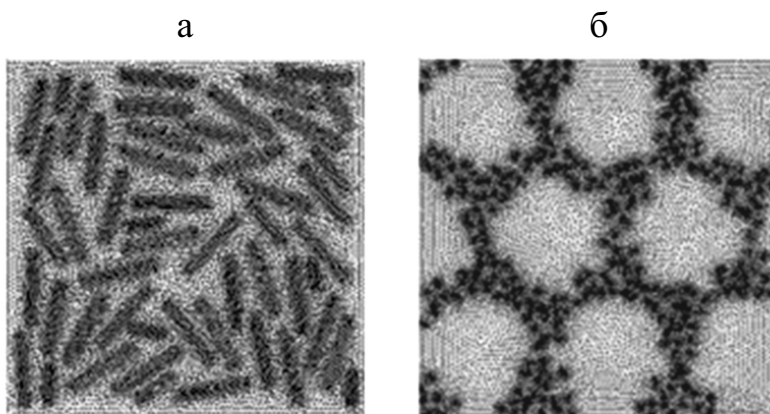


Рис. 4. Расчетная область с конечно-элементной сеткой для композитов ПЭЭК + 30% по массе КУВ (а); ПЭЭК + 10% по массе УНТ (б).

2) ПЭЭК с углеродными нанотрубками (УНТ, внешний диаметр 60 нм, средняя длина 2 мкм).

Эффективные свойства наполненных композиций определяли аналогично определению свойств композита СВМПЭ+20% по массе ПП.

При моделировании представительного объема наполненных композиций на основе ПЭЭК включения УНТ располагались вокруг частиц ПЭЭК, средний размер (диаметр) которых был равен 70 мкм. На рис. 4—б показана расчетная область в виде представительного объема размером  $200 \times 200$  мкм с нанесенной сеткой конечных элементов. Размеры элементов зависят от размеров включений и соблюдения равномерности разбиения сетки, поэтому в области включений элементы значительно мельче. По причине большого количества элементов и узлов сетки система уравнений содержала в среднем до 30 000 уравнений. Поскольку современные вычислительные средства позволяют решать такие системы уравнений в течение нескольких секунд, затраты на вычисление эффективных свойств композитов небольшие.

КУВ распределены равномерно по расчетной области и не контактировали между собой (см. рис. 4—а), нанотрубки расположены вокруг частиц ПЭЭК и образовывали непрерывные цепочки (перколяционный каркас, рис. 4—б). Эффективные свойства определяли с учетом такого характера распределения включений. Чтобы оценить влияние расположения и геометрии включений на эффективные свойства композитов, физико-механические свойства КУВ и УНТ принимали (условно) одинаковыми.

В табл. 2 приведены результаты расчетов среднестатистического характера.

Полученные данные свидетельствуют о том, что с повышением степени наполнения увеличиваются плотность, коэффициент теплопроводности, модуль упругости, предел прочности по сравнению с ненаполненным

Табл. 2.

Расчетные значения физико-механических свойств ПЭЭК и композиций ПЭЭК +  $n\%$  по массе КУВ и ПЭЭК +  $n\%$  по массе УНТ

Содержание наполнителя, % по массе	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$C$ , Дж/(кг·К)	$E$ , МПа	$\sigma_y$ , МПа	$\varepsilon_y$
КУВ						
+10	1,359	0,44	1268	4433	120	2,75
+23	1,420	0,70	1183	6501	114	1,75
+30	1,457	0,90	1138	7510	93	1,25
УНТ						
+7	1,359	1,75	1209	6371	150	2,75
+10	1,359	2,10	1209	8235	198	2,50
+23	1,424	3,52	1132	18460	134	0,75
+30	1,456	6,87	1096	31843	80	0,25

ПЭЭК. В то же время деформация  $\varepsilon_y$ , соответствующая пределу текучести, снижалась.

В случае решения задачи теплопроводности сформированный перколяционный каркас из УНТ (рис. 5—б) способствовал увеличению теплопроводности по сравнению с введением дисперсных КУВ (см. рис. 5—а). Так, из данных табл. 2 видно, что чем больше степень наполнения, тем выше коэффициент теплопроводности, так как сеть теплопроводящих включений плотнее.

На рис. 6—а приведено распределение деформаций и напряжений по представительному объему для композиции ПЭЭК + 30% по массе КУВ, на рис. 6—б — в образце ПЭЭК + 10% по массе УНТ. Видно, что деформации и напряжения композитов распределяются по-разному за счет

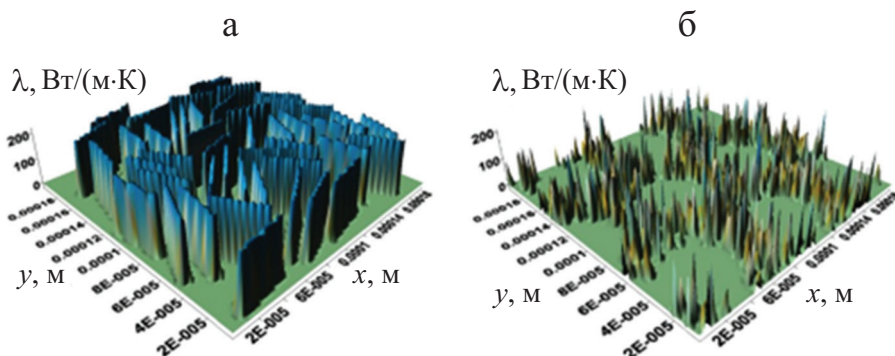


Рис. 5. Распределение коэффициентов теплопроводности  $\lambda$  по представительному объему для композитов ПЭЭК + 30% по массе КУВ (а); — ПЭЭК + 10% по массе УНТ (б).

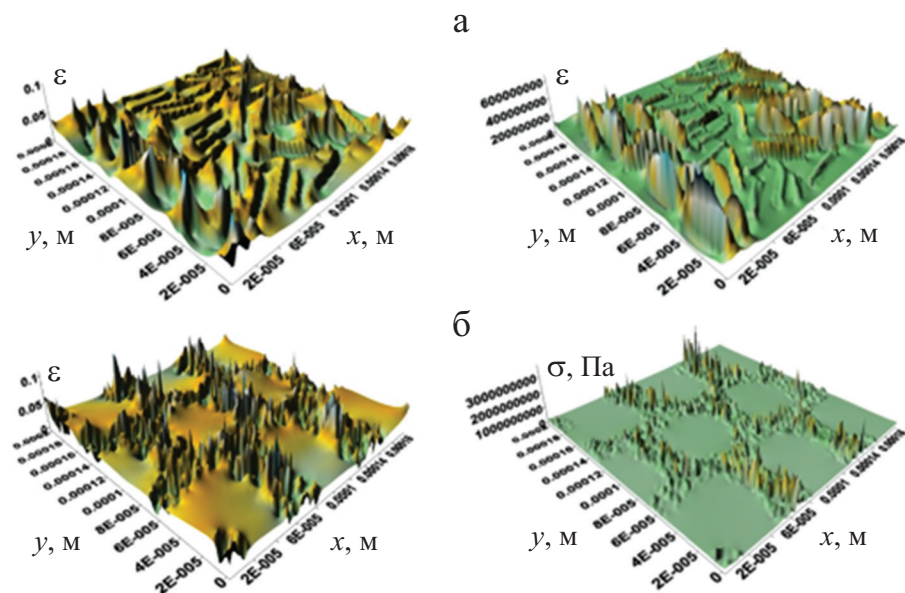


Рис. 6. Распределение интенсивности деформаций и напряжений при одноосном растяжении представительного объема композитов ПЭЭК + 30% по массе КУВ (а); ПЭЭК + 10% по массе УНТ (б).

расположения включений и их размера. С одной стороны, “каркас”, образованный частицами нанонаполнителя, препятствует деформированию расчетной области, с другой, — включения намного меньше по размерам и концентрация напряжений, вызванная их наличием, соответственно меньше (известно, что концентрация напряжений возрастает с увеличением неоднородности при анализе области ограниченных размеров [28]).

Таким образом, наполнение ПЭЭК углеродными нанотрубками одновременно повышает теплопроводность и прочность композитов на основе ПЭЭК.

### 3. Трибоиспытания композитов ПЭЭК по композиту СВМПЭ+20% по массе ПП в условиях сухого трения и граничной смазки

Для верификации полученных расчетных данных проведены экспериментальные триботехнические испытания ПЭЭК и его композитов при трении по СВМПЭ+20% по массе ПП в режиме сухого трения и граничной смазки на машине трения 1070 СМТ-1 по схеме вал—колодка. ПЭЭК был армирован двумя типами углеродных волокон — КУВ и УНВ. Диаметр контртела (вала) из ПЭЭК и композитов на его основе 35 мм. Размер колодки из композита СВМПЭ+20% по массе ПП в форме параллелепипеда 16×10×8 мм. В качестве граничной смазки использовали водный раствор

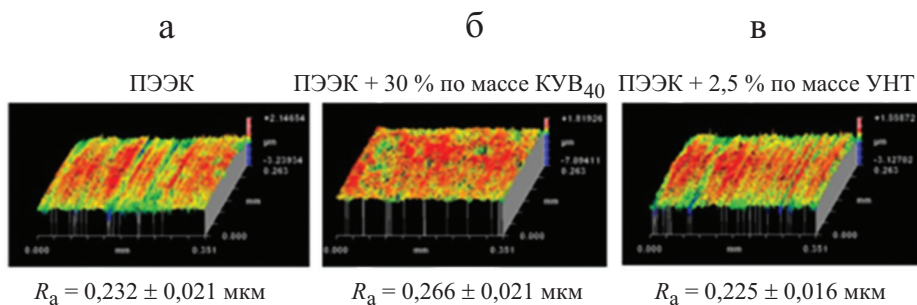


Рис. 7. 3D-профилограммы поверхностей дорожек трения с указанием значений шероховатости  $R_a$ .

хлорида натрия NaCl с массовой долей 0,9% (т.н. физиологический раствор). Параметры трибоиспытаний следующие: нагрузка 40 Н, скорость скольжения 0,3 м/с, путь трения 1000 м.

В качестве реперной точки использовали ненаполненный ПЭЭК. Износ СВМПЭ-колотки определяли по площади профиля дорожки трения с помощью контактного профилометра Alpha-Step IQ (KLA-Tencor).

На рис. 7 приведены профилограммы поверхностей с указанием шероховатости  $R_a$  ПЭЭК-контртел (исходная шероховатость ПЭЭК-вала  $R_a = 0,2$  мкм). Видно, что независимо от типа композита значения  $R_a$  по окончании трибоиспытаний сопоставимы и не превышают 0,27 мкм. Равенство значений  $R_a$  для трех типов образцов свидетельствует о подобии механизма их изнашивания (видны микроборозды, ориентированные в направлении скольжения контртела).

Данные об интенсивности износа WF (Wear Factor) композита СВМПЭ+20% по массе ПП при трении по контртелу из ПЭЭК с углеродными

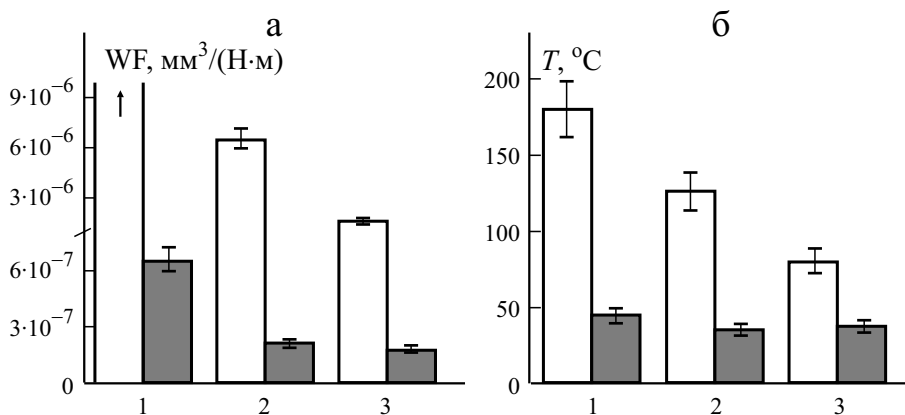


Рис. 8. Интенсивность износа WF композита СВМПЭ+20% по массе ПП (а) и температура на контакте при трении с контртелом (б): 1 — ПЭЭК; 2 — ПЭЭК+30% по массе КУВ; 3 — ПЭЭК+2,5% по массе УНТ. □ — сухое трение; ■ — граничная смазка.

наполнителями, полученные при нагрузке 40 Н, скорости скольжения 0,4 м/с, приведены на рис. 8—*a*. Видно, что в трибосопряжении ПЭЭК—СВМПЭ+20% по массе ПП в условиях сухого трения температура наибольшая и превышает 170 °С. В результате износ был очень большой, и его невозможно было оценить имеющимися в распоряжении исследователей методами. По этой причине данные о нем не приведены на диаграмме (рис. 8—*б*). При использовании контртела ПЭЭК + 30% по массе КУВ температура близка к температуре плавления СВМПЭ (120 °С), что вызывает большие пластические деформации в образце и соответственно большой объемный износ (см. рис. 8—*б*).

Износостойкость композита СВМПЭ+20% по массе ПП при трибосопряжении с ПЭЭК, наполненным УНТ, в условиях сухого трения скольжения в 4,5 раза выше, чем наполненным КУВ:  $6,5 \cdot 10^{-6}$  и  $1,45 \cdot 10^{-6}$  мм<sup>3</sup>/(Н·м) соответственно (см. рис. 8—*a*). Причиной повышения износостойкости является уменьшение нагрева за счет повышения теплопроводности контртела.

На рис. 8—*б* показано, что введение УНТ в ПЭЭК в условиях сухого трения скольжения приводит к снижению температуры в 2,2 раза по сравнению с ненаполненным ПЭЭК. При этом добавление КУВ снижает температуру контртела лишь на 30%. В условиях смазочной среды температура на контакте кратно ниже. Дополнительно отметим, что в условиях граничной смазки интенсивность износа композита СВМПЭ+20% по массе ПП близка при введении в ПЭЭК обоих типов наполнителей (см. рис. 8—*a*).

На рис. 9 приведены фотографии поверхностей трения композита СВМПЭ+20% по массе ПП после испытания в условиях сухого трения и граничной смазки. При испытании в паре с ПЭЭК в условиях сухого трения на поверхности трения композита СВМПЭ+20% по массе ПП (рис. 9—*a*) наблюдается образование наплывов. Они вызваны пластической деформацией вследствие фрикционного нагрева полимера (выше температуры плавления СВМПЭ). В подобных условиях унос материала носит катастрофический характер, поэтому поверхность в целом является гладкой, а некоторая ее «шероховатость» обусловлена адгезионным взаимодействием контактирующих нагретых материалов, составляющих пару трения (см. рис. 8—*б*; температура превышает 170 °С). При трении в условиях граничной смазки на поверхности трения наблюдаются лишь одиночные неглубокие борозды, хотя сама поверхность выглядит достаточно гладкой (см. рис. 9—*б*).

При сухом трении скольжения в паре ПЭЭК+30% по массе КУВ — СВМПЭ+20% по массе ПП на поверхности композита СВМПЭ (см. рис. 9—*в*) наблюдали образование крупных наплывов (протяженность каждого не менее 100 мкм). Также фиксировались единичные борозды, ориентированные вдоль направления скольжения. В этом случае температура была близка к температуре плавления СВМПЭ. В этой связи появление подобного вида наплывов является термически индуцированным



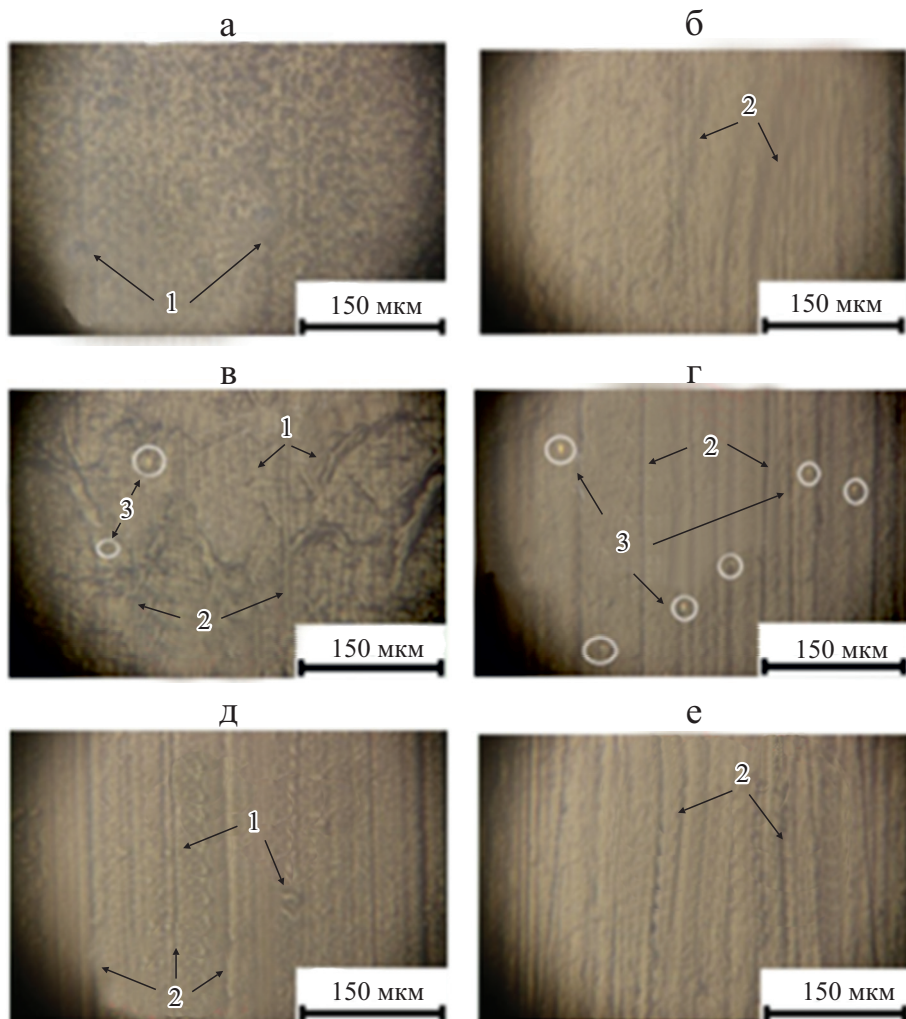


Рис. 9. Микрофотографии поверхностей износа композита СВМПЭ+20% по массе ПП: трибосопряжение с ПЭЭК, сухое трение (а), граничная смазка (б); трибосопряжение с композитом ПЭЭК + 30% по массе КУВ, сухое трение (в), граничная смазка (г); трибосопряжение с композитом ПЭЭК + 2,5% по массе УНТ, сухое трение (д); граничная смазка (е). 1 — наплывы; 2 — борозды; 3 — углеволокна.

явлением. Пластифицированный поверхностный слой течет и гофрируется, что и приводит к формированию подобных складок.

При трении в граничной смазке на поверхности трения наблюдаются нерегулярные борозды, ориентированные в направлении скольжения контртела (см. рис. 9—г). Разрушение углеродных волокон, следы пропахивания которыми наблюдаются на поверхности трения СВМПЭ-композита, обусловили признаки микроабразивного изнашивания.



Рис. 10. Фотографии образцов СВМПЭ + 20% по массе ПП после трибоиспытаний: а — трение по ПЭЭК; б — трение по ПЭЭК + 2,5% по массе УНТ.

При сухом трении в трибопаре ПЭЭК + 2,5% по массе УНТ—СВМПЭ+20% по массе ПП на поверхности композита СВМПЭ (см. рис. 9—д) наблюдали образование единичных наплывов пластифицированного поверхностного слоя. Однако по причине невысокой температуры ( $T \leq 100^\circ \text{C}$ , см. рис. 8—б) это явление носило локализованный (единичный) характер. То же можно сказать и о продольных бороздах. При трении в режиме граничной смазки на поверхности трения также наблюдали микроборозды (см. рис. 9—е), ориентированные вдоль направления скольжения. При этом интенсивность износа композита СВМПЭ+20% по массе ПП при скольжении по нано- и микрокомпозитам на основе ПЭЭК примерно одинакова (см. рис. 8—а).

На рис. 10 для сравнения приведены результаты испытаний образцов СВМПЭ при скольжении по контртелам из ПЭЭК и ПЭЭК + УНТ в условиях сухого трения. Видно, что износ СВМПЭ-композита в трибопаре ПЭЭК—СВМПЭ + 20% по массе ПП (см. рис. 10—а) значительно больше, чем в случае наполнения ПЭЭК углеродными нанотрубками (см. рис. 10—б).

Таким образом, по причине большего снижения температуры на трибоконтакте более эффективным наполнителем для ПЭЭК при его сухом трении скольжения по СВМПЭ являются УНТ по сравнению с введением КУВ.

### Выводы

Для решения задачи отвода тепла исследованы полимерные композиты, содержащие углеродные волокна нано- и микроразмера. Использована модель процесса трения и изнашивания применительно к полимер-полимерной паре трения ПЭЭК—СВМПЭ.

Увеличение теплопроводности контртела на основе ПЭЭК за счет введения УНТ существенно снижает температуру в области трибоконтакта,

что приводит к меньшему снижению предела текучести образца СВМПЭ+ +20% по массе ПП в зоне контакта и соответственно к меньшему износу.

Показано, что введение частиц и/или волокон для повышения теплопроводности играет двоякую роль. С одной стороны, отвод тепла снижает температуру непосредственно в зоне контакта, в результате предел текучести снижается в меньшей степени и износ уменьшается. С другой стороны, наличие включений приводит к появлению зон концентрации напряжений в их окрестности и локализации деформаций в относительно податливой матрице. Поскольку включения меньших размеров вызывают меньшие концентрации напряжений, использование углеродных нанотрубок более эффективно, чем углеродных волокон.

*Благодарность.* Работа выполнена по государственному заданию ИФПМ СО РАН (FWRW-2021-0010). Авторы выражают благодарность РФФИ и БРФФИ за финансирование исследования в рамках проекта № 20-58-00032\_Бел\_а (Т20Р-223).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cowie R. M., Briscoe A., Fishera J., Jennings L. M. Wear and Friction of UHMWPE-on-PEEK OPTIMA // J. Mech. Behav. Biomed. Mater. — 2019. — Vol. 89. — P. 65—71.
2. Scholes S., Unsworth A. Wear studies on the likely performance of CFR-PEEK/CoCrMo for use as artificial joint bearing materials // J. Mater. Sci. Mater. Med. — 2009. — Vol. 20. — P. 163—170.
3. East R. H., Briscoe A., Unsworth A. Wear of PEEK-OPTIMA and PEEKOPTIMA-Wear performance articulating against highly cross-linked polyethylene // Proc. IMechE. Part H: J. Eng. Med. — 2015. — Vol. 229(3). — P. 187—193.
4. Černe B., Duhovnik J., Tavčar J. Semi-analytical flash temperature model for thermoplastic polymer spur gears with consideration of linear thermo-mechanical material characteristics // J. Comput. Des. Eng. — 2019. — Vol. 6 (4). — P. 617—628.
5. Ramesh V., Kuilenburg J. V., Wits W. W. Experimental analysis and wear prediction model for unfilled polymer-polymer sliding contacts // Tribol. Trans. — 2019. — Vol. 62(1). — P. 1—13.
6. Hoskins T. J., Dearn K. D., Chen Y. K., Kukurek S. N. The wear of PEEK in rolling-sliding contact — simulation of polymer gear applications // Wear. — 2014. — Vol. 309. — P. 35—42.
7. Burger N. et al. Review of thermal conductivity in composites: Mechanisms, parameters and theory // Prog. Polym. Sci. — 2016. — Vol. 61. — P. 1—28.
8. Zheng X. et al. Enhancement of thermal conductivity of carbon fiber-reinforced polymer composite with copper and boron nitride particles // Composites: Part A. — 2019. — Vol. 121. — P. 449—456.
9. Li M. et al. Stress induced carbon fiber orientation for enhanced thermal conductivity of epoxy composites // Composites: Part B. — 2021. — Vol. 208. — P. 108599.

10. *Chen B., Wang J., Yan F.* Comparative investigation on the tribological behaviors of CF/PEEK composites under sea water lubrication // *Tribol. Int.* — 2012. — Vol. 52. — P. 170—177.
11. *Lu M., Zheng F., Wang Q., Wang T., Liang Y.* Friction and wear behaviors of carbon and aramid fibers reinforced polyimide composites in simulated space environment // *Tribol. Int.* — 2015. — Vol. 92. — P. 246—254.
12. *Yamamoto Y., Hashimoto M.* Friction and wear of water lubricated PEEK and PPS sliding contacts: Part 2. Composites with carbon or glass fibre // *Wear.* — 2004. — Vol. 257(1—2). — P. 181—189.
13. *Müser M. H., Dapp W. B., Bugnicourt R., et al.* Meeting the contact-mechanics challenge // *Tribol. Lett.* — 2017. — Vol. 65. — P. 118.
14. *Persson B. N. J.* Theory of rubber friction and contact mechanics // *J. Chem. Phys.* — 2001. — Vol. 115, No. 8. — P. 3840—3861.
15. *Putignano C., Afferrante L., Carbone G., Demelio G.* A new efficient numerical method for contact mechanics of rough surfaces // *Int. J. Solids Struct.* — 2012. — Vol. 49(2). — P. 338—343.
16. *Akchurin A., Bosman R., Lugt P. M.* A stress-criterion based model for the prediction of the size of wear particles in boundary lubricated contacts // *Tribol. Lett.* — 2016. — Vol. 64, No. 35. — P. 35.
17. *Belyak O. A., Suvorova, T. V.* Predicting the mechanical properties of antifriction composite materials // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57. — P. 647—656.
18. *Chebakov M. I., Danilchenko S. A.* Wear simulation of a spherical hinge joint with a thin composite coating // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, No. 5. — P. 667—674.
19. *Buczowski R., Kleiber M.* Statistical models of rough surfaces for finite element 3D-contact analysis // *Arch. Comput. Methods Eng.* — 2009. — Vol. 16. — P. 399—424.
20. *Ding J., McColl I. R., Leen S. B., Shipway P. H.* A finite element based approach to simulating the effects of debris on fretting wear // *Wear.* — 2007. — Vol. 481. — P. 481—491.
21. *Popov V. L., Psakhie S. G.* Numerical simulation methods in tribology // *Tribol. Int.* — 2007. — Vol. 40. — P. 916—923.
22. *Yang C., Persson B. N. J.* Molecular dynamics study of contact mechanics: contact area and interfacial separation from small to full contact // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 100. — P. 024303.
23. *Bochkareva S. A., Grishaeva N. Y., Buslovich D. G., Kornienko L. A., Lyukshin B. A., Panin S. V., Panov I. L., Dontsov Y. V.* Development of a wear-resistant extrudable composite material based on an ultrahigh-molecular polyethylene with predetermined properties // *Mech. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 56, No. 1. — P. 15—26.
24. *Bochkareva S. A., Panin S. V., Lyukshin B. A., Grishaeva N. Yu., Matolygina N. Y., Aleksenko V. O.* Simulation of frictional wear with account of temperature for polymer composites // *Phys. Mesomech.* — 2020. — Vol. 23, No. 2. — P. 147—159.
25. *Гришаева Н. Ю., Люшкин П. А., Люшкин Б. А., Панин С. В., Бочкарева С. А., Реутов Ю. А., Матолыгина Н. Ю.* Модификация теплофизических характеристик полимеров введением микронаполнителей // *Механика композиц. материалов и конструкций.* — 2016. — Т. 22, № 3. — С. 342—361.
26. *Андреева И. Н., Веселовская Е. В., Наливайко Е. И. и др.* Сверхвысокомолекулярный полиэтилен высокой плотности. — Л.: Химия, 1982. — 80 с.

27. *Bochkareva S. A., Grishaeva N. Yu., Lyukshin B. A., Lyukshin P. A., Matolygina N. Yu., Panin S. V., Reutov Yu. A.* A unified approach to determining the effective physicommechanical characteristics of filled polymer composites based on variational principles // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 54, No. 6. — P 775—788.

28. *Петерсон Р.* Коэффициенты концентрации напряжений. Графики и формулы для расчета конструктивных элементов на прочность. — М.: Мир, 1977. — 302 с.

Поступила в редакцию 12.01.2022

Окончательный вариант поступил 28.02.2022

Received Jan. 12, 2022 (Feb. 28, 2022)

---

*Х. Праджанати<sup>а</sup>, А. Тевати<sup>а</sup>, А. Диксит<sup>б\*</sup>*

*<sup>а</sup>Faculty of Electrical and Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering,  
Netaji Subhas University of Technology, New Delhi, India, 110078*

*<sup>б</sup>Department of Mechanical and Automation Engineering, G. B. Pant Government Engineering  
College, New Delhi, India, 110020*

## **ДОСТИЖЕНИЯ В КОМПОЗИТАХ, АРМИРОВАННЫХ НАТУРАЛЬНЫМИ ВОЛОКНАМИ<sup>1</sup> ТЕМАТИЧЕСКИЙ ОБЗОР**

*H. Prajapati, A. Tevatia, and A. Dixit\**

### **ADVANCES IN NATURAL-FIBER-REINFORCED COMPOSITES: A TOPICAL REVIEW**

**Keywords:** natural fiber, biodegradability, cost, mechanical properties, moisture absorption

A rapid growth in the research and employment of natural-fiber composites (NFCs) has been observed in the last years. This is explained by their many advantages, such as the biodegradability, eco-friendliness, a relatively low cost, and good mechanical properties. Despite these advantages, they also possess some undesirable features, such as difficulties in processing, high fiber moisture absorption, low impact strength, low durability, poor fire resistance, and poor compatibility between fibers and matrix. Much effort has been applied to minimizing these issues in order to extend the capabilities and applications of this group of materials. In an attempt to provide a better insight into NFCs, an up-to-date review of their manufacturing routes, different applications, and mechanical performance is very required. This review aims to address the above-mentioned issues challenges encountered when dealing with such materials.

**Ключевые слова:** волокно натуральное, биоразлагаемость, стоимость, свойства механические, влагопоглощение

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [anuragdixitiitd@gmail.com](mailto:anuragdixitiitd@gmail.com)  
Corresponding author: [anuragdixitiitd@gmail.com](mailto:anuragdixitiitd@gmail.com)

<sup>1</sup>Перевод с англ.

В последние годы наблюдают быстрый рост количества исследований и использования композитов, армированных натуральными волокнами (КАНВ), обусловленный такими их преимуществами, как способность к биоразложению, экологичность, относительно низкая стоимость и хорошие механические свойства. Однако КАНВ обладают и некоторыми нежелательными характеристиками: трудность обработки, высокое влагопоглощение волокнами, низкая ударная прочность и долговечность, плохая огнестойкость и плохая совместимость волокон с матрицей. Приложено много усилий для минимизации этих проблем и расширения применимости этой группы материалов. Для лучшего понимания КАНВ необходим актуальный обзор способов их изготовления, применений и механических характеристик. Цель обзора — способствовать решению упомянутых проблем, возникающих при работе с такими материалами.

### Введение

Человека всегда интересовал поиск новых материалов, которые можно было бы использовать в большом количестве применений в разных областях. Композитные материалы используют в силу их механической прочности и эксплуатационной надежности [1, 2]. Их изготавливают из двух и более разных материалов [3, 4]. Производство синтетических составляющих материалов, таких как стекловолокна и небiorазлагаемые смолы, приводит к выбросу углекислого и других вредных газов, способствующих глобальному потеплению и загрязнению воздуха. Композиты, армированные стекловолокном, не подлежат полной переработке, поскольку по истечении срока эксплуатации исходные небiorазлагаемые компоненты нельзя полностью разделить и они становятся опасными для окружающей среды [5—8].

Биокомпозиты или композиты, армированные натуральными волокнами (КАНВ), представляют большой интерес в силу их полной биоразлагаемости и поэтому безвредности для окружающей среды [9—13]. Биокомпозиты состоят из натуральных волокон и разлагаемой смолы, получаемой из разных природных ресурсов, таких как овощи, животные и минералы [5, 12]. Биокомпозиты изготавливают из двух разных природных материалов — натуральных недревесных и древесных волокон [3, 14].

КАНВ могут быть использованы в автомобилестроении, поскольку они легче и дешевле обычных стекловолоконных композитов, с лучшим ударопоглощением, обеспечивают хорошую звукоизоляцию [15, 16]. Их можно использовать для изготовления перчаточных ящиков, дверных панелей, бионических рычагов и т. д. [17], они обладают большим потенциалом для промышленного применения [11]. Несмотря на такие недостатки, как поглощение влаги и ее долгое удержание, делающие натуральные волокна размеронестабильными, их используют для изготовления композитных

материалов в силу возобновляемости, большого количества сырья и меньшей стоимости [18].

В последние несколько лет разработка КАНВ вызвала большой интерес, поскольку они превосходят традиционные материалы с точки зрения биоразлагаемости и экологических характеристик [12, 19]. Смолы, производимые из соевого, кукурузного, рыбного и льняного масел, используют вместе с натуральными волокнами для создания полностью биоразлагаемых композитов [20, 21]. Автомобильная промышленность ориентирована на производство деталей, которые полностью разлагаются по истечении срока эксплуатации и могут быть переработаны [22]. Для удовлетворения растущего спроса на экологически чистые материалы в разных областях применения необходим современный обзор, позволяющий лучше понять поведение КАНВ, изготовленных с использованием рубленых натуральных волокон, что и является целью настоящей работы.

## 1. Характеристики натуральных волокон

**1.1. Натуральные волокна.** Свойства натуральных волокон зависят от используемого природного сырья [3]. Внешний вид натуральных волокон различен, но их внутренняя структура одинакова (рис. 1) [23]. Одиночная прядь волокон состоит из разных микрофибрилл, спирально ориентированных в разных слоях, расположенных над центральным внутренним каналом волокна; вторичные стенки отделяют слои микрофибрилл. Также существует аморфная область, состоящая из лигнина и гемицеллюлозы, а в сети микрофибрилл видна неупорядоченная структура кристаллической целлюлозы [23]. Лигнин — гетерополимер, состоящий из сложно организованного ароматического фенольного полимера, сшитого регулярным образом [24]. Гемицеллюлоза — гетерополимер с боковой цепью, состоящий из чередующихся единиц маннозы и глюкозы, пентозы и галактозы [25].

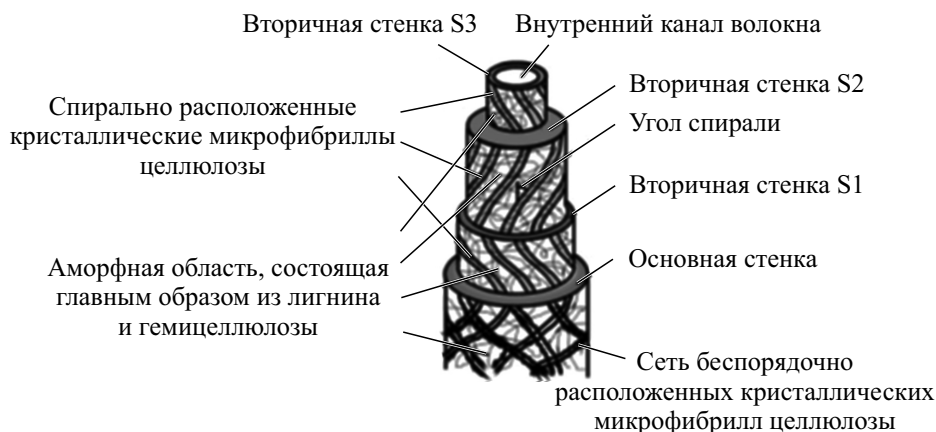


Рис. 1. Внутренняя структура типичной пряди натуральных волокон [23].



Табл. 1

Содержание компонентов и влаги (% по массе) в некоторых растительных волокнах [34]

Волокно	Лигнин	Целлюлоза	Гемицеллюлоза	Воск	Пектин	$\varphi$ , град	Влага
Хлопок	0,7—1,6	82,7	5,7	0,6	—	—	33—34
Сизаль	8—11	67—78	10—14,2	2	10	20	11
Ананас	5—12	70—82	—	—	—	14	11,8
Джут	12—13	61—71,5	13,6—20,4	0,5	0,2	8	12,6
Лен	2,2	71	18,6—20,6	1,7	2,3	10	10
Конопля	3,7—5,7	70,2—74,4	17,9—22,4	0,8	0,9	6,2	10,8
Рами	0,6—0,7	68,6—76,2	13,1—16,7	0,3	1,9	7,5	8

Содержание лигнина, целлюлозы и гемицеллюлозы в некоторых распространенных растительных волокнах приведено в табл. 1. Первичная стенка расположена под верхним слоем микрофибрилл. Благодаря такой сети микрофибрилл натуральные волокна обладают высокой прочностью [23].

Центральный внутренний канал — полый, а основное одиночное волокно образуется из внешнего стеблевого слоя растения [26]. Диаметр поперечного сечения одиночного волокна обычно варьируется от 10 до 30 мкм. Основные волокна, количество которых составляет от 8 до 50, собраны в пучки, соединенные пектином. Пучок основных волокон известен как техническое волокно, диаметр которого от 60 до 200 мкм [27]. При приложении нагрузки сеть микрофибрилл волокон переориентируется и растягивается в направлении нагрузки, обуславливая прочность волокна; при разгрузке микрофибриллы имеют тенденцию возвращения к исходной ориентации, но не могут ее достичь, если приложенная нагрузка превышает определенный предел, что свидетельствует о неупругости природных волокон [28, 29]. Натуральные волокна сильно анизотропны. В силу сшивки и разной структуры целлюлозы в определенных направлениях для нее характерны разные механизмы повреждения при воздействии нагрузки [30]. Упругие свойства КАНВ также зависят от угла спирали  $\varphi$  составляющих натуральных волокон, что увеличивает их анизотропию [31].

*1.1.1. Типы натуральных волокон.* В зависимости от источника классифицируют три типа натуральных волокон: растительные, животные и минеральные [3]. Минеральные волокна асбеста и слюды находятся в сильно закрытой упакованной форме и обладают преломляющей природой. Волокна животного происхождения имеют вид белков [1]. Эти волокна, также включающие волосы, волокна соединительной ткани, шелк и т. д., обладают значительной прочностью. Хотя одиночное волокно является слабым, их комбинация прочна. Растения, содержащие волокна, доступны в тропических лесах и сельскохозяйственных культурах [3].

Растительные волокна обычно получают из двух источников — первичного и вторичного. К первичному относят волокна, производимые в

качестве побочного продукта основных органических продуктов, таких как продукты питания, сырье и топливо для промышленного использования. К вторичному относят волокна из побочных продуктов, полученных в ходе изготовления органических продуктов. Растительные волокна (из растений, деревьев, травы и т. д.) обычно состоят из целлюлозы в разных формах. Эти волокна обычно обладают высокой прочностью при растяжении. Растительные волокна, содержащие в определенном количестве целлюлозу, классифицируют как зерновые, фруктовые, листовенные, стеблевые, древесные, травяные и тростниковые (рис. 2) [32].

Натуральные волокна недороги и доступны в большом количестве, но в силу гидрофильной природы склонны к влагопоглощению, способному значительно снизить механические свойства композитов. Если влага поглощается волокнами, в матрице возникают пустоты, влияющие на ме-

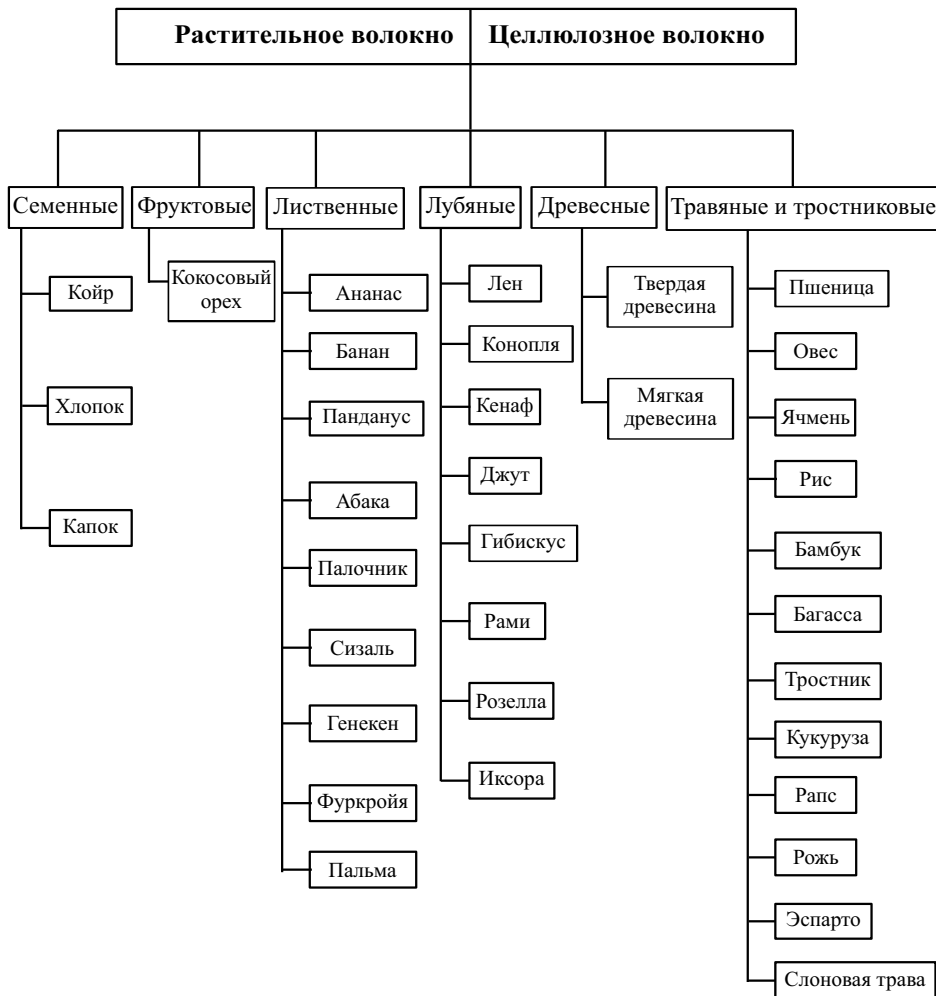


Рис. 2. Классификация растительных волокон [32].

Табл. 2

## Физико-механические свойства растительных волокон [1, 36, 37]

Волокно	$\sigma^{\text{tu}}$ , МПа	$E$ , ГПа	$\varepsilon^{\text{ult}}$ , %	$l/d$	$\phi$ , град	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$W$ , %
Хлопок	300—700	6—10	6—8	2752	20—30	1550	8,5
Капок	93,3	4	1,2	724	—	311—384	10,9
Бамбук	575	27	—	9259	—	1500	—
Лен	500—900	50—70	1,3—3,3	1258	12	1400—1500	12
Конопля	310—750	30—60	2—4	549	6,2	1400—1501	12
Джут	200—450	20—55	2—3	157	8,1	1300—1500	12
Кенаф	295—1191	22—60	—	119	—	1220—1400	17
Рами	915	23	3,7	4639	—	1550	8,5
Сизаль	80—840	9—22	2—14	115	10—22	1300—1500	11
Банан	529—914	27—32	1—3	—	11—12	1300—1350	—
Койр	106—175	9	15—40	64	39—49	1150—1250	13
Абака	12	41	3,4	257	—	1500	14
Ананас	413—1627	60—82	0—1,6	—	6—14	1440—1560	—
Пальма	248	3,2	2,5	—	—	700	—
Лист фи- никовой пальмы	309	11	2,7	—	—	900	—
Финиковая пальма	377	2,7	13	—	—	1000	—
Лист ананаса	126	4,4	2,2	—	—	1400	—

ханическую прочность композитов. Следовательно, перед изготовлением композита необходим правильный выбор натуральных волокон [1, 18].

Доступно огромное количество материалов, из которых получают натуральные волокна [33]. Однако в настоящее время лишь часть из них используют в промышленных, бытовых и академических целях. Механические свойства натуральных волокон зависят от типа почвы произрастания, окружающей среды, климатических условий, температуры, методов обработки, используемых для извлечения волокон, их химической обработки и т. д. Механические свойства некоторых натуральных волокон приведены в табл. 2.

Композиты на основе банановых волокон обладают хорошими механическими свойствами благодаря высокому модулю упругости  $E$ , малому удлинению при разрыве и низкой плотности  $\rho$  [35].

В табл. 3 перечислены обзоры исследований КАНВ и их производных, выполненные за 21 год.

**1.2. Выбор натуральных волокон.** Конечные свойства КАНВ зависят от свойств выбранных волокон. Натуральные волокна поглощают влагу (см. табл. 2) [1, 36, 37], что влияет на их прочность при растяжении  $\sigma^{\text{tu}}$ . В силу наличия наноструктур внутри волокон в одиночной пряже образуются небольшие капилляры, работающие как микровсасывающие насосы и как накопители влаги. Поэтому необходимо тщательно анализи-

## Обзор исследований натуральных волокон

Ссылка	Год	Прочность при изгибе	Прочность при растяжении	Модуль при растяжении	Прочность при ударе	Долговечность	Влагосодержание/ поглощение	Метод изготовления	Физическая модификация	Химическая обработка	Огнестойкость	Приложение
[30]	1999		X	X			X	X	X	X		
[31]	2001	X	X						X	X		
[32]	2006							X				X
[33]	2007						X			X		
[34]	2008		X					X			X	
[35]	2008						X			X		
[36]	2012		X	X		X	X	X	X	X	X	
[28]	2012						X			X		
[37]	2013		X	X								X
[38]	2014		X	X	X	X			X			X
[39]	2015							X	X	X		X
[40]	2015						X			X		X
[41]	2016	X	X	X								X
[42]	2017		X		X							
[43]	2017							X				X
[44]	2018	X	X	X	X		X					
[45]	2018	X	X	X				X				
[46]	2019		X		X							
[47]	2020					X	X			X		
[48]	2020	X	X					X	X	X	X	X
[49]	2020									X	X	X

ровать влагопоглощающую способность натуральных волокон при работе в очень влажной среде [38—40]. Для электромобилей требуется множество экологически чистых изоляционных материалов; они менее подвержены воздействию высоких температур, чем автомобили с двигателями, используемыми в качестве топлива бензин, выделяющий  $\text{CO}_2$ ,  $\text{NO}_x$  и другие вредные газы [22, 41]. Разные виды химической обработки волокон способны изменить в них содержание влаги  $W$  и сделать их менее гидрофильными [42, 43].

Расположение волокон в матрице композитов называют их ориентацией. Существует пять типов ориентации волокон, используемых при создании композита — однонаправленная, двунаправленная, тканая, слу-



Рис. 3. Типы ориентации волокон.

чайная, частично ориентированная (рис. 3.) Тканая ориентация волокон в большинстве случаев обуславливает большую прочность композита [3, 44—47].

Ориентация волокон определяет конечную прочность и жесткость КАНВ [48]. Тканая ориентация более сложна с точки зрения времени изготовления, чем двунаправленная [49]. В случае двунаправленной ориентации волокна могут быть перпендикулярны друг другу или наклонены под некоторым углом [50].

Для создания наиболее подходящего композита сначала надо сформулировать проблему и выполнить проектирование с использованием соответствующих методов оптимизации и инженерных уравнений [22, 51]. Свойства большинства натуральных волокон еще предстоит определить, поскольку данных о них нельзя найти в литературе. Поэтому необходимы аналитические модели, позволяющие выяснить, соответствует ли выбранное натуральное волокно желаемым характеристикам КАНВ [23].

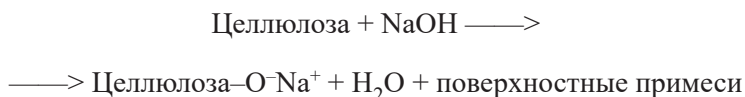
Из данных табл. 1 видно, что высокое содержание целлюлозы или небольшое количество лигнина и гемицеллюлозы в растительном волокне приводит к его высокой гидрофильности. Влажность волокон изменяет форму и размер КАНВ и ослабляет сцепление матрицы с волокнами [52]. Поэтому для правильного выбора натурального волокна необходимо провести оптимизацию с целью определения надлежащего количества целлюлозы и влагопоглощающей способности. Географическое местоположение также влияет на выбор волокон. В Индии наиболее распространены растительные волокна из бамбука, банана, абаки, арека, кокоса, конопли, рами, сизаля, кенафа, джута и т. д. В Непале и Бутане оптом изготавливают волокна из конопли и крапивы. В холодных странах в большом количестве доступны льняные волокна. США, страны Восточной Европы и Восточной Азии — наиболее крупные производители хлопковых волокон [14, 53].

Используя данные табл. 2, можно выбрать подходящие волокна на основе свойств, необходимых для создания КАНВ. При выборе волокон в некоторых областях применения следует учитывать их удельную прочность, удельный модуль Юнга, а также содержание влаги [22, 37, 41].

**1.3. Выбор химической обработки натуральных волокон.** Для улучшения свойств натуральных волокон необходима химическая обработка:

алкилирование, альдегидирование, силанизация, акрилирование, перманганизация, бензолизация, малеинизация связующих агентов, изоцианирование, виниловая прививка, отбеливание, депарафинизация и т. д. [23, 38, 39, 54—56]. Необработанные КАНВ обладают очень низкой прочностью [54, 57]. Наличие натурального воска на волокнах увеличивает поверхностное натяжение, не позволяя материалу матрицы должным образом контактировать с поверхностью волокна. В натуральных волокнах гидроксильные группы и свободная вода присутствуют в основном в аморфной области, что ослабляет способность волокон создавать надлежащее адгезионное сцепление с большинством материалов матрицы и смолами. Более высокое поглощение влаги натуральными волокнами приводит к набуханию, плохой размеростабильности, пластификации и плохим механическим свойствам [58].

Щелочная химическая обработка — наиболее широко применяемая обработка натуральных волокон при использовании термореактивных и термопластичных смол [38]. Она также известна как мерсеризация. При этой обработке масло и воск, покрывающие поверхность стенки натуральных волокон, вымываются с удалением определенного количества лигнина и деполимеризацией целлюлозы, обнажая более короткие кристаллиты. Гидроксид натрия (щелочной) реагирует с натуральными волокнами следующим образом [59]:



На рис. 4 схематически показано, что после щелочной обработки определенное количество лигнина превращается в воду и соединение натриевой соли с длинной углеродной цепью, как следует из приведен-

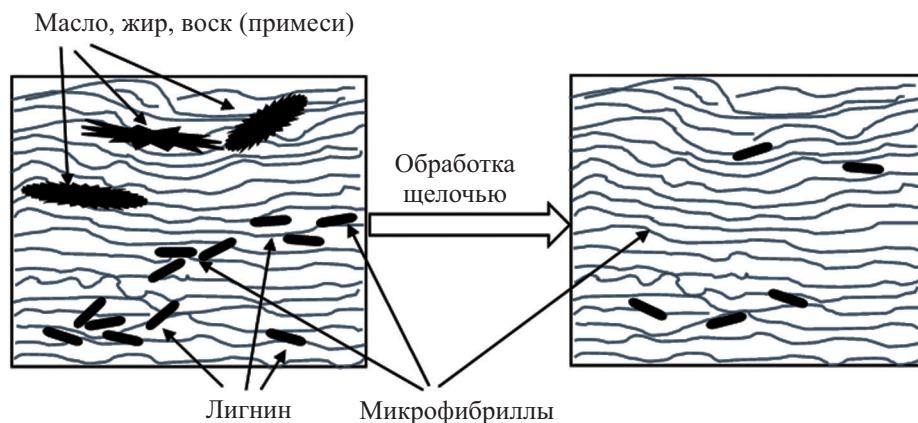


Рис. 4. Схема, иллюстрирующая влияние щелочной обработки поверхности натуральных волокон.

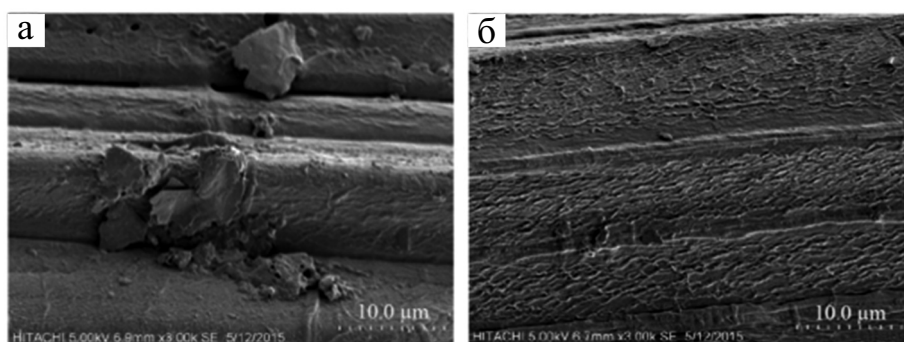
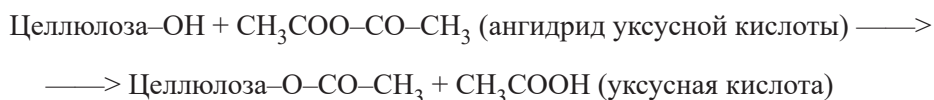


Рис. 5. Микрофотографии СЭМ необработанных (а) и обработанных щелочью NaOH (б) волокон кенафа [60].

ного уравнения. Также удаляются все масляные и восковые примеси. При удалении лигнина и гемицеллюлозы возникают пустоты, делающие волокно менее плотным и менее жестким. Поэтому при приложении растягивающей нагрузки микрофибриллы получают пространство для перегруппировки в направлении деформирования [59].

При щелочной обработке натуральных волокон наблюдают значительное улучшение удельной прочности и прочности при растяжении [45, 54, 61—70]. На рис. 5 приведены микрофотографии (СЭМ) волокон кенафа с обработанными щелочью (NaOH) и необработанными поверхностями, полученные с помощью сканирующего электронного микроскопа (СЭМ). Видно, что такая обработка удаляет большую часть влаги и обнажает микрофибриллы, так что между волокном и материалом матрицы может иметь место надлежащее сцепление [60]. Однако длительная обработка волокон может ухудшить их механическую прочность и сцепление волокон с матрицей [71].

Ацетилирование — обработка натуральных волокон уксусной кислотой и уксусным ангидридом [72]. Ранее этот метод использовали для текстильных композитов, но теперь он становится популярным и для натуральных волокон [34]. Он улучшает размеростабильность, биологическую стойкость и уменьшает влагопоглощение КАНВ. Натуральное волокно состоит из большого количества лигноцеллюлозы, играющей важную роль в ходе ацетилирования, реагируя с уксусным ангидридом и приводя к этерификации гидроксильных групп в стенке клетки с образованием уксусной кислоты в качестве побочного продукта, как показано на схеме [73]



Для осуществления указанной реакции используют ограниченное количество жидкого уксусного ангидрида без катализатора или соразтворителя, а для начала реакции — обычно высокие температуры от 120 до 160 °С [23,

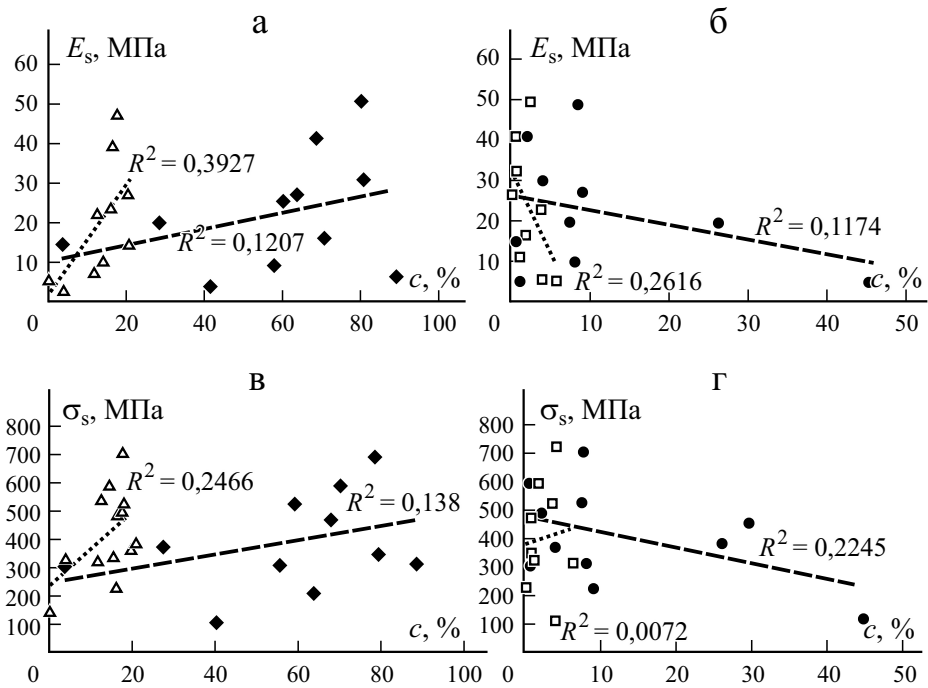


Рис. 6. Влияние химических составляющих волокон  $c$  на механические свойства композитов: зависимости удельного модуля  $E_s$  (а, б) и удельной прочности  $\sigma_s$  (в, г) от содержания целлюлозы ( $\diamond$ , - - -), гемицеллюлозы ( $\Delta$ , ····), лигнина ( $\bullet$ , - - -), пектина ( $\square$ , ····). (- - -, ····) — линейный регрессионный анализ [82].

38, 74]. При ацетиловании наблюдают улучшение удельной прочности и гидрофильности натурального волокна [75—80].

Химическая обработка волокон удаляет такие химические составляющие, как лигнин, целлюлоза, пектин, гемицеллюлоза, воск и т. д. [81], способные изменить их механические свойства (рис. 6). Кроме того, удаление составляющих выполняли с целью получения более легких высокопрочных волокон. Виден разный наклон линий регрессии для разных химических составляющих натурального волокна. Высокое содержание целлюлозы и гемицеллюлозы увеличивает удельную прочность и удельный модуль Юнга, а также делает волокно объемным [82]. Присутствие лигнина ослабляет волокно, а его удаление увеличивает удельную прочность и удельный модуль Юнга. Наличие пектина снижает удельный модуль Юнга, но увеличивает удельную прочность. Таким образом, следует удалять оптимальное количество пектина.

Химическая формула силана —  $\text{SiH}_4$ . Минерализация придает стабильность композиту и действует как связующий агент [83], образуя мостики между поверхностью волокон и матрицей. В процессе конденсации один конец силанольного радикала создает связь с гидроксильной группой целлюлозы, а другой — с функциональной группой матрицы [38, 84]. Таким



образом, поперечные связи между полимерной матрицей и волокнами образуются с однородной молекулярной углеводородной цепью, удерживающей волокно вместе с материалом матрицы при приложении нагрузки. Обработка силаном значительно увеличивает удельную прочность композитов из натуральных волокон [85—89].

Обработка бензоилированием включает использование бензоилхлорида для снижения гидрофильности натуральных волокон, что значительно улучшает термостабильность и межфазную адгезию поверхности волокна и матрицей [90—92]. Методом экстракции масло, воск, лигнин и гемицеллюлозу удаляют с поверхности волокна и гидроксильная группа, содержащая целлюлозу, обнажается [45]. В процессе бензоилирования гидроксильная группа заменяется бензоильной группой, но гидроксильная группа присоединяется к основной цепи целлюлозы [38].

Обработка натуральных волокон хлоритом натрия  $\text{NaClO}_2$  в кислотной ванне отбеливает волокна и удаляет из них большую часть влаги. При этом их гидрофильность существенно снижается, а гибкость увеличивается [93—96].

Обработку изоцианатом используют для образования за счет химической реакции прочной ковалентной связи между волокнами и материалом матрицы. При такой обработке содержание влаги уменьшается, а гидрофобность возрастает [97—99]. Изоцианатная функциональная группа ( $-\text{N}=\text{C}=\text{O}$ ) реагирует с гидроксильной группой, присутствующей в целлюлозе и лигнине волокна, и образует ковалентную связь между волокном и матрицей.

При обработке хлорангидридом олеиновой кислоты, являющейся производной жирной кислоты, он реагирует с гидроксильной группой целлюлозы, присутствующей в волокне, улучшая адгезию волокон к материалу матрицы и уменьшая в них содержание влаги [34, 100, 101].

Обработка грибами — новый биологический метод, в настоящее время используемый для улучшения сцепления волокон с матрицей [102]. При такой обработке на волокно наносят специальные биологические ферменты для удаления с его поверхности нецеллюлозного вещества [34, 103]. Обработка обеспечивает улучшенные механические и физические свойства [103].

Обработку натурального волокна пероксидом осуществляют с помощью пероксидной прививки полиэтилена, сцепленного с поверхностью волокна, где свободные пероксидные радикалы реагируют с гидроксильной группой волокна и матрицы [104, 105]. Этот метод увеличивает гидрофобную природу волокна, снижает содержание влаги, улучшает сцепление на поверхности раздела волокно—матрица и увеличивает термостабильность натуральных волокон [106, 107].

Малеинированные связующие агенты взаимодействуют с поверхностями волокна и матрицы, имеющими функциональные группы, образуя углеродные связи волокон с матрицей [108, 109]. В такой обработке малеиновый ангидрид используют для образования покрытия на поверхности во-

локна с длинноцепным полимером путем взаимодействия с гидроксильной группой аморфной области лигнина в целлюлозной сети. Образовавшееся покрытие уменьшает взаимодействие гидроксильной группы с волокном и в итоге снижает гидрофильную способность волокон [110—112].

Акрилирование акрилонитрилом происходит за счет реакции акриловой кислоты ( $\text{CH}_2=\text{CHCOOH}$ ) с гидроксильной группой целлюлозы внутри волокна, стабилизирующей полимеризацию целлюлозы [38, 113]. Связь кислород—кислород создается путем удаления атома водорода из полимерной цепи, когда пероксидные радикалы инициируют прививку акриловой кислоты в матрице. С помощью этого метода на поверхности раздела волокно—матрица улучшается сцепление и способность передачи напряжений [114—116].

При обработке волокон стеариновой кислотой  $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{CO}_2\text{H}$ , карбоксильные группы которой реагируют с гидроксильной группой волокна, возрастает кристалличность структуры волокна [117—119]. Карбоксильную группу получают из раствора этилового спирта. Микрофибриллы подвергаются воздействию материала матрицы, сцепляя их вместе; контакт между волокнами и материалом матрицы увеличивается [120, 121].

Обработка перманганатом калия  $\text{KMnO}_4$  улучшает химическую связь волокон с матрицей, обеспечивая стабильность КАНВ [122]. Перманганат калия реагирует с гидроксильной группой целлюлозы и лигнином в волокне, улучшая термостабильность КАНВ [123]. Гидрофобная способность КАНВ возрастает, обеспечивая им дополнительный защитный слой [124].

Обработка композитного материала триазином  $\text{C}_3\text{H}_3\text{N}_3$  увеличивает сцепление волокон с матрицей за счет увеличения их ковалентной связи и повышения устойчивости волокон к воздействию влаги [125]. Триазин реагирует с гидроксильной группой целлюлозы, присутствующей в волокнах, делая ее более гидрофобной. Таким образом, удаление функциональной группы целлюлозы и лигнина из волокна позволяет материалу матрицы образовывать более прочные ковалентные связи с волокнами и повышать адгезию матрицы с волокнами [126].

**1.4. Дисперсия и ориентация волокон.** Дисперсия волокон оказывает значительное влияние на свойства КАНВ, обычно имеющих гидрофильные волокна и гидрофобную матрицу. Ориентация волокон определяет удельную прочность, механические свойства и размеростабильность КАНВ [45, 54, 79]. Разные виды химической обработки в разной степени улучшают дисперсию волокон, оказывая существенное влияние на их межповерхностное сцепление. Дисперсия волокон влияет на межповерхностное сцепление волокон с матрицей благодаря изменению количества пустот [127]. На дисперсию волокон также влияют температура, давление и химические вещества. Для изменения ориентации волокон можно также использовать метод прививки, но его основной недостаток — большая стоимость. Наилучших результатов достигают при ориентировании волокон путем приложения механических нагрузок [128, 129].

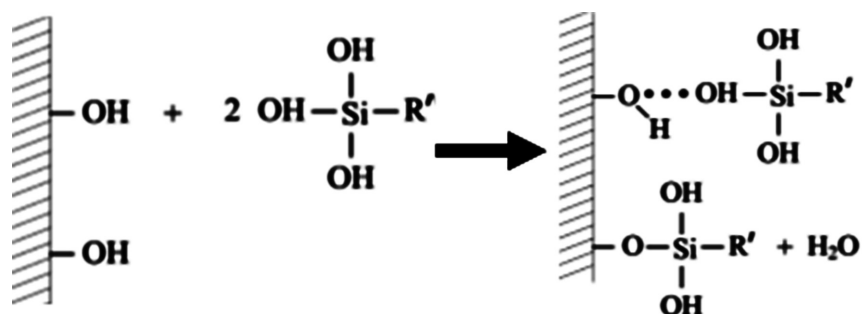


Рис. 7. Дисперсия волокна [130].

Механизм диспергирования волокон показан на рис. 7 [130], где функциональная группа, содержащая кремний с углеводородной группой и три гидроксильные группы в четырех местах сцепления, образует связь с кислородом в гидроксильной группе целлюлозы волокна, заменяя гидроксильную группу с функциональной группой кремния и образуя воду.

Обработка КАНВ во время изготовления напрямую влияет на дисперсию волокон в матрице. Использование двухшнековых экструдеров вместо одношнековых в высокоинтенсивном процессе перемешивания обеспечивает лучшее диспергирование волокон и уменьшает общие затраты.

Наибольшей прочности обычно достигают, когда волокна ориентированы в направлении нагружения. Осуществить укладку натуральных волокон сложнее, чем синтетических. Часть волокон ориентируется под углом к направлению нагружения, что улучшает свойства композита в двух направлениях — продольном и поперечном. Тканые структуры или полотняное переплетение также влияют на общую прочность композитных материалов.

**1.5. Выбор матрицы.** Матрицу выбирают исходя из желаемых свойств КАНВ, поскольку разные материалы матрицы имеют разные характеристики сцепления. Биоразлагаемость материала матрицы — еще один критерий выбора; для полностью биоразлагаемых КАНВ требуется 100% биоразлагаемая матрица, не производящая вредных газов.

Полимерные матрицы, используемые для изготовления КАНВ, делят на две группы — полностью разлагаемые и частично разлагаемые. Полностью разлагаемые матрицы получают из органических источников и подразделяют на натуральные и на масляной основе. Натуральные матрицы включают полимолочную кислоту, термопластичный крахмал, полигидроксиалканоат и т. д. Матрица на масляной основе включает алифатический полиэфир, сложноэфирный амид и т. д. Частично разлагаемая матрица включает полиэфир, полиэтилен, полипропилен, поливиниловый спирт и т. д.

Смолы делят на нефтехимические термопластичные и терморезистивные. Эпоксидная смола (ЭС) представляет собой нефтехимическую терморезистивную смолу, обладающую высоким термическим сопротивлением, огнеупорностью и размеростабильностью даже при повышенных температурах. Смолы на нефтехимической основе, широко

используемые в качестве матрицы для композитов, частично разлагаются; механические свойства этих матриц лучше, чем полимерной матрицы. Матрица — основной материал, воспринимающий нагрузку, передающий ее волокнам и защищающий их от агрессивных условий окружающей среды. Для изготовления КАНВ обычно предпочитают использовать легкую полимерную матрицу.

**1.6. Методы обработки композитов на основе натуральных волокон.** Существуют разные методы обработки натуральных волокон, зависящие от их исходных свойств: содержания влаги, прочности, температуры и т. д. Основная задача — извлечение волокон из растения. Наиболее распространенные методы — вымачивание росой или водой, механическая экстракция и химическая обработка. Вымачивание росой или водой обычно занимает от 14 до 28 дней для отделения лигнина, гемицеллюлозы, пектина, воска и т.д. в ходе деградации волокон. Механическая обработка — быстрый метод. И хотя при этом методе волокна теряют некоторую долю прочности, его все же широко используют.

Температура, объемное содержание и тип волокон, степень влажности и гидрофильности — основные характеристики, от которых зависит обработка натуральных волокон. Если количество присутствующей влаги выше порогового уровня, предварительная обработка должна удалить ее [131]. Для большинства натуральных волокон температура обработки во избежание их разрушения и усадки должна составлять около 200 °С [132]. Большая температура может ухудшить характеристики КАНВ в силу изменений механических и физических свойств материалов волокна и матрицы [133]. Основные производственные технологии для изготовления КАНВ — формование под давлением, литьем, экструдированием, ручная выкладка и формование с переносом смолы и др.

*1.6.1. Формование под давлением* с 1990-х годов широко используют для изготовления облегченных материалов, обладающих хорошими характеристиками и высокой прочностью [135]. В этом методе сырье предварительно нагревают, помещают в пресс-форму и формируют, создав в ней

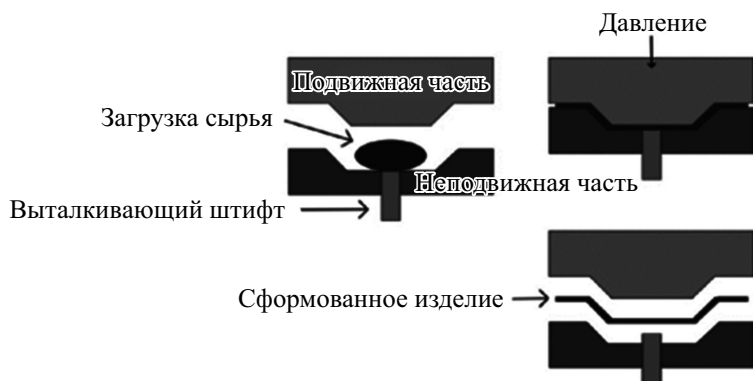


Рис. 8. Изготовление композитов методом формования под давлением [134].

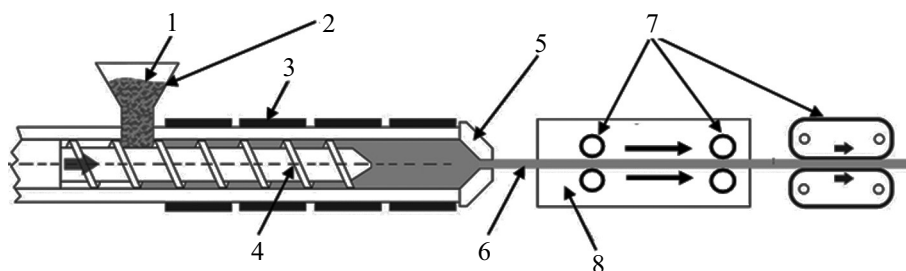


Рис. 9. Изготовление композитов методом экструзии: 1 — гранулы сырья; 2 — дозатор; 3 — нагревающие элементы; 4 — червяк; 5 — фильера; 6 — композитный материал; 7 — эскалаторы; 8 — охлаждающая камера.

высокое давление [136, 137]. Давление поддерживают до отверждения композита. Количество материала, время нагревания, величина приложенного давления, время и метод охлаждения — критические параметры, которые необходимо учитывать при формовании под давлением. На рис. 8 показана схема и технологическая диаграмма метода формования под давлением для изготовления композитного материала, в котором подвижную часть пресс-формы используют для приложения давления, а выталкивающий штифт способствует извлечению конечного продукта после отверждения.

1.6.2. *Формование экструдированием* — один из простых производственных процессов, наиболее широко используемых для изготовления КАНВ с высокой прочностью и жесткостью [138]. Термопластичный материал подают в бункер в виде гранул или окатышей и доставляют в цилиндр экструдера, имеющий нагревательное устройство с контролем температуры. В [139] методом экструзии изготовили композит на основе волокон сахарного тростника и матрицы из полиэтилена высокой плотности, прочность при растяжении которого была на 50% больше, чем изготовленного традиционным методом. Типичное устройство для формования экструзией показано на рис. 9.

1.6.3. *Литьевое формование*. В этом методе гранулы или окатыши полимера загружают в бункер, направляющий их во встроенную нагревательную камеру (или печь), температуру которой контролируют и поддерживают на уровне точки плавления используемого полимера [141]. Таким образом, расплавленный полимер доставляют в насосную секцию, из которой материал впрыскивают в разъемную пресс-форму, обычно расположенную рядом с этой секцией. Расплавленные материалы охлаждают внутри пресс-формы и извлекают после отверждения. Данный метод широко используют для массового изготовления композитных материалов. На рис. 10 показан типичный процесс литьевого формования и архитектура машины, используемой в промышленности для производства объемных изделий определенной формы.

1.6.4. *Ручная выкладка* — дешевый метод, наиболее широко применяемый для изготовления КАНВ, в котором используют открытую пресс-форму с нанесенным на ее поверхность тонким слоем антиадгезива. Волокна

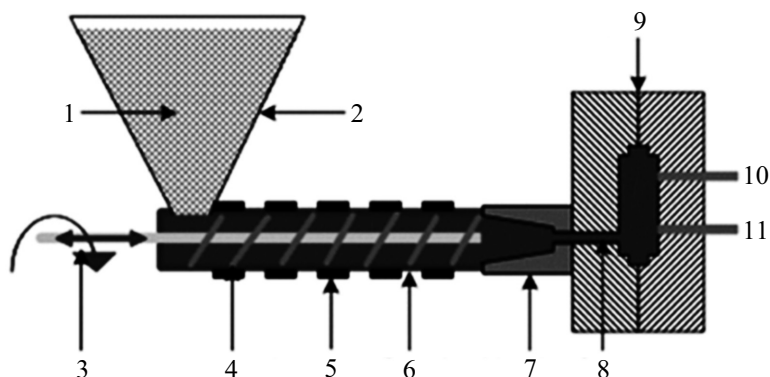


Рис. 10. Метод литьевого формования [140]: 1 — гранулят; 2 — дозатор; 3 — движение червяка; 4 — червяк; 5 — нагреватели; 6 — цилиндр; 7 — сопло; 8 — литник; 9 — разъемная пресс-форма; 10 — выталкиватель; 11 — штифты.

укладывают на поверхность пресс-формы и с помощью кисти или валика наносят на них матрицу или смолу так, чтобы внутри композитного материала не осталось воздуха, а смола равномерно распределилась на волокнах. Затем выкладывают новый слой волокон и процесс повторяют до получения требуемой толщины композита. На рис. 11 схематически показаны инструменты для ручной выкладки и необходимые материалы. Чистка щеткой и прокатка очень важны для удаления воздуха из композитного материала и получения однородного распределения смолы. Изготовленные слои или ламинаты в течение определенного времени оставляют нетронутыми до их отверждения, а затем извлекают композит из пресс-формы.

*1.6.5. Формование с переносом смолы (RTM).* В этом методе волокна размещают внутри полости пресс-формы, которую закрывают зажимами и под давлением инжектируют в нее смолу при определенной температуре [142]. Температуру контролируют с помощью компьютера или термопар непосредственно на цифровом дисплее. RTM — промежуточный способ

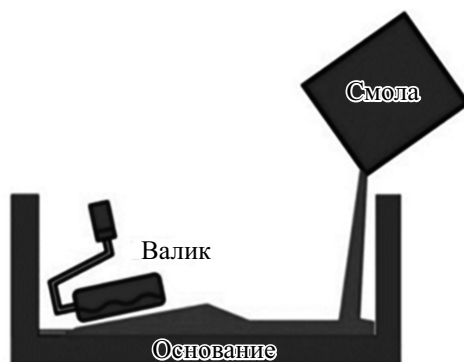


Рис. 11. Изготовление композита методом ручной выкладки [134].

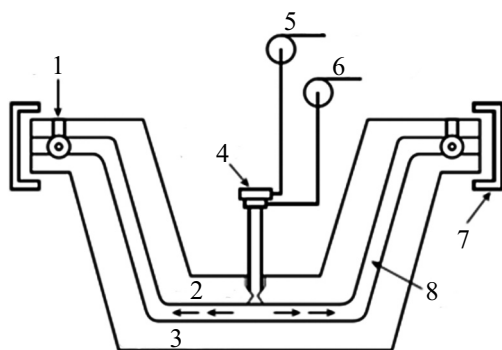


Рис. 12. Метод формования с переносом смолы (RTM) [143]: 1 — вентиляционное отверстие; 2, 3 — верхняя и нижняя части пресс-формы; 4 — смеситель/держатель инжектора; 5 — дозатор смолы; 6 — дозатор катализатора; 7 — захват; 8 — сухая арматура.

изготовления изделий средних и крупных размеров из КАНВ. Для обеспечения легкого затекания и распределения смолы, а также для сокращения времени производственного цикла можно использовать вакуумирование.

Изготовленное изделие имеет две готовые поверхности. На рис. 12 показан типичный процесс формования с переносом смолы с использованием двух пресс-форм с вентиляционным отверстием для облегчения течения смолы.

1.6.6. *Формование методом инфузии (RIM) и вакуумной инфузии (VARIM).* Способ формования инфузией смолы аналогичен формованию RTM с той лишь разницей, что вторую поверхность пресс-формы заменяют гибкой мембраной или поверхностью. Вакуумирование помогает устранить воздушные карманы и обеспечивает течение смолы внутри формовочной полости. Гибкую поверхность удаляют и прикрепляют к неподвижной

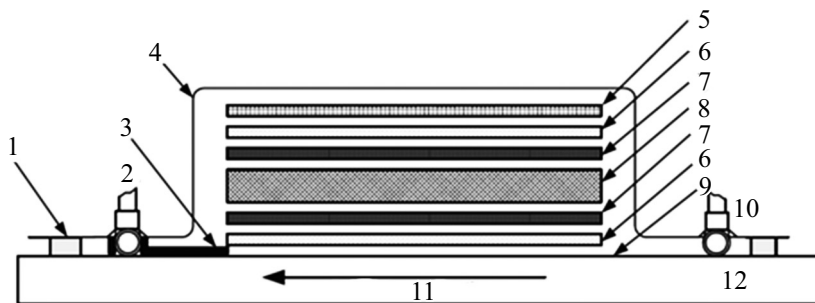


Рис. 13. Формование методом вакуумной инфузии смолы (VARIM) [144]: 1 — герметизирующая лента; 2 — вакуум; 3 — вентиль; 4 — вакуумный мешок; 5 — среда распределения смолы; 6 — антиадгезионная пленка; 7 — разделительная ткань; 8 — ткань; 9 — жидкий разделительный агент; 10 — смола; 11 — направление течения смолы; 12 — нагревательный стол.

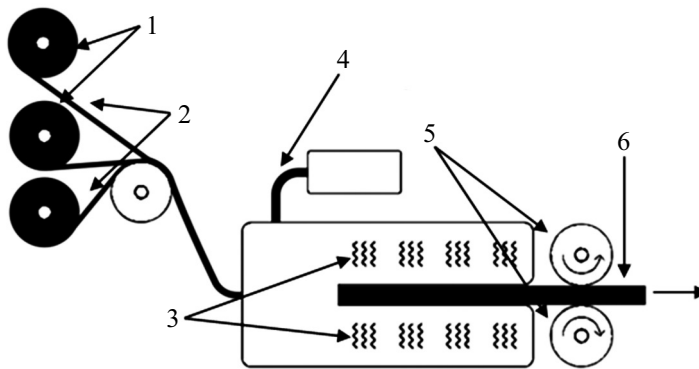


Рис. 14. Изготовление композитов с натуральными волокнами методом пултрузии: 1 — катушки с прядями волокон; 2 — волокна; 3 — нагреватели; 4 — смола; 5 — эскалаторы с охлаждающей жидкостью; 6 — готовое изделие.

поверхности полости, а волокна помещают внутрь формовочной полости [144]. Затем внутри полости с помощью всасывающего устройства создают вакуум. При этом смола перетекает из камеры в соединенную с ней полость с помещенными в неё волокнами. На рис. 13 показана схема VARIM. Смолу можно нагнетать с помощью вакуума или под умеренным давлением для обеспечения ее правильного распределения. Затем материал отверждают до достижения адекватного склеивания.

*1.6.7. Процесс пултрузии* означает вытягивание + экструзия. Это непрерывный процесс изготовления полимерных КАНВ (рис. 14). Пучки волокон имеют вид нитей, матов и т. д. В качестве материалов матрицы можно использовать термореактивные или термопластичные материалы. Это обуславливает гибкость процесса при изготовлении разных КАНВ. Волокна из рулонов затягивают с помощью эскалаторов или тянущих механизмов внутрь нагревательной камеры, в которую смолу или полимер подают с помощью инжектора или винтового механизма. В нагревательной камере поддерживают температуру отверждения смолы или температуру плавления полимера. Волокна пропитывают смолой или полимером, а затем композитный материал вытягивают из камеры через стальную фильеру, формирующую требуемую геометрию изделия. Эскалаторы снабжены жидкостью, охлаждающей композит до получения готового изделия. Изделие, изготовленное методом пултрузии, в силу большого содержания волокон обладает большой конструкционной прочностью [145]. Процесс можно сделать полностью автоматизированным, что снизит затраты на рабочую силу и производство. Этот процесс, имеющий короткий производственный цикл, используют в разных отраслях промышленности [146].

*1.6.8. Метод автоклава.* В этом методе волокна, пропитанные смолой, помещают в открытую пресс-форму, имеющую форму изготавливаемого изделия [147]. Сначала форму покрывают тонкой полиэфирной тканью, а затем пористой пленкой и дышащей тканью [148]. Иногда на заготовку



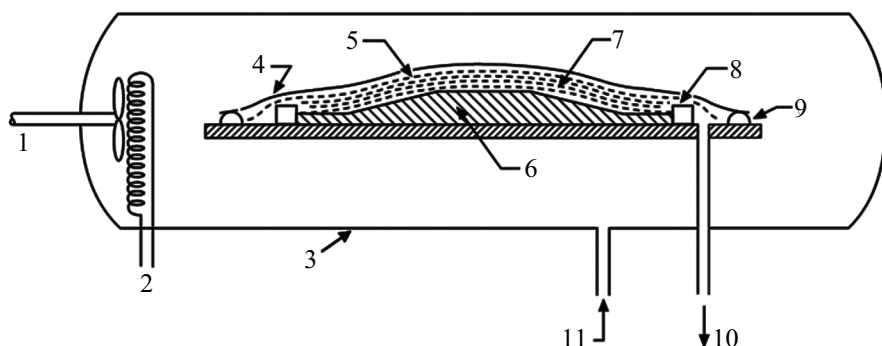


Рис. 15. Метод автоклава [148]: 1 — фен; 2 — нагреватели; 3 — автоклав; 4 — мембрана; 5 — дышащий пакет; 6 — пресс-форма; 7 — пакет препрега; 8 — пробковая дамба; 9 — изоляционный слой; 10 — вакуум; 11 — давление.

слоистого композита также кладут препрег, а затем другие необходимые пленки (рис. 15). Высокопрочная мембрана поддерживает все остальные ткани и помогает создавать надлежащий вакуум. Для осуществления последующего формования изделия необходима хорошая герметизация, для обеспечения которой в мембране и формовочной поверхности используют съемные уплотнения, обеспечивающие воздухонепроницаемость. Затем с помощью мощного всасывающего устройства создают вакуум. Всю сборку помещают в автоклав, где внешнее давление регулируют с помощью компрессора. Температуру также регулируют либо с помощью нагревательной спирали, встроенной непосредственно под пресс-форму, либо с помощью теплообменника (рис. 15). Для удаления любой нежелательной воздушной полости внутри изготавливаемого слоистого композита вне пресс-формы создают большее давление. Автоклавный процесс медленный и дорогостоящий. Его широко используют в авиакосмической промышленности для изготовления высокопрочных изделий с высокой долговечностью [149].

*1.6.9. Реакционное формование армированного материала (RRIM).* В этом процессе используют пресс-форму с двумя съемными частями. Как показано на рис. 16, пресс-форма имеет два впускных отверстия для химикатов, вводимых под высоким давлением с помощью мощного механизма форсунки, такого как гидравлический насос высокого давления или механизм с поршневым цилиндром. Эти две отдельные камеры спроектированы таким образом, чтобы получать необходимое количество обоих химикатов (реактивных смол) в требуемой пропорции, контролируемой дозирующими устройствами на входах [150]. Внутри смесительной камеры потоки химикатов смешиваются, начинается химическая реакция между ними, а затем смесь поступает в полость формования, в которую уже помещены армирующие волокна в виде заготовки слоистого композита. Процесс пропитки заготовки начинается, как только смесь достигает поло-

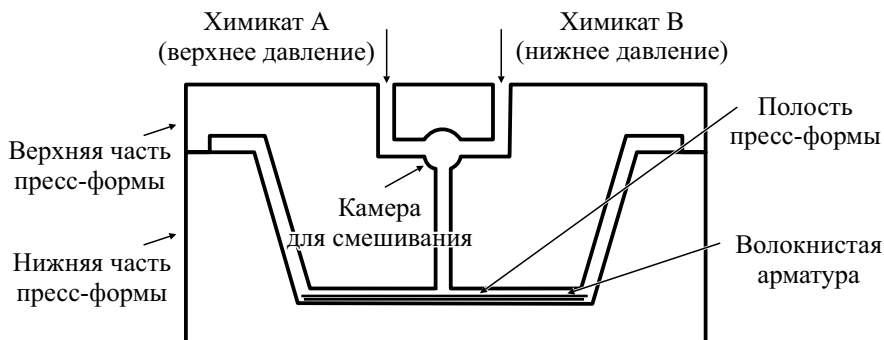


Рис. 16. Упрощенная схема метода реактивного литья под давлением армированного материала.

сти. Температуру полости формы поддерживают на уровне температуры отверждения смолы, образованной реакцией двух химикатов, например, А и В. После отверждения подачу химикатов прекращают и удаляют верхнюю пресс-форму, конечный продукт вынимают из нижней пресс-формы. Этот процесс успешно разработан для нейлона, полиуретана и полиэфиров. Использование в этом методе двухкомпонентного полиуретана очень популярно. Детали, изготовленные данным методом, обладают хорошей конструкционной прочностью [148].

## 2. Свойства КАНВ

Свойства КАНВ во многом зависят от сцепления волокон с матрицей и определяют долговечность и стабильность композитного материала [151].

**2.1. Механические свойства. 2.1.1. Растяжение.** Свойства при растяжении — наиболее важная характеристика натуральных волокон. Для определения прочности натуральных волокон при растяжении при разных температурах, влажности и предшествующих химических обработках используют стандарты ASTM. Общая прочность КАНВ при растяжении зависит от межповерхностной адгезии волокон с материалом матрицы. На прочность при растяжении также влияет химическая обработка, проводимая для модификации волокна (рис. 17) [152]. Видно, что добавление 5% по массе щелочи к льняным волокнам увеличивает их прочность при растяжении и модуль упругости [152].

В исходном состоянии натуральные волокна обладают некоторой прочностью при растяжении, которую можно увеличить с помощью разных химических методов [76]. В [153] для определения механического поведения композитов, армированных джутом и кокосовым волокном, выполнили анализ методом конечных элементов и подтвердили результаты экспериментами.

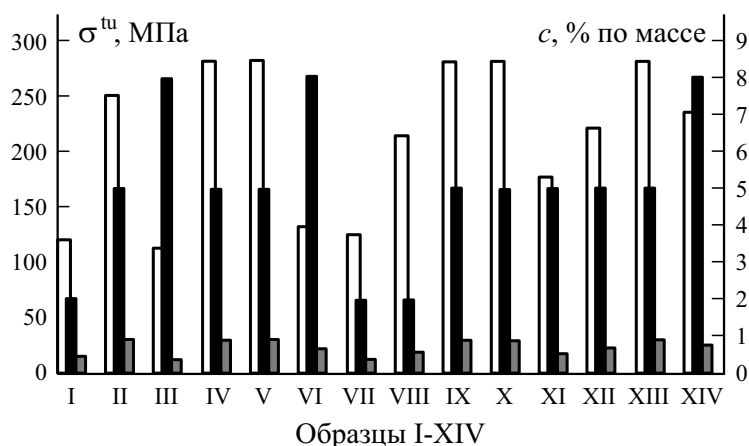


Рис. 17. Влияние щелочной обработки  $c$  (■) на прочность  $\sigma^{tu}$  (□) и модуль упругости  $E_t$  (▨) при растяжении льняных волокон [152].

В табл. 2 приведены механические свойства некоторых натуральных волокон, широко используемых для изготовления КАНВ. Прочность при растяжении разных натуральных волокон различается в силу разного внутреннего расположения лигнина и целлюлозы внутри волокон и угла наклона микрофибрилл.

2.1.2. *Сжатие*. Прочность при сжатии  $\sigma^{cu}$  КАНВ зависит от ориентации волокон в матрице, плотности матрицы и волокон и их распределения [84, 154]. При приложении сжимающей нагрузки матрица КАНВ воспринимает ее и передает волокнам [155]. В [156] экспериментально изучили сжимающие свойства композитов на основе пучков льняных волокон и эпоксидной матрицы и установили, что прочность волокон меньше прочности композитного образца такого же размера. В [157] методом литья под давлением изготовили композит гидроксиапатит—полиэфирэфиркетон, изучили его механические свойства и установили, что 20% по объему гидроксиапатита обеспечили среднюю прочность при сжатии 139 МПа с числом твердости по Виккерсу 23,82.

2.1.3. *Удар*. Ударная прочность КАНВ определяет его сопротивление ударным нагрузкам. Такие нагрузки прикладывают с очень высокой скоростью, время их действия мало, а величина высока. Поэтому ударную прочность КАНВ следует определить перед его использованием в приложении, в котором ожидают ударные нагрузки [158]. Обычно ударная прочность КАНВ хорошая, поскольку натуральные волокна достаточно гибкие, а материал матрицы — полимер, способный выдерживать такие нагрузки [8, 144]. Продолжительность удара короткая, поэтому большую часть нагрузки принимает на себя матрица, т.е. прочность матрицы также влияет на общую ударную прочность КАНВ. В [159] экспериментально изучили композит на основе кокосовых волокон и эпоксидной матрицы и установили, что его ударная прочность 11,49 кДж/м<sup>2</sup>. Причина такого

Табл. 4

Прочность при изгибе  $\sigma^{bu}$  и растяжении  $\sigma^{tu}$  композитов из натуральных волокон, подвергнутых химической обработке

Волокно	Содержание, % по массе	Вид обработки	$\sigma^{bu}$ , МПа	$\sigma^{tu}$ , МПа	Источник
Бамбук	16	—	42,27	13,85	[164]
Джут	20	NaOH	129,5	67,41	[165]
Лен	15	NaHCO <sub>3</sub>	69,29	39,72	[165]
Сизаль	15	NaOH	63,73	22,03	[165]
Конопля	40	NaOH	112,79	54,60	[166]
Кенаф	20	—	33,28	38,30	[167]
Абака	50	Хлорид бензол- диазония	82,76	75,34	[168]
Лист ананаса	42	—	239,37	71,66	[169]
Пальма	30	NaOH+ соль бен- золдиазония	55,17	24,69	[170]

низкого значения — плохое межповерхностное сцепление волокон с матрицей. В [160] экспериментально изучили гибридный композит с эпоксидной матрицей, армированной джутовыми и банановыми волокнами, и получили максимальную ударную прочность 18,23 кДж/м<sup>2</sup> при массовом соотношении джутовых и банановых волокон 50/50.

**2.1.4. Изгиб.** Прочность при изгибе КАНВ также довольно высока. Предельная изгибающая нагрузка — это прочность КАНВ при изгибе, при превышении которой композит разрушается [161]. Эта прочность зависит от прочности сцепления волокон с матрицей. На общую прочность КАНВ при изгибе в основном влияет прочность материала матрицы [162]. В табл. 4 приведены изгибные свойства некоторых распространенных КАНВ. Видно, что на эти свойства также влияет химическая обработка волокон в зависимости от концентрации используемого химического вещества. В [163] экспериментально проанализировали композиты на основе полистирольной матрицы, армированной волокнами сахарного тростника, обработанными 6% NaOH, и получили максимальную прочность при изгибе 38,99 МПа и изгибный модуль упругости 4268 МПа.

**2.2. Долговечность.** Размеростабильность — основная характеристика КАНВ при длительном использовании. Если размеростабильность КАНВ хорошая, то композит считают долговечным [78, 171]. На долговечность КАНВ также влияет тип химической обработки волокон и материал матрицы. Поскольку микроорганизмы атакуют КАНВ в течение срока их эксплуатации, прочность и жесткость КАНВ может уменьшаться. Долговечность КАНВ выше, если их используют только в определенном диапазоне переменных окружающей среды [171].

**2.3. Прочность при межслойном сдвиге** — неотъемлемое свойство слоистого композита. Напряжение межслойного сдвига возникает между соседними слоями слоистого композита. Рекомендованы два метода испытаний — сдвиг короткой балки и сдвиг образца с двойным надрезом [172].

В [173] предложили использовать следующее уравнение для расчета прочности при межслойном сдвиге  $\sigma_{is}^u$  при испытании на трехточечный изгиб:

$$\sigma_{is}^u = \frac{3P}{4Bt},$$

где  $P$  — разрушающая нагрузка;  $B$  и  $t$  — ширина и толщина образца соответственно.

Прочность композитных материалов при межслойном сдвиге зависит от сцепления между соседними слоями и наличия между ними пустот или пузырьков воздуха.

В [174] экспериментально исследовали гибридный композит на основе эпоксидной матрицы, армированной банановыми и ананасовыми волокнами, с разной последовательностью укладки четырех слоев. Изготовили по четыре образца с каждой укладкой. Прочность  $\sigma_{is}^u$  композита с укладкой ананасовые—банановые—ананасовые—банановые волокна равна 21,095 МПа, а композита со слоями только из ананасовых волокон — наименьшая — 4,683 МПа. В [175] изготовили композиты из высокомолекулярного фенолформальдегида, армированного джутовыми и льняными волокнами. Экспериментально установили, что прочность  $\sigma_{is}^u$  композита из джутовых волокон имеет наименьшее значение — 1,4 МПа, а композита из льняных волокон — наибольшее — 4,4 МПа. В [176] экспериментально изучили прочность при межслойном сдвиге эпоксидных композитов с джутовыми волокнами и наполнителем из ценосфер. Установили, что джутовый композит с 5% по массе ценосфер достиг максимального значения  $\sigma_{is}^u = 27,5$  МПа. Дальнейшее увеличение концентрации наполнителя привело к резкому снижению величины  $\sigma_{is}^u$ .

**2.4. Усталостная прочность** — это предел прочности композитных материалов, подвергающихся циклическим нагрузкам. Некоторые исследования усталости провели при постоянной амплитуде напряжения при одноосном нагружении растяжение—растяжение с частотой 5 Гц с коэффициентом нагружения  $R = 0,1$  [177]. Механизм усталостного разрушения КАНВ обычно аналогичен таковому при квазистатическом нагружении, что очевидно из микрографических исследований КАНВ [178—180]. Частота нагружения также влияет на усталостную долговечность КАНВ в зависимости от ориентации волокон и материала матрицы. В [181] экспериментально провели испытания на усталость композитов на основе связующего из полиэфирной и эпоксидной смол, армированного сизалевыми волокнами, обработанными NaOH, при циклическом нагружении растяжение—растяжение с  $R = 0,1$  и при обратном нагружении с  $R = -1$ . Наблюдали повышенную усталостную долговечность композитов с волокнами, обработанными NaOH. С увеличением количества циклов при  $R = 0,1$  наблюдали петли гистерезиса с уменьшающейся площадью и обратный эффект при  $R = -1$ . В [179] изучали усталостное поведение эпоксидных композитов, армированных льняными волокнами, с укладкой  $[0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ]$ ,

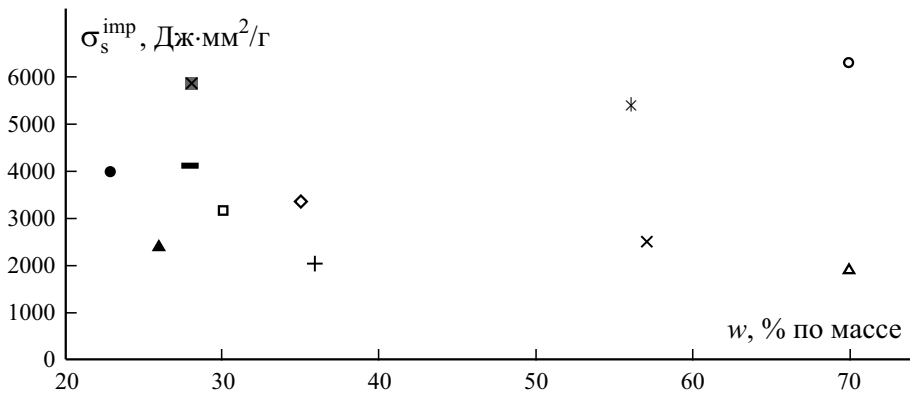


Рис. 18. Зависимость удельной прочности при ударе  $\sigma_s^{\text{imp}}$  от массового содержания волокон  $w$  и конфигурации композита: однонаправленные сизаль—ЭС ( $\Delta$ ) [187] и лен—ЭС ( $*$ ) [192], ортогонально армированные конопля—ЭС ( $-$ ) [188], лен—ЭС ( $\diamond$ ) [19], лен—винилэфир ( $\bullet$ ) [194], сизаль—ЭС ( $\circ$ ) [187], конопля—полимолочная кислота ( $\blacksquare$ ) [189], джут—полиэфир ( $+$ ) [195], лен—винилэфир ( $\times$ ) [193], на основе мата сизаль—полиэфир ( $\square$ ) [187] и конопля—полиэфир ( $\blacktriangle$ ) [190].

продемонстрировавшие хорошую усталостную прочность несостаренных композитов. В [182] для определения усталостной долговечности слоистого композитного материала при случайных вибрационных нагрузках разработали метод, основанный на эквивалентной спектроскопии.

**2.5. Низкоскоростной удар.** Повреждение, наносимое ударами движущегося объекта, называют скоростным ударом [183]. При этом удар, создаваемый объектом с малой скоростью (до 10 м/с), получил название низкоскоростного удара. Однако также имеют место высокоскоростные (от 0,05 до 1 км/с) и сверхскоростные (от 2 до 5 км/с) удары. Сопротивление скоростным ударам композитного материала, используемого в движущихся объектах (самолеты, автомобили и т. д.), — очень важная характеристика [184]. В [185] изготовили пять слоистых эпоксидных композитов, армированных льняными волокнами, и рассмотрели поглощенную энергию, максимальную силу и максимальное перемещение как параметры для понимания воздействия низкоскоростного удара. В эксперименте использовали груз массой 10,7 кг с полусферическим диаметром 20 мм, падающий с высоты 0,997 м, и установили, что композит из льняных волокон поглощает энергию 6,37 Дж, составляющую 41,17% от таковой 5-слойного эпоксидного углепластика с такой же геометрией. В [186] экспериментально изучили поведение при низкоскоростном ударе композита на основе эпоксидно-новолачной матрицы, армированной 28% по массе волокнами кубинской конопли, и получили максимальную ударную прочность 0,02 Дж/мм<sup>2</sup>. Исследования характеристик низкоскоростного удара КАНВ на основе разных волокон и матриц, разных укладок и при разном содержании волокон выполнили в [187—195] (рис. 18). Из данных

рисунка видно, что тип составляющих и укладка композита обуславливают разную прочность при низкоскоростном ударе. Оптимальное содержание волокон также обеспечивает большую ударную прочность композитов при низкоскоростном ударе. Прочность при низкоскоростном ударе является функцией удельной ударной вязкости [187].

**2.6. Баллистические свойства.** Свойство КАНВ выдерживать высокоэнергетические удары — это баллистическое свойство, которое можно использовать для изготовления защитного снаряжения войск и бронезилетов. Баллистические свойства КАНВ можно повысить, улучшив сцепление армирующих волокон с материалом матрицы за счет увеличения поперечных связей между ними, выполнив надлежащую химическую, плазменную или гамма-обработку [196]. В случае многослойной брони высокопрочный КАНВ может заменить средний слой брони в бронезилетах. В [197] разработали слоистый композит на основе полиэфирной смолы, армированной сизалевыми волокнами, используемый в качестве второго слоя в многослойном бронезилете вместо слоистого органо-пластика. Установили, что полиэфирный композит с 30% сизалевых волокон обладал баллистическими свойствами, сравнимыми с таковыми слоистого органо-пластика. В [198] изготовили эпоксидный композит, армированный 30% ананасовых волокон, который можно использовать в качестве дополнительного слоя в баллистической броне, выдерживающей удар винтовочных боеприпасов калибром 7,62 мм.

**2.7. Вибрационные свойства** — это демпфирующая характеристика композитного материала, иллюстрирующая его способность поглощать энергию колебаний. Для поглощения нежелательных вибраций необходим высокий коэффициент демпфирования. В [199] экспериментально и численно исследовали вибрационные характеристики композитов на биоэпоксидной матрице, армированной льняными волокнами, с внедренным натуральным вязкоупругим слоем и установили хорошее согласование между конечно-элементными и экспериментальными результатами. В [200] провели экспериментальное исследование вибрационных свойств композита с полиэфирной матрицей, тканой оболочкой кокосового ореха и короткими банановыми волокнами, изменяя многослойную структуру композита, и установили, что схема укладки композита кокос—банан—кокос поглощает максимальную энергию колебаний, указывая на ее высокую демпфирующую способность. В [201] экспериментально изучили колебательные характеристики эпоксидных композитов, армированных джутом, линином и диоксидом кремния, и установили, что добавление до 2% по массе диоксида кремния увеличивает собственную частоту композита. Введение большего количества диоксида кремния ее уменьшает. В [202] методом импульсного возбуждения экспериментально изучали демпфирующие и вибрационные свойства композитов на основе волокнисто-армированного полипропилена и наблюдали, что композит с 30% по массе армирующих волокон имеет наибольшую собственную частоту

в силу высокой жесткости композита, а коэффициент демпфирования уменьшается по мере увеличения содержания волокон.

**2.8. Динамические механические свойства** (модуль накопления, модуль потерь и коэффициент демпфирования материала) зависят от времени и температуры [203]. Модуль накопления обычно связан с модулем Юнга композита, характеризующим его жесткость, а модуль потерь — мерой энергии, которую он может рассеять при воздействии внешней нагрузки. Коэффициент демпфирования  $\text{tg}\delta$  очень чувствителен к температуре. На динамические свойства композита влияют длина, ориентация и процентное содержание волокон. Температура стеклования — температура, при которой термореактивный полимер становится мягким и вязким, как резина. При этой температуре модуль потерь максимален. В [204] экспериментально исследовали динамические механические свойства тканого гибридного композита на основе волокон конопли и полиэтилен-полиэтилентерефталата и определили его температуру стеклования, равную 69 °С. В [205] экспериментально исследовали динамические механические свойства композита с эпоксидной матрицей, армированной волокнами ананаса и кокоса, и установили, что его коэффициент демпфирования уменьшается с увеличением объемного содержания волокон. При введении в эпоксидную матрицу ананасовых и кокосовых волокон наблюдали повышенные значения модуля потерь, модуля накопления и температуры стеклования. В [206] экспериментально оценили динамические механические свойства эпоксидного композита с сизалевыми волокнами, обработанными бикарбонатом натрия, и установили, что диаграмма Коула—Коула композита имеет вид несовершенного полукруга, что указывает на неоднородность распределения составляющих композита. Композит с обработанными сизалевыми волокнами обладал лучшей однородностью и продемонстрировал большую термостабильность и несущую способность при увеличении частоты.

**2.9. Термомеханические свойства** композитных материалов определяют методом термомеханического анализа (ТМА). Эти свойства зависят от коэффициента термического расширения, температуры стеклования, размягчения композита, термостойкости и воздействия окружающей среды [207]. В [208] посредством ТМА оценили термомеханические свойства композита с полипропиленовой матрицей, армированной переработанной целлюлозой, и наблюдали повышенную термическую и термоокислительную стабильность композита. В [209] экспериментально исследовали термомеханические свойства эпоксидного композита меламин—мочевина—формальдегид, армированного длинными и короткими кокосовыми волокнами, и получили максимальную теплопроводность  $0,1078 \pm 0,0072$  Вт/(м·К). На первом этапе деградации термогравиметрические кривые свидетельствовали о меньшей потере массы кокосовых волокон. В [210] экспериментально определили термомеханические свойства композита на основе полимолочной кислоты, армированной короткими льняными волокнами, и определили для большинства образцов темпера-



туру стеклования  $\approx 60$  °С, тогда как для композита с 20% по массе волокон наблюдали ее увеличение на 0,8 °С.

### 3. Свойства, зависящие от времени

**3.1. Ползучесть.** Длительное использование КАНВ при постоянной температуре приводит к ползучести, а его общая прочность при растяжении и сжатии снижается [21]. Условия окружающей среды также влияют на характер и интенсивность ползучести. В силу ползучести может произойти нарушение сцепления на поверхности раздела, деформация матрицы, вытягивание и разрыв волокон, распространение трещин. В [211] изучили поведение ползучести композитов из смеси целлюлозы и крахмала, армированной сизалевыми волокнами, экспериментально и с применением четырехпараметрической модели и установили, что сизалевые волокна повышают сопротивление ползучести по мере увеличения их содержания.

Ползучесть — зависящее от времени свойство материала, характеризующее его устойчивость к нагрузкам в течение определенного периода времени при определенной температуре и давлении. Существует два метода определения ползучести материала — традиционный и ускоренный. Первый основан на зависимости от нагрузки и времени, а второй — от температуры (рис. 19) [212]. Ползучесть сопровождается деформациями, когда в течение длительного периода нагрузку прикладывают при постоянной или изменяющейся температуре. Накопленная деформация ползучести представляет собой комбинацию остаточной и обратимой деформаций. Когда накопленная деформация достигает определенного предельного значения, начинается разрушение материала при ползучести [213].

Большинство исследований ползучести КАНВ показывает, что сопротивление ползучести возрастает с увеличением содержания волокон до определенного предела, а затем уменьшается [214—217].

В [218] провели экспериментальное исследование характеристик ползучести композита на основе полимолочной матрицы, армированной бамбуковыми волокнами, путем краткосрочных испытаний на ускоренную ползучесть в диапазоне температур от 25 до 120 °С, используя принцип температурно-временной аналогии. Сопротивление ползучести композитов

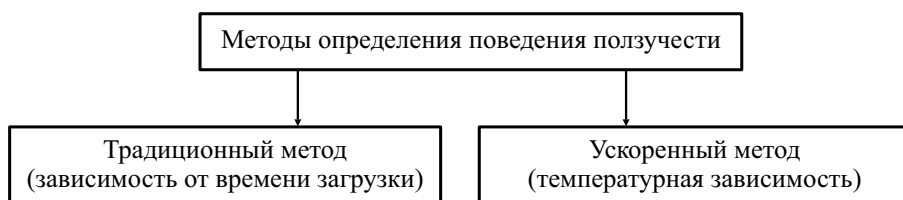


Рис. 19. Методы определения поведения ползучести.

с 60% содержанием волокон было наибольшим, а затем уменьшалось при увеличении содержания до 70%.

В [219] разработали многооперационный стенд для испытания на ползучесть при изгибе на открытом воздухе. В [220] экспериментально определили параметры ползучести композитов из полипропилена и волокон кенафа с привитым крахмалом. Использовали композиты с короткими и длинными волокнами. Результаты показали, что волокна обоих типов уменьшили скорость деформирования, но увеличили прочность. В [221] экспериментально проанализировали поведение ползучести полилактидных композитов с матом из льняных волокон, для получения обобщенной кривой модуля накопления использовали принцип температурно-временной аналогии и сообщили об их повышенной устойчивости к ползучести при нагружении с низкими частотами.

На рис. 20 приведена микрофотография разрушения при ползучести композита на основе полимолочной кислоты, армированной тканью из конопляных волокон. Видны трещины в волокнах. При длительной ползучести имели место большие деформации [222].

**3.2. Усадка.** По прошествии значительного времени в натуральных волокнах происходит усадка в силу увеличения их гидрофобности [4]. При удалении влаги с повышением температуры происходит усадка КАНВ, обуславливающая нестабильность размеров и хрупкость, и тогда КАНВ можно легко сломать, приложив некоторое давление [223]. Усадка может происходить в силу миграции, перегруппировки и переориентации молекул композитного материала, создающих внутренние напряжения между волокнами и матрицей и уменьшающих прочность при растяжении и сжатии.

**3.3. Термические свойства** КАНВ зависят от теплопроводности материалов натуральных волокон и матрицы, теплового сопротивления между границами раздела волокна и матрицы [100, 224]. Теплопроводность КАНВ

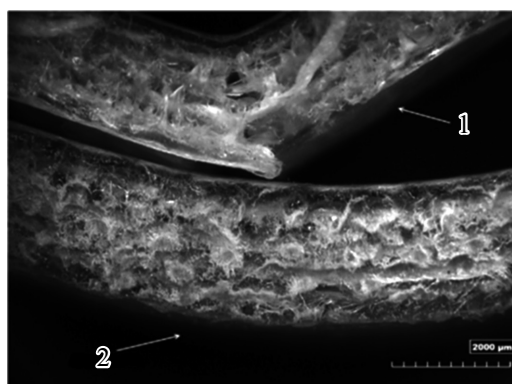


Рис. 20. Полученное с помощью датчика с зарядовой связью цифровое изображение высокого разрешения композита на основе полимолочной кислоты и ткани из волокон конопли (30% по массе), подверженного длительному (1) и кратковременному (2) испытанию на ползучесть при нагрузке 54,34 МПа и температуре 40 °С [222].

Табл. 5

Обобщенный результат исследований механических свойств в КАНВ

Источник	Волокно	Матрица	Метод изготовления	Ориентация волокон	Содержание, % по массе	Ключевое наблюдение
[230]	Лен, хлопок и конопля	Полипропилен/ натуральный каучук	Формование под давлением	Случайная	10, 20, 30, 40	При 30% по массе волокон длиной 1 мм наибольшая прочность при растяжении 32,8 и 34,5 МПа получена при использовании конопля и льна соответственно
[231]	Джут и куриное перо	Эпоксидная	Ручная выкладка	Случайная	0-30 (джут) 30-0 (куриное перо)	Массовое содержание 10% джута и 20% куриного пера обеспечило наибольшую прочность при растяжении и изгибе
[232]	Сизаль и конопля	Термопластичный крахмал/ латекс	Формование под давлением и термомпрессование	Случайная	0-20 (без латекса), 0-20 (с латексом)	Прочность при растяжении и изгибе возрастала по мере увеличения содержания волокон
[233]	Лен	Полипропилен	Экструзия	0	20, 30, 40	Увеличение объемного содержания льняных волокон снижало прочность композита при межповерхностном сдвиге
[234]	Койр	Натуральный каучук, полипропилен	Двухвалковое вальцевание	Продольная	До 30	Наибольшая прочность при растяжении и модуль упругости достигнуты при 25% по массе волокон
[235]	Конопля	Полимолочная	Формование под давлением	Однонаправленная	30	Композит с сатиновым переплетением волокон обладал наибольшей прочностью, жесткостью и вязкостью разрушения
[56]	Аренга перистая/ тростник	Полимолочная	Формование под давлением	0	0, 10, 20, 30	Наибольшую прочность при растяжении 29,74 МПа продемонстрировал композит с 10% по массе волокон.
[236]	Джут	Полиэфирная	Ручная выкладка	Тканый мат	25	Изучено многоосное нагружение. Предел усталостной выносливости композита составил 65% от прочности композита при растяжении
[237]	Джут, пальма, пустье фруктовые гроздь (ПФГ)	Эпоксидная	Ручная выкладка	Ткань	0	Гибридная комбинация ПФГ и джутовых волокон обеспечила большую прочность при растяжении и изгибе, чем однокомпонентный композит с двумя поверхностными слоями
[131]	Ковыль	Полиэфирная	Формование вакуумной инфузией	Поперечная и продольная	38	Определена поперечная прочность 30 МПа, продольная прочность 144 МПа и модуль упругости при растяжении 8,8 ГПа
[44]	Сизаль	Натуральный каучук	Двухвалковое вальцевание	Поперечная и продольная	30	Коэффициент релаксации волокистого продольно ориентированного композита оказался больше, чем поперечно ориентированного

[48]	Кенаф, багасса	Полипропилен	Литьевое формование	Случайная	10, 20, 30	Давление сжатия при литьевом формовании до определенного предела напрямую влияет на модуль Юнга изготовляемого композита
[238]	Сизаль	Полиуретан, фенольная смола	Формование под давлением	Ткань, плотняное переплетение	33-44	Слоистый композит на основе фенольной смолы и сизалевых волокон продемонстрировал прочность при растяжении 25 МПа, большую, чем композит из полиуретана с сизалевыми волокнами (17 МПа)
[66]	Сизаль, пальма	Натуральный каучук	Двухвалковое вальцевание	Продольная, поперечная и наклонная	30, 50, 70	Композиты с продольной ориентацией волокон имели большие значения механических характеристик, чем с поперечной
[239]	Сизаль	Винилфенольная и эпоксидная, полимер	Формование с переносом смолы	Продольная, ткань	32	Обработка поверхности волокон обеспечила большую прочность композитов при растяжении. Наибольшую прочность наблюдали при влажности 30%
[240]	Асаи	Натуральный каучук	Двухвалковое вальцевание	Случайная	5, 10	Степень сорбции воды возросла по мере увеличения содержания волокон. Установлено, что механические свойства композита сопоставимы с используемыми в промышленности "зелеными" композитами
[83]	Генекен	Полиэтилен высокой плотности	Формование с переносом смолы	Продольная Случайная	20	Композиты с продольной ориентацией волокон продемонстрировали увеличение прочности при растяжении и изгибе на 3 и 30% соответственно
[121]	Джут	Натуральный каучук	Двухвалковое вальцевание	Случайная	0	Алкилирование силианом комбинарованного композита с джутовыми волокнами продемонстрировало наибольшие механические характеристики по сравнению с другими исследованными композитами
[87]	Курауа (ананас эректифолиус)	Полиэтилен	Экструзия	Случайная	2, 5, 10	При использовании волокон, обработанных силианом, получена кристалличность 40%. Волокна не влияют на температуру термодеструкции матрицы
[37]	Лен	Эпоксидная	Формование с переносом смолы	Однонаправленная, два разных саржевых переплетения	40	Композит из льняных волокон показал большую горючесть и большие деформации, чем композит из стекловолокон
[39]	Джут	Поли (3-гидроксипропан-2-ил)-бутират-со-3-гидроксипропан-1,2-диол — гранулы	Формование под давлением	Случайная	27	Введение в композит 4% наноглины улучшило его механические свойства
[241]	Бамбук	Эпоксидная, поливинилэфирная	Ручная выкладка	Осевая	0, 10, 20, 30, 40	Эпоксидный композит, армированный 40% бамбуковых волокон, имел наибольшие значения прочности при растяжении (119,39 МПа) и изгибе (161,58 МПа), чем другие исследованные композиты

с низким содержанием натуральных волокон близка к теплопроводности материала матрицы [225, 226]. Химическая обработка композита, тип волокна и матрицы также влияют на теплопроводность КАНВ [227]. Для определения термостабильности КАНВ обычно используют термогравиметрический анализ (ТГА) [228]. В [229] экспериментально, используя тесты ТГА, изучали композит на основе полипропиленовой матрицы, армированной 25% по массе волокон марокканской конопли, и выяснили, что его термическая деградация на 8% больше, чем чистого полипропилена.

В табл. 5 обобщены результаты предыдущих исследований свойств разных КАНВ.

**3.4. Влияние влаги.** В силу капиллярности КАНВ поглощают влагу из окружающей среды [79]. Гидрофильность натуральных волокон можно уменьшить с помощью разных методов химической обработки волокон: ацетилирования, пероксидирования и алкилирования [242]. Влага может быть опасной, когда она присутствует в КАНВ в большом количестве, но может быть полезной для сохранения размеростабильности и прочности КАНВ при приемлемом уровне.

Табл. 6

## Применение КАНВ

Ссылка	Свойства	Матрица	Применение
[244, 245]	Устойчивость к химическим веществам	Полипропилен	Лабораторное оборудование, строительство, автомобилестроение, транспорт, упаковка
[246]	Высокая прочность при растяжении и малая масса	Натуральный каучук, эпоксидная смола	Автомобильная промышленность, чехлы для мобильных телефонов, транспорт, электронное оборудование
[247]	Высокая теплопроводность, низкая электропроводность	Полифениленсульфид	Печатные платы в электронике, телефонах, телекоммуникационном оборудовании, бытовой электронике.
[248]	Коррозионная стойкость	Полиэтилен	Упаковка, автомобилестроение, транспорт, обработка химикатов, трубопроводы
[249]	Нетоксичность, биоразлагаемость	Полимолочная кислота	Бытовая электроника, потребительские товары, упаковка для пищевых продуктов, игрушки, корпуса для ручек, биомедицинские приложения
[250]	Износоустойчивость, дешевизна, акустическая и водонепроницаемость	Полиуретан	Железные дороги, трубопроводы, акустика
[251]	Гидрофобность, низкая ползучесть, высокая прочность	Полисульфон	Водные приложения, корабли, пищевая упаковка, водопровод

#### 4. Применения

КАНВ находят широкое применение в автомобильной промышленности, бытовой электронике, авиастроении и домашнем хозяйстве [243]. Внутренние части автомобилей могут быть изготовлены из долговечных натуральных волокон [101]. Бытовая электроника, состоящая из полимерных компонентов, особенно ее корпуса, не поддается биоразложению, но ее компоненты можно заменить на изготовленные из недорогих и высокопрочных КАНВ, уменьшив вредное воздействие на окружающую среду. КАНВ пригодны в качестве электроизоляционных материалов, поскольку обладают низкой электро- и теплопроводностью. В табл. 6 указаны возможные области применения биокомпозитов. Однако натуральные волокна должны быть совместимы с материалом матрицы.

Использование КАНВ в сложных системах в космической, ракетной и авиационной промышленности стимулирует более подробные исследования их свойств.

#### 5. Перспективы

КАНВ при правильном производстве являются высокопрочными материалами, сравнимыми с композитами из синтетических волокон, и могут использоваться в разных областях. Согласно текущему развитию исследований эффективность КАНВ возрастает день ото дня. В ближайшие годы рыночная стоимость КАНВ станет выше, поскольку они становятся все более популярными. Количество исследований в области КАНВ постепенно увеличивается. Разрабатываются разные методы снижения стоимости изготовления КАНВ и повышения их долговечности и прочности за счет использования разных видов и методов химической обработки. Люди и правительства начинают осознавать, что КАНВ являются биоразлагаемыми материалами, способными защитить разрушающийся озоновый слой и предотвратить глобальное потепление и катастрофы. Рыночная стоимость этих материалов возрастает, что побуждает фермеров выращивать и извлекать больше натуральных волокон и продавать их производителям.

#### Заключение

Обилие натуральных волокон на Земле делает их наиболее экономичным решением для замены невозобновляемых ресурсов на основе нефти в армированных композитных материалах. Подробный обзор, представленный в настоящей работе, поможет инженерному сообществу лучше понять разные свойства КАНВ и разработать новые экологически чистые материалы с улучшенными характеристиками. В настоящем обзоре также рассмотрены механические свойства и их влияние на срок эксплуатации

КАНВ. Выбор натуральных волокон для КАНВ в первую очередь зависит от желаемых свойств композитов. Представленный обзор позволяет сделать следующие выводы.

- Натуральные волокна можно извлечь из таких природных источников, как растения и животные. Они доступны на Земле в изобилии и поэтому имеют большой потенциал в качестве армирующего материала для производства композитных материалов. Растительные волокна обладают высокой прочностью при растяжении и долговечностью.

- Основное преимущество применения КАНВ — их экологичность. Процесс производства таких композитов не опасен для окружающей среды и может значительно снизить выбросы парниковых газов.

- Растительные волокна склонны к влагопоглощению и теряют свою прочность без надлежащей обработки. Существуют разные виды химической обработки, способные повысить их прочность и долговечность. Результаты предыдущих исследований показали, что композиты с необработанными натуральными волокнами имеют более низкие механические характеристики, чем с обработанными.

- Существует несколько видов химической обработки натуральных волокон. Щелочная обработка — экономичный метод защиты композитных материалов и придания им прочности.

- Существуют разные технологические методы для производства КАНВ. Наиболее распространен метод ручной выкладки.

- Свойства КАНВ зависят от характеристик используемых волокон и материалов матрицы, сцепления между ними и вида химической обработки. Температура и давление — физические переменные, самым непосредственным образом влияющие на свойства КАНВ.

- Прочность КАНВ зависит от межповерхностного сцепления волокон с матрицей; предыдущие исследования показали, что шивка значительно увеличивает их прочность при растяжении и изгибе.

- Определенное количество влаги в волокнах необходимо для сохранения их прочности при растяжении. Избыточное содержание влаги ухудшает прочность сцепления волокон с матрицей и снижает общую прочность композитов при растяжении и изгибе. Слишком низкое содержание влаги может обусловить усадку композита и плохую размеростабильность. Термостабильность — важный параметр, который необходимо учитывать при выборе КАНВ для применений в жарких условиях и при длительном использовании.

- Разные комбинации волокон и матриц подходят для разных применений КАНВ. В ходе дальнейших исследований статико-механические и зависящие от времени свойства КАНВ могут быть улучшены. Огнеупорность также является важной характеристикой КАНВ, которую можно использовать для снижения их стоимости и повышения технологичности.

- КАНВ становятся популярными материалами для изготовления разных промышленных и бытовых товаров. Основная причина исполь-

зования КАНВ — технологичность, высокая прочность, улучшенная размеростабильность и повышенная прочность при изгибе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Al-Oqla F. M. and Salit M. S.* Materials Selection for Natural-Fiber Composites. — Cambridge: Woodhead Publ., 2017.
2. *Sameni J. K., Ahmad S. H., and Zakaria S.* Effect of MAPE on the mechanical properties of rubber wood fiber/thermoplastic natural rubber composites // *Adv. Polym. Techn.* — 2004. — Vol. 23, No. 1. — P. 18—23.
3. *Stokke D. D., Wu Q., and Han G.* Wood and Natural-Fiber Composites. — John Wiley & Sons, 2013.
4. *Murty V. M. and De S. K.* Effect of particulate fillers on short jute fiber-reinforced natural rubber composites // *J. Appl. Polym. Sci.* — 1982. — Vol. 27, No. 12. — P. 4611—4622.
5. *Lau K. T., Cheung K. H. Y., and Hui D.* Natural-fiber composites // *Composites: Part B.* — 2009. — Vol. 40, No. 7. — P. 591—593.
6. *Yu H. N., Kim S. S., Hwang I. U., and Lee D. G.* Application of natural-fiber-reinforced composites to trenchless rehabilitation of underground pipes // *Compos. Struct.* — 2008. — Vol. 86, Nos. 1—3. — P. 285—290.
7. *Gutiérrez-Acosta O. B., Arriaga S., Escobar-Barrios V. A., Casas-Flores S., and Almendarez-Camarillo A.* Performance of innovative PU-foam and natural fiber-based composites for the biofiltration of a mixture of volatile organic compounds by a fungal biofilm // *J. Hazard. Mater.* — 2012. — Nos. 201—202. — P. 202—208.
8. *Pervaiz M. and Sain M. M.* Carbon storage potential in natural-fiber composites // *Resour. Conserv. Recycl.* — 2003. — Vol. 39, No. 4. — P. 325—340.
9. *Pandey J. K., Ahn S. H., Lee C. S., Mohanty A. K., and Misra M.* Recent advances in the application of natural fiber based composites // *Macromol. Mater. Eng.* — 2010. — Vol. 295, No. 11. — P. 975—989.
10. *Gholampour A. and Ozbakkaloglu T.* A review of natural-fiber composites: properties, modification and processing techniques, characterization, applications // *J. Mater. Sci.* — 2020. — Vol. 55, No. 3. P. — 829—892.
11. *Shanks R. A., Hodzic A., and Wong S.* Thermoplastic biopolyester natural-fiber composites // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2004. — Vol. 91, No. 4. — P. 2114—2121.
12. *Ku H., Wang H., Pattarachaiyakoop N., and Trada M.* A review on the tensile properties of natural-fiber-reinforced polymer composites // *Composites: Part B.* — 2011. — Vol. 42, No. 4. — P. 856—873.
13. *Coats E. R., Loge F. J., Wolcott M. P., Englund K., and McDonald A. G.* Production of natural-fiber-reinforced thermoplastic composites through the use of polyhydroxybutyrate-rich biomass // *Bioresour. Technol.* — 2008. — Vol. 99, No. 7. — P. 2680—2686.
14. *García M., Garmendia I., and García J.* Influence of natural fiber type in eco-composites // *J. Appl. Polymer Sci.* — 2008. — Vol. 107, No. 5. — P. 2994—3004.
15. *O'Donnell A., Dweib M. A., and Wool R. P.* Natural-fiber composites with plant oil-based resin // *Compos. Sci. Technol.* — 2004. — Vol. 64, No. 9. — P. 1135—1145.
16. *Ray D.* State-of-the-art applications of natural-fiber composites in the industry // *Natural Fiber Composites.* — Press-Taylor&Francis Group, 2015.
17. *Pervaiz M. and Sain M. M.* Sheet-molded polyolefin natural-fiber composites for automotive applications // *Macromol. Mater. Eng.* — 2003. — Vol. 288, No. 7. — P. 553—557.



18. *Mansor M. R. and Sapuan S. M.* Concurrent Conceptual Design and Materials Selection of Natural-fiber composite Products. — Springer, 2018.

19. *Tan T., Santos S. F., Savastano H., and Soboyejo W. O.* Fracture and resistance-curve behavior in hybrid natural fiber and polypropylene fiber reinforced composites // *J. Mater. Sci.* — 2012. — Vol. 47, No. 6. — P. 2864—2874.

20. *Adekunle K., Cho S., Ketzscher R., and Skrifvars M.* Mechanical properties of natural fiber hybrid composites based on renewable thermoset resins derived from soybean oil, for use in technical applications // *Appl. Polym. Sci.* — 2011. — Vol. 124, No. 6. — P. 4530—4541.

21. *Caulfield D. F., Feng D., Prabawa S., Young R. A., and Sanadi A. R.* Interphase effects on the mechanical and physical aspects of natural-fiber composites // *Angew. Makromol. Chem.* — 1999. — Vol. 272, No. 4757. — P. 57—64.

22. *Alves C. et al.* Ecodesign of automotive components making use of natural jute fiber composites // *J. Clean. Prod.* — 2010. — Vol. 18, No. 4. — P. 313—327.

23. *Rong M. Z., Zhang M. Q., Liu Y., Yang G. C., and Zeng H. M.* The effect of fiber treatment on the mechanical properties of unidirectional sisal-reinforced epoxy composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2001. — Vol. 61, No. 10. — P. 1437—1447.

24. *Martone P. T. et al.* Discovery of lignin in seaweed reveals convergent evolution of cell-wall architecture // *Curr. Biol.* — 2009. — Vol. 19, No. 2. — P. 169—175.

25. *Brunner G.* Processing of biomass with hydrothermal and supercritical water. Ch. 8 // *Hydrothermal and Supercritical Water Processes*. Vol. 5. — Elsevier, 2014. — P. 395—509.

26. *Baley C., Le Duigou A., Bourmaud A., and Davies P.* Influence of drying on the mechanical behavior of flax fibres and their unidirectional composites // *Composites: Part A*. — 2012. — Vol. 43, No. 8. — P. 1226—1233.

27. *Charlet K., Baley C., Morvan C., Jernot J. P., Gomina M., and Bréard J.* Characteristics of Hermès flax fibres as a function of their location in the stem and properties of the derived unidirectional composites // *Composites: Part A*. — 2007. — Vol. 38, No. 8. — P. 1912—1921.

28. *Charlet K., Eve S., Jernot J. P., Gomina M., and Breard J.* Tensile deformation of a flax fiber // *Procedia Eng.* — 2009. — No. 1. — P. 233—236.

29. *Bos H. L. and Donald A. M.* In situ ESEM study of the deformation of elementary flax fibres // *J. Mater. Sci.* — 1999. — Vol. 34, No. 13. — P. 3029—3034.

30. *Madsen B. and Gamstedt E. K.* Wood versus plant fibers: similarities and differences in composite applications // *Adv. Mater. Sci. Eng.* — 2013. — Article ID 564346.

31. *Gassan J., Chate A., and Bledzki A. K.* Calculation of elastic properties of natural fibers // *J. Mater. Sci.* — 2001. — Vol. 36, No. 15. — P. 3715—3720.

32. *Campilho R. D. S. G.* Natural-Fiber Composites. — CRC Press, 2015.

33. *Drzal L. T.* Natural Fibers, Biopolymers, and Biocomposites. — CRC Press, 2005.

34. *Kabir M. M., Wang H., Lau K. T., and Cardona F.* Chemical treatments on plant-based natural fibre reinforced polymer composites: An overview // *Composites: Part B*. — 2012. — Vol. 43, No. 7. — P. 2883—2892.

35. *Venkateshwaran N. and Elayaperumal A.* Banana fiber reinforced polymer composites — A review // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2010. — Vol. 29, No. 15. — P. 2387—2396.

36. *Cristaldi G., Latteri A., Recca G., and Cicala G.* Composites based on natural fibre fabrics // *Woven Fabr. Eng.* — 2010. — Vol. 17. — P. 317—342.

37. *Chai M. W., Bickerton S., Bhattacharyya D., and Das R.* Influence of natural fibre reinforcements on the flammability of bio-derived composite materials // *Composites: Part B*. — 2012. — Vol. 43, No. 7. — P. 2867—2874.

38. *Li X., Tabil L. G., and Panigrahi S.* Chemical treatments of natural fiber for use in natural fiber-reinforced composites: A review // *J. Polym. Environ.* — 2007. — Vol. 15, No. 1. — P. 25—33.
39. *Hossain M. K., Dewan M. W., Hosur M., and Jeelani S.* Mechanical performances of surface modified jute fiber reinforced biopol nanophased green composites // *Composites: Part B.* — 2011. — Vol. 42, No. 6. — P. 1701—1707.
40. *Rouison D., Sain M., and Couturier M.* Resin transfer molding of natural-fiber-reinforced composites: Cure simulation // *Compos. Sci. Technol.* — 2004. — Vol. 64, No. 5. — P. 629—644.
41. *Jawaid M., Abdul Khalil H. P. S., Hassan A., Dungani R., and Hadiyane A.* Effect of jute fibre loading on tensile and dynamic mechanical properties of oil palm epoxy composites // *Composites: Part B.* — 2013. — Vol. 45, No. 1. — P. 619—624.
42. *Thielemans W. and Wool R. P.* Kraft lignin as fiber treatment for natural fiber-reinforced composites // *Polym. Compos.* — 2005. — Vol. 26, No. 5. — P. 695—705.
43. *Kim S. J., Moon J. B., Kim G. H., and Ha C. S.* Mechanical properties of polypropylene/natural-fiber composites: Comparison of wood fiber and cotton fiber // *Polym. Test.* — 2008. — Vol. 27, No. 7. — P. 801—806.
44. *Varghese S., Kuriakose B., and Thomas S.* Stress relaxation in short sisal-fiber-reinforced natural rubber composites // *J. Appl. Polym. Sci.* — 1994. — Vol. 53, No. 8. — P. 1051—1060.
45. *Lopattananon N., Panawarangkul K., Sahakaro K., and Ellis B.* Performance of pineapple leaf fiber-natural rubber composites: The effect of fiber surface treatments // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2006. — Vol. 102, No. 2. — P. 1974—1984.
46. *Barkoula N. M., Alcock B., Cabrera N. O., and Peijs T.* Flame-retardancy properties of intumescent ammonium poly(phosphate) and mineral filler magnesium hydroxide in combination with graphene // *Polym. Polym. Compos.* — 2008. — Vol. 16, No. 2. — P. 101—113.
47. *Dixit A., Mali H. S., and Misra R. K.* Investigation of the thermomechanical behavior of a  $2 \times 2$  twill weave fabric advanced textile composite // *Mech. Compos. Mater.* — 2015. — Vol. 51, No. 2. — P. 253—264.
48. *Shibata S., Cao Y., and Fukumoto I.* Study of the flexural modulus of natural fiber/polypropylene composites by injection molding // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2006. — Vol. 100, No. 2. — P. 911—917.
49. *Dixit A. and Mali H. S.* Modeling techniques for predicting the mechanical properties of woven-fabric textile composites: a review // *Mech. Compos. Mater.* — 2013. — Vol. 49, No. 1. — P. 1—20.
50. *Baghaei B., Skrifvars M., and Berglin L.* Manufacture and characterisation of thermoplastic composites made from PLA/hemp co-wrapped hybrid yarn prepregs // *Composites: Part A.* — 2013. — Vol. 50. — P. 93—101.
51. *Savastano H., Santos S. F., Radonjic M., and Soboyejo W. O.* Fracture and fatigue of natural fiber-reinforced cementitious composites // *Cem. Concr. Compos.* — 2009. — Vol. 31, No. 4. — P. 232—243.
52. *Tripathi P., Gupta V. K., Dixit A., Mishra R. K., and Sharma S.* Development and characterization of low cost jute, bagasse and glass fiber reinforced advanced hybrid epoxy composites // *AIMS Mater. Sci.* — 2018. — Vol. 5, No. 2. — P. 320—337.
53. *Schirp A., Loge F., Aust S., Swaner P., Turner G., and Wolcott M.* Production and characterization of natural fiber-reinforced thermoplastic composites using wheat straw modified with the fungus *Pleurotus ostreatus* // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2006. — Vol. 102, No. 6. — P. 5191—5201.

54. *Geethamma V. G., Pothen L. A., Rhao B., Neelakantan N. R., and Thomas S.* Tensile stress relaxation of short-coir-fiber-reinforced natural rubber composites // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2004. — Vol. 94, No. 1. — P. 96—104.

55. *Valadez-Gonzalez A., Cervantes-Uc J. M., Olayo R., and Herrera-Franco P. J.* Effect of fiber surface treatment on the fiber-matrix bond strength of natural-fiber-reinforced composites // *Composites: Part B.* — 1999. — Vol. 30, No. 3. — P. 309—320.

56. *Chalid M., Rahman A., Ferdian R., Nofrijon, and Priyono B.* On the tensile properties of polylactide (pla)/arenga pinnata ijuk fibre composite // *Macromol. Symp.* — 2015. — Vol. 353, No. 1. — P. 108—114.

57. *Du Y., Wu T., Yan N., Kortschot M. T., and Farnood R.* Pulp fiber-reinforced thermoset polymer composites: Effects of the pulp fibers and polymer // *Composites: Part B.* — 2013. — Vol. 48. — P. 10—17.

58. *Sgriccia N. and Hawley M. C.* Thermal, morphological, and electrical characterization of microwave processed natural-fiber composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2007. — Vol. 67, No. 9. — P. 1986—1991.

59. *Mohanty A. K., Misra M., and Drzal L. T.* Surface modifications of natural fibers and performance of the resulting biocomposites: an overview // *Compos. Interfaces.* — 2001. — Vol. 8, No. 5. — P. 313—343.

60. *Asim M., Jawaid M., Abdan K., and Ishak M. R.* Effect of alkali and silane treatments on mechanical and fibre-matrix bond strength of kenaf and pineapple leaf fibres // *J. Bionic Eng.* — 2016. — Vol. 3, No. 3. — P. 426—435.

61. *Nam T. H., Ogihara S., Tung N. H., and Kobayashi S.* Effect of alkali treatment on interfacial and mechanical properties of coir fiber reinforced poly (butylene succinate) biodegradable composites // *Composites: Part B.* — 2011. — Vol. 42, No. 6. — P. 1648—1656.

62. *De D., De D., and Adhikari B.* Curing characteristics and mechanical properties of alkali-treated grass-fiber-filled natural rubber composites and effects of bonding agent // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2006. — Vol. 101, No. 5. — P. 3151—3160.

63. *Jana S. C. and Prieto A.* On the development of natural-fiber composites of high-temperature thermoplastic polymers // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2002. — Vol. 86, No. 9. — P. 2159—2167.

64. *Geethamma V. G., Joseph R., and Thomas S.* Short coir fiber-reinforced natural rubber composites: Effects of fiber length, orientation, and alkali treatment // *J. Appl. Polym. Sci.* — 1995. — Vol. 55, No. 4. — P. 583—594.

65. *Mathew L. and Joseph R.* Mechanical properties of short-isora-fiber-reinforced natural rubber composites: Effects of fiber length, orientation, and loading; alkali treatment; and bonding agent // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2007. — Vol. 103, No. 3. — P. 1640—1650.

66. *Jacob M., Thomas S., and Varughese K. T.* Mechanical properties of sisal/oil palm hybrid fiber reinforced natural rubber composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2004. — Vol. 64, Nos. 7—8. — P. 955—965.

67. *Jacob M., Francis B., Thomas S., and Varughese K. T.* Dynamical mechanical analysis of sisal/oil palm hybrid fiber-reinforced natural rubber composites // *Polym. Compos.* — 2006. — Vol. 27, No. 6. — P. 671—680.

68. *Boopathi L., Sampath P. S., and Mysamy K.* Investigation of physical, chemical and mechanical properties of raw and alkali treated Borassus fruit fiber // *Composites: Part B.* — 2012. — Vol. 43, No. 8. — P. 3044—3052.

69. *Srisuwan S., Prasaoetsopha N., Suppakarn N., and Chumsamrong P.* The effects of alkalinized and silanized woven sisal fibers on mechanical properties of natural rubber modified epoxy resin // *Energy Procedia.* — 2014. — Vol. 56. — P. 19—25.

70. Guzmán R. E., Gómez S., Amelines O., and Aparicio G. M. Superficial modification by alkalization of cellulose fibres obtained from Figue leaf // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2018. — Vol. 437, No. 1. — P. 0—12.
71. Juárez C., Durán A., Valdez P., and Fajardo G. Performance of “Agave lecheguilla” natural fiber in portland cement composites exposed to severe environment conditions // Build. Environment. — 2007. — Vol. 42, No. 3. — P. 1151—1157.
72. Sobczak L., Brüggemann O., and Putz R. F. Polyolefin composites with natural fibers and wood-modification of the fiber/filler-matrix interaction // J. Appl. Polym. Sci. — 2013. — Vol. 127, No. 1. — P. 1—17.
73. Rowell R. M. Acetylation of natural fibers to improve performance // Mol. Cryst. Liq. Cryst. Sci. — 2004. — Vol. 418, No. 1. — P. 153—164.
74. Rowell R. M., Tillman A.-M., and Simonson R. A simplified procedure for the acetylation of hardwood and softwood flaxes for flakeboard production // J. Wood Chem. Technol. — 1986. — Vol. 6, No. 3. — P. 427—448.
75. Fitch-Vargas P. R. et al. Mechanical, physical and microstructural properties of acetylated starch-based biocomposites reinforced with acetylated sugarcane fiber // Carbohydr. Polym. — 2019. — Vol. 219. — P. 378—386.
76. Souza Da Rosa T., Trianoski R., Michaud F., Belloncle C., and Iwakiri S. Efficiency of different acetylation methods applied to cellulose fibers waste from pulp and paper mill sludge // J. Nat. Fibers. — 2020. — Vol. 17, March. — P. 1—14. DOI: 10.1080/15440478.2020.1731909
77. Gudayu A. D., Steuernagel L., Meiners D., and Gideon R. Effect of surface treatment on moisture absorption, thermal, and mechanical properties of sisal fiber // J. Ind. Text. — 2020. — P. 1—21. <https://doi.org/10.1177/1528083720924774>
78. Senthilraja R., Sarala R., Godwin Antony A., and Seshadhri. Effect of acetylation technique on mechanical behavior and durability of palm fibre vinyl-ester composites // Mater. Today Proc. — 2020. — Vol. 21. — P. 634—637.
79. Zaman H. U. and Khan R. A. Acetylation used for natural fiber/polymer composites // J. Thermoplast. Compos. Mater. — 2019. — Vol. 34, No. 1. — P. 3—23.
80. Okpanachi C. B., Agbaji E. B., Mamza P. A. P., and Yaro S. A. Effect of acetylation on the mechanical and water absorption properties of pineapple peel reinforced polypropylene composites // FUDMA Rec. Chem. Sci. — 2020. — Vol. 1, No. 3. — P. 28—35.
81. Pupure L., Varna J., Joffe R., and Pupurs A. An analysis of the nonlinear behavior of lignin-based flax composites // Mech. Compos. Mater. — 2013. — Vol. 49, No. 2. — P. 139—154.
82. Komuraiah A., Kumar N. S., and Prasad B. D. Chemical composition of natural fibers and its influence on their mechanical properties // Mech. Compos. Mater. — 2014. — Vol. 50, No. 3. — P. 359—376.
83. Herrera-Franco P. J. and Valadez-González A. A study of the mechanical properties of short natural-fiber reinforced composites // Composites: Part B. — 2005. — Vol. 36, No. 8. — P. 597—608.
84. Guleria A., Singha A. S., and Rana R. K. Mechanical, thermal, morphological, and biodegradable studies of okra cellulosic fiber reinforced starch-based biocomposites // Adv. Polym. Technol. — 2018. — Vol. 37, No. 1. — P. 104—112.
85. Dike A. S. Improvement of mechanical and physical performance of poly (lactic acid) biocomposites by application of surface silanization for huntite-hydromagnesite mineral // J. Thermoplast. Compos. Mater. — 2020. <https://doi.org/10.1177/0892705720930776>
86. Dharmalingam S., Meenakshisundaram O., and Kugarajah V. Effect of degree of silanization of luffa on the properties of luffa-epoxy composites // Colloids Surfaces A Physicochem. Eng. Asp. — 2020. — Vol. 603 — P. 125273.

87. *Arias J. J. R., Lunz J., Amantes B. D. P., and Marques M. D. F. V.* Synthesis of polypropylene and curauá fiber composites: Towards high performance and low price materials // *Fibers Polym.* — 2020. — Vol. 21, No. 6. — P. 1316—1330.
88. *Messaoudi K., Nekkaa S., and Guessoum M.* Contribution of surface treatments by esterification and silanization in reinforcing the composites based on Pine cone and *Spartium junceum* flours and polypropylene // *J. Adhes. Sci. Technol.* — 2019. — Vol. 33, No. 22. — P. 2405—2429.
89. *Hatipoglu A. and Dike A. S.* Effects of concentration and surface silanization of barite on the mechanical and physical properties of poly(lactic acid)/barite composites // *Polym. Polym. Compos.* — 2020. — Vol. 28, No. 2. — P. 140—148.
90. *Mohd Izwan S., Sapuan S. M., Zuhri M. Y. M., and Mohamed A. R.* Effects of Benzoyl Treatment on NaOH Treated Sugar Palm Fiber: Tensile, Thermal, and Morphological Properties // *J. Mater. Res. Technol.* — 2020. — Vol. 9, No. 3. — P. 5805—5814.
91. *Senthil K. S., Kathiravan S., Ponmariappan M., Yashwhanth S., Akshay S., Hu Y.-Ch., and Hu Y.* Study of raw and chemically treated *Sansevieria ehrenbergii* fibers for brake pad application // *Mater. Res. Express.* — 2020. — Vol. 17, No. 5. — P. 055102.
92. *Nayak S. and Mohanty J. R.* Influence of chemical treatment on tensile strength, water absorption, surface morphology, and thermal analysis of areca sheath fibers // *J. Nat. Fibers.* — 2019. — Vol. 16, No. 4. — P. 589—599.
93. *Jena P. K., Mohanty J. R., and Nayak S.* Effect of surface modification of vetiver fibers on their physical and thermal properties // *J. Nat. Fibers.* — 2020. DOI: 10.1080/15440478.2020.1726249
94. *Qasim U. et al.* Isolation of cellulose from wheat straw using alkaline hydrogen peroxide and acidified sodium chlorite treatments: Comparison of yield and properties // *Adv. Polym. Technol.* — 2020. <https://doi.org/10.1155/2020/9765950>
95. *Scatolino M. V. et al.* How the surface wettability and modulus of elasticity of the Amazonian paricá nanofibrils films are affected by the chemical changes of the natural fibers // *Eur. J. Wood Wood Prod.* — 2018. — Vol. 76, No. 6. — P. 1581—1594.
96. *de Carvalho Benini K. C. C., Voorwald H. J., and Cioffi M. O. H.* Manufacturing and characterization of high impact polystyrene (HIPS) reinforced with treated sugarcane bagasse // *J. Res. Updat. Polym. Sci.* — 2017. — Vol. 6, No. 1. — P. 2—11.
97. *Halip J. A., Hua L. S., Ashaari Z., Tahir P. M., Chen L. W., and Uyup M. K. A.* Effect of treatment on water absorption behavior of natural fiber-reinforced polymer composites. Ch. 8 // *Mechanical and Physical Testing of Biocomposites, Fibre-Reinforced Composites and Hybrid Composites.* — Eds. M. Jawaid, M. Tharig, and N. Saba. — Elsevier Ltd, 2018.
98. *Suwanruji P., Tuechart T., Smitthipong W., and Chollakup R.* Modification of pineapple leaf fiber surfaces with silane and isocyanate for reinforcing thermoplastic // *J. Thermoplast. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 30, No. 10. — P. 1344—1360.
99. *Tayfun U., Dogan M., and Bayramli E.* Investigations of the flax fiber/thermoplastic polyurethane eco-composites: influence of isocyanate modification of flax fiber surface // *Polym. Compos.* — 2017. — Vol. 38, No. 12. — P. 2874—2880.
100. *Hu Q., Yan X., Dong C., and Hu W.* Chemical modifications on linen for unsaturated polyester composites // *Chem. Res. Chinese Univ.* — 2016. — Vol. 32, No. 6. — P. 1057—1062.
101. *Ududua U. O., Monanu M. O., and Chuku L. C.* Proximate analysis and phytochemical profile of *brachystegia eurycoma* leaves // *Asian J. Res. Biochem.* — 2019. — Vol. 4, No. 2. — P. 1—11.
102. *Pickering K. L., Li Y., and Farrell R. L.* Fungal and alkali interfacial modification of hemp fibre reinforced composites // *Key Eng. Mater.* — 2007. — Vols. 334—335, No. 1. — P. 493—496.

103. Sun W., Tajvidi M., Hunt C. G., McIntyre G., and Gardner D. J. Fully bio-based hybrid composites made of wood, fungal mycelium and cellulose nanofibrils // *Sci. Rep.* — 2019. — Vol. 9, No. 1. — P. 1—12.
104. Sathishkumar T. P. Influence of cellulose water absorption on the tensile properties of polyester composites reinforced with *Sansevieria ehrenbergii* fibers // *J. Ind. Text.* — 2014. — Vol. 45, No. 6. — P. 1674—1688.
105. Sood M. and Dwivedi G. Effect of fiber treatment on flexural properties of natural-fiber-reinforced composites: A review // *Egypt. J. Pet.* — 2018. — Vol. 27, No. 4. — P. 775—783.
106. Sari N. H., Sanjay M. R., Arpitha G. R., Pruncu C. I., and Siengchin S. Synthesis and properties of pandanwangi fiber reinforced polyethylene composites: Evaluation of dicumyl peroxide (DCP) effect // *Compos. Commun.* — 2019. — Vol. 15. — P. 53—57.
107. Sabri M. N. I. M., Bakar M. B. A., Masri M. N., and Mohamed M. Effect of chemical treatment on mechanical and physical properties of non-woven kenaf fiber mat reinforced polypropylene biocomposites // *AIP Conf. Proc.* — 2020. — Vol. 2213, No. 1. — P. 020262.
108. Keener T. J., Stuart R. K., and Brown T. K. Maleated coupling agents for natural fibre composites // *Composites: Part A.* — 2004. — Vol. 35, No. 3. — P. 357—362.
109. Tanas F. Modified hemp fibers intended for fiber-reinforced polymer composites used in structural applications. A review I. Methods of modification // *Polymer Compos.* — 2019. — Vol. 41. — P. 1—27.
110. Babji R., Reddy U., Mokshagna, and Shakthivel S. Characteristic Investigation and Comparison between Vetiver fiber-reinforced polypropylene and polyethylene with Coconut shell powder and Maleic anhydride as filler and coupling agents // *Mater. Today Proc.* — 2019. — Vol. 24. — P. 2339—2351.
111. Hamdan M. H. M., Siregar J. P., Rejab M. R. M., Bachtiar D., Jamiluddin J., and Tezara C. Effect of maleated anhydride on mechanical properties of rice husk filler reinforced PLA matrix polymer composite // *Int. J. Precis. Eng. Manuf. - Green Technol.* — 2019. — Vol. 6, No. 1. — P. 113—124.
112. Maziero R., Soares K., Filho A. I., Franco A. R., and Rubio J. C. C. Maleated polypropylene as coupling agent for polypropylene composites reinforced with eucalyptus and Pinus particles // *BioResources.* — 2019. — Vol. 14, No. 2. — P. 4774—4791.
113. Ravi M., Dubey R. R., Shome A., Guha S., and Anil Kumar C. Effect of surface treatment on natural fibers composite // *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* — 2018. — Vol. 376, No. 1.
114. Khalil A. M., El-Nemr K. F., and Hassan M. L. Acrylate-modified gamma-irradiated olive stones waste as a filler for acrylonitrile butadiene rubber/devulcanized rubber composites // *J. Polym. Res.* — 2019. — Vol. 26, No. 249. — P. 3—11.
115. Chen S., Hori N., Kajiyama M., and Takemura A. Compatibilities and properties of poly lactide/poly (methyl acrylate) grafted chicken feather composite: Effects of graft chain length // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2020. — Vol. 137, No. 34. — P. 1—14.
116. Qi R., He C., and Jin Q. Effect of acrylate-styrene-acrylonitrile on the aging properties of eucalyptus/PVC wood-plastic composites // *BioResources.* — 2019. — Vol. 14, No. 4. — P. 9159—9168.
117. Torres F. G. and Cubillas M. L. Study of the interfacial properties of natural fibre reinforced polyethylene // *Polym. Test.* — 2005. — Vol. 24, No. 6. — P. 694—698.
118. Madhu P. et al. Effect of various chemical treatments of prosopis juliflora fibers as composite reinforcement: physicochemical, thermal, mechanical, and morphological properties // *J. Nat. Fibers.* — 2020. — Vol. 17, No. 6. — P. 833—844.

119. Paul A., Joseph K., and Thomas S. Effect of surface treatments on the electrical properties of low-density polyethylene composites reinforced with short sisal fibers // *Compos. Sci. Technol.* — 1997. — Vol. 57, No. 1. — P. 67—79.
120. Zafeiropoulos N. E., Baillie C. A., and Hodgkinson J. M. Engineering and characterisation of the interface in flax fibre/polypropylene composite materials. Part II. The effect of surface treatments on the interface // *Composites: Part A.* — 2002. — Vol. 33, No. 9. — P. 1185—1190.
121. Roy K., Debnath S. C., Tzounis L., Pongwisuthiruchte A., and Potiyaraj P. Effect of various surface treatments on the performance of jute fibers filled natural rubber (NR) composites // *Polymers (Basel)*. — 2020. — Vol. 12, No. 369. — P. 2—15.
122. Khan J. A., Khan M. A., and Islam R. Effect of potassium permanganate on mechanical, thermal and degradation characteristics of jute fabric-reinforced polypropylene composite // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2012. — Vol. 31, No. 24. — P. 1725—1736.
123. Zaman H. U., Khan M. A., Khan R. A., Rahman M. A., Das L. R., and Al-Mamun M. Role of potassium permanganate and urea on the improvement of the mechanical properties of jute polypropylene composites // *Fibers Polym.* — 2010. — Vol. 11, No. 3. — P. 455—463.
124. Nayak S. Y., Heckadka S. S., Seth A., and Prabhu S. Effect of chemical treatment on the physical and mechanical properties of flax fibers: A comparative assessment // *Mater. Today Proc.* — 2020. DOI:10.1016/j.matpr.2020.07.380
125. Bledzki A. K., Reihmane S., and Gassan J. Properties and modification methods for vegetable fibers for natural-fiber composites // *J. Appl. Polym. Sci.* — 1996. — Vol. 59, No. 8. — P. 1329—1336.
126. Nagalakshmaiah M. et al. Biocomposites: present trends and challenges for the future // *Green Composites for Automotive Applications.* — Elsevier, 2019. — P. 197—215.
127. Nassar A. and Nassar E. Effect of fiber orientation on the mechanical properties of multi layers laminate nanocomposites // *Heliyon.* — 2020. — Vol. 6, No. 1. — e03167.
128. Wei L. and McDonald A. G. A review on grafting of biofibers for biocomposites // *Materials (Basel)*. — 2016. — Vol. 9, No. 4. — P. 303.
129. Li S., Xiao M., Zheng A., and Xiao H. Cellulose microfibrils grafted with PBA via surface-initiated atom transfer radical polymerization for biocomposite reinforcement // *Biomacromolecules.* — 2011. — Vol. 12, No. 9. — P. 3305—3312.
130. Pickering K. L., Efendy M. G. A., and Le T. M. A review of recent developments in natural fibre composites and their mechanical performance // *Composites: Part A.* — 2016. — Vol. 83. — P. 98—112.
131. Mori S., Tenazoa C., Candiotti S., Flores E., and Charca S. Assessment of ichu fibers extraction and their use as reinforcement in composite materials // *J. Nat. Fibers.* — 2020. — Vol. 17, No. 5. — P. 700—715.
132. Saheb D. N. and Jog J. P. Natural fiber polymer composites: A review // *J. Adv. Polym. Technol.* — 1999. — Vol. 18, No. 4. — P. 351—363.
133. Arrakhiz F. Z. et al. Mechanical and thermal properties of natural fibers reinforced polymer composites: Doum/low density polyethylene // *Mater. Des.* — 2013. — Vol. 43. — P. 200—205.
134. Rajak D. K., Pagar D. D., Menezes P. L., and Linul E. Fiber-Reinforced Polymer Composites: Manufacturing, properties, and applications // *Polymers.* — 2019. — Vol. 11, No. 10. — P. 1667.
135. Isayev A. I. and Modic M. Self-reinforced melt processible polymer composites: Extrusion, compression, and injection molding // *Polym. Compos.* — 1987. — Vol. 8, No. 3. — P. 158—175.

136. *Pokhriyal M., Prasad L., Rakesh P. K., and Raturi H. P.* Influence of fiber loading on physical and mechanical properties of Himalayan nettle fabric reinforced polyester composite // *Mater. Today Proc.* — 2018. — Vol. 5, No. 9. — P.16973—16982.
137. *Jaafar J., Siregar J. P., Tezara C., Hamdan M. H. M., and Rihayat T.* A review of important considerations in the compression molding process of short natural-fiber composites // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* — 2019.— Vol. 105, Nos. 7—8. — P. 3437—3450.
138. *Takashima H., Miyagai K., Hashida T., and Li V. C.* A design approach for the mechanical properties of polypropylene discontinuous fiber reinforced cementitious composites by extrusion molding // *Eng. Fract. Mech.* — 2003. — Vol. 70, Nos. 7—8. — P. 853—870.
139. *Mulinari D. R., Voorwald H. J. C., Cioffi M. O. H., da Silva M. L. C. P., da Cruz T. G., and Saron C.* Sugarcane bagasse cellulose/HDPE composites obtained by extrusion // *Compos. Sci. Technol.* — 2009. — Vol. 69, No. 2. — P. 214—219.
140. *Kaplon E. et al.* Plastic scintillators for positron emission tomography obtained by the bulk polymerization method // *Bio-Algorithms and Med-Systems.* — 2014. — Vol. 10, No. 1. — P. 27—31.
141. *Kassegn E., Desplentere F., and Berhanu T.* Mechanical properties of short sisal fiber reinforced poly lactic acid (PLA) processed by injection molding // *Branna J. Eng. and Technol.* — 2019. — Vol. 1, No. 1. — P. 20—36.
142. *Behzad T. and Sain M.* Finite element modeling of polymer curing in natural-fiber-reinforced composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2007. — Vol. 67, Nos. 7—8. — P. 1666—1673.
143. *McIlhagger A., Archer E., and McIlhagger R.* Manufacturing processes for composite materials and components for aerospace applications // *Polym. Compos. Aerosp. Ind.* — 2015. — P. 53—75.
144. *Atas C., Akgun Y., Dagdelen O., Icten B. M., and Sarikanat M.* An experimental investigation on the low velocity impact response of composite plates repaired by VARIM and hand lay-up processes // *Compos. Struct.* — 2011. — Vol. 93, No. 3. — P. 1178—1186.
145. *Saha M., Prabhakaran R., and Waters W. A.* Compressive properties of pultruded composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2000. — Vol. 36, No. 6. — P. 469—474.
146. *Barkanov E., Akishin P., Namsone E., Auzins J., and Morozovs A.* Optimization of pultrusion processes for an industrial application // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 56, No. 6. — P. 697—712.
147. *Vita A., Castorani V., Germani M., and Marconi M.* Comparative life cycle assessment and cost analysis of autoclave and pressure bag molding for producing CFRP components // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* — 2019. — Vol. 105, No. 5. — P. 1967—1982.
148. *Halley P. J.* Rheology of thermosets: the use of chemorheology to characterise and model thermoset flow behavior // *Thermosets.* — Elsevier, 2012. — P. 92—117.
149. *Mbuya T. O., Mwema F. M., and Shagwira H.* *Lightweight Polymer-Nanoparticle-Based Composites.* — CRC Press, 2021.
150. *Salaman A. J., Al-Obaidi A. A., and Takriff M. S.* Enhancing morphology and compression properties of halloysite reinforced polyurethane nanocomposites using injection-moulding technique // *Results Phys.* — 2019. — Vol. 14. — P. 102507.
151. *Averous L. and Le Digabel F.* Properties of biocomposites based on lignocellulosic fillers // *Carbohydr. Polym.* — 2006. — Vol. 66, No. 4. — P. 480—493.
152. *Salih A. A., Zulkifli R., and Azhari C. H.* Tensile properties of single cellulosic bamboo fiber (*Gigantochloa scortechinii*) using response surface methodology // *J. Nat. Fibers.* — 2020. — P. 1—10. <https://doi.org/10.3390/fib8050026>



153. *Nirbhay M., Misra R. K., and Dixit A.* Finite-element analysis of jute- and coir-fiber-reinforced hybrid composite multipanel plates // *Mech. Compos. Mater.* — 2015. — Vol. 51, No. 4. — P. 505—520.
154. *Rayyaan R., Kennon W. R., Potluri P., and Akonda M.* Fibre architecture modification to improve the tensile properties of flax-reinforced composites // *J. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 54, No. 3. — P. 379—395.
155. *Dixit A., Misra R. K., and Mali H. S.* Compression modeling of plain weave textile fabric using finite elements: Druckmodellierung von flächigen Textilgewebestrukturen mit Finiten Elementen // *Materwiss. Werksttech.* — 2014. — Vol. 45, No. 7. — P. 600—610.
156. *Prapavesis A., Tojaga V., Östlund S., and Willem van Vuure A.* Back calculated compressive properties of flax fibers utilizing the Impregnated fiber bundle test (IFBT) // *Composites: Part A.* — 2020. — Vol. 135. — P. 105930.
157. *Bakar M. S. A., Cheang P., and Khor K. A.* Mechanical properties of injection molded hydroxyapatite-polyetheretherketone biocomposites // *Compos. Sci. Technol.* — 2003. — Vol. 63, Nos. 3—4. — P. 421—425.
158. *Kamdem D. P., Jiang H., Cui W., Freed J., and Matuana L. M.* Properties of wood plastic composites made of recycled HDPE and wood flour from CCA-treated wood removed from service // *Composites: Part A.* — 2004. — Vol. 35, No. 3. — P. 347—355.
159. *Harish S., Michael D. P., Bensely A., Lal D. M., and Rajadurai A.* Mechanical property evaluation of natural fiber coir composite // *Mater. Charact.* — 2009. — Vol. 60, No. 1. — P. 44—49.
160. *Boopalan M., Niranjanaa M., and Umapathy M. J.* Study on the mechanical properties and thermal properties of jute and banana fiber reinforced epoxy hybrid composites // *Composites: Part B.* — 2013. — Vol. 51. — P. 54—57.
161. *Rao S., Jayaraman K., and Bhattacharyya D.* Micro and macro analysis of sisal fibre composites hollow core sandwich panels // *Composites: Part B.* — 2012. — Vol. 43, No. 7. — P. 2738—2745.
162. *Rodrigues Junior S. A., Zanchi C. H., de Carvalho R. V., and Demarco F. F.* Flexural strength and modulus of elasticity of different types of resin-based composites // *Braz. Oral Res.* — 2007. — Vol. 21, No. 1. — P. 16—21.
163. *Bachtiar D., Sapuan S. M., Khalina A., Zainudin E. S., and Dahlan K. Z. M.* Flexural and impact properties of chemically treated sugar palm fiber reinforced high impact polystyrene composites // *Fibers Polym.* — 2012. — Vol. 13, No. 7. — P. 894—898.
164. *Giridharan R., Raatan V. S., and Jenarthanam M. P.* Experimental study on effect of fiber length and fiber content on tensile and flexural properties of bamboo fiber/epoxy composite // *Multidiscip. Model. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 15, No. 5. — P. 947—957.
165. *Benkhelladi A., Laouici H., and Bouchoucha A.* Tensile and flexural properties of polymer composites reinforced by flax, jute and sisal fibres // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* — 2020. — Vol. 108, No. 3. — P. 895—916.
166. *Hu R. and Lim J. K.* Fabrication and mechanical properties of completely biodegradable hemp fiber reinforced polylactic acid composites // *J. Compos. Mater.* — 2007. — Vol. 41, No. 13. — P. 1655—1669.
167. *Suharty N. S., Ismail H., Diharjo K., Handayani D. S., and Firdaus M.* Effect of kenaf fiber as a reinforcement on the tensile, flexural strength and impact toughness properties of recycled polypropylene/halloysite composites // *Procedia Chem.* — 2016. — Vol. 19. — P. 253—258.
168. *Punyamurthy R., Sampathkumar D., Ranganagowda R. P. G., Bennehalli B., and Srinivasa C. V.* Mechanical properties of abaca fiber reinforced polypropylene composites: Effect of chemical treatment by benzenediazonium chloride // *J. King Saud Univ. Sci.* — 2017. — Vol. 29, No. 3. — P. 289—294.

169. Reddy M. I., Kumar M. A., and Raju C. R. B. Tensile and flexural properties of jute, pineapple leaf and glass fiber reinforced polymer matrix hybrid composites // *Mater. Today Proc.* — 2018. — Vol. 5, No. 1. — P. 458—462.
170. Haque M., Islam S., Islam S., Islam N., Huque M., and Hasan M. Physicomechanical properties of chemically treated palm fiber reinforced polypropylene composites // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2010. — Vol. 29, No. 11. — P. 1734—1742.
171. Dittenber D. B. and Gangarao H. V. S. Critical review of recent publications on use of natural composites in infrastructure // *Composites: Part A.* — 2012. — Vol. 43. — P. 81419—1429.
172. D2344/D2344M-13, Standard Test Method for Short-Beam Strength of Polymer Matrix Composite Materials and Their Laminates, ASTM Int. — West Conshohocken, PA, 2013.
173. Sathish S., Kumaresan K., Prabhu L., and Gokulkumar S. Experimental investigation of mechanical and FTIR analysis of flax fiber/epoxy composites incorporating SiC, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and graphite // *Rev. Rom. Mater.* — 2018. — Vol. 48, No. 4. — P. 476.
174. Ramesh M., Dhilip J. D. J., Akilan S., Ganeshprasad B., and Shankar G. H. Influence of stacking sequence on mechanical and thermal characteristics of banana-pineapple fiber reinforced epoxy composites // *J. Nat. Fibers.* — 2020. DOI: 10.1080/15440478.2020.1848734
175. Heckadka S. S., Ballambat R. P., Manjeshwar V. K., Ravindranath V., Hegde P., and Kamath A. Cone beam computed tomography for mechanical characterization of Flax/Jute/Ultra high molecular weight polyethylene reinforced phenol formaldehyde composites: A comparative assessment // *Mater. Today Proc.* — (2021). <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.05.124>
176. Kumar M., Jena H., Surekha B., and Sahoo S. Study of mechanical property of cenosphere and clamshell as filler material in jute epoxy composite // *Advances in Materials and Manufacturing Engineering.* — Springer, 2020. — P. 607—615.
177. Mahboob Z. and Bougherara H. Fatigue of flax-epoxy and other plant fibre composites: Critical review and analysis // *Composites: Part A.* — 2018. — Vol. 109. — P. 440—462.
178. Shah D. U., Schubel P. J., Clifford M. J., and Licence P. Fatigue life evaluation of aligned plant fibre composites through S - N curves and constant-life diagrams // *Compos. Sci. Technol.* — 2013. — Vol. 74. — P. 139—149.
179. Sodoke F. K., Toubal L., and Laperrière L. Hygrothermal effects on fatigue behavior of quasi-isotropic flax/epoxy composites using principal component analysis // *J. Mater. Sci.* — 2016. — Vol. 51, No. 24. — P. 10793—10805.
180. El Sawi I., Fawaz Z., Zitoune R., and Bougherara H. An investigation of the damage mechanisms and fatigue life diagrams of flax fiber-reinforced polymer laminates // *J. Mater. Sci.* — 2014. — Vol. 49, No. 5. — P. 2338—2346.
181. Towo A. N. and Ansell M. P. Fatigue of sisal fibre reinforced composites: Constant-life diagrams and hysteresis loop capture // *Compos. Sci. Technol.* — 2008. — Vol. 68, Nos. 3—4. — P. 915—924.
182. Gao D. Y., Yao W. X., Wen W. D., and Huang J. Equivalent spectral method to estimate the fatigue life of composite laminates under random vibration loadings // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, No. 1. — P. 101—114.
183. Siengchin S. and Wongmanee S. Mechanical and impact properties of PLA/2× 2 twill and 4× 4 hopsack weave flax textile composites produced by the interval hot pressing technique // *Mech. Compos. Mater.* — 2014. — Vol. 50, No. 3. — P. 387—394.
184. Chandrasekar M., Ishak M. R., Jawaaid M., Sapuan S. M., and Leman Z. Low velocity impact properties of natural fiber-reinforced composite materials for aeronautical

applications // *Sustainable Composites for Aerospace Applications*. — Elsevier, 2018. — P. 293—313.

185. Wang A., Wang X., and Xian G. Mechanical, low-velocity impact, and hydro-thermal aging properties of flax/carbon hybrid composite plates // *Polym. Test*. — 2020. — Vol. 90. — P. 106759.

186. Soto A. A. R., Rivera J. L. V., Borges L. M. S. A., and Ruiz J. E. P. Tensile, impact, and thermal properties of an epoxy/epoxy matrix composites with cuban henequen fibers // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 3. — P. 341—348.

187. Militello C., Bongiorno F., Epasto G., and Zuccarello B. Low-velocity impact behavior of green epoxy biocomposite laminates reinforced by sisal fibers // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 253. — P. 112744.

188. Sarasini F. et al. Drop-weight impact behavior of woven hybrid basalt-carbon/epoxy composites // *Composites: Part B*. — 2014. — Vol. 59. — P. 204—220.

189. Caprino G., Carrino L., Durante M., Langella A., and Lopresto V. Low impact behavior of hemp fibre reinforced epoxy composites // *Compos. Struct.* — 2015. — Vol. 13. — P. 892—901.

190. Dhakal H. N., Zhang Z. Y., Richardson M. O. W., and Errajhi O. A. Z. The low velocity impact response of non-woven hemp fibre reinforced unsaturated polyester composites // *Compos. Struct.* — 2007. — Vol. 81, No. 4. — P. 559—567.

191. Feldmann M. and Verheyen F. Impact behavior of continuous biaxial reinforced composites based on bio-polyamides and man-made cellulose fibres // *Int. Polym. Process.* — 2016. — Vol. 31, No. 2. — P. 198—206.

192. Sarasini F. et al. Damage tolerance of carbon/flax hybrid composites subjected to low velocity impact // *Composites: Part B*. — 2016. — Vol. 91. — P. 144—153.

193. Živković I., Fragassa C., Pavlović A., and Brugo T. Influence of moisture absorption on the impact properties of flax, basalt and hybrid flax/basalt fiber reinforced green composites // *Composites: Part B*. — 2017. — Vol. 111. — P. 148—164.

194. Fragassa C., Pavlovic A., and Santulli C. Mechanical and impact characterisation of flax and basalt fiber vinylester composites and their hybrids // *Composites: Part B*. — 2018. — Vol. 137. — P. 247—259.

195. Ahmed K. S., Vijayarangan S., and Kumar A. Low velocity impact damage characterization of woven jute—glass fabric reinforced isothalic polyester hybrid composites // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2007. — Vol. 26, No. 10. — P. 959—976.

196. Nurazzi N. M. et al. A review on natural-fiber-reinforced polymer composite for bullet proof and ballistic applications // *Polymers (Basel)*. — 2021. — Vol. 13, No. 4. — P. 646.

197. de O. Braga F., Bolzan L. T., Ramos F. J. H. T. V., Monteiro S. N., Lima É. P., and da Silva L. C. Ballistic efficiency of multilayered armor systems with sisal fiber polyester composites // *Mater. Res.* — 2018. — Vol. 20. — P. 767—774.

198. da Luz F. S., da C. Garcia Filho F., Oliveira M. S., Nascimento L. F. C., and Monteiro S. N. Composites with natural fibers and conventional materials applied in a hard armor: A comparison // *Polymers (Basel)*. — 2020. — Vol. 12, No. 9. — P. 1920.

199. Daoud H., El Mahi A., Rebiere J.-L., Taktak M., and Haddar M. Characterization of the vibrational behavior of flax fibre reinforced composites with an interleaved natural viscoelastic layer // *Appl. Acoust.* — 2017. — Vol. 128. — P. 23—31.

200. Kumar K. S., Siva I., Rajini N., Jappes J. T. W., and Amico S. C. Layering pattern effects on vibrational behavior of coconut sheath/banana fiber hybrid composites // *Mater. Des.* — 2016. — Vol. 90. — P. 795—803.

201. *Arvinda Pandian C. K. and Siddhi Jailani H.* Dynamic and vibrational characterization of natural fabrics incorporated hybrid composites using industrial waste silica fumes // *Int. J. Polym. Anal. Charact.* — 2019. — Vol. 24, No. 8. — P. 721—730.
202. *Munde Y. S., Ingle R. B., and Siva I.* Investigation to appraise the vibration and damping characteristics of coir fibre reinforced polypropylene composites // *Adv. Mater. Process. Technol.* — 2018. — Vol. 4, No. 4. — P. 639—650.
203. *Saba N., Jawaid M., Alothman O. Y., and Paridah M. T.* A review on dynamic mechanical properties of natural fibre reinforced polymer composites // *Constr. Build. Mater.* — 2016. — Vol. 106. — P. 149—159.
204. *Ahmad M. A. A., Majid M. S. A., Ridzuan M. J. M., Mazlee M. N., and Gibson A. G.* Dynamic mechanical analysis and effects of moisture on mechanical properties of interwoven hemp/polyethylene terephthalate (PET) hybrid composites // *Constr. Build. Mater.* — 2018. — Vol. 179. — P. 265—276.
205. *da Luz F. S., Monteiro S. N., and Tommasini F. J.* Evaluation of dynamic mechanical properties of PALF and coir fiber reinforcing epoxy composites // *Mater. Res.* — 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-5373-MR-2017-1108>
206. *Sahu P. and Gupta M. K.* Dynamic mechanical properties of a biocomposite reinforced with sodiumbicarbonate-treated sisal fibers at different frequencies // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, No. 1. — P. 81—90.
207. *Saba N. and Jawaid M.* A review on thermomechanical properties of polymers and fibers reinforced polymer composites // *J. Ind. Eng. Chem.* — 2018. — Vol. 67. — P. 1—11.
208. *Espert A., Camacho W., and Karlson S.* Thermal and thermomechanical properties of biocomposites made from modified recycled cellulose and recycled polypropylene // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2003. — Vol. 89, No. 9. — P. 2353—2360.
209. *Hasan K. M. F., Horváth P. G., Kóczán Z., and Alpár T.* Thermo-mechanical properties of pretreated coir fiber and fibrous chips reinforced multilayered composites // *Sci. Rep.* — 2021. — Vol. 11, No. 1. — P. 1—13.
210. *Aliotta L., Gigante V., Coltelli M.-B., Cinelli P., Lazzeri A., and Seggiani M.* Thermo-mechanical properties of PLA/short flax fiber biocomposites // *Appl. Sci.* — 2019. — Vol. 9, No. 18. — P. 3797.
211. *Alvarez V. A., Kenny J. M., and Vázquez A.* Creep behavior of biocomposites based on sisal fiber reinforced cellulose derivatives/starch blends // *Polym. Compos.* — 2004. — Vol. 25, No. 3. — P. 280—288.
212. *Anand A., Banerjee P., Prusty R. K., and Ray B. C.* Lifetime prediction of nano-silica based glass fibre/epoxy composite by time temperature superposition principle // *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. and Eng.* — 2018. — Vol. 338, No. 1. — P. 12020.
213. *McKeen L. W.* *The Effect of Creep and Other Time Related Factors on Plastics and Elastomers.* — Elsevier, 2009.
214. *Ghorbani J., Daghigh V., Rahmati S., Mahdian M., and Daghigh H.* Creep behavior of latania natural fiber-reinforced epoxy composites at elevated temperatures // *Polym. Compos.* — 2021. DOI:10.1002/pc.26041
215. *Sala B., Gabrion X., Trivaudey F., Guicheret-Retel V., and Placet V.* Influence of the stress level and hygrothermal conditions on the creep/recovery behavior of high-grade flax and hemp fibre reinforced GreenPoxy matrix composites // *Composites: Part A.* — 2021. — Vol. 141. — P. 106204.
216. *Stochioiu C., Gheorghiu H.-M., and Flavia-Petruta-Georgiana A.* Visco-elasto-plastic characterization of a flax-fiber reinforced biocomposite // *Mater. Plast.* — 2021. — Vol. 58, No. 1. — P. 78—84.

217. *da Silva Junior I. B., de Souza L. M. S., and de Andrade Silva F.* Creep of pre-cracked sisal fiber reinforced cement based composites // *Constr. Build. Mater.* — 2021. — Vol. 293. — P. 123511.
218. *Yang T.-C., Wu T.-L., Hung K.-C., Chen Y.-L., and Wu J.-H.* Mechanical properties and extended creep behavior of bamboo fiber reinforced recycled poly(lactic acid) composites using the time-temperature superposition principle // *Constr. Build. Mater.* — 2015. — Vol. 93. — P. 558—563.
219. *Asyraf M. R. M., Ishak M. R., Sapuan S. M., and Yidris N.* Conceptual design of multi-operation outdoor flexural creep test rig using hybrid concurrent engineering approach // *J. Mater. Res. Technol.* — 2020. — Vol. 9, No. 2. — P. 2357—2368.
220. *Hamma A., Kaci M., Ishak Z. A. M., and Pegoretti A.* Starch-grafted-polypropylene/kenaf fibres composites. Part 1: Mechanical performances and viscoelastic behavior // *Composites: Part A.* — 2014. — Vol. 56. — P. 328—335.
221. *Siengchin S.* Reinforced flax mat/modified polylactide (PLA) composites: impact, thermal, and mechanical properties // *Mech. Compos. Mater.* — 2014. — Vol. 50, No. 2. — P. 257—266.
222. *Durante M., Formisano A., Boccarusso L., Langella A., and Carrino L.* Creep behavior of polylactic acid reinforced by woven hemp fabric // *Composites: Part B.* — 2017. — Vol. 124. — P. 16—22.
223. *Dwivedi S. P., Dixit A., and Bajaj R.* Development of bio-composite material by utilizing chrome containing leather waste with Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ceramic particles // *Mater. Res. Express.* — 2019. — Vol. 6, No. 10. — P. 105105.
224. *Fiore V., Scalici T., and Valenza A.* Characterization of a new natural fiber from *Arundo donax L.* as potential reinforcement of polymer composites // *Carbohydr. Polym.* — 2014. — Vol. 106, No. 1. — P. 77—83.
225. *Ramesh M., Palanikumar K., and Reddy K. H.* Mechanical property evaluation of sisal-jute-glass fiber reinforced polyester composites // *Composites: Part B.* — 2013. — Vol. 48. — P. 1—9.
226. *Sumesh K. R., Kanthavel K., and Kavimani V.* Peanut oil cake-derived cellulose fiber: Extraction, application of mechanical and thermal properties in pineapple/flax natural-fiber composites // *Int. J. Biol. Macromol.* — 2020. — Vol. 150. — P. 775—785.
227. *Liu K., Takagi H., Osugi R., and Yang Z.* Effect of lumen size on the effective transverse thermal conductivity of unidirectional natural-fiber composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2012. — Vol. 72, No. 5. — P. 633—639.
228. *Coats A. W. and Redfern J. P.* Thermogravimetric analysis. A review // *Analyst.* — 1963. — Vol. 88, No. 1053. — P. 906—924.
229. *Elkhaoulani A., Arrakhiz F. Z., Benmoussa K., Bouhfid R., and Qaiss A.* Mechanical and thermal properties of polymer composite based on natural fibers: Moroccan hemp fibers/polypropylene // *Mater. Des.* — 2013. — Vol. 49. — P. 203—208.
230. *Nestore O., Kajaks J., Vancovicha I., and Reihmane S.* Physical and mechanical properties of composites based on a linear low-density polyethylene (LLDPE) and natural fiber waste // *Mech. Compos. Mater.* — 2013. — Vol. 48, No. 6. — P. 619—628.
231. *Johri N., Mishra R., and Thakur H.* Synthesis and characterization of jute-and chicken-feather-fiber-reinforced polymer hybrid composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 54, No. 6. — P. 821—832.
232. *Gironès J., López J. P., Mutjé P., Carvalho A. J. F., Curvelo A. A. S., and Vilaseca F.* Natural fiber-reinforced thermoplastic starch composites obtained by melt processing // *Compos. Sci. Technol.* — 2012. — Vol. 72, No. 7. — P. 858—863.

233. *Modniks J., Poriķe E., Andersons J., and Joffe R.* Evaluation of the apparent interfacial shear strength in short-flax-fiber/PP composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2012. — Vol. 48, No. 5. — P. 571—578.
234. *Xu Z. H. and Kong Z. N.* Mechanical and thermal properties of short-coirfiber-reinforced natural rubber/polyethylene composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2014. — Vol. 50, No. 3. — P. 353—358.
235. *Baghaei B., Skrifvars M., and Berglin L.* Characterization of thermoplastic natural fibre composites made from woven hybrid yarn prepregs with different weave pattern // *Composites: Part A.* — 2015. — Vol. 76. — P. 154—161.
236. *Dobah Y., Bouchak M., Bezazi A., Belaadi A., and Scarpa F.* Multi-axial mechanical characterization of jute fiber/polyester composite materials // *Composites: Part B.* — 2016. — Vol. 90. — P. 450—456.
237. *Jawaid M., Abdul Khalil H. P. S., and Abu Bakar A.* Woven hybrid composites: Tensile and flexural properties of oil palm-woven jute fibres based epoxy composites // *Mater. Sci. Eng. A.* — 2011. — Vol. 528, No. 15. — P. 5190—5195.
238. *Milanese A. C., M. Cioffi O. H., Jacobus H., and Voorwald C.* Mechanical behavior of natural-fiber composites // *Procedia Eng.* — 2011. — Vol. 10. — P. 2022—2027.
239. *Song J., Mun S., and Kim C.* Mechanical properties of sisal natural-fiber composites according to strain rate and absorption ratio // *Polym. Compos.* — 2011. — Vol. 32, No. 8. — P. 1174—1180.
240. *Martins M. A., Pessoa J. D. C., Gonçalves P. S., Souza F. I., and Mattoso L. H. C.* Thermal and mechanical properties of the açai fiber/natural rubber composites // *J. Mater. Sci.* — 2008. — Vol. 43, No. 19. — P. 6531—6538.
241. *Chin S. C., Tee K. F., Tong F. S., Ong H. R., and Gimbin J.* Thermal and mechanical properties of bamboo fiber reinforced composites // *Mater. Today Commun.* — 2020. — Vol., Sept. — P.100876.
242. *Sanjay M. R., Madhu P., Jawaid M., Senthamaraiannan P., Senthil S., and Pradeep S.* Characterization and properties of natural fiber polymer composites: A comprehensive review // *J. Cleaner Production.* — 2018. — Vol. 172. — P. 566—581.
243. *Wróbel-Kwiatkowska M., Kropiwnicki M., and Rymowicz W.* Green biodegradable composites based on natural fibers // *Thakur V., Thakur M., and Kessel M.* (eds.) *Handbook of Composites from Renewable Materials.* — Scrivener Publ. LLC, 2017. — P. 283—301.
244. *Samariha A., Bastani A., Nemati M., Kiaei M., Nosrati H., and Farsi M.* Investigation of the mechanical properties of bagasse flour/polypropylene composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2013. — Vol. 49, No. 4. — P. 447—454.
245. *Panthapulakkal S. and Sain M.* Injection-molded short hemp fiber/glass fiber-reinforced polypropylene hybrid composites. Mechanical, water absorption and thermal properties // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2007. — Vol. 103, No. 4. — P. 2432—2441.
246. *Hanan F., Jawaid M., and Tahir P. M.* Mechanical performance of oil palm/kenaf fiber-reinforced epoxy-based bilayer hybrid composites // *J. Nat. Fibers.* — 2018. <https://doi.org/10.1080/15440478.2018.1477083>
247. *Chukov D., Nematulloev S., Zadorozhnyy M., Tcherdyntsev V., Stepashkin A., and Zherebtsov D.* Structure, mechanical and thermal properties of polyphenylene sulfide and polysulfone impregnated carbon fiber composites // *Polymers (Basel).* — 2019. — Vol. 11, No. 4. — P. 684.
248. *Zagho M. M., Hussein E. A., and Elzatahry A. A.* Recent overviews in functional polymer composites for biomedical applications // *Polymers (Basel).* — 2018. — Vol. 10, No. 7. — P. 739.

249. *Scaffaro R., Maio A., and Lopresti F.* Physical properties of green composites based on poly-lactic acid or Mater-Bi<sup>®</sup> filled with *Posidonia Oceanica* leaves // *Composites: Part A.* — 2018. — Vol. 112. — P. 315—327.

250. *Linul E., Vălean C., and Linul P.-A.* Compressive behavior of aluminum micro-fibers reinforced semi-rigid polyurethane foams // *Polymers (Basel)*, — 2018. — Vol. 10, No. 12. — P. 1298.

251. *Chukov D., Nematulloev S., Torokhov V., Stepashkin A., Sherif G., and Tcherdyntsev V.* Effect of carbon fiber surface modification on their interfacial interaction with polysulfone // *Results Phys.* — 2019. — Vol. 15. — P. 102634.

Поступила в редакцию 21.10.2020

Окончательный вариант поступил 19.08.2021

Received Oct. 21, 2020 (Aug. 19, 2021)

---

*Е. Л. Гусев<sup>а,б,\*</sup>, В.Н. Бакулин<sup>б,г</sup>*

<sup>а</sup>*Институт проблем нефти и газа ФИЦ “Якутский научный центр Сибирского отделения РАН”, Якутск, Россия*

<sup>б</sup>*Институт математики и информатики Северо-Восточного Федерального университета, Якутск, Россия*

<sup>г</sup>*Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия*

<sup>д</sup>*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Россия*

## **ОБОБЩЕННЫЕ МОДЕЛИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТОВ**

*E. L. Gusev\* and V. N. Bakulin*

### **GENERALIZED DURABILITY MODELS AND THEIR APPLICATION TO SOLVING PROBLEMS ON PREDICTING THE DEFINING CHARACTERISTICS OF COMPOSITES**

**Keywords:** generalized durability models, prediction, modern molecular kinetic theory, variational formulation

The promising ways to predict the durability of polymer composites under the influence of extreme factors of the external environment and operational loads are investigated. The possibilities of effective predicting the defining characteristics (the residual life, strength, reliability, and durability) of composites are studied based on the information received in the first years of their operation. The development of generalized durability models of composites under extreme conditions is based on the main provisions of the modern molecular kinetic theory (MKT). This is due to the fact that chemical transformations in composites can occur both at intermolecular and intramolecular levels. On the basis of the modern MKT, the issue of matching the defining parameters of mathematical models calculated by solving prediction problems within the framework of formulated refined variational statements taking into account the

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [elgusev@mail.ru](mailto:elgusev@mail.ru)  
Corresponding author: [elgusev@mail.ru](mailto:elgusev@mail.ru)



results of experimental measurements at the macrolevel with the corresponding defining parameters of physical models describing molecular interactions at the microlevel is investigated. Results of computational experiments are presented.

**Ключевые слова:** модели долговечности обобщенные, прогнозирование, молекулярно-кинетическая теория современная, постановка вариационная

Работа посвящена актуальной проблеме прогнозирования долговечности полимерных композитов при воздействии экстремальных факторов внешней среды и эксплуатационных нагрузок. Оценивали возможности эффективного прогнозирования определяющих характеристик (остаточного ресурса, прочности, надежности, долговечности) на основе информации, полученной в первые годы эксплуатации. В основу разработки обобщенных моделей долговечности композитов в экстремальных условиях положены базовые положения современной молекулярно-кинетической теории (МКТ), учитывающей возможности химических превращений в композитах как на межмолекулярном, так и на внутримолекулярном уровне. На основе современных положений МКТ исследован вопрос о согласовании определяющих параметров математических моделей, учитывающих результаты экспериментальных измерений на макроуровне, с соответствующими определяющими параметрами физических моделей, описывающих молекулярные взаимодействия на микроуровне. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

## Введение

Полимерные материалы (ПМ), полимерные композитные материалы (ПКМ) благодаря разнообразию своих свойств получили самое широкое распространение в различных областях техники. В последние десятилетия значительную актуальность приобретают вопросы эффективной эксплуатации конструкций из композитов в экстремальных условиях внешней среды [1—5]. В соответствии с этим все большее значение приобретает создание надежных методов количественной оценки работоспособности конструкций из ПКМ [6—10].

ПКМ и конструкции из них являются неотъемлемой частью современной техники в таких областях, определяющих научно-технический прогресс, как авиа- и космическая техника, судостроение, нефтяная и газовая промышленность и др., что обуславливает все возрастающую важность разработки эффективных методов долгосрочного прогнозирования определяющих характеристик композитов (прочности, надежности, долговечности, остаточного ресурса).

Применяемые модели долговечности, как правило, не позволяют достичь необходимой степени адекватности реальной ситуации, так как включают небольшое количество неопределенных параметров. В частности, в [11] приведена модель долговечности, описывающая воздействие двух факторов на композит: упрочнения и старения, и включающая в себя всего четыре параметра. При увеличении же числа параметров модели, что является необходимым условием повышения степени ее адекватности, возникает сложная проблема оптимизации многопараметрических показателей эффективности, оценивающих степень адекватности моделей реальной ситуации. Решение проблемы эффективного построения глобально-оптимальных решений — одна из важных составных частей разработки эффективных методов прогнозирования определяющих характеристик композитов. Специфические особенности рассматриваемых задач прогнозирования определяющих характеристик ПКМ при воздействии экстремальных факторов внешней среды приводят к неэффективности использования подходов, основанных на экстраполяции в традиционной постановке.

Принципиальное усовершенствование упомянутых подходов может быть достигнуто построением математических моделей, ориентированных на физические представления об изучаемых явлениях [12—15].

Цель настоящей работы — на основе современных достижений кинетической теории прочности оценить возможность согласования определяющих параметров математических моделей прогнозирования в рамках вариационных постановок с учетом экспериментальных измерений на макроуровне и физических моделей, описывающих молекулярное взаимодействие на микроуровне. Кроме того, рассмотрены перспективы развития теории прогнозирования долговечности полимерных композитов при воздействии экстремальных факторов внешней среды, возможности повышения точности прогнозирования долговечности материалов на основе информации, полученной в первые годы эксплуатации.

## 1. Факторы, влияющие на длительную работоспособность ПКМ

Изменение с течением времени свойств ПКМ в значительной мере отражается на их работоспособности. При оценке этих свойств необходимо учитывать контакт материалов с окружающей средой, влияние влажности, температуры, световой и проникающей радиации. Также необходимо учитывать, что скорость и характер происходящих в материале изменений зависят от интенсивности воздействия.

Факторы, влияющие на долговечность ПМ, ПКМ, можно разделить на внутренние и внешние: к внутренним относят состав и структуру ПМ, ПКМ, молекулярную массу, молекулярно-массовое распределение и др., к внешним — температуру, влажность, световую и проникающую радиацию, кислород, механические нагрузки и др.

Из множества факторов, обуславливающих старение ПК, можно выделить факторы-агенты, непосредственно взаимодействующие с полимерным материалом, и факторы-активаторы, способствующие такому взаимодействию.

При выборе полимерного материала для конкретного применения в различных областях необходимо из большого количества возможных вариантов структуры материала подобрать такой, который обеспечит сочетание необходимых показателей. При решении вопросов о выборе оптимального материала одним из важнейших преимуществ становится его способность как можно дольше сохранять свою работоспособность, т.е. противостоять старению — совокупности физико-химических обратимых и необратимых превращений под воздействием экстремальных факторов внешней среды (температуры, влажности, солнечной радиации, механических напряжений и др.). Основу для принятия решения об использовании материала составляет совокупность требуемых показателей ПМ, ПКМ при его приемлемой стоимости и способности противостоять старению, а доминирующим фактором является способность ПМ, ПКМ функционировать в заданном временном промежутке (часто до 20—30, а в необходимых случаях и более 50 лет) без замены.

Особую актуальность приобретают исследования стойкости полимерных материалов к излучению в связи со все возрастающим использованием ПКМ в авиа- и космической технике. Одним из наиболее эффективных активаторов старения является проникающая радиация, которая в отличие от световой радиации способна инициировать превращения во всем объеме полимера.

## **2. Проблемы прогнозирования поведения ПКМ при воздействии экстремальных факторов внешней среды**

Под действием факторов-активаторов и факторов-агентов старения ПМ, ПКМ претерпевают различные превращения, обусловленные протеканием химических и физических процессов в материале. При этом примеси, содержащиеся в ПМ, ПКМ, могут оказывать дополнительное влияние на скорость и характер химических превращений. Такие внешние факторы, как температура, световая и проникающая радиация, инициируют большинство химических превращений. В большинстве случаев механическое и электрическое воздействие, как правило, способствует ускорению химических превращений. Физико-химические процессы оказывают определяющее влияние на энергию активации и интенсивность молекулярных движений в ПКМ. На основе установленной связи между энергией активации протекающих при старении материала физико-химических процессов и интенсивностью молекулярных движений в полимере энергия активации будет зависеть от температуры и физического состояния полимера.

В настоящее время механизм старения ПМ, ПКМ еще недостаточно подробно изучен, не установлена количественная связь между влиянием различных видов внешних воздействий на скорость преобладающего процесса старения.

Для удовлетворительного прогнозирования необходимо разработать эффективные и надежные соотношения между кинетическими параметрами физико-химических процессов, происходящих на молекулярном уровне, и макросвойствами материалов, определяющими их эксплуатационную пригодность. Решение данных вопросов связано с важными и актуальными проблемами, стоящими на пути создания обоснованных подходов к прогнозированию изменения свойств ПМ, ПКМ при их хранении и эксплуатации. Необходимость разработки эффективных подходов для решения данных научных проблем обусловлена тем, что без данных о характере и скорости изменения механических, электрических, теплофизических свойств ПМ, ПКМ в условиях эксплуатации изделий невозможно обеспечить рациональный выбор материалов и повысить за счет этого надежность конструкций из них.

### 3. Основные положения молекулярно-кинетической теории, положенные в основу разработки обобщенных моделей долговечности ПКМ

В основу разработки обобщенных моделей долговечности ПМ, ПКМ в экстремальных условиях были положены основные положения современной молекулярно-кинетической теории (МКТ), описывающие химические превращения в ПМ, ПКМ на молекулярном уровне.

В настоящее время МКТ основана на двух современных теориях, объясняющих кинетику протекания элементарных химических реакций на молекулярном уровне: теории активных столкновений (ТАС) и теории активированных комплексов (ТАК).

В рамках ТАС предполагают, что реакции осуществляются в моменты столкновения молекул, которые приводят к химическому превращению только в том случае, когда сталкивающиеся молекулы обладают определенной минимальной энергией (энергией активации  $E_a$ ), чтобы преодолеть определенный энергетический барьер. В теории активированных комплексов для любой элементарной химической реакции предполагают, что начальная конфигурация атомов переходит в конечную в результате непрерывного изменения межъядерных расстояний.

Из распределения Больцмана для кинетической энергии молекул известно, что число молекул, обладающих энергией  $E > E_a$ , пропорционально  $\exp(-E_a / RT)$  (где  $R$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура). В результате скорость химической реакции может быть представлена уравнением Аррениуса, полученным из термодинамических соображений. В функциональной и дифференциальной формах уравнения Аррениуса имеют вид

$$k = k_0 \exp(-E_a / RT), \quad d(\ln k) / dT = E_a / RT^2, \quad (1)$$

где  $k$  — константа скорости химической реакции. Из анализа уравнения Аррениуса в дифференциальной форме следует, что чем больше энергия активации, тем быстрее увеличивается константа скорости реакции с возрастанием температуры. Фактор частоты  $k_0$  характеризует частоту столкнове-

ний реагирующих молекул (число активных столкновений частиц в единице объема в реакционной смеси) и выражает ту долю частиц, у которых энергия равна или больше энергии активации  $E_a$ , представляющей собой избыток энергии по отношению к средней энергии частиц при данной температуре. Избыток энергии необходим для того, чтобы реагирующие частицы могли вступить в химическую реакцию. Фактор частоты  $k_0$  определяется свойствами реагирующих частиц, а также их энергетическим состоянием.

#### 4. Модели молекулярных взаимодействий в ПМ, ПКМ, положенные в основу разработки оптимальных обобщенных моделей долговечности

В соответствии с основными положениями МКТ в основу исследования была положена физическая модель, в которой характер изменения во времени определяющего свойства композита  $D$  при одновременном воздействии нескольких экстремальных факторов определяется элементарными химическими реакциями на молекулярном уровне. Эти реакции описываются суперпозицией уравнений Аррениуса, моделирующих разные виды молекулярных взаимодействий, инициированных воздействием разных экстремальных факторов (ЭФ)  $F_1, F_2, \dots, F_p$  на композит:

$$D = D_0 + H \left( k_0^1 \exp \left( E_a^1 / RT \right), k_0^2 \exp \left( E_a^2 / RT \right), \dots, k_0^s \exp \left( E_a^s / RT \right), \dots \right). \quad (2)$$

Здесь  $H$  — функциональная зависимость, связывающая определяющую характеристику композита с параметрами физико-химических процессов, происходящих на молекулярном уровне;  $D_0$  — начальное значение определяющей характеристики композита. В предположении аддитивного характера влияния результатов молекулярных взаимодействий на долговечность ПМ, ПКМ физическую модель (2) можно записать как

$$D = D_0 + \sum_s C_s \left( k_0^s \right) \exp \left( P_s \left( E_a^s \right) / RT \right), \quad (3)$$

где  $C_s \left( k_0^s \right)$ ,  $P_s \left( E_a^s \right)$  — функциональные коэффициенты, зависящие от фактора частоты  $k_0^s$  и энергии активации  $E_a^s$ , определяющие конкретный вид молекулярных взаимодействий.

В общем случае на ПМ, ПКМ, композитные конструкции могут влиять в различных комбинациях одновременно несколько разных ЭФ  $F_j$ , связанных с процессами упрочнения, воздействием солнечной и проникающей радиации, влагонасыщением, воздействием ультрафиолетового излучения и других ЭФ, воздействием эксплуатационных нагрузок как циклического, так и нециклического характера и т.п. В предположении, что разные физические факторы оказывают на полимерный композит влияние, независимое от воздействия других факторов, и обусловленные ими изменения суммируются, то можно принять что обобщенная модель долговечности, описывающая

одновременное воздействие нескольких факторов, может быть представлена в виде

$$D = D_0 + \sum_{j=1}^p F_j(u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,l_j}; t). \quad (4)$$

Здесь  $D$  — прогнозируемая определяющая характеристика композита;  $D_0$  — первоначальное значение определяющей характеристики;  $u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,l_j}$  — параметры, описывающие характер воздействия  $j$ -го фактора на композит;  $t$  — время.

В соответствии с современными положениями МКТ было принято, что воздействие каждого из факторов  $F_j$  на композит активирует на микроуровне совокупность деструктивных элементарных процессов, в которых протекающие химические реакции могут быть описаны в виде суперпозиции уравнений Аррениуса. Каждое из составляющих суперпозицию уравнений Аррениуса описывает определенный вид элементарных химических реакций с присущими ему параметрами — фактором частоты, характеризующим частоту столкновений реагирующих молекул (число активных столкновений частиц в единице объема реагирующей смеси), и энергией активации.

В соответствии со сформулированными положениями воздействие каждого фактора  $F_j$  на композит может быть представлено в виде суперпозиции уравнений Аррениуса:

$$F_j(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}; t) = \sum_{k=1}^{N_j} \alpha_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j}) \left[ \exp(\beta_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j})t) - 1 \right],$$

$$j = 1, 2, \dots, p; 0 \leq t \leq t_{\max}, \quad (5)$$

где  $N_j$  — число элементарных деструктивных процессов, протекание химических реакций в которых активируется при воздействии  $j$ -го фактора на композит. Параметры  $\alpha_{kj} = \alpha_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j})$  выражают долю частиц, у которых энергия больше или равна энергии активации, необходимой для инициирования  $k$ -й элементарной химической реакции ( $k = 1, 2, \dots, N_j$ ) при воздействии на композит фактора  $F_j$ ; параметры  $\beta_{kj} = \beta_{kj}(u_{j,1}, \dots, u_{j,l_j})$  связаны с энергией активации, т.е. с избытком энергии по отношению к средней энергии частиц при данной температуре, необходимым для того, чтобы реагирующие частицы могли инициировать  $k$ -ю элементарную химическую реакцию ( $k = 1, 2, \dots, N_j$ ) при воздействии на композит фактора  $F_j$ . Избыток энергии, связанный с энергией активации, определяется свойствами реагирующих частиц, их энергетическим состоянием.

### 5. Вариационная постановка задач прогнозирования определяющих характеристик полимерных композитов

Под предельно допустимой погрешностью прогноза  $\gamma_R^{\max}$  будем понимать предельно допустимое отклонение прогнозируемой зависимости  $\tilde{D}(t)$  остаточного ресурса  $D$  от реальной зависимости  $D^*(t)$  на прогнозируемом отрезке времени. В соответствии с введенным определением предельно допустимая погрешность прогноза  $\gamma_R^{\max}$  удовлетворяет условию

$$\max_{t_{\min} \leq t \leq t_{\max}} \left| \tilde{D}(t) - D^*(t) \right| \leq \gamma_R^{\max}. \quad (6)$$

Вариационная постановка задач прогнозирования определяющих характеристик ПМ, ПКМ. На основе кратковременных испытаний, проведенных на временном интервале ретроспекции  $[0, t_{\min}]$ , необходимо найти оптимальные параметры  $u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*$  обобщенной модели долговечности (ОМД)  $D(u^*; t)$ , доставляющие глобальный минимум критерию эффективности

$$\tilde{S} = S(u, Q) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[ D(u_1, u_2, \dots, u_n; t) - \tilde{D}_i \right]^2 \Rightarrow \min_{u \in U} \quad (7)$$

на множестве многопараметрических ОМД  $\{D(u; t)\}$ , позволяющих осуществлять прогноз с погрешностью, не превышающей заранее заданную предельно допустимую точность прогноза  $\gamma_R^{\max}$  (2):

$$\max_{t_{\min} \leq t \leq t_{\max}} \left| \tilde{D}(t) - D^*(t) \right| \leq \gamma_R^{\max}. \quad (8)$$

Здесь  $\tilde{D}_i = D_i(Q)$  — измеренные значения определяющей характеристики  $D$  в моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_m$  с учетом погрешностей измерений  $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$ ;  $D^*(t)$  — реальная временная зависимость;  $U$  — допустимое множество параметров ОМД. Вектор неопределенных параметров  $u^*(Q)$  доставляет глобальный минимум суммарной среднеквадратической ошибке  $\tilde{S} = S(u; Q)$  (7):

$$S(u^*(Q); Q) = \min_{u \in U} S(u; Q). \quad (9)$$

### 6. Согласование определяющих параметров физических и математических моделей на микро- и макроуровне на основе положений МКТ

На основе современных положений кинетической теории прочности был исследован вопрос о согласовании определяющих параметров математических моделей, учитывающих результаты экспериментальных измерений

на макроуровне, с соответствующими параметрами физических моделей, описывающих молекулярные взаимодействия на микроуровне.

При исследовании вопроса об оптимальном согласовании соответствующих определяющих параметров считали, что основное влияние на изменение во времени остаточного ресурса ПМ, ПКМ при воздействии экстремальных факторов внешней среды на композит оказывают активируемые ими деструктивные процессы, происходящие на молекулярном уровне. Химические реакции, связанные с этими процессами, могут быть описаны уравнениями Аррениуса в дифференциальной или функциональной формах. В соответствии с этим многофакторные деструктивные процессы, происходящие на микроуровне, допускают описание физическими моделями, представимыми в виде суперпозиции уравнений Аррениуса.

При построении математических моделей обобщенных функций долговечности, описывающих на макроуровне изменение определяющего свойства композита при воздействии экстремальных факторов внешней среды, будем считать, что для адекватного описания временной зависимости остаточного ресурса композита структура функций долговечности должна быть аналогична структуре физических моделей, описывающих деструктивные процессы, происходящие на микроуровне. В соответствии с этим структура обобщенных функций долговечности, описывающих на макроуровне изменение во времени определяющего свойства композита, также принята в виде суперпозиции экспоненциальных функций с неопределенными параметрами. В число параметров задачи кроме введенной системы неопределенных параметров входит и число экспоненциальных функций. Система неопределенных параметров затем подбирается таким образом, чтобы основные качественные закономерности структуры временной зависимости обобщенной функции долговечности, построенной на основе результатов физических экспериментов, проведенных на интервале ретроспекции, в максимальной степени соответствовали основным качественным закономерностям структуры реальной временной зависимости остаточного ресурса на данном временном интервале. Поэтому следует ожидать, что и основные качественные закономерности структуры временной зависимости обобщенной функции долговечности, построенной по такой схеме, будут соответствовать основным качественным закономерностям реальной временной зависимости остаточного ресурса и на прогнозируемом временном интервале.

Для достижения максимального согласования был введен ряд основополагающих принципов и понятий, позволяющих провести оптимальное согласование определяющих параметров, полученных на основе построенных математических моделей на макроуровне, с определяющими параметрами физических моделей, описывающими молекулярные взаимодействия на микроуровне. В результате были введены такие понятия и принципы, как принцип множественности моделей прогнозирования, понятие моделей прогнозирования оптимальной структуры и сложности, предельно-допустимой



точности прогноза и др. Разработана методика построения оптимальной модели прогнозирования оптимальной структуры и сложности [16—19].

В соответствии с принципом множественности моделей прогнозирования считается, что выбор многопараметрического семейства моделей прогнозирования  $\{D^N(u; t)\}$ ,  $(1 \leq N \leq \infty)$  осуществлен таким образом, что в данном многопараметрическом семействе находится модель, наиболее адекватная реальной прогнозируемой временной зависимости  $R^*(t)$ . В рамках сформулированных вариационных постановок задач прогнозирования проведено исследование параметрического семейства обобщенных моделей долговечности  $\{D^N(u; t)\}$ ,  $(1 \leq N \leq \infty)$ , в котором параметром является число слагаемых  $N$  в разложении функции долговечности в ряд. В рамках введенного параметрического семейства обобщенных моделей долговечности  $\{D^N\}_{N=1}^{\infty}$  строится модель прогнозирования оптимальной структуры и сложности, под которой понимается модель, содержащая оптимальное число слагаемых, позволяющая решать задачу прогнозирования с требуемой точностью. В соответствии с полученными результатами в заданном параметрическом семействе параметры модели оптимальной структуры и сложности подбираются из условия, чтобы временные качественные закономерности модели на временном отрезке ретроспекции, на котором производятся экспериментальные измерения, в максимальной степени соответствовали временным качественным закономерностям реальной временной зависимости остаточного ресурса  $R^*(t)$  [16—19]. В соответствии с полученными результатами, сформулированным принципом множественности моделей прогнозирования, введенным понятием моделей прогнозирования оптимальной структуры и сложности и методологией их построения следует ожидать, что в этом случае данные временные качественные закономерности будут в максимальной степени соответствовать и временным качественным закономерностям реальной временной зависимости остаточного ресурса  $R^*(t)$  и на отрезке прогнозирования  $[t_{\min}, t_{\max}]$ . Иными словами, построенная модель прогнозирования оптимальной структуры и сложности будет являться наиболее адекватной реальной временной зависимостью остаточного ресурса  $R^*(t)$  и на отрезке прогнозирования  $[t_{\min}, t_{\max}]$ . При этом оптимальная модель прогнозирования оптимальной структуры и сложности должна иметь наименьшую сложность, т.е. иметь минимальное число параметров  $N^*$ , при котором уже может быть достигнута требуемая точность прогноза.

В соответствии с перечисленными требованиями проблема построения модели оптимальной структуры и сложности сводится к решению экстремальной задачи

$$\begin{aligned} \max_{t_{\min} \leq t \leq t_{\max}} \left| D^{N^*}(u^{*N^*}; t) - D^*(t) \right| &= \min_{1 \leq N < \infty} \max_{t_{\min} \leq t \leq t_{\max}} \left| D^N(u^{*N}; t) - D^*(t) \right|, \\ \max_{t_{\min} \leq t \leq t_{\max}} \left| \tilde{D}(t) - D^*(t) \right| &\leq \gamma_R^{\max}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$1 \leq N < \infty.$$

Здесь  $N^*$  — оптимальное число параметров модели прогнозирования оптимальной структуры и сложности  $D^{N^*}$ ;  $u^{*N}$  — оптимальный вектор параметров оптимальной модели прогнозирования параметрического семейства, соответствующей параметру  $N$ ;  $\gamma_{\max}$  — предельно допустимая ошибка решения задачи прогноза. В соответствии с принципом множественности моделей прогнозирования считается, что если в заданном многопараметрическом семействе обобщенных моделей прогнозирования существует модель, наиболее адекватная реальной прогнозируемой временной зависимости  $D^*(t)$ , то данная модель в рассматриваемом параметрическом семействе является моделью оптимальной структуры и сложности.

В результате будет построена оптимальная обобщенная функция долговечности, параметры которой по разработанной методике выбраны из условия, чтобы ее оптимальная структура в наибольшей степени была адекватна структуре реальной временной зависимости остаточного ресурса. При этом результаты воздействия каждого экстремального фактора на композит будут описаны в виде суперпозиции экспоненциальных функций, оптимальные параметры и число которых выбраны из условия наиболее адекватного описания результатов воздействия данного фактора на композит.

Полученное адекватное представление результатов воздействия каждого фактора на композит в форме суперпозиции экспоненциальных функций может позволить провести конструктивный анализ физических особенностей и характера его влияния на долговечность композита как на микро-, так и на макроуровне и разработать соответствующие рекомендации по повышению долговечности композита.

Таким образом, в соответствии с рассматриваемым подходом физические задачи восстановления параметров деструктивных химических реакций, инициированных действием экстремальных факторов внешней среды, сформулированы в математической форме в рамках уточненных вариационных постановок обратных задач прогнозирования определяющих характеристик ПМ, ПКМ. В соответствии со сформулированным принципом множественности моделей прогнозирования и введенным понятием оптимальных моделей прогнозирования оптимальной структуры и сложности в вариационной постановке, задачи восстановления неопределенных параметров моделей могут быть сведены к соответствующим многопараметрическим существенно нелинейным многоэкстремальным задачам вида [10]. Эти задачи связаны с нахождением глобального минимума функционала  $J$ , оценивающего степень адекватности многопараметрической модели, описывающей воздействие экстремальных факторов внешней среды на композит [16—19]:

$$J \left( \left\{ \left( u_{j,1}^*, u_{j,2}^*, \dots, u_{j,l_j}^* \right) \right\}_{j=1}^p \right) = \min_{\{u_{jk}\}} J \left( \left\{ \left( u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,l_j} \right) \right\}_{j=1}^p \right), \quad (11)$$

где  $p$  — число воздействующих на композит экстремальных факторов. Для построения глобального минимума в экстремальной задаче (11) разработа-

ны комбинированные методы поиска глобального экстремума, основанные на комбинированном применении необходимых и достаточных условий экстремума и методов полного перебора [16—19].

Разработанная методология согласования параметров математических и физических моделей на микро- и макроуровнях позволила решить задачу восстановления параметров физико-химических процессов, происходящих на молекулярном уровне и приводящих к деструктивным изменениям в композитах и ухудшению их характеристик с течением времени. Поставленная задача заключалась в том, чтобы на основе информации, полученной из краткосрочных физических экспериментов, проведенных на временном интервале ретроспекции  $[0, t_{\min}]$ , предшествующем прогнозируемому временному отрезку  $[t_{\min}, t_{\max}]$ , восстановить параметры деструктивных химических реакций в композите.

В рамках разработанной методологии согласования математическая модель долговечности на макроуровне была представлена в виде ряда, представляющего собой суперпозицию экспоненциальных функций с неопределенными параметрами (4), (5). Таким образом, структура математической модели обобщенной функции долговечности на макроуровне была выбрана аналогичной структуре физической модели, описывающей деструктивные элементарные химические реакции в композите, инициированные действием экстремальных факторов внешней среды. Неопределенные параметры обобщенной модели долговечности  $u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,l_j}$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ ) (4), (5), а также число данных неопределенных параметров  $n$  подбирали на основе решения специально построенных экстремальных задач (10), (11), оптимальные решения которых в наибольшей степени соответствуют решению задачи согласования параметров математических и физических моделей на микро- и макроуровнях [16—19].

Объективная оценка параметров деструктивных элементарных химических реакций в композитах на основе проведенных физических экспериментов позволила:

- построить эффективные обобщенные модели долговечности на долгосрочный период;
- провести конструктивный анализ влияния отдельных экстремальных факторов на долговечность композита;
- дать сравнительную оценку степени влияния того или иного экстремального фактора на долговечность композита.

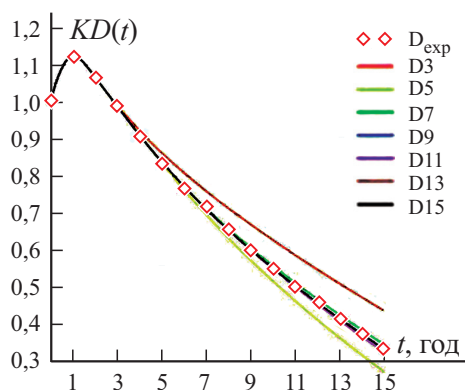
Знание параметров деструктивных элементарных химических реакций в композите, инициированных действием экстремальных факторов внешней среды, их сравнительный конструктивный анализ могут позволить разработать методику синтеза новых материалов с повышенной долговечностью.

## 7. Результаты вычислительных экспериментов на основе обобщенных моделей долговечности

На рисунке приведены результаты вычислительных экспериментов по прогнозированию остаточного ресурса полимерных волокнистых композитов (ПВК) в рамках разработанной методологии. Рассматривали одновременное воздействие двух факторов: упрочнения и старения.

В качестве исходных данных для построения обобщенных моделей долговечности оптимальной структуры и сложности на основе уравнений Аррениуса были использованы результаты физических экспериментов по измерению остаточного ресурса ПВК [11], в качестве которого рассматривали прочность ПВК  $D$  ( $D_0$  — начальное значение прочности). Измерения остаточного ресурса проводили с интервалом 1 год. Для перехода к безразмерным величинам был введен обобщенный показатель сохраняемости  $k_D(t)$ , представляющий собой отношение остаточного ресурса ПВК  $D(t)$  в момент времени  $t$  к начальному значению остаточного ресурса  $D_0$ :  $k_D(t) = D(t) / D_0$ . Измеренные значения обобщенного показателя сохраняемости  $k_D(t)$  с интервалом 1 год ( $t = 0, 1$  год—15 лет) следующие:  $k_D(0) = 1$ ,  $k_D(1) = 1,125$ ,  $k_D(2) = 1,065$ ,  $k_D(3) = 0,990$ ,  $k_D(4) = 0,910$ ,  $k_D(5) = 0,835$ ,  $k_D(6) = 0,770$ ,  $k_D(7) = 0,715$ ,  $k_D(8) = 0,770$ ,  $k_D(9) = 0,600$ ,  $k_D(10) = 0,550$ ,  $k_D(11) = 0,500$ ,  $k_D(12) = 0,460$ ,  $k_D(13) = 0,415$ ,  $k_D(14) = 0,375$ ,  $k_D(15) = 0,335$ .

На основе результатов вычислительных экспериментов по разработанной методологии осуществляли построение оптимальных многопараметрических обобщенных моделей долговечности оптимальной структуры и сложности при последовательном увеличении размера временного интервала ретроспекции. При проведении многовариантных вычислительных экспериментов верхнюю границу  $t_{\min}$  интервала ретроспекции  $[0, t_{\min}]$  принимали в качестве параметра задачи. В соответствии с этим значения верхней границы



Оптимальные функции долговечности, построенные на основе оптимальных обобщенных моделей прогнозирования для разных интервалов ретроспекции.

интервала ретроспекции принимали равными  $t_{\min} = 3, 5, 7, 9, 11, 13$  лет. Для каждого текущего значения  $t_{\min}$  решали задачу построения оптимальной модели долговечности оптимальной структуры и сложности  $D^{N^*} \left( u^{*N^*}; t \right)$  (10), (11) и прогнозируемой зависимости остаточного ресурса на основе оптимальной модели долговечности на прогнозируемом временном интервале  $[t_{\min}, t_{\max}]$  [16—19]. Поскольку введенное многопараметрическое семейство моделей долговечности  $\left\{ D^N \left( u^N; t \right) \right\}_{N=1}^{\infty}$ , представимых как суперпозиция экспонент в виде рядов (4), (5), отражает характер деструктивных процессов, описываемых физическими моделями (2), (3) на микроуровне, а оптимальная модель долговечности  $D^{N^*} \left( u^{*N^*}; t \right)$ , параметры которой вычислены на основе решения экстремальной задачи (10), (11), принадлежит данному многопараметрическому семейству, то следует ожидать, в соответствии с результатами [16—19], что данная модель будет наиболее адекватно описывать реальную временную зависимость остаточного ресурса на интервале прогнозирования  $[t_{\min}, t_{\max}]$ . Результаты вычислительных экспериментов подтверждают данные выводы.

На рисунке приведены одновременно все рассчитанные на основе разработанной методологии оптимальные функции долговечности соответственно для интервалов ретроспекции, размеры которых составляют последовательно 3, 5, 7, 9, 11 и 13 лет. На графике квадратиками отмечены экспериментальные значения остаточного ресурса. В первые два года процессы упрочнения превосходят процессы старения. В соответствии с этим на этом временном отрезке наблюдается рост обобщенного показателя сохраняемости  $k_D(t)$ . На следующем временном отрезке наблюдается преобладание процессов старения над процессами упрочнения, вследствие чего зависимость обобщенного показателя сохраняемости  $k_D(t)$  является монотонно убывающей.  $D_3$  — прогноз остаточного ресурса по данным за первые 3 года экспозиции,  $D_5$  — по данным за первые 5 лет и т. д. На основе проведенных вычислительных экспериментов по разработанной методологии можно заключить, что уже для интервала ретроспекции 5 лет ( $t_{\min} = 5$ ) прогнозируемая временная зависимость остаточного ресурса с достаточно высокой точностью описывает реальную временную зависимость остаточного ресурса (на графике отмечена черным цветом).

Проведение вычислительных экспериментов на основе разработанной методологии может помочь достичь баланса между временем экспонирования и точностью результатов прогноза.

### Заключение

Разработанная методология согласования параметров математических и физических моделей на микро- и макроуровнях позволила решить задачу восстановления параметров физико-химических процессов, происходящих

на молекулярном уровне и приводящих к деструктивным изменениям в композитах и ухудшению их характеристик с течением времени.

Объективная оценка параметров деструктивных элементарных химических реакций в композитах на основе проведенных физических экспериментов позволила построить эффективные обобщенные модели прогнозирования на долгосрочный период, провести конструктивный анализ влияния отдельных экстремальных факторов и дать сравнительную оценку степени влияния того или иного фактора на долговечность композита. Знание параметров деструктивных элементарных химических реакций в композите, инициированных действием экстремальных факторов внешней среды, их сравнительный конструктивный анализ могут позволить разработать методику синтеза новых материалов с повышенной долговечностью.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПНГ ФИЦ “ЯНЦ СО РАН”, Якутск, Россия (номер гос. регистрации 122011100162-9) и ИПРИМ РАН, Москва, Россия (номер гос. регистрации 121112200126-5).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Уржумцев Ю. С.* Прогнозирование длительного сопротивления полимерных материалов. — М.: Наука, 1982. — 222 с.
2. *Реутов А. И.* Прогнозирование климатической стойкости полимерных материалов, применяемых в строительстве // Вестн. ТГАСУ. — 2009. — №2. — С. 127—141.
3. *Степанов М. Н., Зинин А. В.* Прогнозирование характеристик сопротивления усталости материалов и элементов конструкций. — М.: Инновац. машиностроение, 2007. — 392 с.
4. *Стрижжус В. Е.* Методы оценки усталостной прочности элементов композитных авиаконструкций. — М.: Машиностроение, 2015. — 269 с.
5. *Бондарев А. Б.* Влияние соотношения “полимер-наполнитель” на циклическую долговечность ПКМ// Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения. — Курск: РААСН, 2011. — С. 233—237.
6. *Башкарев А. Я., Веттегрень В. И., Сулов М. А.* Долговечность полимерных композитов. — СПб: СППТУ, 2016. — 147 с.
7. *Lurie S. A., Solyaev Yu. O., Nguen D. Q., et al.* Experimental investigation modeling the impact of thermocycling on mechanical properties of carbon fiber-reinforced plastic // Composites: Mech., Comput., Appl. An Int. J. — 2015. — Vol. 3, No. 7. — P. 1—13.
8. *Dumansky A. M., Tairova L. P.* Time-dependent behavior of carbon fiber-reinforced laminates // Proc. 2nd Int. Conf. on Advanced Composite Materials and Technologies for Aerospace Applications. — Wrexham, North Wales, UK, 2012. — P. 75—79.
9. *Реутов А. И.* Прогнозирование надежности строительных изделий из полимерных материалов. — М.: РИФ “Стройматериалы”, 2007. — 184 с.
10. *Потапова Л. Б., Ратнер С. Б.* Прогноз долговечности хрупких полимеров по результатам кратковременных испытаний на прочность // Механика композит. материалов. — 1990. — № 4. — С. 742—745.
11. *Булманис В. Н., Старцев О. В.* Прогнозирование изменения прочности полимерных волокнистых композитов в результате климатического воздействия / Препринт. — Якутск: ЯНЦ СО РАН, 1988. — 32 с.

12. *Уржумцев Ю. С., Черский И. Н.* Научные основы инженерной климатологии полимерных и композитных материалов // *Механика композит. материалов.* — 1985. — № 4. — С. 708—714.

13. *Булманис В. Н., Ярцев В. А., Кривонос В. В.* Работоспособность конструкций из полимерных композитов при воздействии статических нагрузок и климатических факторов // *Механика композит. материалов.* — 1987. — № 5. — С. 915—920.

14. *Карпунин О. Н.* Определение срока службы полимерного материала как физико-химическая проблема // *Успехи химии.* — 1980. — № 8. — С. 1523—1553.

15. *Филатов И. С., Бочкарев Р. Н.* Некоторые проблемы оценки и прогнозирования климатической устойчивости полимерных материалов // *Методы оценки климатической устойчивости полимерных материалов.* — Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1986. — С. 11—20.

16. *Gusev E. L., Bakulin V. N.* Variation formulations of inverse problems in forecasting the residual life of composites // *Dokl. Phys.* — 2018. — Vol. 63, No. 9. — P. 388—392.

17. *Gusev E. L., Bakulin V. N.* The use of generalized models in the variational formulation of the prediction tasks defining characteristics of composite materials // *J. Phys.: Conf. Ser. Collection of Materials of the VIII Int. Conf.* — 2020. — Vol. 1431. — P. 012017.

18. *Gusev E. L.* Using parallel procedures for the searching of the extremum for the decision of the inverse problems prediction of the defining characteristics of the composite materials // *Mater. Phys. Mech.* — 2016. — Vol. 26, No. 1. — P. 70—72.

19. *Gusev E. L., Bakulin V. N., Chernykh V. D.* Development and application of combined methods to expand the potential for predicting the defining characteristics of composites // *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* — 2020. — Vol. 927. — P. 010240.

Поступила в редакцию 17.01.2022

Окончательный вариант поступил 27.04.2022

Received Jan. 17, 2022 (Apr. 27, 2022)

---

*Нгуен Дин Дык<sup>a,б\*</sup>, Зыонг Туан Мань<sup>a</sup>, Нгуен Динь Хоа<sup>a</sup>, Фам Динь Нгуен<sup>a</sup>*

<sup>a</sup>*Department of Engineering and Technology of Constructions and Transportation, VNU – Hanoi – University of Engineering and Technology (UET), 144 – Xuan Thuy – Cau Giay – Hanoi – Vietnam*

<sup>б</sup>*NTT Institute of High Technology, Nguyen Tat Thanh University - District 4, Ho Chi Minh City, Vietnam*

## **МЕХАНИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЭКСЦЕНТРИЧЕСКИ ПОДКРЕПЛЕННЫХ АУКСЕТИЧЕСКИХ УСЕЧЕННЫХ КОНИЧЕСКИХ САНДВИЧ-ОБОЛОЧЕК НА УПРУГИХ ОСНОВАНИЯХ<sup>1</sup>**

*Nguyen Dinh Duc\*, Duong Tuan Manh, Nguyen Dinh Khoa, and Pham Dinh Nguyen*

### **MECHANICAL STABILITY OF ECCENTRICALLY STIFFENED AUXETIC TRUNCATED CONICAL SANDWICH SHELLS SURROUNDED BY ELASTIC FOUNDATIONS**

**Keywords:** static stability, sandwich truncated conical shells, stiffeners, auxetic materials, analytical approach

The static stability of auxetic truncated conical sandwich shells reinforced by stiffeners surrounded by elastic foundations is investigated. The shells are made from two isotropic outer layers and an auxetic core layer with a negative Poisson ratio. Based on the classical shell theory, combined with the displacement and Bubnov—Galerkin methods, the governing equations of the shells are derived and solved. The critical buckling load of the shells as a function of their geometrical parameters, the honeycomb structure, stiffeners, and types of elastic foundations are examined in detail.

**Ключевые слова:** устойчивость статическая, сандвич-оболочки усеченные конические, ребра жесткости, материалы ауксетические, подход аналитический

Исследована статическая устойчивость ауксетических усеченных конических сандвич-оболочек, подкрепленных ребрами жесткости и покоящихся на упругих основаниях. Оболочки состоят из

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [ducnd@vnu.edu.vn](mailto:ducnd@vnu.edu.vn)  
Corresponding author: [ducnd@vnu.edu.vn](mailto:ducnd@vnu.edu.vn)

<sup>1</sup>Перевод с англ.



двух изотропных лицевых слоев и ауксетической сердцевины с отрицательным коэффициентом Пуассона. На основе классической теории оболочек в сочетании с методами перемещений и Бубнова—Галеркина выведены и решены определяющие уравнения оболочек. Подробно рассмотрена критическая нагрузка потери устойчивости оболочек как функция их геометрических параметров, сотовой структуры, ребер жесткости и типов упругого основания.

## Введение

Конические и усеченные конические оболочки широко используют в аэрокосмической, машиностроительной и строительной отраслях промышленности. Поэтому изучение их статического и динамического поведения привлекло многих исследователей. Результаты изучения собственных частот и критических нагрузок потери устойчивости слоистых композитных усеченных конических оболочек представлены в [1]. В [2] рассмотрена потеря устойчивости усеченных конических оболочек со свойствами, непрерывно изменяющимися по толщине и подверженных гидростатическому давлению [2] и осевым сжимающим нагрузкам [3]. В [4] также исследовали нелинейную потерю устойчивости изначально несовершенных функционально-градиентных усеченных конических оболочек с граничными условиями свободного опирания. Используя нелинейность фон Кармана и теорию больших деформаций, в [5] с помощью теории сдвигового деформирования проанализировали нелинейное динамическое поведение функционально-градиентных усеченных конических оболочек, окруженных упругой средой. В [6] проанализировали свободные колебания многослойных усеченных конических оболочек, содержащих функционально-градиентные слои. В [7] также представили анализ потери устойчивости функционально-градиентных композитных конических оболочек, армированных углеродными нанотрубками.

Используя аналитический подход, в [8, 9, 10—14] выполнили анализ потери устойчивости функционально-градиентных усеченных конических оболочек, подверженных осевым сжимающим нагрузкам и внешнему равномерному давлению. В [15] представили экспериментальные и теоретические результаты изучения несущей способности продольно сжатых легка конических композитных оболочек. В [16] исследовали устойчивость конических бороалюминиевых оболочек, подверженных осевой нагрузке и внешнему давлению. Колебания функционально-градиентных усеченных конических оболочек при гармоническом возбуждении исследовали в [17] с помощью полуаналитического метода. В [18] изучали нелинейные колебания и резонанс функционально-градиентных усеченных конических оболочек. Используя метод конечных элементов, в [19—21] исследовали критические механические и тепловые нагрузки и собственные частоты

функционально-градиентных композитных конических оболочек, армированных углеродными нанотрубками.

Поскольку ауксетические материалы — одни из самых современных материалов, используемых в конструкциях пластин и оболочек, подвергающихся взрывным нагрузкам, их нелинейный динамический отклик и проблемы колебаний изучали подробно. Исследовали ауксетические пластины [22], цилиндрические ауксетические оболочки с ребрами жесткости и без них [23, 24], двояко изогнутые пологие ауксетические оболочки без ребер жесткости [25, 26], многослойные пьезоэлектрические ауксетические пластины [27]. Кроме того, в [28] исследовали многослойную пластину с сердцевинной из ауксетических сот и лицевыми слоями, армированными углеродными нанотрубками. Позднее в [29] также изучали динамический отклик многослойных пластин с лицевыми панелями из многофазных нанокompозитов в гипотермической среде. В [30] исследовали изгиб, коробление и свободные колебания сандвич-панелей с квадратными сотовыми заполнителями. Свободные изгибные колебания сотовых многослойных пластин с отрицательным коэффициентом Пуассона, свободно опертых на противоположных кромках, проанализированы в [31]. В [32] исследовали переходные нелинейные реакции ауксетических сотовых многослойных пластин при ударных нагрузках. Инновационную сандвич-конструкцию с сотовой сердцевинной из ауксетических ячеек предложили в [33]. В [34] исследовали эффективность новой системы защиты, использующей сандвич-панели с ауксетическим сотовым заполнителем для смягчения ударных нагрузок, вызванных близкими и контактными детонациями взрывчатых веществ. Эквивалентные сандвич-панели, состоящие из ауксетических и традиционных сотовых заполнителей и металлических лицевых слоев, и их характеристики сопротивления импульсным нагрузкам проанализировали в [35]. В [36] исследовали влияние оснований Винклера и Пастернака на вибрационное поведение пластин и оболочек. В [37, 38] представили экспериментальное исследование сотовых сандвич-панелей, подверженных ударному нагружению и квазистатическому проникновению. В [39] представили анализ колебаний толстых ауксетических пластин. В [40] исследовали динамический отклик пластин из слоистых композитов с ауксетическими слоями. В [41] исследовали эффект самоблокировки при контактной деформации изотропных и анизотропных ауксетических материалов с отрицательным коэффициентом Пуассона. Рассматривали многослойные пластины с функционально-градиентной ауксетической трехмерной решеткой, используя конечно-элементное моделирование и проводя эксперименты, изучали нелинейный динамический отклик [42], колебания большой амплитуды [43], нелинейный изгиб [44] и закритическое поведение [45]. Анализ продольной устойчивости и колебания композитных цилиндрических оболочек с сердцевинной из ауксетических сот, подвергнутых разным типам нагрузок, провели в [46—48].

Из представленного обзора литературы можно заключить, что исследователи сосредоточили свое внимание на статическом и динамическом

изучении конических и усеченных конических оболочечных конструкциях, изготовленных из функционально-градиентных материалов и нанокompозитов. В некоторых работах также принимали во внимание подкрепление оболочек ребрами жесткости ([8—10, 12, 14]). Однако усеченную коническую оболочку из ауксетических материалов, подкрепленную ребрами жесткости, еще не изучали. Поэтому в настоящей работе исследовали линейную статическую устойчивость ауксетических усеченных конических оболочек (АУКО), подкрепленных ребрами жесткости и покоящихся на упругих основаниях. Оболочки изготовлены из двух однородных лицевых слоев и сердцевины из ауксетического материала.

### 1. Ауксетические усеченные конические оболочки на упругом основании

Рассмотрим АУКО, опирающуюся на упругие основания, толщиной  $h$ , радиусами  $R_1 < R_2$ , длиной  $L$  и половинным углом при вершине  $\alpha$ . Меридиональное, окружное и нормальное направления оболочки обозначим как  $x$ ,  $\theta$  и  $z$  соответственно. Схема оболочки с заданной системой координат и геометрическими характеристиками представлена на рис. 1:  $h_1$ ,  $h_3$  — толщина верхнего и нижнего лицевых слоев;  $h_2$  — толщина сердцевины. Наружная поверхность подкреплена поперечными ребрами жесткости высотой  $h_\theta$ , шириной  $d_\theta$ , расстояние между двумя последовательными ребрами жесткости  $s_\theta$ . Внутренняя поверхность подкреплена упругим основанием Пастернака, взаимодействие которого с оболочкой описывает соотношение [3]

$$q_e = K_1 w - K_2 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right), \quad (1)$$

где  $K_1$  (Н/м<sup>3</sup>) — жесткость пружины (винклеровское основание);  $K_2$  (Н/м) — коэффициент сдвига основания Пастернака.

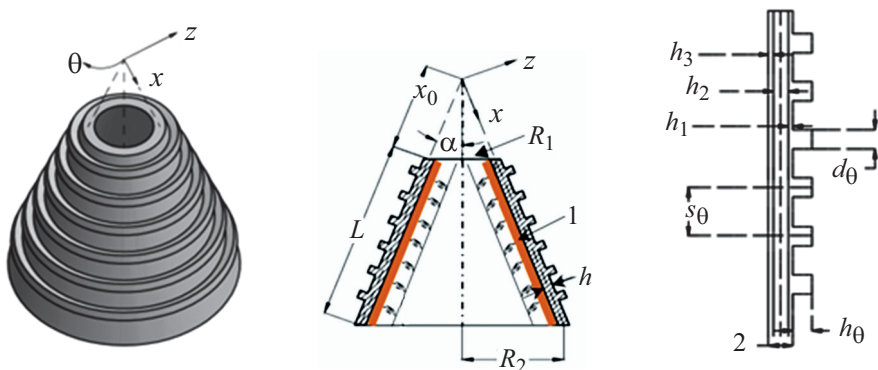


Рис. 1. Геометрия ауксетической усеченной конической оболочки: 1, 2 — сдвиговой и ауксетический слои соответственно.

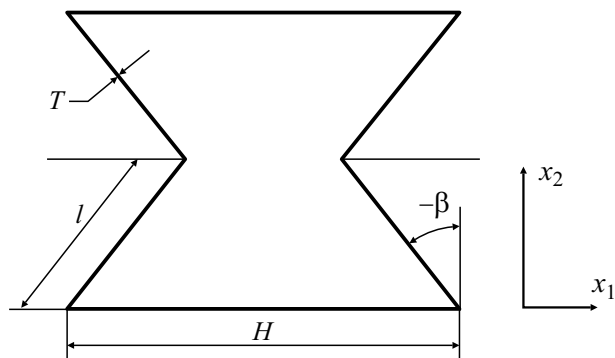


Рис. 2. Геометрия слоя сотовой сердцевины.

Ауксетическая модель слоя сотовой сердцевины представлена на рис. 2, где  $l$  — длина наклонного ячеистого ребра;  $H$  — длина вертикального ячеистого ребра;  $T$  — толщина ячеистого ребра;  $\beta$  — угол наклона.

Для материала сердцевины предположим следующие выражения [49]:

$$\begin{aligned}
 E_1^C &= E \left( \frac{T}{l} \right)^3 \frac{\cos \beta}{\left( \frac{H}{l} + \sin \beta \right) \sin^2 \beta}, & E_2^C &= E \left( \frac{T}{l} \right)^3 \frac{\frac{H}{l} + \sin \beta}{\cos^3 \beta}, \\
 \nu_{12}^C &= \frac{\cos^2 \beta}{\left( \frac{H}{l} + \sin \beta \right) \sin \beta}, & \nu_{21}^C &= \frac{\left( \frac{H}{l} + \sin \beta \right) \sin \beta}{\cos^2 \beta}, \\
 G_{12}^C &= E \left( \frac{T}{l} \right)^3 \frac{\left( \frac{H}{l} + \sin \beta \right)}{\left( \frac{H}{l} \right)^2 \left( 1 + 2 \frac{H}{l} \right) \cos \beta}, & G_{13}^C &= G \frac{T}{l} \frac{\cos \beta}{\frac{H}{l} + \sin \beta}, \\
 G_{23}^C &= G \frac{T}{l} \frac{1 + 2 \sin^2 \beta}{2 \cos \beta \left( \frac{H}{l} + \sin \beta \right)}, & \rho^C &= \rho \frac{\frac{T}{l} \left( \frac{H}{l} + 2 \right)}{2 \cos \beta \left( \frac{H}{l} + \sin \beta \right)},
 \end{aligned} \tag{2}$$

где индекс  $C$  относится к величинам, характеризующим материал сердцевины:  $E$ ,  $G$ ,  $\rho$  — модуль Юнга, модуль сдвига и массовая плотность исходного материала соответственно.

## 2. Теоретическая формулировка

На основе классической теории оболочек и нелинейности фон Кармана выведем определяющие уравнения. Нормальные и сдвиговые деформации на расстоянии  $z$  от срединной поверхности оболочки представим следующим образом [50]:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + zk_x, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^0 + zk_\theta, \quad \gamma_{x\theta} = \gamma_{x\theta}^0 + 2zk_{x\theta}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_x^0$ ,  $\varepsilon_\theta^0$  и  $\gamma_{x\theta}^0$  — нормальные и сдвиговая деформации срединной плоскости оболочки соответственно;  $k_x, k_\theta$  и  $k_{x\theta}$  — кривизны и кручение соответственно, связанные с компонентами перемещения как

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \\ \varepsilon_\theta^0 &= \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{x} + \frac{w}{x} \operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{2x^2 \sin^2 \alpha} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2, \\ \gamma_{x\theta}^0 &= \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial \theta}, \\ k_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad k_\theta = -\frac{1}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{1}{x} \frac{\partial w}{\partial x}, \\ k_{x\theta} &= -\frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{x^2 \sin \alpha} \frac{\partial w}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Закон Гука для АУКО определим как

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_x^T \\ \sigma_\theta^T \\ \sigma_{x\theta}^T \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{11}^T & Q_{12}^T & 0 \\ Q_{12}^T & Q_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix}, \\ \begin{Bmatrix} \sigma_x^C \\ \sigma_\theta^C \\ \sigma_{x\theta}^C \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{11}^C & Q_{12}^C & 0 \\ Q_{12}^C & Q_{22}^C & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44}^C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix}, \\ \begin{Bmatrix} \sigma_x^B \\ \sigma_\theta^B \\ \sigma_{x\theta}^B \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{11}^T & Q_{12}^T & 0 \\ Q_{12}^T & Q_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix}, \quad \sigma_\theta^S = E^S \varepsilon_\theta, \end{aligned} \quad (5)$$

где верхние индексы  $T$ ,  $B$ ,  $C$  и  $S$  относятся к величинам, характеризующим верхний и нижний лицевые слои, сердцевину и ребра жесткости соответственно; компоненты приведенной жесткости  $Q_{ij}^T$  и  $Q_{ij}^C$  запишем как

$$Q_{11}^T = Q_{22}^T = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad Q_{12}^T = \frac{\nu E}{1-\nu^2}, \quad Q_{44}^T = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

$$Q_{11}^C = \frac{E_1^C}{1-\nu_{12}^C \nu_{21}^C}, \quad Q_{12}^C = \frac{\nu_{12}^C E_2^C}{1-\nu_{12}^C \nu_{21}^C}, \quad Q_{22}^C = \frac{E_2^C}{1-\nu_{12}^C \nu_{21}^C}, \quad Q_{44}^C = G_{12}^C. \quad (6)$$

Результирующие усилия и моменты АУКО запишем в величинах напряжений по ее толщине:

$$(N_i, M_i) = \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2+h_1}{2}} \sigma_i^T(1, z) dz + \int_{-\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} \sigma_i^C(1, z) dz + \int_{-\frac{h_2}{2}-h_3}^{\frac{h_2}{2}} \sigma_i^B(1, z) dz +$$

$$+ \frac{d_j}{s_j} \int_{\frac{h_2}{2}+h_1}^{\frac{h_2+h_1+h_j}{2}} \sigma_j^S(1, z) dz, \quad i = (x, \theta, x\theta), j = \theta. \quad (7)$$

Подстановка уравнений (5) в (7) дает уравнения состояния

$$N_x = A_{11}\varepsilon_x^0 + A_{12}\varepsilon_\theta^0 + B_{11}k_x + B_{12}k_\theta,$$

$$N_\theta = A_{12}\varepsilon_x^0 + A_{22}\varepsilon_\theta^0 + B_{12}k_x + B_{22}k_\theta,$$

$$N_{x\theta} = A_{66}\gamma_{x\theta}^0 + 2B_{66}k_{x\theta}, \quad (8)$$

$$M_x = B_{11}\varepsilon_x^0 + B_{12}\varepsilon_\theta^0 + D_{11}k_x + D_{12}k_\theta,$$

$$M_\theta = B_{12}\varepsilon_x^0 + B_{22}\varepsilon_\theta^0 + D_{12}k_x + D_{22}k_\theta,$$

$$M_{x\theta} = B_{66}\gamma_{x\theta}^0 + 2D_{66}k_{x\theta}.$$

Выражения для коэффициентов приведены в Приложении.

Нелинейные уравнения равновесия АУКО, покоящихся на упругих основаниях, в классической теории оболочек имеют вид [10]

$$x \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + N_x - N_\theta = 0, \quad (9a)$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + x \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + 2N_{x\theta} = 0, \quad (9b)$$

$$\begin{aligned}
 & x \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{2}{\sin \alpha} \left( \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{x} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{x \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{\partial M_\theta}{\partial x} + \\
 & + \left( x N_x \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{\sin \alpha} N_{x\theta} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)_{,x} + \frac{1}{\sin \alpha} \left( N_{x\theta} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{x \sin \alpha} N_\theta \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)_{,\theta} - \\
 & - N_\theta \operatorname{ctg} \alpha - x K_1 w + x K_2 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) = 0. \quad (9B)
 \end{aligned}$$

В настоящей работе для получения уравнений устойчивости АУКО использовали критерий прилегающего равновесия (adjacent equilibrium criterion) [50]. Состояние равновесия АУКО при механических нагрузках определяем исходя из перемещений  $u_0, v_0$  и  $w_0$ . Перемещениям придадим сколь угодно малые приращения  $u_1, v_1$  и  $w_1$ , а полные перемещения близкого состояния зададим как

$$u = u_0 + u_1, v = v_0 + v_1, w = w_0 + w_1. \quad (10)$$

Аналогично равнодействующие силы и моменты близкого состояния связаны с состоянием равновесия как

$$N_x = N_{x0} + N_{x1}, N_\theta = N_{\theta0} + N_{\theta1}, N_{x\theta} = N_{x\theta0} + N_{x\theta1}, \quad (11)$$

$$M_x = M_{x0} + M_{x1}, M_\theta = M_{\theta0} + M_{\theta1}, M_{x\theta} = M_{x\theta0} + M_{x\theta1},$$

где члены с нижним индексом 0 соответствуют перемещениям  $u_0, v_0$  и  $w_0$ , а с нижним индексом 1 представляют части приращений результирующих сил и моментов, линейных в отношении величин  $u_1, v_1$  и  $w_1$ . Такой метод называют методом в перемещениях, с помощью которого можно получить уравнения устойчивости, подставив уравнения (10) и (11) в уравнения (9). Отметим, что в результирующих уравнениях отсутствуют члены с нижним индексом 0, соответствующие уравнениям равновесия. Кроме того, игнорируются геометрические нелинейные члены с нижним индексом 1, поскольку они пренебрежимо малы по сравнению с линейными членами. Остальные члены образуют уравнения устойчивости

$$x \frac{\partial N_{x1}}{\partial x} + \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial N_{x\theta1}}{\partial \theta} + N_{x1} - N_{\theta1} = 0, \quad (12a)$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial N_{\theta1}}{\partial \theta} + x \frac{\partial N_{x\theta1}}{\partial x} + 2N_{x\theta1} = 0, \quad (12b)$$

$$x \frac{\partial^2 M_{x1}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial M_{x1}}{\partial x} + \frac{2}{\sin \alpha} \left( \frac{\partial^2 M_{x\theta1}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{x} \frac{\partial M_{x\theta1}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{x \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 M_{\theta1}}{\partial \theta^2} - N_{\theta1} \operatorname{ctg} \alpha +$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( xN_{x0} \frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{1}{\sin \alpha} N_{x\theta 0} \frac{\partial w_1}{\partial \theta} \right)_{,x} + \frac{1}{\sin \alpha} \left( N_{x\theta 0} \frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{1}{x \sin \alpha} N_{\theta 0} \frac{\partial w_1}{\partial \theta} \right)_{,\theta} - \\
 & - \frac{\partial M_{\theta 1}}{\partial x} - xK_1 w_1 + xK_2 \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{1}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) = 0, \quad (12в)
 \end{aligned}$$

где результирующие силы и моменты для состояния устойчивости имеют вид

$$\begin{aligned}
 N_{x1} &= A_{11} \varepsilon_{x1}^0 + A_{12} \varepsilon_{\theta 1}^0 + B_{11} k_{x1} + B_{12} k_{\theta 1}, \\
 N_{\theta 1} &= A_{12} \varepsilon_{x1}^0 + A_{22} \varepsilon_{\theta 1}^0 + B_{12} k_{x1} + B_{22} k_{\theta 1}, \\
 N_{x\theta 1} &= A_{66} \gamma_{x\theta 1}^0 + 2B_{66} k_{x\theta 1}, \\
 M_{x1} &= B_{11} \varepsilon_{x1}^0 + B_{12} \varepsilon_{\theta 1}^0 + D_{11} k_{x1} + D_{12} k_{\theta 1}, \\
 M_{\theta 1} &= B_{12} \varepsilon_{x1}^0 + B_{22} \varepsilon_{\theta 1}^0 + D_{12} k_{x1} + D_{22} k_{\theta 1}, \\
 M_{x\theta 1} &= B_{66} \gamma_{x\theta 1}^0 + 2D_{66} k_{x\theta 1}.
 \end{aligned} \quad (13)$$

Линейная форма для деформаций и кривизн в компонентах перемещений имеет вид

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{x1}^0 &= \frac{\partial u_1}{\partial x}, \quad \varepsilon_{\theta 1}^0 = \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial v_1}{\partial \theta} + \frac{u_1}{x} + \frac{w_1}{x} \operatorname{ctg} \alpha, \\
 \gamma_{x\theta 1}^0 &= \frac{\partial v_1}{\partial x} - \frac{v_1}{x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial u_1}{\partial \theta}, \\
 k_{x1} &= -\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}, \quad k_{\theta 1} = -\frac{1}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} - \frac{1}{x} \frac{\partial w_1}{\partial x}, \\
 k_{x\theta 1} &= -\frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{x^2 \sin \alpha} \frac{\partial w_1}{\partial \theta}.
 \end{aligned} \quad (14)$$

Подставив уравнения (13), (14) в уравнения (12а, б, в), уравнения устойчивости в компонентах перемещений запишем как

$$C_{11}(u_1) + C_{12}(v_1) + C_{13}(w_1) = 0, \quad (15а)$$

$$C_{21}(u_1) + C_{22}(v_1) + C_{23}(w_1) = 0, \quad (15б)$$

$$C_{31}(u_1) + C_{32}(v_1) + C_{33}(w_1) + PC_{34}(w_1) = 0 \quad (15в)$$

(коэффициенты  $C_{ij}$  ( $i = 1, \dots, 3$ ,  $j = 1, \dots, 4$ ) приведены в Приложении).



В [51] получено мембранное решение уравнений равновесия. Для этого в уравнениях равновесия все члены, связанные с моментами и вращением, приравнивали к нулю. Решив уравнения равновесия в мембранной форме, получили, что

$$N_{x0} = -\frac{P}{\pi x \sin 2\alpha}, \quad N_{\theta 0} = 0, \quad N_{x\theta 0} = 0, \quad (16)$$

где  $P$  — осевая сжимающая нагрузка.

Предположим, что оболочка свободно оперта на обоих концах. Граничные условия в этом случае запишем как

$$v_1 = w_1 = 0, M_{x1} = 0 \text{ при } x = x_0, x_0 + L. \quad (17)$$

Приближенное решение уравнений (16), удовлетворяющее граничным условиям (17), имеет вид

$$\begin{aligned} u_1 &= X \cos \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin \frac{n\theta}{2}, \\ v_1 &= Y \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \cos \frac{n\theta}{2}, \\ w_1 &= Z \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin \frac{n\theta}{2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $m$  — количество полуволн вдоль образующей;  $n$  — количество полных волн вдоль параллельной окружности;  $X, Y, Z$  — постоянные. С учетом того, что  $x_0 \leq x \leq x_0 + L, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ , для удобства интегрирования уравнения (15а) и (15б) умножим на  $x$ , а уравнение (15в) — на  $x^2$ ; применив метод Галеркина к полученным уравнениям, запишем

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_0+L} \int_0^{2\pi} \Delta_1 \cos \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin \frac{n\theta}{2} x \sin \alpha d\theta dx &= 0, \\ \int_{x_0}^{x_0+L} \int_0^{2\pi} \Delta_2 \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \cos \frac{n\theta}{2} x \sin \alpha d\theta dx &= 0, \\ \int_{x_0}^{x_0+L} \int_0^{2\pi} \Delta_3 \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin \frac{n\theta}{2} x \sin \alpha d\theta dx &= 0, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= x \left[ C_{11}(u_1) + C_{12}(v_2) + C_{13}(w_1) \right], \\ \Delta_2 &= x \left[ C_{21}(u_1) + C_{22}(v_2) + C_{23}(w_1) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\Delta_3 = x^2 \left[ C_{31}(u_1) + C_{32}(v_1) + C_{33}(w_1) + PC_{34}(w_1) \right] . \quad (20)$$

Подставив уравнения (18) и (19) в (20), после интегрирования и некоторых перестановок получим, что

$$d_{11}X + d_{12}Y + d_{13}Z = 0, \quad (21a)$$

$$d_{21}X + d_{22}Y + d_{23}Z = 0, \quad (21б)$$

$$d_{31}X + d_{32}Y + (d_{33} + d_{34}P + d_{35}K_1 + d_{36}K_2)Z = 0 \quad (21в)$$

(коэффициенты  $d_{ij}$  ( $i = 1, \dots, 3, j = 1, \dots, 6$ ) приведены в Приложении).

Уравнения (21) можно выразить в форме

$$P = \frac{d_{13}(d_{22}d_{31} - d_{21}d_{32}) + d_{23}(d_{11}d_{32} - d_{21}d_{31})}{d_{34}(d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21})} - \frac{d_{33} + d_{35}K_1 + d_{36}K_2}{d_{34}}, \quad (22)$$

определяющей механическую нагрузку потери устойчивости АУКО. Минимальное значение  $P$  называют критической механической нагрузкой потери устойчивости  $P_{cr}$ .

### 3. Численные результаты и обсуждение

Приняты следующие параметры ауксетического слоя сердцевин:  $E = 69$  ГПа,  $G = 26$  ГПа,  $\nu = 0,33$ ,  $\frac{T}{l} = 0,0138571$ ,  $\nu_{12} = -0,3401$ , геометрические параметры многослойных усеченных конических оболочек, подкреплённых ребрами жесткости, —  $h_1 = h_3 = 0,00667$  м,  $h_2 = 0,02$  м,  $h_\theta = 0,03$  м,  $s_\theta = 0,15$  м,  $d_\theta = 2h_\theta$ ,  $K_1 = K_2 = 0$ . Значения  $\nu_{12}$  приведены в табл. 1.

**3.1. Проверка достоверности.** Для проверки надежности предложенного метода и процедуры решения полученные результаты сопоставили с опу-

Табл. 1

Значения коэффициента Пуассона  $\nu_{12}$  сердцевин усеченных конических сэндвич-оболочек

$\beta$ , град	$\frac{H}{l} = 1$	$\frac{H}{l} = 1,5$	$\frac{H}{l} = 2$	$\frac{H}{l} = 2,5$	$\frac{H}{l} = 3$
-30	-2,7434	-1,2628	-0,8201	-0,6073	-0,4821
-45	-2,4142	-0,8918	-0,5469	-0,3944	-0,3084
-50	-2,3054	-0,7349	-0,4371	-0,3111	-0,2414
-55	-2,2208	-0,5899	-0,3401	-0,2389	-0,1842
-75	-2,0353	-0,1299	-0,0671	-0,0452	-0,0341

Табл. 2

Значения критического напряжения  $\sigma_{cr}$  (МПа) изотропных усеченных конических оболочек

$\alpha$ , град	[52]	[3]	[8]	Настоящая
30	284,05	283,44 (1,15)	284,2331 (1,30)	284,22 (1,30)
45	239,66	238,25 (1,15)	240,1864 (1,29)	240,12 (1,29)
60	175,31	172,52 (1,12)	176,2382 (1,24)	176,10 (1,24)
70	93,096	89,745 (1,8)	93,8722 (1,17)	93,791 (1,17)

бликованными в литературе [3, 8, 46, 52] (табл. 2, 3). Авторы исследовали статическую устойчивость изотропных однородных усеченных конических оболочек (без учета упругого основания и ребер жесткости)

при  $E = 210$  ГПа,  $\nu = 0,3$ ,  $h = 0,0005$  м,

$$R_2 = 400h, L = \frac{1}{4}R_2 \sin \alpha, \sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{\pi(2R_1 + L \sin \alpha)h \cos \alpha},$$

где  $P_{cr}$  — критическая осевая нагрузка.

Геометрические параметры ауксетических цилиндрических оболочек (см. табл. 3) следующие:  $E = 200$  ГПа,  $\nu = 0,3$ ,  $R_1 = R_2$ ,  $\frac{T}{l} = 0,0138571$ ,  $\frac{H}{l} = 2$ ,  $L = 0,8$  м,  $\beta = -55^\circ$ .

Данные табл. 2 и 3 доказывают точность подхода, предложенного в настоящей работе.

**3.2. Механические нагрузки потери устойчивости.** Данные табл. 4 иллюстрируют влияние половинного угла  $\alpha$  при вершине и ребер жесткости на критическую осевую нагрузку потери устойчивости АУКО при  $R_1/h = 100$  и  $L = \sqrt{400R_1h}$ . Видно, что ребра жесткости оказали позитивное влияние на устойчивость АУКО. При одном и том же значении  $\alpha$  критическая нагрузка потери устойчивости усеченных конических оболочек, подкрепленных ребрами жесткости, значительно больше, чем непод-

Табл. 3

Сравнение значений безразмерной критической нагрузки потери устойчивости ауксетических цилиндрических оболочек

$R_1/h$	$h_1$ , мм	$h_2$ , мм	$h_3$ , мм	[46]	Настоящая
5	6	18	6	0,07939	0,07636
10	3	9	3	0,03684	0,03657
20	1,5	4,5	1,5	0,01772	0,01713
40	0,75	2,25	0,75	0,00869	0,00822

Табл. 4

Влияние ребер жесткости и половинного угла конусности  $\alpha$  на критическую нагрузку потери устойчивости  $P_{cr}$  (МПа) АУКО

$\alpha$ , град	Подкрепленная	Неподкрепленная
10	222,08 (10,1)	160,35 (6,15)
20	203,42 (9,2)	146,19 (5,17)
30	173,83 (8,4)	124,34 (5,16)
45	116,38 (7,1)	83,075 (4,16)
60	58,879 (5,7)	41,699 (3,15)
75	15,885 (4,1)	11,264 (2,11)

крепленных. Кроме того, значение угла  $\alpha$  также сильно повлияло на значение критической нагрузки потери устойчивости оболочки: с увеличением угла  $\alpha$  значения  $P_{cr}$  уменьшаются и наоборот.

Влияние отношения верхнего радиуса к толщине АУКО, подкрепленных ребрами жесткости и опирающихся на упругое основание, иллюстрируют данные табл. 5. В настоящем исследовании использованы следующие параметры:  $h_1 = h_3 = 0,00667$  м,  $h_2 = 0,02$  м,  $h_\theta = 0,03$  м,  $L = \sqrt{400R_1h}$ ,  $K_1 = K_2 = 0$ . При одинаковом значении угла  $\alpha$  устойчивость конической оболочки изменяется с изменением отношения  $R_1/h$ . Так, при  $\alpha = 10^\circ$  и  $R_1/h = 100$  критическая нагрузка  $P_{cr} = 222,08$  МПа уменьшилась до 221,64 МПа при  $R_1/h = 200$ .

Влияние отношения  $R_1/h$  и местоположения ребер жесткости (внутри и снаружи оболочки) на критическую нагрузку потери устойчивости усеченных конических оболочек при  $R_1/h = 150$  и  $\alpha = 10^\circ$  с ауксетической сердцевинной, опирающихся на упругие основания, иллюстрируют данные табл. 6. Видно, что местоположение ребер жесткости оказало большое влияние на несущую способность оболочки. Наружные ребра жесткости оказались более эффективными, чем внутренние. Иными словами, значение критической нагрузки потери устойчивости ауксетической конической

Табл. 5

Влияние отношения  $R_1/h$  и угла  $\alpha$  на величину  $P_{cr}$  (МПа) АУКО, подкрепленных ребрами жесткости

$\alpha$ , град	$R_1/h = 100$	$R_1/h = 160$	$R_1/h = 200$
10	222,08 (10,1)	221,99 (11,1)	221,64 (11,1)
25	189,54 (9,1)	188,88 (9,1)	187,62 (10,1)
40	136,78 (7,5)	135,89 (8,1)	135,46 (8,1)
50	96,814 (6,7)	95,968 (7,1)	96,696 (7,1)
65	41,881 (5,1)	41,845 (5,6)	41,837 (5,8)

Табл. 6

Влияние отношения  $L^2 / (R_1 h)$  и местоположения ребер жесткости на линейную статическую устойчивость  $P_{cr}$  (МПа) АУКО

$L^2 / (R_1 h)$	Внутренние ребра	Наружные ребра
150	222,23 (7,1)	162,50 (4,17)
200	222,14 (8,1)	162,74 (5,17)
300	221,40 (9,1)	162,85 (6,18)
400	221,11 (11,1)	163,03 (7,18)

оболочки, подкрепленной наружными ребрами жесткости, больше, чем подкрепленной внутренними ребрами. Кроме того, критическая нагрузка потери устойчивости АУКО мало изменялась с изменением отношения  $L^2 / (R_1 h)$ .

Данные рис. 3 иллюстрируют влияние угла  $\alpha$  и местоположения ребер жесткости (внутри или снаружи) на критическую нагрузку потери устойчивости АУКО при  $R_1 / h = 150$  и  $L^2 / R_1 h = 400$ . Видно, что значения  $P_{cr}$  АУКО, подкрепленной наружными ребрами жесткости, выше, чем подкрепленной внутренними ребрами. При  $\alpha = 10^\circ$  значения  $P_{cr}$  оболочки, подкрепленной наружными и внутренними ребрами жесткости, равны 221,11 и 163,03 МПа соответственно, а при  $\alpha = 65^\circ$  — 41,839 и 31,182 МПа соответственно.

Влияние коэффициента гибкости стенок  $\frac{T}{l}$  на критическую нагрузку потери устойчивости усеченных конических оболочек, подкрепленных ребрами жесткости, с входными параметрами  $R_1 / h = 100$  и  $L = \sqrt{400R_1 h}$

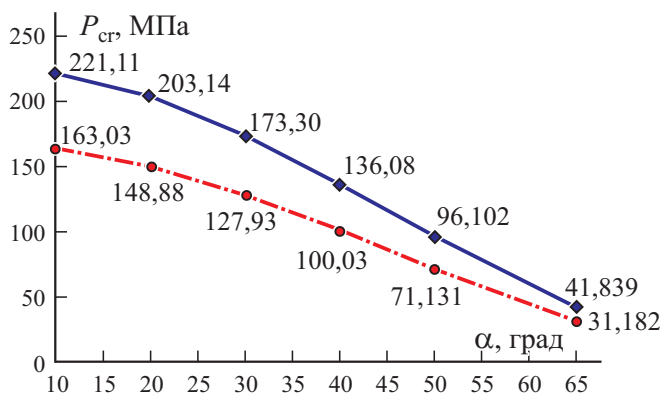


Рис. 3. Влияние местоположения ребер жесткости (снаружи (—◆—) или внутри (- -●- -)) и угла  $\alpha$  на критическую нагрузку потери устойчивости  $P_{cr}$  АУКО при  $R_1 / h = 150$ ,  $L^2 / (R_1 h) = 400$ ,  $K_1 = K_2 = 0$ ,  $T / l = 0,0138571$ ,  $\beta = -55^\circ$ ,  $H / l = 2$ .

Табл. 7

Влияние отношения  $T/l$  на статическую устойчивость  $P_{cr}$  (МПа) АУКО

$\alpha$ , град	$\frac{T}{l} = 0,0138571$	$\frac{T}{l} = 2,5 \cdot 0,0138571$	$\frac{T}{l} = 4 \cdot 0,0138571$
10	222,08 (10,1)	222,11 (10,1)	222,22 (10,1)
2	203,42 (9,2)	203,45 (9,2)	203,54 (9,2)
30	173,83 (8,4)	173,86 (8,4)	173,94 (8,4)
45	116,38 (7,1)	116,40 (7,1)	116,45 (7,1)
60	58,879 (5,7)	58,885 (5,7)	58,905 (5,7)
75	15,885 (4,1)	15,887 (4,1)	15,894 (4,1)

иллюстрируют данные табл. 7. Изменение отношения  $\frac{T}{l}$  сказалось на критической нагрузке потери устойчивости оболочек. При увеличении коэффициента гибкости  $\frac{T}{l}$  и неизменном значении угла  $\alpha = 10^\circ$  значение  $P_{cr}$  слегка возросло с 222,08 МПа при  $\frac{T}{l} = 0,0138571$  до 222,22 МПа при  $\frac{T}{l} = 4 \cdot 0,0138571$ . Таким образом, увеличение толщины или уменьшение высоты гексагональной структуры ауксетического слоя повышает несущую способность конструкции и наоборот.

Данные о критической нагрузке потери устойчивости АУК сэндвич-оболочек (с сердцевинной, имеющей отрицательный коэффициент Пуассона), подкрепленных ребрами жесткости и опирающихся на упругие основания, приведены в табл. 8 и на рис. 4. Видно, что упругое основание позитивно влияет на статическую устойчивость и значительно увеличивает критическую нагрузку потери устойчивости усеченных конических оболочек.

Табл. 8

Влияние упругих оснований на величину  $P_{cr}$  (МПа) АУКО, подкрепленных ребрами жесткости, при  $\alpha = 30^\circ$ 

$K_1$ , Па/м	$K_2$ , Па·м			
	0	$1 \cdot 10^5$	$2,5 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$
0	173,38 (8,4)	176,86 (8,3)	181,38 (8,3)	188,90 (8,1)
$1 \cdot 10^7$	192,19 (9,1)	195,19 (9,1)	199,69 (9,1)	207,19 (9,1)
$2,5 \cdot 10^7$	217,19 (9,2)	220,19 (9,1)	224,70 (9,1)	232,20 (9,1)
$5 \cdot 10^7$	252,73 (10,1)	255,73 (10,1)	260,24 (10,1)	267,74 (10,1)

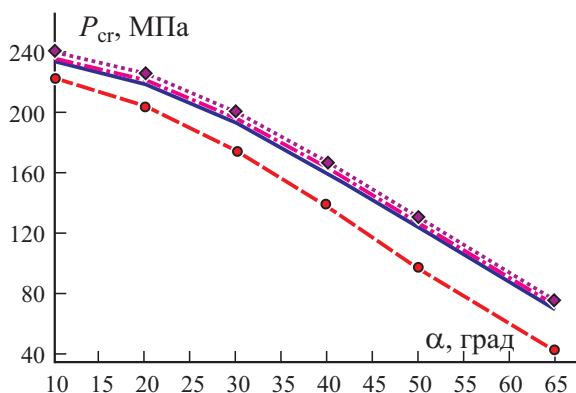


Рис. 4. Влияние упругих оснований и угла  $\alpha$  на линейную статическую устойчивость АУКО, подкрепленных ребрами жесткости, при  $R_1 / h = 100$ ,  $L^2 / (R_1 h) = 400$ ,  $T / l = 0,0138571$ ,  $\beta = -55^\circ$ ,  $H / l = 2$ ,  $K_1 = K_2 = 0$  (—●—);  $K_1 = 10$  МПа/м,  $K_2 = 0$  (—);  $K_1 = 10$  МПа/м,  $K_2 = 0,1$  МПа·м (---·---);  $K_1 = 10$  МПа/м,  $K_2 = 0,25$  МПа·м (···◆···).

Критическая нагрузка потери устойчивости АУКО, опирающейся на упругое основание, больше таковой без упругого основания.

### Заключение

В настоящей работе выведены определяющие уравнения для исследования линейной статической устойчивости многослойных усеченных конических оболочек, подкрепленных ребрами жесткости с отрицательным коэффициентом Пуассона. Для решения этих уравнений с целью определения критической нагрузки потери устойчивости использовали классическую теорию оболочек в сочетании с геометрической нелинейностью фон Кармана и методами перемещений и Галеркина.

Реверсивная гексагональная структура в слое ауксетического материала увеличивала критическую нагрузку потери устойчивости оболочки. При увеличении толщины стенки или уменьшении высоты реверсивной гексагональной структуры критическая нагрузка потери устойчивости возрастала.

Упругие основания существенно влияли на критическую нагрузку потери устойчивости многослойных усеченных конических сандвич-оболочек. Оболочка, опирающаяся на упругие основания Винклера и Пастернака, обладала большей несущей способностью, чем оболочки без упругих оснований.

Ребра жесткости увеличивали критическую нагрузку потери устойчивости усеченных конических оболочек. Ребра жесткости, размещенные на наружной поверхности оболочки, оказались эффективнее размещенных на ее внутренней поверхности.

Представлено и обсуждено влияние верхнего радиуса, половинного угла конусности и длины конуса на критическую нагрузку потери устойчивости ауксетической усеченной конической оболочки.

*Благодарность.* Авторы благодарны за финансовую поддержку исследования грантом № CN.21.06 Вьетнамского Национального инженерно-технологического университета (Ханой). Фам Динь Нгуен финансировала Vingroup Joint Stock Company и поддерживала стипендиальная программа для отечественных магистров/докторов наук Фонда инноваций Vingroup (VINIF), Института больших данных Vingroup (VINBIGDATA), код VINIF.2020.TS.17.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sofiyev A. H. and Karaca Z. The vibration and buckling of laminated non-homogeneous orthotropic conical shells subjected to external pressure // *Eur. J. Mech. A-Solid*. — 2018. — Vol. 28. — P. 317—328.
2. Sofiyev A. H., Kuruoglu N., and Turkmen M. Buckling of FGM hybrid truncated conical shells subjected to hydrostatic pressure // *Thin-Walled Struct.* — 2009. — Vol. 47. — P. 61—72.
3. Sofiyev A. H. The buckling of FGM truncated conical shells subjected to axial compressive load and resting on Winkler–Pasternak foundations // *Int. J. Pres. Ves. Pip.* — 2010. — Vol. 87. — P. 753—761.
4. Sofiyev A. H. Influence of the initial imperfection on the non-linear buckling response of FGM truncated conical shells // *Int. J. Mech. Sci.* — 2011. — Vol. 53. — P. 753—761.
5. Najafov A. M. and Sofiyev A. H. The non-linear dynamics of FGM truncated conical shells surrounded by an elastic medium // *Int. J. Mech. Sci.* — 2013. — Vol. 66. — P. 33—44.
6. Sofiyev A. H. and Osmancebioglu E. The free vibration of sandwich truncated conical shells containing functionally graded layers within the shear deformation theory // *Composites: Part B*. — 2017. — Vol. 120. — P. 197—211.
7. Sofiyev A. H., Tornabene F., Dimitri R., and Kuruoglu N. Buckling behavior of FG-CNT reinforced composite conical shells subjected to a combined loading // *Nanomaterials*. — 2020. — Vol. 10, No. 3. — P. 1—19.
8. Dung D. V., Hoa L. K., and Nga N. T. On the stability of functionally graded truncated conical shells reinforced by functionally graded stiffeners and surrounded by an elastic medium // *Compos. Struct.* — 2014. — Vol. 108. — P. 77—90.
9. Dung D. V. and Chan D. Q. Analytical investigation on mechanical buckling of FGM truncated conical shells reinforced by orthogonal stiffeners based on FSDT // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 159. — P. 827—841.
10. Duc N. D. and Cong P. H. Nonlinear thermal stability of eccentrically stiffened functionally graded truncated conical shells surrounded on elastic foundations // *Eur. J. Mech. A-Solid*. — 2015. — Vol. 50. — P. 120—131.
11. Duc N. D., Cong P. H., Tuan N. D., Tran P., and Thanh N. V. Thermal and mechanical stability of functionally graded carbon nanotubes (FG CNT)-reinforced composite truncated conical shells surrounded by the elastic foundations // *Thin-Walled Struct.* — 2017. — Vol. 115. — P. 300—310.
12. Duc N. D., Seung-Eock K., and Chan D. Q. Thermal buckling analysis of FGM sandwich truncated conical shells reinforced by FGM stiffeners resting on elastic foundations using FSDT // *Therm. Stress*. — 2018. — Vol. 41, No. 3. — P. 331—365.
13. Chan D. Q., Nguyen P. D., Quang V. D., Anh V. T. T., and Duc N. D. Nonlinear buckling and post-buckling of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite truncated conical shells subjected to axial load // *Steel. Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 31, No. 3. — P. 243—259.



14. *Chan D. Q., Long V. D., and Duc N. D.* Nonlinear buckling and post-buckling of FGM shear deformable truncated conical shells reinforced by FGM stiffeners // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 54, No. 6. — P. 754—764.
15. *Dzhankhotov S. O., Kireev V. A., and Kulagin N. T.* Experimental and theoretical study of the supporting power of longitudinally compressed slightly conical shells made of composite materials // *Mech. Compos. Mater.* — 1981. — Vol. 16, No. 6. — P. 698—705.
16. *Babich I. Yu., Boriseiko A. V., and Semenyuk N. P.* Stability of conical shells of metal composites beyond the elastic limit // *Mech. Compos. Mater.* — 2001. — Vol. 37, No. 1. — P. 61—66.
17. *Moghaddam S. M. F. and Ahmadi H.* Active vibration control of truncated conical shell under harmonic excitation using piezoelectric actuator // *Thin-Walled Struct.* — 2020. — Vol. 151. — P. 106642.
18. *Aris H. and Ahmadi H.* Nonlinear vibration analysis of FGM truncated conical shells subjected to harmonic excitation in thermal environment // *Mech. Res. Commun.* — 2020. — Vol. 104. — P. 103499.
19. *Kiani Y.* Torsional vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced conical shells // *Sci. Eng. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 25, No. 1. — P. 41—52.
20. *Jam J. E. and Kiani Y.* Buckling of pressurized functionally graded carbon nanotube reinforced conical shells // *Compos. Struct.* — 2018. — Vol. 125. — P. 586—595.
21. *Mirzaei M. and Kian Y.* Thermal buckling of temperature dependent FG-CNT reinforced composite conical shells // *Aerospace Sci. Technol.* — 2015. — Vol. 47. — P. 42—53.
22. *Duc N. D. and Cong P. H.* Nonlinear dynamic response and vibration of sandwich composite plates with negative Poisson's ratio in auxetic honeycombs // *J. Sandw. Struct. Mater.* — 2018. — Vol. 20. — P. 692—717.
23. *Cong P. H., Khanh N. D., Khoa N. D., and Duc N. D.* New approach to investigate nonlinear dynamic response of sandwich auxetic double curved shallow shells using TSDT // *Compos. Struct.* — 2018. — Vol. 185. — P. 455—465.
24. *Cong P. H., Long P. T., Nhat N. V., and Duc N. D.* Geometrically nonlinear dynamic response of eccentrically stiffened circular cylindrical shells with negative poisson's ratio in auxetic honeycombs core layer // *Int. J. Mech. Sci.* — 2019. — Vol. 152. — P. 443—453.
25. *Duc N. D., Kim S. E., Cong P. H., Anh N. T., and Khoa N. D.* Dynamic response and vibration of composite double curved shallow shells with negative Poisson's ratio in auxetic honeycombs core layer on elastic foundations subjected to blast and damping loads // *Int. J. Mech. Sci.* — 2017. — Vol. 133. — P. 504—512.
26. *Duc N. D., Kim S. E., Tuan N. D., Tran P., and Khoa N. D.* New approach to study nonlinear dynamic response and vibration of sandwich composite cylindrical panels with auxetic honeycomb core layer // *Aerospace Sci. Technol.* — 2017. — Vol. 70. — P. 396—404.
27. *Quan T. Q., Anh V. M., Mahesh V., and Duc N. D.* Vibration and nonlinear dynamic response of imperfect sandwich piezoelectric auxetic plate // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2020. DOI: 10.1080/15376494.2020.1752864
28. *Hajmohammad M. H., Kolahchi R., Zarei M. S., and Nouri A. H.* Dynamic response of auxetic honeycomb plates integrated with agglomerated CNT-reinforced face sheets subjected to blast load based on visco-sinusoidal theory // *Int. J. Mech. Sci.* — 2019. — Vols. 153—154. — P. 391—401.
29. *Hajmohammad M. H., Nouri A. H., Zarei M. S., and Kolahchi R.* A new numerical approach and visco-refined zigzag theory for blast analysis of auxetic honeycomb plates integrated by multiphase nanocomposite facesheets in hygrothermal environment // *Eng. Comput.* — 2019. — Vol. 35. — P. 1141—1157.

30. Liu J., Cheng Y. S., and Li R. F. A semi-analytical method for bending, buckling, and free vibration analyses of sandwich panels with square-honeycomb cores // *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* — 2010. — Vol. 10. — P. 127—151.
31. Di K. and Mao X. B. Free flexural vibration of honeycomb sandwich plate with negative Poisson's ratio simple supported on opposite edges // *Acta Mater. Compos. Sin.* — 2016. — Vol. 33. — P. 910—920.
32. Zhang J., Zhu X., Yang X., and Zhang W. Transient nonlinear responses of an auxetic honeycomb sandwich plate under impact loads // *Int. J. Impact. Eng.* — 2019. — Vol. 134. — P. 103383.
33. Jin X., Wang Z., Ning J., Xiao G., Liu E., and Shu X. Dynamic response of sandwich structures with graded auxetic honeycomb cores under blast loading // *Composites: Part B.* — 2016. — Vol. 106. — P. 206—217.
34. Qi C., Remennikov A., Pei L. Z., Yang S., Yu Z. H., and Ngo T. D. Impact and close-in blast response of auxetic honeycomb-cored sandwich panels: Experimental tests and numerical simulations // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 180. — P. 161—178.
35. Imbalzano G., Linforth S., Tuan N. D., Lee P. V. S., and Phuong T. Blast resistance of auxetic and honeycomb sandwich panels: Comparisons and parametric designs // *Compos. Struct.* — 2018. — Vol. 183. — P. 242—261.
36. Banić D., Bacciocchi M., Tornabene F., and Ferreira A. J. M. Influence of Winkler-Pasternak foundation on the vibrational behavior of plates and shells reinforced by agglomerated carbon nanotubes // *Appl. Sci.* — 2017. — Vol. 7, No. 12. — P. 1228.
37. Roudbeneh F. H., Liaghat G., Sabouri H., and Hadavinia H. Experimental investigation of impact loading on honeycomb sandwich panels filled with foam // *Int. J. Crashworthines.* — 2018. — Vol. 24, No. 2. — P. 199—210.
38. Roudbeneh F. H., Liaghat G., Sabouri H., and Hadavinia H. Experimental investigation of quasistatic penetration tests on honeycomb sandwich panels filled with polymer foam // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2018. — Vol. 27, No. 21. — P. 1803—1815.
39. Lim T. C. Vibration of thick auxetic plates // *Mech. Res. Commun.* — 2014. — Vol. 61. — P. 0—66.
40. Tornabene F. General higher order layer-wise theory for free vibrations of doubly-curved laminated composite shells and panels // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2016. — Vol. 23, No. 9. — P. 1046—1067.
41. Shil'ko S. V., Petrokovets E. M., and Pleskachevskii Yu. M. An analysis of contact deformation of auxetic composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2006. — Vol. 42, No. 5. — P. 477—484.
42. Li C., Shen H. S., and Wang H. Nonlinear dynamic response of sandwich plates with functionally graded auxetic 3D lattice core // *Nonlinear. Dyn.* — 2020. — Vol. 100. — P. 3235—3252.
43. Li C., Shen H. S., Wang H., and Yu Z. Large amplitude vibration of sandwich plates with functionally graded auxetic 3D lattice core // *Int. J. Mech. Sci.* — 2020. — Vol. 174. — P. 105472.
44. Li C., Shen H. S., and Wang H. Full-scale finite element modeling and nonlinear bending analysis of sandwich plates with functionally graded auxetic 3D lattice core // *J. Sandw. Struct. Mater.* — 2020. DOI: 10.1177/1099636220924657
45. Li C., Shen H. S., and Wang H. Postbuckling behavior of sandwich plates with functionally graded auxetic 3D lattice core // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 237. — P. 111894.
46. Eipakchi H. and Nasrekani F. M. Analytical Solution for Buckling Analysis of Composite Cylinders with Honeycomb Core Layer // *AIAA J.* — 2021. DOI: 10.2514/1.J060422

47. *Eipakchi H. and Nasrekani F. M.* Axisymmetric analysis of auxetic composite cylindrical shells with honeycomb core layer and variable thickness subjected to combined axial and non-uniform radial pressures // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2020. DOI: 10.1080/15376494.2020.1841346

48. *Eipakchi H. and Nasrekani F. M.* Vibrational behavior of composite cylindrical shells with auxetic honeycombs core layer subjected to a moving pressure // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 254. — P. 112847.

49. *Tian D. Q. and Chun Y. Z.* Wave propagation in sandwich panel with auxetic core // *J. Solid. Mech.* — 2010. — Vol. 2. — P. 393—402.

50. *Brush A. B.* Buckling of Bars, Plates and Shells. — N. Y.: McGraw-Hill, 1975.

51. *Naj R., Boroujerdy M. S., and Eslami M. R.* Thermal and mechanical instability of functionally graded truncated conical shells // *Thin-Walled Struct.* — 2008. — Vol. 46. — P. 65—78.

52. *Seide P.* Buckling of circular cones under axial compression / *J. Appl. Mech.* — 1961. — Vol. 28. No. 2. — P. 315—326.

### Приложение

$$A_{66} = Q_{44}^T \left( \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2+h_1}{2}} dz + \int_{-\frac{h_2}{2}}^{-\frac{h_2}{2}-h_3} dz \right) + Q_{44}^C \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} dz,$$

$$B_{66} = Q_{44}^T \left( \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2+h_1}{2}} z dz + \int_{-\frac{h_2}{2}}^{-\frac{h_2}{2}-h_3} z dz \right) + Q_{44}^C \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} z dz,$$

$$D_{11} = Q_{11}^T \left( \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2+h_1}{2}} z^2 dz + \int_{-\frac{h_2}{2}}^{-\frac{h_2}{2}-h_3} z^2 dz \right) + Q_{11}^C \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} z^2 dz,$$

$$D_{12} = Q_{12}^T \left( \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2+h_1}{2}} z^2 dz + \int_{-\frac{h_2}{2}}^{-\frac{h_2}{2}-h_3} z^2 dz \right) + Q_{12}^C \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} z^2 dz,$$

$$D_{22} = Q_{22}^T \left( \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2+h_1}{2}} z^2 dz + \int_{-\frac{h_2}{2}}^{-\frac{h_2}{2}-h_3} z^2 dz \right) + Q_{22}^C \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} z^2 dz + E^S \frac{d\theta}{s\theta} \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2+h_1+h_0}{2}} z^2 dz,$$

$$D_{66} = Q_{44}^T \left( \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2+h_1}{2}} z^2 dz + \int_{-\frac{h_2}{2}}^{-\frac{h_2}{2}-h_3} z^2 dz \right) + Q_{44}^C \int_{\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} z^2 dz.$$

$$\begin{aligned}
 C_{11}(u_1) &= A_{11} \frac{\partial}{\partial x}(u_1) - A_{22} \frac{1}{x}(u_1) + xA_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(u_1) + A_{66} \frac{1}{x \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}(u_1), \\
 C_{12}(v_1) &= (A_{66} + A_{12}) \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta}(v_1) - (A_{66} + A_{22}) \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \theta}(v_1), \\
 C_{13}(w_1) &= \left( B_{22} \frac{1}{x} + A_{12} \operatorname{ctg} \alpha \right) \frac{\partial}{\partial x}(w_1) - A_{22} \frac{1}{x} \operatorname{ctg} \alpha (w_1) - B_{11} x \frac{\partial^3}{\partial x^3}(w_1) + \\
 &\quad + (B_{12} + 2B_{66} + B_{22}) \frac{1}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}(w_1) - \\
 &\quad - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{1}{x \sin^2 \alpha} \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta^2}(w_1) - B_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(w_1), \\
 C_{21}(u_1) &= (A_{66} + A_{12}) \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta}(u_1) + (A_{66} + A_{22}) \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \theta}(u_1), \\
 C_{22}(v_1) &= \frac{A_{22}}{x \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}(v_1) + xA_{66} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(v_1) + A_{66} \frac{\partial}{\partial x}(v_1) - A_{66} \frac{1}{x}(v_1), \\
 C_{23}(w_1) &= A_{22} \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{x \sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \theta}(w_1) - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial \theta}(w_1) - \\
 &\quad - B_{22} \frac{1}{x^2 \sin^3 \alpha} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3}(w_1) - B_{22} \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta}(w_1). \\
 C_{31}(u_1) &= \left( \frac{B_{22}}{x^2} - \frac{A_{22}}{x} \operatorname{ctg} \alpha \right) (u_1) - \left( \frac{B_{22}}{x} + A_{12} \operatorname{ctg} \alpha \right) \frac{\partial}{\partial x}(u_1) + 2B_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(u_1) + \\
 &\quad + \frac{1}{x^2 \sin^2 \alpha} B_{22} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}(u_1) + \frac{1}{x \sin^2 \alpha} (2B_{66} + B_{12}) \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta^2}(u_1) + xB_{11} \frac{\partial^3}{\partial x^3}(u_1), \\
 C_{32}(v_1) &= \frac{1}{x \sin \alpha} \left( \frac{B_{22}}{x} - A_{22} \operatorname{ctg} \alpha \right) \frac{\partial}{\partial \theta}(v_1) - B_{22} \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta}(v_1) + \\
 &\quad + B_{22} \frac{1}{x^2 \sin^3 \alpha} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3}(v_1) + \frac{1}{\sin \alpha} (2B_{66} + B_{12}) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial \theta}(v_1), \\
 C_{33}(w_1) &= \left( B_{22} \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{x^2} - A_{22} \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha}{x} - xK_1 \right) (w_1) + \left( K_2 - D_{22} \frac{1}{x^2} \right) \frac{\partial(w_1)}{\partial x} + \\
 &\quad + \left( xK_2 + D_{22} \frac{1}{x} + 2B_{12} \operatorname{ctg} \alpha \right) \frac{\partial^2(w_1)}{\partial x^2} + \\
 &\quad + \left( 2B_{22} \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{x^2 \sin^2 \alpha} - (D_{12} + D_{22} + 2D_{66}) \frac{2}{x^3 \sin^2 \alpha} + \frac{K_2}{x \sin^2 \alpha} \right) \frac{\partial^2(w_1)}{\partial \theta^2} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -2D_{11} \frac{\partial^3(w_1)}{\partial x^3} + (D_{12} + 2D_{66}) \frac{2}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial^3(w_1)}{\partial x \partial \theta^2} - \\
 & -x D_{11} \frac{\partial^4(w_1)}{\partial x^4} - D_{22} \frac{1}{x^3 \sin^4 \alpha} \frac{\partial^4(w_1)}{\partial \theta^4} - \\
 & - (D_{12} + 2D_{66}) \frac{2}{x \sin^2 \alpha} \frac{\partial^4(w_1)}{\partial x^2 \partial \theta^2}, C_{34}(w_1) = -\frac{1}{\pi \sin(2\alpha)} \frac{\partial^2(w_1)}{\partial x^2}, \\
 d_{11} = & \frac{A_{11} \pi \sin(\alpha) L(L + 2x_0)}{4} - \left[ A_{22} \sin(\alpha) + \frac{A_{66} n^2}{4 \sin(\alpha)} \right] \left[ \frac{\pi L(L + 2x_0)}{4} \right] - \\
 & - \frac{A_{11} m^2 \pi^3}{8L^2} \sin(\alpha) \left[ (L + x_0)^4 - x_0^4 + \frac{3L^3(L + 2x_0)}{m^2 \pi^2} \right], \\
 d_{12} = & -\frac{(A_{66} + A_{12}) mn \pi^2}{12L} \left[ (L + x_0)^3 - x_0^3 + \frac{3L^3}{2m^2 \pi^2} \right] - \frac{(A_{66} + A_{22}) n L^2}{8m}, \\
 d_{13} = & \left[ B_{22} m \pi \sin(\alpha) + \frac{(B_{12} + 2B_{66}) mn^2 \pi}{4 \sin(\alpha)} \right] \frac{\pi(L + 2x_0)}{4} + \\
 & + \frac{A_{12} m \pi^2 \cos(\alpha)}{6L} \left[ (L + x_0)^3 - x_0^3 + \frac{3L^3}{2m^2 \pi^2} \right] + \\
 & + \frac{A_{22} \cos(\alpha) L^2}{4m} - \frac{B_{11} m \pi^2 \sin(\alpha)(L + 2x_0)}{4}, \\
 d_{21} = & -\frac{(A_{66} + A_{12}) mn \pi^2}{12L} \left[ (L + x_0)^3 - x_0^3 - \frac{3L^3}{2m^2 \pi^2} \right] - \frac{(A_{66} + A_{22}) n L^2}{8m}, \\
 d_{22} = & -\frac{A_{22} n^2 L \pi (L + 2x_0)}{16 \sin(\alpha)} - \frac{A_{66} \sin(\alpha) L \pi (L + 2x_0)}{2} - \\
 & - \frac{A_{66} m^2 \pi^3 \sin(\alpha)}{8L^2} \left[ (L + x_0)^4 - x_0^4 \right] + \frac{3\pi A_{66} \sin(\alpha) L(L + 2x_0)}{8}, \\
 d_{23} = & \frac{A_{22} \operatorname{ctg}(\alpha) n L \pi (L + 2x_0)}{8} + \frac{B_{22} n^3 L \pi}{16 \sin^2(\alpha)} + \\
 & + \frac{(B_{12} + 2B_{66}) m^2 \pi^3 n}{12L^2} \left[ (L + x_0)^3 - x_0^3 - \frac{3L^3}{2m^2 \pi^2} \right] + \frac{B_{22} n \pi L}{8},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{31} = & B_{22} \left[ \frac{n^2}{4 \sin(\alpha)} - \sin(\alpha) \right] \frac{L^2}{4m} + \frac{A_{22} \cos(\alpha) L^2 (L + 2x_0)}{4m} + \\
 & + \left[ \frac{B_{22} m \pi^2 \sin(\alpha)}{6L} + \frac{(B_{12} + 2B_{66}) m \pi^2 n^2}{24 \sin(\alpha) L} \right] \left[ (L + x_0)^3 - x_0^3 - \frac{3L^3}{2m^2 \pi^2} \right] + \\
 & + \frac{A_{12} \cos(\alpha) m \pi^2}{8L} \left[ (L + x_0)^4 - x_0^4 - \frac{3L^3 (L + 2x_0)}{m^2 \pi^2} \right] + \\
 & + \frac{B_{11} m \pi^2 \sin(\alpha)}{2L} \left[ (L + x_0)^3 - x_0^3 - \frac{3L^3}{2m^2 \pi^2} \right] + \\
 & + \frac{B_{11} m^3 \pi^4 \sin(\alpha)}{L^3} \left[ \frac{(L + x_0)^5 - x_0^5}{10} + \frac{3L^5}{4m^4 \pi^4} + L^2 \frac{x_0^3 - (L + x_0)^3}{2m^2 \pi^2} \right], \\
 d_{32} = & B_{22} n \left[ \frac{n^2}{8 \sin^2(\alpha)} - 1 \right] \frac{L \pi (L + 2x_0)}{4} + \\
 & + \frac{A_{22} \operatorname{ctg}(\alpha) n \pi}{12} \left[ (L + x_0)^3 - x_0^3 - \frac{3L^3}{2m^2 \pi^2} \right] + \\
 & + \frac{(B_{12} + 2B_{66}) m^2 \pi^3 n}{16L^2} \left[ (L + x_0)^4 - x_0^4 - \frac{3L^3 (L + 2x_0)}{m^2 \pi^2} \right], \\
 d_{33} = & B_{22} \cos(\alpha) \left[ 1 - \frac{n^2}{2 \sin^2(\alpha)} \right] \left[ \frac{L \pi (L + 2x_0)}{4} \right] - \\
 & - \left[ \frac{A_{22} \cot^2(\alpha) \sin(\alpha) \pi}{6} + \frac{D_{22} m^2 \pi^3 \sin(\alpha)}{6L^2} \right] + \\
 & + \frac{(D_{12} + 2D_{66}) m^2 n^2 \pi^3}{12L^2 \sin(\alpha)} \left[ (L + x_0)^3 - x_0^3 - \frac{3L^3}{2m^2 \pi^2} \right] + \\
 & + \left[ D_{22} \sin(\alpha) + \frac{(D_{12} + 2D_{66}) n^2}{2 \sin(\alpha)} \right] \frac{\pi L}{4} - \\
 & - \frac{B_{12} m^2 \pi^3 \cos(\alpha)}{4L^2} \left[ (L + x_0)^4 - x_0^4 - \frac{3L^3 (L + 2x_0)}{m^2 \pi^2} \right] +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{L\pi n^2}{4\sin(\alpha)} \left[ (D_{12} + D_{22} + 2D_{66}) - \frac{D_{22}n^2}{8\sin^2(\alpha)} \right] - \\
 & - \frac{D_{11}m^2\pi^3 \sin(\alpha)}{2L^2} \left[ (L+x_0)^3 - x_0^3 - \frac{3L^3}{2m^2\pi^2} \right] - \\
 & - \frac{D_{11}m^4\pi^5 \sin(\alpha)}{L^4} \left[ \frac{(L+x_0)^5 - x_0^5}{10} + \frac{3L^5}{4m^4\pi^4} + \frac{x_0^3 - (L+x_0)^3}{2m^2\pi^2} L^2 \right], \\
 d_{34} & = \frac{m^2\pi^2}{16L^2 \cos(\alpha)} \left[ (L+x_0)^4 - x_0^4 - \frac{3L^3(L+2x_0)}{m^2\pi^2} \right], \\
 d_{35} & = -\sin(\alpha)\pi \left[ \frac{(L+x_0)^5 - x_0^5}{10} + \frac{3L^5}{4m^4\pi^4} + \frac{x_0^3 - (L+x_0)^3}{2m^2\pi^2} L^2 \right], \\
 d_{36} & = -\frac{\pi \sin(\alpha)}{4} \left[ (L+x_0)^3 - x_0^3 - \frac{3L^3}{2m^2\pi^2} \right] - \\
 & - \frac{m^2\pi^3 \sin(\alpha)}{L^2} \left[ \frac{(L+x_0)^5 - x_0^5}{10} + \frac{3L^5}{4m^4\pi^4} + L^2 \frac{x_0^3 - (L+x_0)^3}{2m^2\pi^2} \right] - \\
 & - \frac{n^2\pi}{24\sin(\alpha)} \left[ (L+x_0)^3 - x_0^3 - \frac{3L^3}{2m^2\pi^2} \right].
 \end{aligned}$$

Поступила в редакцию 07.06.2021

Окончательный вариант поступил 17.09.2021

Received June 7, 2021 (Sept. 17, 2021)

---

*Т. А. Протасеня<sup>а\*</sup>, А. П. Крень<sup>а</sup>, Г. Н. Дьякова<sup>б</sup>*

*<sup>а</sup>Государственное научное учреждение “Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси”, Минск, Беларусь*

*<sup>б</sup>Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь*

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО  
ИНДЕНТИРОВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ТВЕРДОСТИ И МОДУЛЯ  
УПРУГОСТИ МАТЕРИАЛА ИЗДЕЛИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ  
ЭКСТРУЗИОННЫМ МЕТОДОМ АДДИТИВНОГО  
ПРОИЗВОДСТВА ИЗ УГЛЕНАПОЛНЕННЫХ КОМПОЗИТНЫХ  
МАТЕРИАЛОВ**

*T. A. Pratasenia<sup>\*</sup>, A. P. Kren, H. N. Dyakova*

**APPLICATION OF THE DYNAMIC INDENTATION METHOD  
FOR EVALUATION OF THE HARDNESS AND ELASTIC MODULUS  
OF THE MATERIAL OF PRODUCTS OBTAINED BY EXTRUSION  
METHOD OF ADDITIVE PRODUCTION FROM CARBON-FILLED  
COMPOSITE MATERIALS**

**Keywords:** hardness, elastic modulus, strength, FDM-technology, indentation

The possibility of using the dynamic indentation method (DIM) for evaluating the elastic and strength characteristics of products made of carbon-filled SAN-plastic (acrylonitrile styrene) obtained by additive synthesis using the extrusion technology of 3D printing — FDM-technology (Fused deposition modeling) — in different directions is shown. An influence of surface roughness of the products tested in the range of 2.0 to 3.6 Ra on the results of measuring the dynamic hardness and dynamic elastic modulus was investigated. It is shown that the initial roughness of the specimen surface of 3.6 Ra leads to an increase in the measurement error of the physical and mechanical characteristics using DIM up to 16% and increases the coefficient of variation. The loading parameters (spherical indenter of 5-mm dia-

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: 5657397@gmail.com  
Corresponding author: 5657397@gmail.com



meter, impact energy of 42 mJ) for the materials investigated were determined, which allow one to obtain reliable numerical data of the physical and mechanical characteristics (in the range of variation of the strength 16—33 MPa and elastic modulus 1.4—3.0 GPa) of the products inspected. The results obtained can be used for the creation of portable measuring devices that allows one to provide in-situ testing of products manufactured by 3D printing (FDM-technology), without the use for standard destructive tests on the witness specimens.

**Ключевые слова:** твердость, модуль упругости, прочность, FDM-технология, индентирование

Показана возможность применения метода динамического индентирования (МДИ) для оценки упругих и прочностных характеристик изделий из угленаполненного SAN-пластика (стирола акрилонитрила), полученных путем аддитивного синтеза по экструзионной технологии 3D-печати — FDM-технологии (Fused deposition modeling) с разным направлением печати. Оценена степень влияния шероховатости контролируемой поверхности изделий в диапазоне от 2,0 до 3,6 Ra на результаты измерения динамической твердости и динамического модуля упругости. Показано, что исходная шероховатость контролируемой поверхности (около 3,6 Ra) приводит к увеличению погрешности измерения физико-механических характеристик МДИ вплоть до 16% и существенно повышает коэффициент вариации. Определены оптимальные параметры нагружения материалов (сферический индентор диаметром 5 мм, предупредительная энергия 42 мДж), позволяющие дать достоверные численные данные о физико-механических характеристиках контролируемых изделий в диапазоне изменения предела прочности 16—33 МПа и модуля упругости 1,4—3,0 ГПа. Полученные результаты являются основой для создания портативной измерительной техники, реализующей разработанные методики контроля и позволяющей оперативно контролировать продукцию, изготовленную методом 3D-печати по FDM-технологии, без необходимости проведения стандартных разрушающих испытаний на образцах-свидетелях.

## Введение

Применение аддитивных технологий является современным трендом практически во всех отраслях промышленности. Создание деталей сложной геометрической формы с помощью 3D-печати в настоящее время востребовано не только в автомобиле- и машиностроении, но и в науке, образовании, медицине и многих других сферах. Как правило, экономически оправдано применение аддитивного синтеза при быстром

прототипировании либо высокоточном изготовлении ответственных изделий штучного и мелкосерийного производства. Технология послойного построения изделия из разного вида материалов (жидких фотополимеров, металлических порошков, полимеров и т. д.) позволяет не только изготовить детали любой сложности, но и за счет изменения технологии и режима печати создавать материалы с уникальным набором свойств.

Однако создание изделий путем наложения и спекания отдельных слоев не гарантирует монолитность готовой конструкции и отсутствие дефектов. По этой причине в первую очередь под сомнение ставятся прочностные свойства напечатанных 3D-моделей. Наиболее уязвимыми с этой точки зрения являются изделия, полученные по FDM-технологии, т.е. послойно сформированные из расплавленной пластиковой нити. Поскольку свойства “сгенерированного” материала (за счет используемого исходного пластика, технологии и режима печати) возможно оценить, только имея непосредственно готовую продукцию, то на сегодняшний день актуальной является задача поиска и развития методов неразрушающего контроля физико-механических характеристик материалов таких изделий.

В настоящее время одним из наиболее интенсивно развивающихся методов неразрушающего контроля является метод индентирования. Суть метода заключается в определении свойств материала по его реакции на внедрение жесткого индентора. На сегодняшний день наибольшее распространение получил метод статического индентирования, однако его реализация предполагает наличие стационарного лабораторного оборудования и соответственно подготовку специальных образцов [1—4]. По этой причине он мало применим для решения задач оперативного контроля. В работе предложено использовать метод динамического индентирования (МДИ), особенностью которого является непрерывная регистрация полной диаграммы ударного нагружения [5—9]. Это позволяет получить большое количество информативных параметров, характеризующих физико-механические свойства исследуемого материала, и оценить его реакцию на сосредоточенную нагрузку, которой наиболее часто подвергаются изделия в реальных условиях эксплуатации.

Одним из основных преимуществ МДИ является возможность его реализации в портативных приборах [10], что позволяет проводить контроль изделий как на стадиях их изготовления, так и в процессе технического обслуживания. Однако современные работы, в которых в качестве метода исследования используется динамическое индентирование [6, 7, 9], в основном направлены на оценку характеристик материала посредством компьютерного моделирования процесса ударного нагружения. При этом в них не уделяется должного внимания аппаратной реализации метода. В то же время для практического применения МДИ необходима разработка измерительной установки и проведение экспериментальных исследований с целью получения корреляционных зависимостей динамических характеристик с общепринятыми статическими.

В последние годы развитие МДИ было также направлено на расширение области применения в отношении неметаллических материалов [11, 12]. В том числе была установлена эффективность использования МДИ и при контроле анизотропных материалов [13, 14]. Однако исследование свойств материалов, полученных с помощью разных технологий, режимов и способов 3D-печати, пока не проводили. Эти обстоятельства определили цель настоящей работы — оценка эффективности применения МДИ для контроля изделий, полученных по FDM-технологии.

### 1. Объекты контроля и оценка качества их поверхности

В качестве объекта исследования были отобраны образцы из угленасыщенного стирола акрилонитрила — SAN-пластика “Aerotex” (Filamentarno, Россия) с диаметром нити 1,75 мм, содержащего хаотически распределенные короткие углеволокна с длиной элементарной нити 100—500 мкм и диаметром 5 мкм. Печать образцов осуществлялась по FDM-технологии на 3D-принтере “Sharebot” с использованием сопла экструдера 0,4 мм горизонтально по трем направлениям относительно плоскости платформы: продольном, поперечном и под углом 45° (рис. 1). Размеры и форма образцов соответствовали ISO 527-2:2012 [15] (образец 1-го типа). Режим печати следующий: температура печати 250 °С, температура подогрева платформы 90 °С, скорость печати 60 мм/с, шаблон заполнения — “линии” (толщина стенок 0,4 мм, высота слоя 0,2 мм). Для увеличения адгезии материала со столом использован тип подложки “raft”.

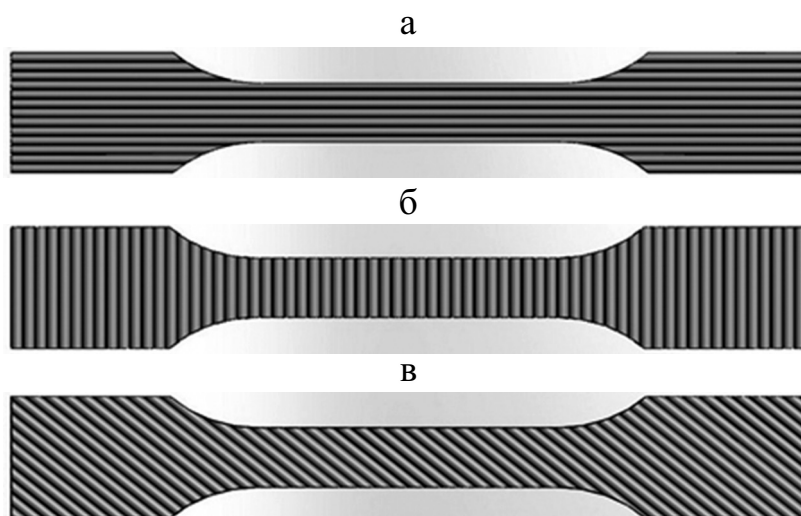


Рис. 1. Внешний вид образцов, изготовленных разными способами 3D-печати: *а* — продольное направление печати; *б* — поперечное; *в* — под углом 45°.

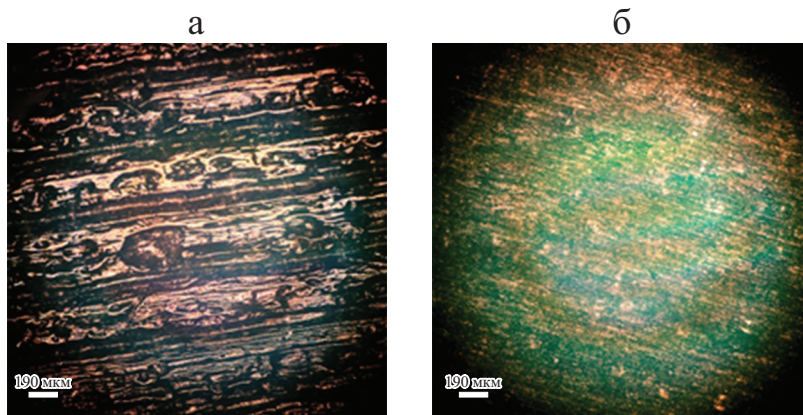


Рис. 2. Изображение поверхности образца, полученного по FDM-технологии из угленаполненного SAN-пластика “Aerotex”, при увеличении металлографического микроскопа МИ-1 в 100 крат: *а* — исходный рельеф поверхности 3,6 Ra ; *б* — отшлифованная поверхность 2,2 Ra .

Характерная особенность используемого SAN-пластика — пониженная плотность, что связано с наличием микроскопических пор в структуре (рис. 2—*а*). Благодаря вспениванию полимера при нагреве во время печати топография поверхности наносимого слоя весьма развита, что увеличивает площадь контакта с расплавом полимера при нанесении следующего слоя. Также данная способность материала позволяет получать изделия с текстурной поверхностью.

При контроле такой исходный рельеф поверхности может вносить как случайную, так и систематическую погрешности в результат измерения физико-механических характеристик при МДИ. Например, при меньшей предударной энергии и соответственно меньшей деформации материала влияние такой шероховатости на результат индентирования будет больше, чем при более высокоскоростном внедрении индентора. Это приведет к недостоверному результату, который ошибочно будет принят за действительные характеристики материала. В этой связи была проведена оценка профиля поверхности образцов измерителем шероховатости Time TR 210, в ходе которой было установлено, что исходно поверхность изделий имеет шероховатость в пределах от 3,2 до 3,6 Ra (см. рис. 2—*а*). При этом наихудшим качеством поверхности обладают продольно напечатанные образцы, в связи с чем в дальнейшем они были отобраны для проведения испытаний по установлению степени влияния шероховатости на результат измерения свойств МДИ. Для проведения сравнительных исследований участки пяти продольно напечатанных образцов были отшлифованы до показателей шероховатости 2,0—2,2 Ra (рис. 2—*б*).

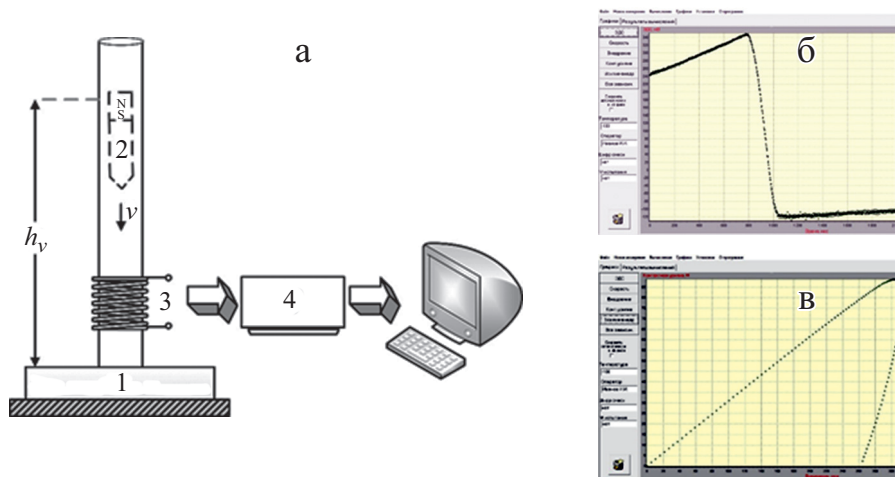


Рис. 3. Структурная схема экспериментальной установки ударного нагружения (а) и типичный вид основных регистрируемых зависимостей: ЭДС индукции от времени (б) и диаграммы ударного нагружения (в): 1 — образец; 2 — индентор; 3 — катушка индуктивности; 4 — электронный блок.

## 2. Оборудование и методики контроля

Для реализации процесса динамического нагружения была разработана экспериментальная установка, структурная схема которой приведена на рис. 3—а.

Основные элементы установки: индукционный преобразователь, индентор с закрепленным на нем постоянным магнитом, электронный блок регистрации и обработки измерительного сигнала и устройство отображения информации (персональный компьютер).

В момент нанесения испытательного удара кинетическая энергия индентора определяется потенциальной энергией, зависящей от его массы и высоты падения  $h_v$  (т.е. дополнительное ускорение индентору не придается). В качестве направляющей, задающей строго вертикальное направление движения индентора, использована стеклянная трубка, материал которой исключает возникновение паразитных вихревых токов в измерительной цепи. Таким образом, в момент удара на индентор действуют только сила тяжести и силы сопротивления материала образца. ЭДС индукции, наводимая при этом в индукционном преобразователе, является основным информационным сигналом (рис. 3—б), который фильтруется, линейно масштабируется и преобразуется в цифровой сигнал в электронном блоке. Регистрируемая ЭДС индукции прямо пропорциональна мгновенным значениям скорости движения индентора. Переход к значениям контактного усилия и перемещения осуществляется путем дифференцирования и интегрирования имеющихся данных о непрерывном движении

индентора. Исключив из полученных временных зависимостей параметр времени, получаем основную диаграмму ударного нагружения (рис. 3—в). Дальнейшая обработка измерительных данных осуществляется персональным компьютером по специальным алгоритмам.

Разработанная установка предусматривает возможность смены индентора, что позволяет подобрать оптимальные параметры индентирования: форму, размеры и массу индентора, а также предупредительную скорость. В рамках исследования использовали инденторы сферической и клиновидной формы.

Для расчета динамической твердости  $H_d$  и модуля упругости  $E_d$  материалов по основным параметрам диаграммы их нагружения (см. рис. 3—в) сферическим и клиновидным инденторами (рис. 4) использовали методику, представленную в [13, 16].

Согласно данным методикам формулы для расчета динамической твердости  $H_d$  и модуля упругости  $E_d$  в случае использования сферического индентора радиусом  $R_i$  имеют вид

$$H_d = \frac{P_{h_{\max}}}{\pi R_i (h_{\max} + h_p)}, \quad (1)$$

$$E_d = \frac{3P_{h_{\max}} (1 - \mu^2)}{4\sqrt{R_i} (h_{\max} - h_p)^{3/2}}, \quad (2)$$

где  $P_{h_{\max}}$  — контактное усилие при максимальной глубине внедрения  $h_{\max}$ ;  $h_p$  — глубина пластического отпечатка;  $\mu$  — коэффициент Пуассона контролируемого материала (принят равным 0,39 как среднее значение из

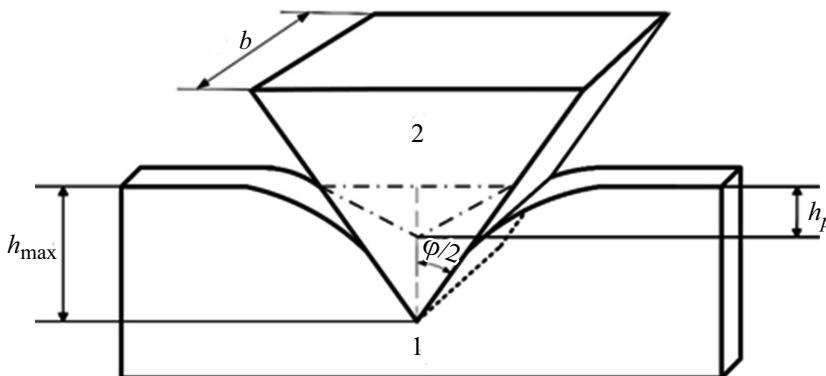


Рис. 4. Схематическое представление поперечного сечения отпечатка при деформировании материала клиновидным индентором: 1 — образец; 2 — индентор;  $h_{\max}$  — максимальная глубина внедрения;  $h_p$  — глубина пластического отпечатка;  $b$  — ширина клина;  $\varphi$  — угол при вершине клина.

приведенного в справочниках интервала 0,37—0,41 для широкого ряда пластмасс).

В случае использования индентора в форме клина выражения (1) и (2) имеют вид

$$H_d = \frac{P_{h_{\max}}}{2b \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} (0,27h_{\max} + 0,73h_p)}, \quad (3)$$

$$E_d = \frac{2P_{h_{\max}} (1 - \mu^2)}{b(h_{\max} - h_p)}. \quad (4)$$

где  $b$  — ширина клина;  $\varphi$  — угол при вершине клина (см. рис. 4).

Поскольку измеренные МДИ значения твердости и модуля упругости являются динамическими характеристиками, то для установления их полного (численного) соответствия значениям, полученным в ходе стандартных испытаний, необходимо построение градуировочной зависимости. Поэтому в рамках исследования действительные значения прочностных и упругих характеристик определяли согласно ISO 527-1:2012 [17] на универсальной испытательной машине MTS Citerion 43 с использованием одноосевого экстензометра MTS 624.25F-24.

### 3. Предварительные исследования

Для проведения испытаний по установлению степени влияния шероховатости поверхности изделий из SAN-пластика, полученных по FDM-технологии, на результат измерения свойств МДИ было принято решение провести индентирование образцов твердосплавным индентором сферической формы диаметром 5 мм, массой 6,8 г с предупредительной скоростью 3 м/с. Такие параметры нагружения позволили получить стабильный информационный сигнал и обеспечивали достаточный объем деформации слоистого материала для интегральной оценки его свойств.

Результаты испытаний представлены в табл. 1.

На каждом участке образца проводили серию из 10 измерений. Средние значения  $H_d$ ,  $E_d$  и коэффициента вариации для каждой серии приведены в табл. 1. Из представленных данных следует, что в результате шлифовки усредненное по пяти образцам абсолютное значение твердости увеличилось примерно на 9%, также на 2% вырос модуль упругости. В общем случае шероховатость вносит погрешность при измерении физико-механических характеристик МДИ вплоть до 16% и существенно повышает коэффициент вариации. Поэтому далее для получения более точной оценки свойств материалов экспериментальные исследования МДИ проводили на отшлифованных образцах.

Табл. 1

Результаты оценки степени влияния шероховатости поверхности продольно напечатанных образцов на результат измерения величин  $H_d$  и  $E_d$  МДИ сферическим индентором диаметром 5 мм с предупредной скоростью 3 м/с

Номер образца	Участки образца с шероховатостью 3,2—3,6 Ra				Участки образца с шероховатостью 2,0—2,2 Ra			
	$H_d$ , МПа	Коэффициент вариации $H_d$ , %	$E_d$ , ГПа	Коэффициент вариации $E_d$ , %	$H_d$ , МПа	Коэффициент вариации $H_d$ , %	$E_d$ , ГПа	Коэффициент вариации $E_d$ , %
1	124,38	10	4,18	8	134,38	3	4,43	1
2	122,89	9	4,40	10	136,68	1	4,45	2
3	124,04	10	4,43	9	143,14	5	4,48	3
4	123,42	12	4,17	9	126,39	4	4,22	3
5	125,86	12	4,27	11	134,13	2	4,31	2
Среднее	124,12	11	4,29	9	134,94	3	4,39	2

Результаты динамического индентирования хоть и дают количественную оценку свойств, но для установления их соответствия значениям, получаемым при стандартных испытаниях, нужно провести разрушение образцов.

Предварительные исследования образцов на растяжение [17] проводили со скоростью нагружения 2 мм/мин. Испытанию были подвергнуты 15 образцов (по пять образцов для каждого направления печати).

Результаты стандартных разрушающих испытаний приведены в табл. 2.

Табл. 2

Результаты испытаний, проведенных на испытательной машине MTS Criterion 43, на растяжение образцов, изготовленных разными способами печати

Номер образца	Продольное направление печати		Печать под углом 45°		Поперечное направление печати	
	$\sigma_m$ , МПа	$E_s$ , ГПа	$\sigma_m$ , МПа	$E_s$ , ГПа	$\sigma_m$ , МПа	$E_s$ , ГПа
1	30,70	3,11	27,20	1,59	18,10	1,42
2	31,60	2,77	26,70	1,66	15,30	1,46
3	32,40	2,94	26,40	1,64	16,80	1,51
4	36,30	3,03	24,40	1,69	16,70	1,42
5	31,40	2,84	26,10	1,60	16,90	1,38
Среднее	32,48	2,94	26,16	1,63	16,76	1,44
Коэффициент вариации, %	6,11	4,22	3,64	2,20	5,30	3,06



Анализ полученных данных — измеренного предела прочности при растяжении  $\sigma_m$  и модуля упругости  $E_s$  — в первом приближении свидетельствует о наличии анизотропии свойств материалов образцов. При этом наибольшими прочностными и упругими характеристиками обладают образцы с продольным направлением печати, наименьшими — с поперечным. На первый взгляд прослеживается сходство с анизотропными композитами, армированными непрерывными волокнами, но в случае исследуемых образцов использован один, исходно изотропный, материала. В то же время можно предположить, что различие свойств продольно и поперечно напечатанных образцов может быть лишь свидетельством лучшей межслойной адгезии и является оценкой качества технологии и способа печати, а не характеристикой полученного таким образом материала.

Отметим также, что значения динамического модуля упругости  $E_d$  продольно напечатанных образцов (см. табл. 1) были больше значений  $E_s$ , полученных в ходе стандартных испытаний на растяжение (см. табл. 2). Это связано с динамическим характером нагружения образца при индентировании. Увеличение скорости деформации полимера при ударной нагрузке сопровождается появлением вязкой составляющей силы сопротивления материала, приводящей к увеличению измеренного значения модуля упругости.

В идеальном случае для однозначного установления наличия (либо отсутствия) анизотропии материалов, полученных разными способами 3D-печати, стандартным методом на растяжение требуется изготовление образцов, вырезанных по разным направлениям из одного полотна материала (рис. 5—а).

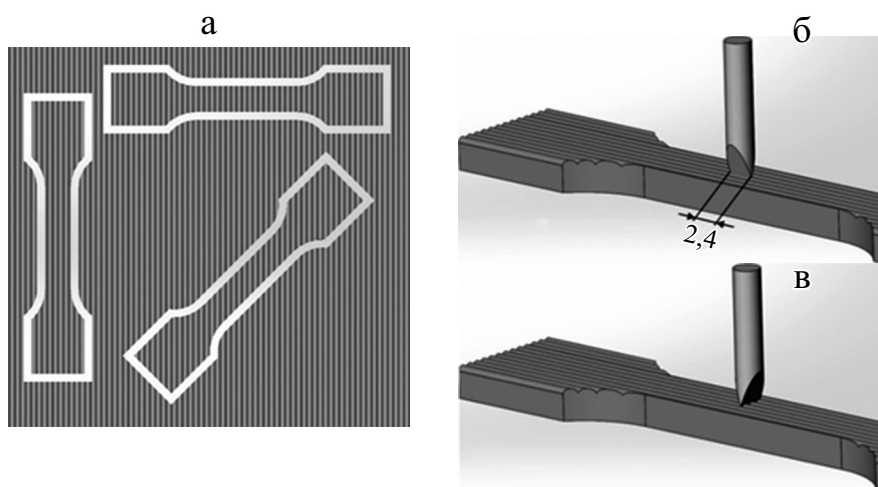


Рис. 5. Схематическое представление заготовки для изготовления стандартных образцов на растяжение (а) и схема нагружения образца клиновидным индентором вдоль (б) и поперек плоскости образца (е).

Табл. 3

Результаты измерения физико-механических характеристик образцов МДИ клиновидным индентором

Номер образца	Продольное направление печати				Печать под углом 45°				Поперечное направление печати			
	Клин вдоль плоскости образца		Клин поперек плоскости образца		Клин вдоль плоскости образца		Клин поперек плоскости образца		Клин вдоль плоскости образца		Клин поперек плоскости образца	
	$H_d$ , МПа	$E_d$ , ГПа	$H_d$ , МПа	$E_d$ , ГПа	$H_d$ , МПа	$E_d$ , ГПа	$H_d$ , МПа	$E_d$ , ГПа	$H_d$ , МПа	$E_d$ , ГПа	$H_d$ , МПа	$E_d$ , ГПа
1	195	1,55	194	1,46	159	0,87	154	0,96	130	0,75	129	0,78
2	183	1,40	193	1,42	161	0,93	155	0,91	133	0,81	135	0,81
3	194	1,53	189	1,38	158	0,86	156	0,9	131	0,79	134	0,83
4	186	1,38	193	1,45	160	0,94	159	0,94	134	0,8	138	0,85
5	187	1,51	191	1,39	164	0,97	166	0,93	135	0,81	133	0,8
Среднее	189	1,47	192	1,42	160	0,91	158	0,93	133	0,79	134	0,81
Коэффициент вариации, %	2,48	4,75	0,93	2,23	1,28	4,62	2,74	2,30	1,40	2,81	2,19	2,97

Такой подход оценки свойств материала достаточно трудоемок и в разы увеличивает его расход. Кроме того, это не решает задачу оперативной диагностики свойств готовых изделий, которые по конфигурации и габаритам могут значительно отличаться от испытываемых образцов-свидетелей. В этой связи было предложено провести ударное индентирование образцов каждого вида клиновидным индентором (массой 4 г, с углом при вершине  $\varphi = 45^\circ$ , шириной  $b = 2,4$  мм) с предупредительной скоростью 3 м/с в продольном (см. рис. 5—б) и поперечном (см. рис. 5—в) направлениях относительно плоскости образца. Данная схема нагружения позволит не только выявить анизотропию исследуемого материала, но и дать численную оценку его физико-механических свойств.

В результате реализации описанной схемы нагружения клиновидным индентором были определены значения динамической твердости  $H_d$  и модуля упругости  $E_d$  образцов, приведенные в табл. 3.

Результаты исследований показали наличие связи динамической твердости  $H_d$  и модуля упругости  $E_d$  образцов, измеренных МДИ (см. табл. 3), со значениями прочности при растяжении  $\sigma_m$  и модуля упругости  $E_s$  (см. табл. 2), установленными в ходе стандартных разрушающих испытаний. В свою очередь можно говорить и о наличии чувствительности МДИ к изменению свойств материалов, полученных разными способами 3D-печати. В то же время результаты индентирования клином всех образцов (с продольным и поперечным направлением печати, а также печатью под углом 45°) вдоль плоскости образца не имеют существенного отличия

от полученных при поперечной ориентации клина. В отличие от данных табл. 2 это свидетельствует об отсутствии анизотропии их свойств и подтверждает ранее высказанное предположение о зависимости свойств материала только от способа печати.

Полученные результаты позволили перейти к следующему этапу исследований — установлению оптимальных параметров индентирования (формы и размера наконечника индентора, величины предупредительной энергии) и разработке методики контроля материалов и готовых изделий, полученных по FDM-технологии 3D-печати.

#### 4. Определение оптимальных параметров нагружения

В силу того что предварительные результаты индентирования материалов показали отсутствие у них анизотропии, использование клиновидного индентора в дальнейших исследованиях представляется нецелесообразным. Кроме того, применение в измерительных приборах инденторов острой формы (например, клина, пирамиды Виккерса, пирамиды Берковича и т. д.) нежелательно ввиду их низкой износостойкости. Как правило, при разработке портативных приборов неразрушающего контроля предпочтение отдается бойкам со сферическими наконечниками. Такая форма индентора позволяет максимально корректно оценить интегральные свойства структурно неоднородного материала (в нашем случае полученного послойной печатью). В этой связи подбор параметров индентора, обеспечивающих наибольшую чувствительность при контроле изделий, напечатанных по разным направлениям, осуществлялся для бойков сферической формы.

Оценить чувствительность МДИ при контроле образцов, полученных разными способами печати, в зависимости от деформации материала предложено посредством внедрения сферического индентора диаметром 5 мм, массой 6,8 г с предупредительной скоростью 2,5; 3,0 и 3,5 м/с. Индентор с указанными массогабаритными параметрами использовали и при оценке влияния шероховатости контролируемой поверхности на результаты контроля МДИ, что показало наличие чувствительности метода к изменению качества поверхности образцов. Поэтому предположительно использование данного индентора будет эффективно и при контроле свойств изделий, полученных разными способами 3D-печати. Результаты индентирования представлены на графиках (рис. 6 и 7). Следует отметить, что установление связи динамической твердости со значениями предела прочности при растяжении  $\sigma_m$  носит частный характер, поскольку, как уже было отмечено ранее, при индентировании полимерного материала проявляется вязкоупругий характер деформации, обусловленный ударным приложением нагрузки.

Из данных рисунков видно, что при оценке как прочностных, так и упругих характеристик МДИ с использованием индентора диаметром 5 мм наибольшая чувствительность метода к изменению свойств мате-

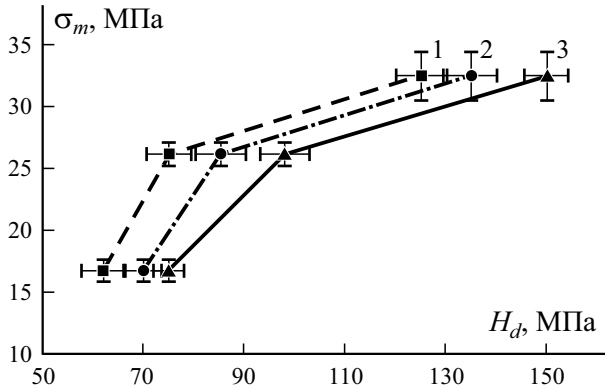


Рис. 6. Корреляционная зависимость предела прочности при растяжении  $\sigma_m$  от динамической твердости  $H_d$ , измеренной МДИ при нагружении образцов сферическим индентором диаметром 5 мм и скорости нагружения 2,5 (1); 3,0 (2); 3,5 м/с (3).

риалов образцов наблюдается при предупредной скорости 3,5 м/с. При таких параметрах нагружения чувствительность МДИ при измерении динамической твердости (рассчитанная как отношение  $\Delta H_d / \Delta \sigma_{pm}$ ) поперечно напечатанных образцов и напечатанных под углом  $45^\circ$  (в диапазоне 16,67—26,16 МПа) равна примерно 2,45, а при контроле продольно напечатанных образцов и образцов, напечатанных под углом  $45^\circ$  (в диапазоне 26,16—32,48 МПа) — 8,23 (см. рис. 6). При этом регистрируемая МДИ относительная разность предела прочности при растяжении  $\sigma_m$  для продольно напечатанных образцов и полученных при поперечном направлении печати равна 94%, а динамической твердости — 103%.

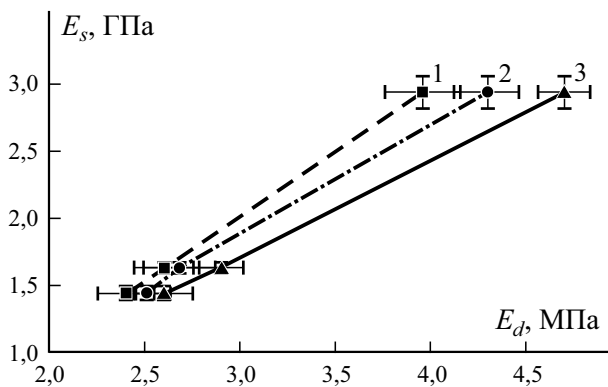


Рис. 7. Корреляционная зависимость модуля упругости при растяжении  $E_s$  от величины  $E_d$ , измеренной МДИ при нагружении образцов сферическим индентором диаметром 5 мм и скорости нагружения 2,5 (1); 3,0 (2); 3,5 м/с (3).

Аналогичный вывод можно сделать, проанализировав график для модуля упругости образцов с разным направлением печати (см. рис. 7). Здесь чувствительность МДИ (определяемая отношением  $\Delta E_d / \Delta E_s$ ) в диапазоне 1,44—1,63 ГПа (что соответствует значениям, измеренным в ходе испытаний на растяжение образцов с поперечным направлением печати и под углом  $45^\circ$ ) равна 1,58. В диапазоне изменения модуля упругости 1,63—2,94 ГПа (соответствующем данным, полученным на образцах с продольным направлением печати и под углом  $45^\circ$ ) чувствительность МДИ равна примерно 1,37. При этом установленная в ходе разрушающих испытаний разность значений модуля упругости продольно и поперечно напечатанных образцов равна 104%, а установленная МДИ — 81%. Эти результаты подтверждают эффективность применения МДИ для контроля физико-механических характеристик материалов изделий, полученных путем аддитивного синтеза по FDM-технологии.

Для решения вопроса дальнейшего повышения чувствительности МДИ за счет изменения параметров нагружения была проведена оценка тенденции регистрируемых изменений величин  $H_d$  и  $E_d$  в зависимости от предупредительной скорости (см. рис. 6 и 7). Анализ показал, что чувствительность МДИ в рамках данного исследования можно повысить, обеспечив большую деформацию материала. В случае внедрения используемого индентора (диаметром 5 мм, массой 6,8 г) с предупредительной скоростью 3,5 м/с деформация была равна приблизительно 0,362 для образцов с продольным направлением печати; 0,403 — для образцов, напечатанных под углом  $45^\circ$ , и 0,416 — для образцов с поперечной печатью. Наиболее простыми и очевидными способами увеличения деформации является увеличение предупредительной энергии или использование индентора с меньшим диаметром сферического наконечника.

Результаты предварительных исследований по индентированию образцов сферическим индентором диаметром 1,58 мм, массой 6,5 г и предупредительной скоростью 2,5 м/с показали, что в данном случае деформация материала равна приблизительно 0,710—0,770, что превосходит предыдущие показатели примерно вдвое. Поэтому было принято решение дальнейшие экспериментальные исследования проводить, используя индентор с такими массогабаритными характеристиками. Результаты индентирования образцов представлены на рис. 8 и 9.

Из данных рис. 8 видно, что при нагружении индентором диаметром 1,58 мм со скоростью 3,0 и 3,5 м/с чувствительность МДИ к изменению прочностных свойств в диапазоне 16,76—26,16 МПа примерно одинаковая и равна 2,10, а в диапазоне 26,16—32,48 МПа — 9,83. При этом регистрируемое МДИ относительное изменение динамической твердости  $H_d$  для продольно и поперечно напечатанных образцов равно 83% наряду с указанными ранее 94% для измеренного предела прочности при растяжении  $\sigma_m$ .

Аналогичный вывод можно сделать и при анализе данных по модулю упругости (см. рис. 9). Примерно равную чувствительность к изменению

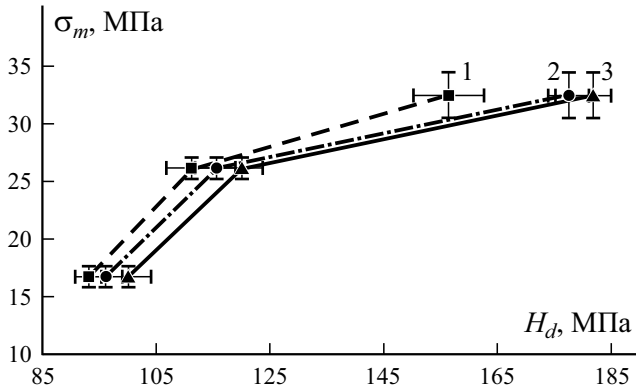


Рис. 8. Корреляционная зависимость предела прочности при растяжении  $\sigma_m$  от величины  $H_d$ , измеренной МДИ при нагружении образцов сферическим индентором диаметром 1,58 мм и скорости нагружения 2,5 (1); 3,0 (2); 3,5 м/с (3).

упругих свойств образцов, выполненных разными способами печати, МДИ показал при скорости нагружения как 3,0, так и 3,5 м/с. Для данных скоростей в диапазоне изменения модуля упругости  $E_s$  1,44—1,63 ГПа чувствительность метода приблизительно равна 1,33, а в диапазоне 1,63—2,94 ГПа — 1,01. При этом регистрируемое МДИ различие свойств поперечно и продольно напечатанных образцов приблизительно 50%.

Таким образом, проанализировав полученные экспериментальные данные, можно сделать вывод о том, что для получения в одном измерительном цикле численной оценки упругих и прочностных характеристик материалов во всем диапазоне изменения величины  $\sigma_m$  (16,76—32,48 МПа)

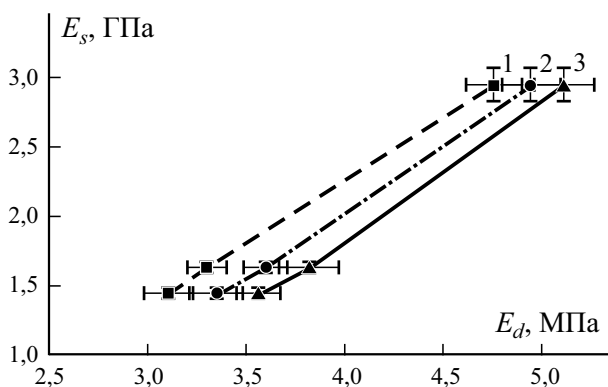


Рис. 9. Корреляционная зависимость модуля упругости при растяжении  $E_s$  от величины  $E_d$ , измеренной МДИ при нагружении сферическим индентором диаметром 1,58 мм и скорости нагружения 2,5 (1); 3,0 (2); 3,5 м/с (3).

оптимальным является использование сферического индентора диаметром 5 мм, массой 6,8 г с предупредительной скоростью 3,5 м/с (либо с предупредительной энергией  $\sim 42$  мДж). При необходимости же измерения только прочностных свойств материала в диапазоне изменения предела прочности 26,16—32,48 МПа предпочтительным является использование индентора со сферическим наконечником диаметром 1,58 мм, массой 6,5 г, а скорость ударного импульса должна быть равной 3,5 м/с, что соответствует энергии удара 40 мДж.

### Заключение

На этапе предварительных исследований предложена схема динамического нагружения клиновидным индентором (массой 4 г, с углом при вершине  $\varphi = 45^\circ$ , шириной  $b = 2,4$  мм) образцов из угленаполненного SAN-пластика, изготовленных по FDM-технологии путем 3D-печати по трем направлениям относительно плоскости платформы: продольном, поперечном и под углом  $45^\circ$ . Данная схема является альтернативой стандартным разрушающим испытаниям и позволяет получить более достоверные данные о свойствах контролируемого материала без необходимости изготовления специальных образцов-свидетелей, что существенно повышает оперативность контроля и снижает трудоемкость и расход материала при испытаниях.

Проведенные исследования позволили оценить степень влияния шероховатости поверхности изделий из угленаполненного SAN-пластика, полученных путем аддитивного синтеза по FDM-технологии, на результаты измерения физико-механических характеристик материала МДИ. Показано, что шероховатость необработанной поверхности образцов около  $3,2\text{—}3,6$  Ra, что является источником случайной и систематической погрешности, и при измерении физико-механических характеристик МДИ вносит погрешность вплоть до 16%. Исходное качество поверхности образцов приводит также к увеличению коэффициента вариации серии измерений в среднем до 11%. При обработке поверхности до показателей шероховатости  $2,0\text{—}2,2$  Ra коэффициент вариации снижается примерно до 3%. Также в результате шлифовки абсолютное значение твердости, усредненное по пяти образцам, увеличилось примерно на 9%, а модуль упругости — на 2%.

Экспериментальные исследования по индентированию материалов показали, что для измерения твердости и модуля упругости изделий, полученных по FDM-технологии, оптимальным является использование индентора со сферическим наконечником диаметром 5 мм, а нагружение следует проводить с предупредительной энергией, равной 42 мДж. При необходимости контроля только прочностных характеристик материала в диапазоне изменения предела прочности 26,16—32,48 МПа предпочтительно использовать сферический индентор диаметром 1,58 мм, а ударное нагружение реализовать с энергией, равной 40 мДж.

Работа выполнена в рамках Национальной программы стипендий для молодых ученых при финансовой поддержке Всемирной федерации ученых (World Federation of Scientists National Scholarship Programme).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Panpan W. et al.* Piecewise linear deformation characteristics and a contact model for elastic-plastic indentation considering indenter elasticity // *Tribology Int.* — 2021. — Vol. 162. — P. 107 — 114.
2. *Cheng Y.-T., Cheng C.-M.* Relationships between hardness, elastic modulus, and the work of indentation // *Appl. Phys. Lett.* — 1998. — Vol. 73, No. 5. — P. 614 — 616.
3. *Nishimori F. et al.* Characterization of the surface degraded layer of polymers using an indentation method // *Mater. Today Communications.* — 2021. — Vol. 26. — P. 101873.
4. *Zhao Z. et al.* Indentation experiments and simulations of nonuniformly photo-crosslinked polymers in 3D printed structures // *Additive Manufacturing.* — 2020. — Vol. 35. — P. 101420.
5. *Idury S. et al.* Room temperature dynamic indentation response of partially crystallized Zr—Cu metallic glass // *J. Alloys Compounds.* — 2020. — Vol. 834. — P. 155161.
6. *Lee A., Komvopoulos K.* Dynamic spherical indentation of strain hardening materials with and without strain rate dependent deformation behavior // *Mech. Mater.* — 2019. — Vol. 133. — P. 128 — 137.
7. *Noroozi M., Zajkani A., Ghadiri M.* Dynamic plastic impact behavior of CNTs/fiber/polymer multiscale laminated composite doubly curved shells // *Int. J. Mech. Sci.* — 2021. — Vol. 195. — P. 106223.
8. *Xiaosheng L.* The mechanical response characteristics of sapphire under dynamic and quasi-static indentation loading // *Ceramics Int.* — 2018. — Vol. 44, No. 13. — P. 15208—15218.
9. *Lee A., Komvopoulos K.* Dynamic spherical indentation of elastic-plastic solids // *Int. J. Solids Struct.* — 2018. — Vol. 146, No. 1. — P. 180—191.
10. *Крень А. П., Делендик М. Н., Протасеня Т. А., Кинжагулов И. Ю.* Применение метода ударного микроиндентирования для оценки механических характеристик и дефектности структуры углеродных материалов и изделий // *Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук.* — 2018. — Т. 63, № 4. — С 469—477.
11. *Abraham A. C. et al.* Microstructural and compositional contributions towards the mechanical behavior of aging human bone measured by cyclic and impact reference point indentation // *Bone.* — 2016. — Vol. 87. — P. 37—43.
12. *Lei Z. et al.* *In vivo* measurement of the anisotropic mechanical properties of human skin by indentation test // *Mech. Mater.* — 2021. — Vol. 158. — P. 103851.
13. *Крень А. П., Протасеня Т. А., Рудницкий В. А.* Повышение информативности контроля анизотропных углеродных материалов методом низкоскоростного ударного индентирования // *Материалы. Технологии. Инструменты.* — 2014. — Т. 19, № 3. — С. 88—94.
14. *Kren A. P., Pratasenia T. A., Arnautov A. K., Rudnitskii V. A.* Complex of devices for determining the physical and mechanical properties of the carbon materials used in the rocket and space technology by the impact indentation method // *Mech. Compos. Mater.* — 2015. — Vol. 51, No. 2. — P. 323—328.
15. *ISO 527-2:2012* *Plastics. Determination of Tensile Properties. Part 2. Test Conditions for Moulding and Extrusion Plastics.* — Edition 15.02.2012. — 18 p.



16. *Kren A. P., Pratasenia T. A.* Determination of the physic and mechanical characteristics of isotropic pyrolytic graphite by dynamic indentation method // Russian J. Nondestructive Testing. — 2014. — Vol. 50, No. 7. — P. 419—425.

17. ISO 527-1:2012 Plastics. Determination of Tensile Properties. Part 1. General Principles. — Edition 15.02.2012. — 23 p.

Поступила в редакцию 28.06.2021

Окончательный вариант поступил 04.11.2021

Received June 28, 2021 (Nov. 4, 2021)

---

*И. Ван\*, Ш. Ямашита, Дж. Такахаши*

*Department of Systems Innovation, University of Tokyo, Japan*

## **ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ ТЕРМОПЛАСТИКОВ НА ОСНОВЕ РУБЛЕННЫХ ЛЕНТ РАЗНОЙ ТОЛЩИНЫ ИЗ УГЛЕРОДНЫХ ВОЛОКОН<sup>1</sup>**

*Y. Wan\*, Sh. Yamashita, and J. Takahashi*

### **EVALUATION AND MODELING OF TENSILE PROPERTIES OF CHOPPED CARBON FIBER TAPES REINFORCED THERMOPLASTICS OF DIFFERENT TAPE THICKNESSES**

**Keywords:** carbon-fibres-reinforced plastics, thermoplastic resins, multilayered structures, mechanical properties, compression moulding

The mechanical properties of carbon fiber sheet molding compounds (CF-SMCs) are sensitive to the internal geometry of the reinforcing fibers. In this study, novel CF-SMCs with outstanding mechanical performance, namely, chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics (CTTs), were fabricated using tapes with different thicknesses. The effects of the tape morphology on the tensile properties of the CTTs were evaluated both experimentally and analytically. Two X-ray-aided computed tomography (CT) based methods were adopted to analyze the effects of the tape thickness on the internal geometry of the CTTs. The modified Mori–Tanaka model was used based on the fiber orientation data obtained from the X-ray micro-CT analyses. The results showed that the tensile properties decreased significantly with an increase of the out-of-plane misorientation, which is more intensive for thicker tapes. In addition, the tensile properties showed greater variations as the tape thickness was increased. The two X-ray micro-CT methods were found to be suitable for visualizing and quantitatively analyzing the internal geometries. Correlations were found between the tape thickness and the tensile properties. Finally, the results of the simulations performed using the Mori–Tanaka model and the fiber orientation data were found to be similar to those of the

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [wan-yi@cfrtp.t.u-tokyo.ac.jp](mailto:wan-yi@cfrtp.t.u-tokyo.ac.jp)  
Corresponding author: [wan-yi@cfrtp.t.u-tokyo.ac.jp](mailto:wan-yi@cfrtp.t.u-tokyo.ac.jp)

<sup>1</sup>Перевод с англ.

experiments in tensile moduli, but the results for strength deviate from the experiments.

**Ключевые слова:** углепластик волокнисто-армированный, смола термопластичная, конструкции многослойные, свойства механические, формование под давлением

Механические свойства листового формовочного материала из углеродного волокна (CF-SMC) чувствительны к внутренней геометрии армирующих волокон. В настоящей работе изготовлены новые волокнисто-армированные термопластичные углепластики (СТТ) с превосходными механическими характеристиками на основе CF-SMC из рубленых лент разной толщины из углеродных волокон. Влияние морфологии ленты на свойства при растяжении СТТ оценили как экспериментально, так и аналитически. Для анализа влияния толщины ленты на внутреннюю геометрию СТТ применили два метода на основе рентгеновской компьютерной томографии (СТ). Модифицированную модель Мори—Танака использовали с учетом данных об ориентации волокон, полученных в ходе анализа результатов рентгеновской микрокомпьютерной томографии. Выявлено, что свойства при растяжении значительно ухудшались с увеличением разориентации волокон из плоскости, более интенсивной при большей толщине лент. Кроме того, наблюдали большие изменения свойств при растяжении с увеличением толщины ленты. Установили, что два метода рентгеновской микрокомпьютерной томографии пригодны для визуализации и количественного анализа внутренней геометрии, выявили корреляцию между толщиной ленты и характеристиками при растяжении. Результаты моделирования, выполненного с использованием модели Мори—Танака и данных об ориентации волокон, согласуются с экспериментальными по модулю упругости при растяжении, но различаются по прочности.

## Введение

В последние годы происходит быстрое развитие высокоэффективных композитных материалов, армированных короткими волокнами (КАКВ). Типичные высокопроизводительные КАКВ на основе листового формовочного материала из углеродных волокон (CF-SMC) демонстрируют большой потенциал для использования в применениях массового производства, требующих малого веса и хороших механических свойств. В отличие от традиционных углепластиков на основе непрерывных волокон, нетканых и изготовленных литьем под давлением CF-SMC сочетают в себе высокую формуемость КАКВ, делающую их пригодными для крупносерийного производства, с высокими механическими характеристиками, как у композитов на основе непрерывных волокон.

Морфология субкомпонентов этих материалов (листов из углеродных волокон в случае CF-SMC) сильно влияет на их микроструктуру и, следовательно, на механические характеристики. В [1—3] проанализировали механические свойства CF-SMC и разработали стохастическую модель “аналогии слоистого композита” для моделирования модуля упругости CF-SMC [4]. В [5, 6] разработали и экспериментально проверили для CF-SMC модель аналогии слоистого композита, основанную на сдвиговом запаздывании. В [7, 8] всесторонне рассмотрели изготовление CF-SMC и их механических свойств, предложили упрощенную двухмерную модель [9], а также модель аналогии слоистого композита [10] для моделирования прочности и модуля упругости CF-SMC. В [11] предложили гибридную модель, сочетающую метод конечных элементов (МКЭ) и метод гомогенизации среднего поля для моделирования жесткости CF-SMC. В [12] разработали метод трехмерного МКЭ для моделирования прочности при растяжении и жесткости CF-SMC с учетом нахлестки укладываемых листов формовочного материала. В [13—15] удалось выявить влияние потока волокон и нерегулярностей внутренней геометрии в ходе изготовления на механические свойства CF-SMC и проверить характеристики толстостенных компонентов, изготовленных из CF-SMC [16]. В Токийском университете путем моделирования изучали механические свойства и внутреннюю геометрию CF-SMC с ультратонкими листами (44 мкм) [17—20] и сравнили полученные результаты с данными для CF-SMC с более толстыми листами (обычно 150 мкм). CF-SMC с ультратонкими листами продемонстрировали значительно лучшие механические характеристики. Там же проанализировали влияние внутренней геометрии листов [21, 22] с помощью моделирования, выполненного на основе модифицированной модели Мори—Танака [23, 24]. Таким образом, очевидно, что субкомпоненты (например, листы, пряжи и ленты) CF-SMC оказывают определяющее влияние на их внутреннюю геометрию, которая, в свою очередь, сильно влияет на их механические свойства. Тем не менее, прежде чем эти материалы можно будет рассматривать для крупномасштабных приложений, срочно необходимы более конкретные исследования влияния подкомпонентов на механические свойства CF-SMC.

В настоящей работе CF-SMC, также называемые термопластами, армированными рублеными лентами из углеродных волокон (СТТ), изготовили из сверхтонкого листового формовочного материала из лент разной толщины (44, 88 и 134 мкм). Испытания всех образцов на растяжение провели вместе с мониторингом акустической эмиссии (АЭ) по месту. Для визуализации и количественного анализа внутренней геометрии образцов СТТ, изготовленных из лент разной толщины, выполнили два типа анализа рентгеновской компьютерной томографии. Модифицированную модель Мори—Танака использовали для моделирования модуля упругости при растяжении и прочности СТТ на основе данных об ориентации волокон, полученных в ходе рентгеновского компьютерного томографического

анализа. Результаты моделирования сопоставили с экспериментальными данными.

## 1. Материалы и методы

**1.1. Изготовление материала.** СТТ изготовили в соответствии с процедурой, описанной в блок-схеме, показанной на рис. 1. Жгуты углеродного волокна (TR 50S, Mitsubishi Chemical Co.) распустили с помощью потока воздуха, а листы препрега (средняя толщина 44 мкм, обозначены как “ТОНКИЙ” (“THIN”)) изготовили формованием под давлением из распущенных жгутов волокон и пленок из полиамида-6 (PA6, DIAMIRON™ S, Mitsubishi Chemical Co.). Затем либо два, либо три листа препрега THIN укладывали стопкой для изготовления листов препрега “СРЕДНИЙ” (“MED”) и “ТОЛСТЫЙ” (“THICK”) толщиной 88 и 132 мкм соответственно. Затем их нарезали на куски длиной 18 мм и шириной 5 мм. На следующем этапе ленты диспергировали с использованием процесса мокрого типа для производства бумаги (см. рис. 1): сначала случайным образом диспергировали в воде, а затем зафиксировали для образования промежуточных листов для изготовления СТТ. Промежуточные листы уложили стопкой в пресс-форму для прессования под давлением. Условия компрессионного формования для всех образцов СТТ были одинаковыми: пресс-форму нагревали до 250 °С и поддерживали компрессионное давление 5 МПа в течение 10 мин.

**1.2. Испытания на растяжение.** После изготовления CNN подвергли испытаниям на растяжение по стандарту ISO 527-4 [23]. Технические характеристики образцов:

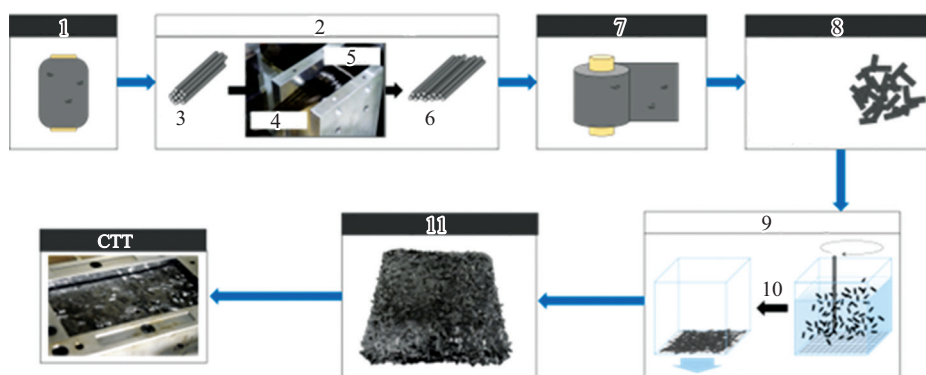


Рис. 1. Процесс изготовления СТТ: 1 — жгут из углеродных волокон; 2 — технология распуска жгута; 3 — исходный жгут (15К); 4 и 5 — до и после распуска соответственно; 6 — распущенный жгут; 7 — тонкий лист препрега; 8 — рубленые ленты: длина 18 мм, ширина 5 мм, толщина 44, 88 и 132 мкм; 9 — диспергирование в воде; 10 — высушивание; 11 — хаотичное распределение лент.

лента —	ширина	5 мм
	толщина	44 мкм (THIN)
		88 мкм (MED)
		132 мкм (THICK)
длина	250 мм	
образец —	ширина	35 мм
	толщина	3,4 мм
	длина рабочей зоны	50 мм
количество образцов 5.		

Деформацию измеряли экстензометром 632.11F-24, MTS, а модуль упругости рассчитали с помощью диаграмм деформирования в диапазоне деформации от 0,05 до 0,25%. В ходе испытаний также проводили измерения АЭ. Систему измерения АЭ PCI-2 с двумя датчиками АЭ R15a и программное обеспечение для анализа предоставила компания Nippon Physical Acoustics Ltd. Количество отсчетов  $S_{AE}$  (событий) АЭ и энергию АЭ ( $E_{AE}$ ) измерили и проанализировали при пороговом значении 70 дБ (предложено Nippon Physical Acoustics Ltd.). После испытаний построили зависимости напряжение—деформация, а также определили свойства СТТ при растяжении и проанализировали результаты измерения АЭ. Оценили фрактограммы поперечного сечения всех образцов СТТ, пропитанных смолой.

**1.3. Рентгеновская микрокомпьютерная визуализация.** Анализ различия внутренней геометрии СТТ, изготовленных из лент разной толщины, выполнили с помощью рентгеновской микрокомпьютерной томографии и системы трехмерного рентгеновского сканирования (TDM1000-II, Yamato Scientific Co. Ltd.). Для всех образцов установили напряжение 40 кВ, ток рентгеновской трубки 40 мкА. Размер пикселя реконструированных трехмерных изображений микрокомпьютерной томографии зафиксировали на уровне 3,4 мкм, физический размер сканированных изображений  $1,1 \times 1,1 \times 1,1$  мм<sup>3</sup>. Трехмерные изображения восстановили с помощью блока обработки изображений рентгеновской сканирующей системы. Использовали два разных метода обработки изображений КТ, а именно: TRI/3D-BON (RATOC System Engineering Co. Ltd.) и VoxTex (KU Leuven). Основной алгоритм метода TRI/3D-BON основан на общем процессе бинаризации изображения в сочетании с MIL (mean intercept length). Этот метод позволяет воспроизвести структуру волокна по наблюдаемым изображениям рентгеновской компьютерной томографии и дополнительно рассчитать тензор ориентации волокон в наблюдаемом объеме. Метод VoxTex использует “воксельную модель”, основанную на тензоре структуры для количественной оценки ориентации. VoxTex обладает специальной функцией для анализа внутренней геометрии СТТ материалов, основанной на совместном исследовании автора настоящей работы и коллег из Лёвенского католического университета (KU Leuven) [21, 22]. Распределение углов ориентации волокон в плоскости и вне плоскости и внутреннюю геометрию СТТ, изготовленных из лент разной толщины,

восстановили с помощью этих двух методов для количественной оценки и визуализации внутренней ориентации лент.

**1.4. Механическое моделирование.** Для моделирования модуля упругости и прочности СТТ применена модифицированная модель гомогенизации Мори—Танака. В модели настоящего исследования использовали определение трехмерного отношения размеров, предложенное в [23]. Поскольку многомасштабная внутренняя геометрия СТТ (волокна и смола, образующие ленты, и ленты, образующие пластины) ограничивала определение эффекта нормального отношения размеров волокон, в настоящей работе для повышения точности модели использовали трехмерное отношение размеров. Тензоры ориентации, полученные при анализе изображений рентгеновской микрокомпьютерной томографии, ввели в модель для выявления эффектов ориентации волокон. Для сравнения использовали оптимальную двухмерную модель случайного распределения волокон. Результаты моделирования сравнивали с экспериментальными.

## 2. Результаты

Как уже было указано, СТТ изготовили с использованием лент трех разных толщин. Фотографии изготовленных материалов и их поперечных сечений приведены на рис. 2.

Толщина ленты существенно повлияла на морфологию СТТ: по мере её увеличения становилось все труднее распознать морфологию слоя

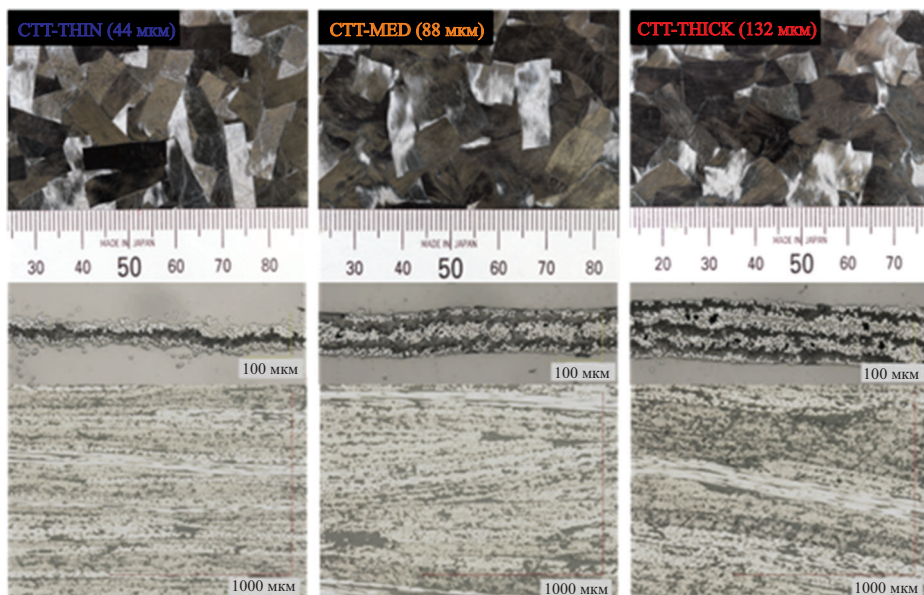


Рис. 2. Изображения поверхности и поперечного сечения СТТ-THIN, СТТ-MED и СТТ-THICK и составляющих их лент.

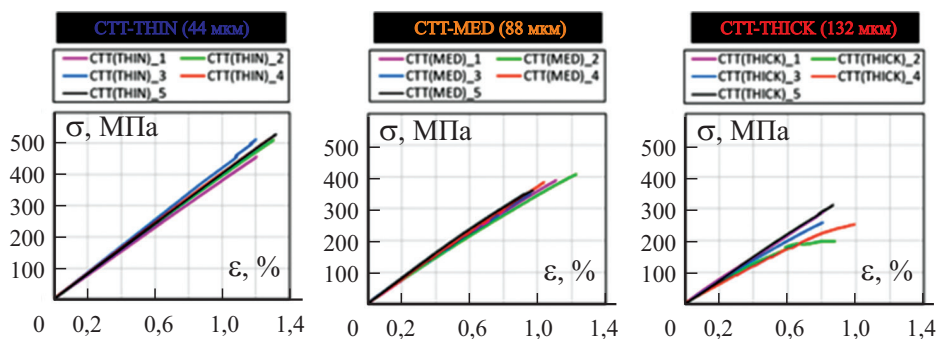


Рис. 3. Кривые деформирования образцов СТТ.

ленты на изображениях поперечного сечения. В случае СТТ-THIN все куски лент распознали, на поверхности материала их деформацию не наблюдали. Однако с увеличением толщины ленты деформировались и искривлялись после компрессионного формования. Результаты изучения изображений поперечных сечений СТТ свидетельствуют о небольшом увеличении волнистости лент (волокон) из плоскости с увеличением их толщины. Кроме того, у образцов, изготовленных из более толстых лент, наблюдали большую обогащенную смолой область в силу увеличения площади кромки ленты.

**2.1. Свойства при растяжении.** Все образцы испытали на растяжение. Диаграммы деформирования регистрировали до момента разрушения (рис. 3). Средние значения (Avg) и коэффициенты вариации (CoV, отношение стандартного отклонения к среднему) модуля упругости  $E$  и прочности при растяжении  $\sigma^{tu}$  иллюстрируют данные рис. 4.

Толщина ленты существенно повлияла на характеристики СТТ при растяжении. С увеличением толщины ленты разрушающая деформация

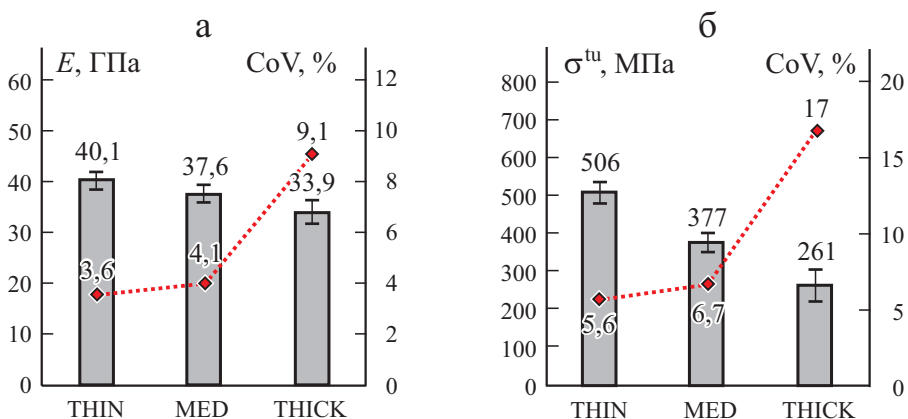


Рис. 4. Диаграммы модуля упругости  $E$  (а) и прочности  $\sigma^{tu}$  (б) при растяжении образцов СТТ и соответствующие значения CoV.



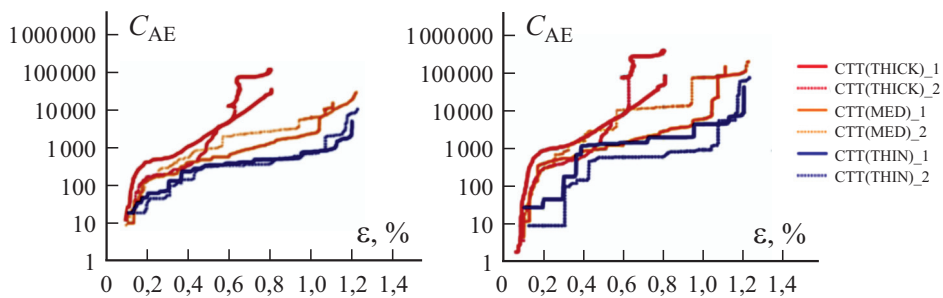


Рис. 5. Количество событий  $C_{AE}$  и энергии  $E_{AE}$  акустической эмиссии, накопленные разными СТТ (с порогом 70 дБ).

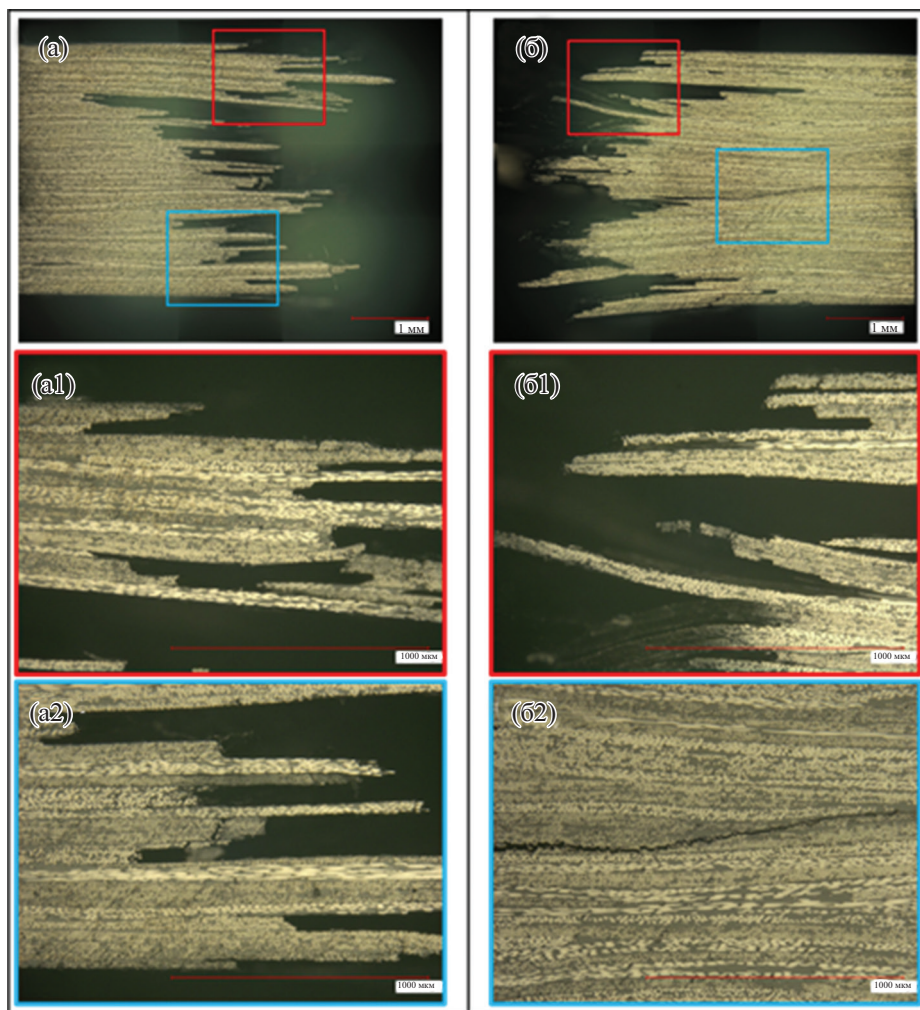


Рис. 6. Фрактографические изображения поперечного сечения образцов СТТ-THIN. В цветных рамках приведены увеличенные изображения соответствующих областей, указанных на изображениях (а) и (б).

СТТ постепенно уменьшалась. Зависимости напряжение—деформация образцов СТТ-THIN и СТТ-MED отчетливо показали нелинейность диаграмм деформирования перед окончательным разрушением. С увеличением толщины ленты среднее значение прочности при растяжении уменьшилось с 506 до 261 МПа, а модуля упругости — с 40,1 до 33,9 ГПа. Значения CoV всех механических свойств резко возрастали с увеличением толщины ленты.

Накопленное количество событий  $S_{AE}$  и энергии  $E_{AE}$  для двух образцов каждого типа СТТ иллюстрируют данные рис. 5. Количество событий  $S_{AE}$  и энергии  $E_{AE}$  считают связанным с микрорастрескиванием и внутренним структурным разрушением материалов. Количество событий  $S_{AE}$  и энергии  $E_{AE}$  в образцах с лентами большей толщины на ранней стадии деформирования было больше, как и их окончательные значения. Некоторые образцы СТТ-THICK продемонстрировали чрезвычайно высокие значения (см. рис. 5).

Фрактографические изображения поперечных сечений образцов СТТ-THIN и СТТ-THICK показаны на рис. 6 и 7 соответственно. Видно, что моды разрушения СТТ с лентами разной толщины разные. У образцов

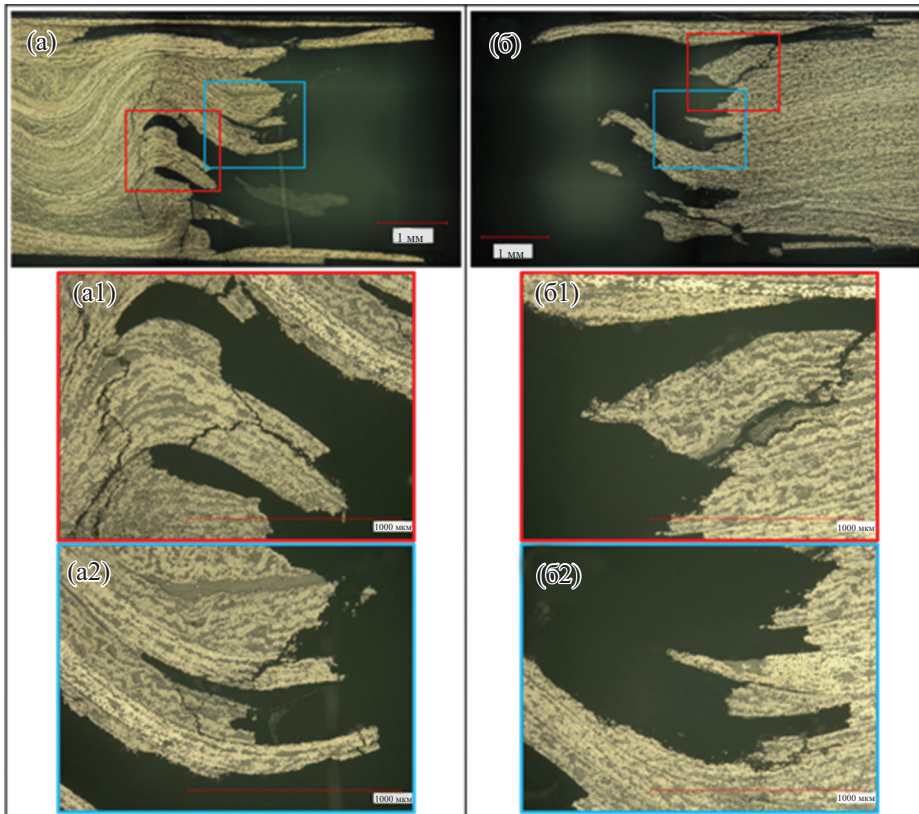


Рис. 7. То же для образцов СТТ-THICK.

СТТ-THIN мода разрушения аналогична таковой для композитов со слоистой структурой: большинство слоев разрушилось независимо (см. рис. 6— $a1$ ,  $a2$  и  $b1$ ). Тем не менее распространение трещин на большие расстояния также наблюдали, когда соседние слои имели аналогичную ориентацию волокон (см. рис. 6— $b2$ ). Образцы СТТ-THICK продемонстрировали иную моду разрушения. В силу значительного увеличения волнистости ленты из плоскости поперечное сечение трещины также имело волнистость (см. рис. 7— $a1$ ). Поперечное сечение трещины стало трудно разглядеть, поскольку границы слоя исчезли (см. рис. 7— $a2$  и  $b2$ ). Распространение трещины, пересекающей ленту, наблюдали по всему поперечному сечению (см. рис. 7— $a1$ ,  $a2$  и  $b1$ ).

**2.2. Внутренняя геометрия.** Все образцы СТТ подвергли рентгеновской компьютерной томографии. Трехмерные модели ориентации волокон, идентифицированные двумя методами, приведены на рис. 8. Верхние модели сгенерированы с помощью TRI/3D-BON, а нижние модели и гистограммы — с помощью VoxTex. Оба набора моделей обладают похожими характеристиками. Во всех моделях СТТ заметна явная слоистость. С увеличением толщины ленты толщина слоев также возрастает, но не пропорционально толщине ленты в силу их деформирования в ходе компрессионного формования (рис. 9).

Гистограммы распределения ориентации волокон в плоскости ( $\varphi_{XY}$ ) и из плоскости ( $\theta_{XY}$ ), сгенерированные с помощью VoxTex, показаны на рис. 10. Использовали систему координат XYZ, где XY — плоскость уклад-

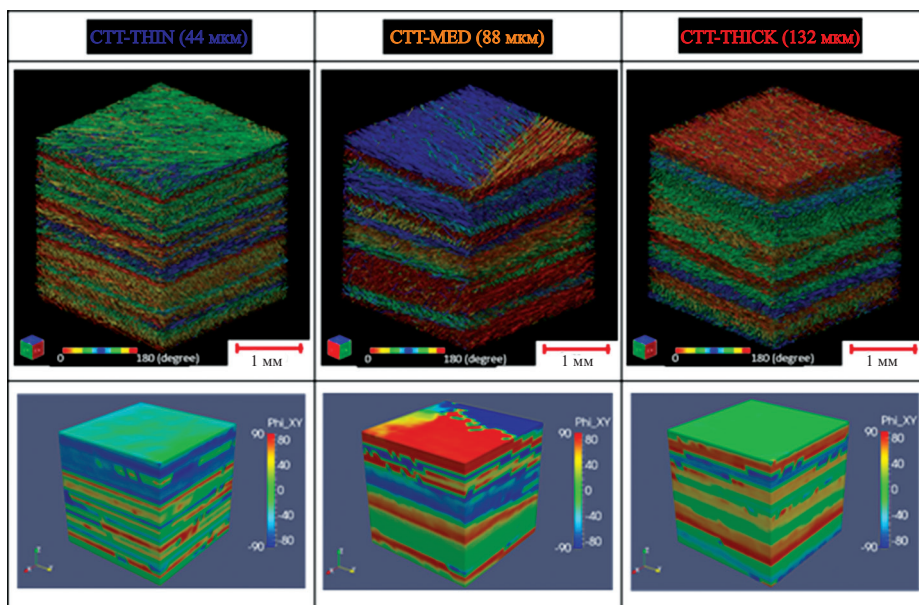


Рис. 8. Трехмерные модели ориентаций волокон в плоскости СТТ, сгенерированные с помощью TRI/3D-BON (верхние) и VoxTex (нижние).

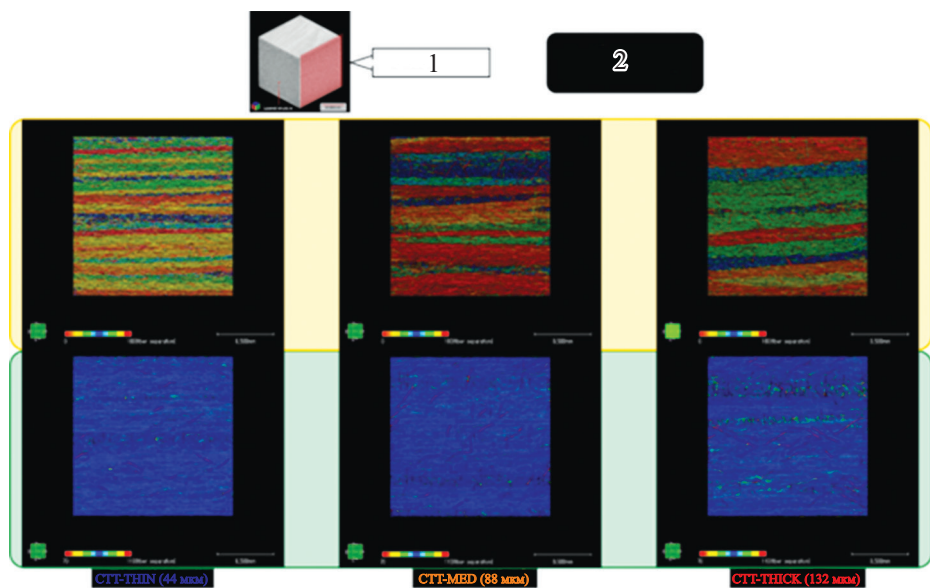


Рис 9. Изображения поперечного сечения (1) образцов CTT-THIN, CTT-MED и CTT-THICK, сгенерированные TRI/3D-BON с визуализацией ориентации волокон в плоскости (верхние) и из плоскости (нижние); 2 — распределение  $\varphi_{XY}$  (желтый) и  $\theta_{XY}$  (зеленый).

ки лент,  $Z$  — направление по толщине (из плоскости). Горизонтальная ось на рис. 10 указывает местоположение в СТТ в направлении оси  $Z$ , а вертикальная ось относится к углу ориентации волокон. Цветные блоки представляют плотность данных для соответствующего угла ориентации волокон. СТТ с лентами разной толщины демонстрируют разные ориентационные распределения  $\varphi_{XY}$  и  $\theta_{XY}$ . У образцов CTT-THIN на гистограмме  $\varphi_{XY}$  наблюдали изолированные ориентационные концентрации, независимые вдоль направления из плоскости, означающие, что ленты, встроенные в эти образцы, изолированы. В случае образцов CTT-MED и CTT-THICK гистограммы демонстрировали кластеры концентрации ориентации  $\varphi_{XY}$  (см. рис. 10—*a*) в прилегающих областях в направлении из плоскости. С увеличением толщины ленты гистограмма  $\theta_{XY}$  также продемонстрировала более широкое распределение. Также рассчитали значения CoV для гистограмм  $\theta_{XY}$  с лентами разной толщины (см. рис. 10—*б*). Значения CoV для  $\theta_{XY}$  рассматривали как флуктуацию ориентации волокон из плоскости и в настоящем исследовании обозначили как “волнистость из плоскости”. Предположили, что волнистость из плоскости оказывает сильное влияние на механические характеристики. Построили и проиллюстрировали зависимости между волнистостью из плоскости и характеристиками при растяжении из экспериментов с лентами разной толщины (рис. 11). Данные рисунка демонстрируют хорошую корреля-

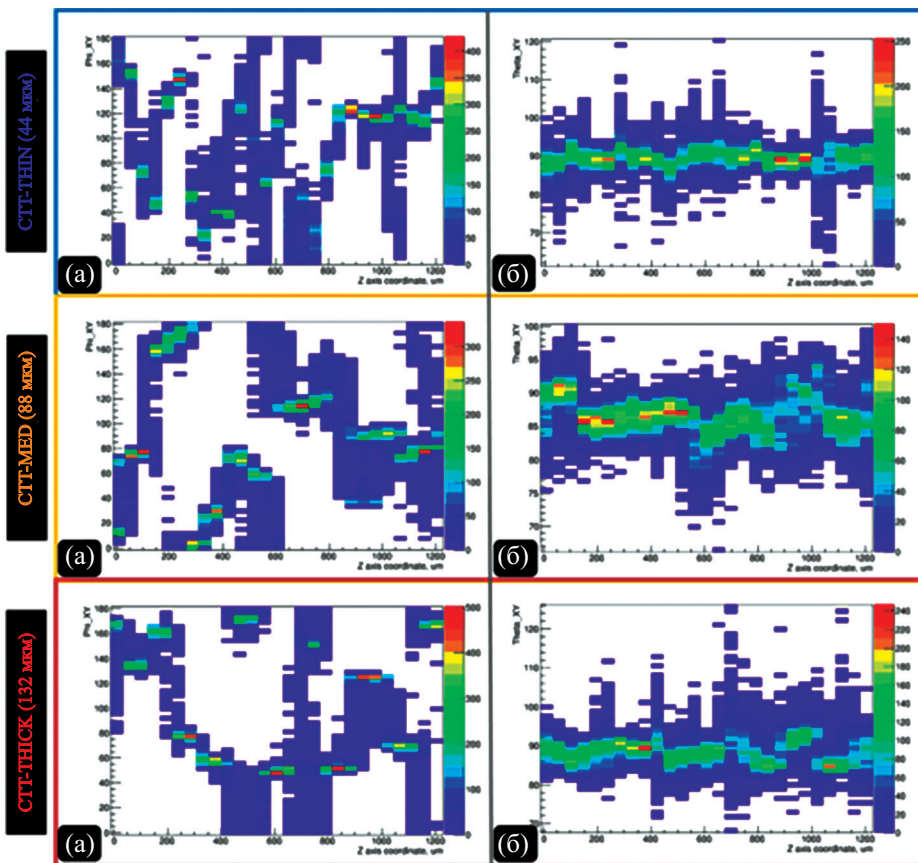


Рис 10. Гистограммы ориентации волокон в плоскости  $\varphi_{XY}$  (а) и из плоскости  $\theta_{XY}$  (б), сгенерированные с помощью VoxTex.

цию, особенно между волнистостью из плоскости и прочностью при растяжении.

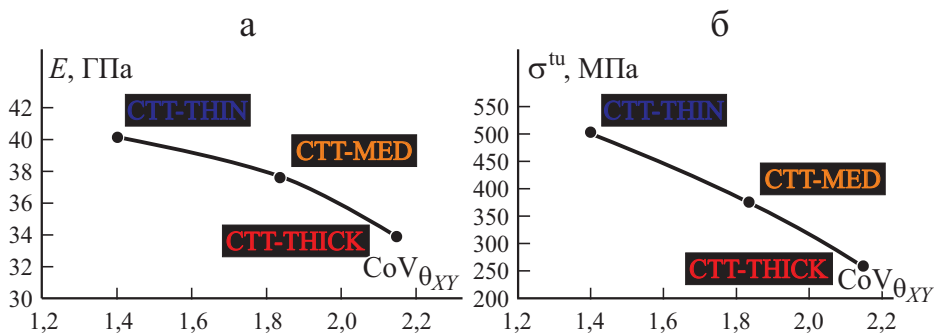


Рис. 11. Корреляция между модулем упругости  $E$  (а) и прочностью  $\sigma^{tu}$  (б) при растяжении и волнистостью лент из плоскости (коэффициент  $CoV_{\theta_{XY}}$ ).

**2.3. Сравнение ориентаций для лент разной толщины.** Усредненные тензоры ориентации волокон для СТТ с лентами разной толщины рассчитали [25] по углам ориентации волокон  $\varphi_{XY}$  и  $\theta_{XY}$ , определенным по данным рентгеновской компьютерной томографии, сгенерированных TRI/3D-BON:

$$O_{\text{СТТ-THIN}} = \begin{bmatrix} 0,557 & 0,051 & -0,002 \\ 0,051 & 0,431 & -0,001 \\ -0,002 & -0,001 & 0,012 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$O_{\text{СТТ-MED}} = \begin{bmatrix} 0,589 & -0,025 & -0,003 \\ -0,025 & 0,390 & -0,008 \\ -0,003 & -0,008 & 0,021 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$O_{\text{СТТ-THICK}} = \begin{bmatrix} 0,463 & -0,009 & -0,002 \\ -0,009 & 0,491 & -0,005 \\ -0,002 & -0,005 & 0,046 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Затем тензоры ориентации волокон ввели в модель Мори—Танака [23] для оценки влияния ориентации волокон на свойства при растяжении. Кроме того, осуществили еще один вариант моделирования без учета 3D ориентации волокон, предположив 2D случайное распределение волокон. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных данных представлено на рис. 12. Видно, что результаты моделирования для модуля упругости хорошо согласуются с экспериментальными. Однако в отношении прочности при растяжении значения моделирования были аналогичны экспериментальным только для образцов СТТ-THIN, но не для

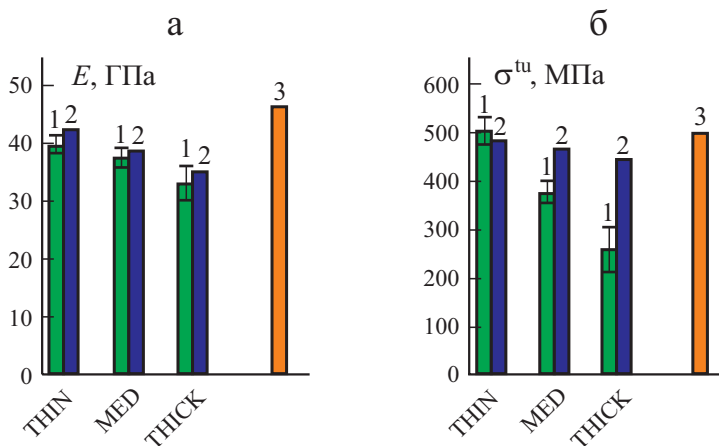


Рис. 12. Сравнение экспериментальных данных (1) и результатов моделирования с учетом 3D (2) и 2D случайной (3) ориентации волокон образцов СТТs.

образцов СТТ-MED и СТТ-THICK. Хотя значения моделирования также демонстрировали тенденцию к уменьшению прочности при растяжении с увеличением толщины лент в СТТ, они превышали экспериментальные. Несоответствие результатов моделирования экспериментальным по прочности может быть вызвано недостаточными входными данными о внутренней геометрии. Тензоры ориентации волокон не могут охарактеризовать различие морфологий ленты и нерегулярность внутренней структуры, такую как волнистость ленты. По мере увеличения толщины ленты на изображениях рентгеновской компьютерной томографии наблюдали больше внутренних структурных неоднородностей, неучет которых обусловил завышенные оценки прочности при растяжении для образцов СТТ-MED и СТТ-THICK. Также из данных рис. 12 видно, что моделирование с 2D случайной ориентацией волокон переоценило как модуль упругости, так и предел прочности.

### 3. Обсуждение

Полученные результаты свидетельствуют о том, что толщина ленты оказывает определяющее влияние на механические свойства СТТ при растяжении. Использование более тонких лент при изготовлении СТТ обуславливает их более высокие механические свойства при растяжении. Более того, как внутренняя геометрия, так и мода разрушения более стабильны в СТТ из тонких лент. В процессе компрессионного формования СТТ с использованием более тонких лент происходит их меньшая нахлестка. Морфология ленты после компрессионного формования более однородная и, следовательно, имеет место более равномерное распределение давления. Различия морфологии поперечных сечений СТТ демонстрируют рис. 2, 6 и 7. В частности, микрофотографии рис. 6 и 7 иллюстрируют различия однородности дисперсии лент в образцах СТТ-THIN и СТТ-THICK. Результаты определения прочности при растяжении и данные акустической эмиссии показали, что толщина ленты более заметно влияет на внутренние повреждения и прочность при растяжении, чем на модуль упругости. Результаты АЕ и прочность при растяжении связаны с микрорастрескиванием и окончательным разрушением СТТ, тогда как модуль упругости определяется в основном ориентацией волокон, а не областью, обогащенной смолой, волнистостью лент и другими внутренними структурными нерегулярностями. Внутренние повреждения и прочность тесно связаны с нерегулярностями внутренней структуры, действующими как места возникновения разрушения. Данные рис. 5 свидетельствуют о большем количестве событий и энергии акустической эмиссии на начальной стадии деформирования СТТ с более толстыми лентами, особенно у СТТ-THICK. Увеличение разрушения в силу микрорастрескивания может повлиять на предельную деформацию и стабильность механических свойств. Уменьшение прочности при растяжении и

увеличение значения  $CoV$  также свидетельствуют о влиянии толщины ленты (см. рис. 3 и 4).

Метод рентгеновской микрокомпьютерной томографии позволил визуализировать и количественно проанализировать внутреннюю геометрию СТТ. Ориентация волокон в плоскости СТТ, определенная с помощью методов TRI/3D-BON и VoxTex, показала, что распределения ориентации волокон и слоистой структуры изменялись в зависимости от толщины лент, использованных для изготовления СТТ. Кластеры, наблюдаемые на гистограммах распределения  $\varphi_{XY}$ , а также расширение распределения  $\theta_{XY}$  с увеличением толщины ленты можно объяснить деформацией лент в ходе компрессионного формования (см. рис. 2, 6 и 7). Волнистость из плоскости (значения  $CoV$  для  $\theta_{XY}$ ), которую можно рассматривать как количественную оценку нерегулярностей внутренней структуры, продемонстрировала хорошую корреляцию со свойствами при растяжении. Эта взаимосвязь способна обеспечить быстрое предсказание свойств СТТ при растяжении на основе данных неразрушающего рентгеновского компьютерного сканирования. Более того, это может помочь в дополнительном развитии теоретического моделирования СТТ. Тензоры ориентации, рассчитанные на основе результатов анализа рентгеновской компьютерной томографии, позволили рассчитать модуль упругости СТТ с использованием модифицированной модели Мори—Танака. Однако предсказанные значения прочности при растяжении образцов СТТ-MED и СТТ-THICK оказались больше экспериментальных, поскольку толщина ленты в разной степени влияла на прочность и модуль упругости. Модифицированная модель Мори—Танака, используемая в настоящем исследовании, учитывает ориентацию волокон, но не нерегулярности внутренней структуры. Поэтому переоценили прочность при растяжении, чувствительную к этим нерегулярностям.

Экспериментальные данные и результаты моделирования, полученные в настоящей работе, не только предоставляют важную информацию для исследования материалов, но также должны служить справочным материалом для промышленных пользователей. Значительные изменения свойств при растяжении и внутренней геометрии с увеличением толщины ленты подчеркивают важность проектирования подкомпонентов при разработке CF-SMC. Кроме того, модифицированная модель Мори—Танака, пригодная для моделирования модуля упругости СТТ, должна учитывать упомянутые нерегулярности внутренней структуры для более точного моделирования прочности при растяжении. Корреляция между волнистостью из плоскости и характеристиками растяжения продемонстрировала потенциал для создания дополнительных теоретических методов моделирования с учетом большего количества внутренней геометрической информации для достижения более точного моделирования механических свойств. Фрактографический анализ и анализ мод разрушения помог уточнить критерий разрушения СТТ. Результаты настоящего исследова-



ния должны помочь инженерам в разработке СТТ, оптимизированных в соответствии с требованиями конкретного приложения.

### Заключение

Влияние толщины ленты на свойства СТТ при растяжении оценили посредством экспериментальных испытаний и моделирования. Установили, что толщина ленты оказывает определяющее влияние на механические свойства СТТ. Основные результаты исследования можно резюмировать следующим образом.

- СТТ, изготовленные с использованием более тонких лент, продемонстрировали более высокие механические свойства при растяжении и большую регулярность внутренней структуры.

- Значения CoV для свойств при растяжении возрастали с увеличением толщины ленты; при этом образцы СТТ-TNICK имели наибольшие значения CoV.

- Методы TRI/3D-BON и VoxTex рентгеновской микрокомпьютерной томографии позволили визуализировать и количественно проанализировать различия во внутренней геометрии СТТ из лент разной толщины.

- Волнистость из плоскости (значения CoV для  $\theta_{XY}$ ) демонстрирует хорошую корреляцию как с модулем упругости, так и с прочностью при растяжении СТТ из лент разной толщины.

- Модифицированная модель Мори—Танака, учитывающая ориентацию волокон, пригодна для моделирования модуля упругости при растяжении, но ее необходимо усовершенствовать с целью учета нерегулярностей внутренней структуры (например, волнистости из плоскости).

*Благодарность.* Часть настоящего исследования проведена в рамках японского проекта METI “Будущие новаторские проекты / проект инновационных конструкционных материалов” с 2013 финансового года. Авторы выражают искреннюю признательность участникам проекта за предоставленную ценную информацию и полезные обсуждения. Исследование частично поддержано грантом JSPS KAKENHI, No. JP20K15038.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Feraboli P., Peitso E., Cleveland T., and Stickler P. B. Modulus measurement for prepreg-based discontinuous carbon fiber/epoxy systems // J. Compos. Mater. — 2009. — Vol. 43, No. 19. — P. 1947—1965.
2. Feraboli P., Peitso E., Deleo F., Cleveland T., and Stickler P. B. Characterization of prepreg-based discontinuous carbon fiber/epoxy systems // J. Reinf. Plast. Compos. — 2009. — Vol. 28, No. 10. — P. 1191—1214.
3. Feraboli P., Cleveland T., Ciccu M., Stickler P., and DeOto L. Defect and damage analysis of advanced discontinuous carbon/epoxy composite materials // Composites: Part A. — 2010. — Vol. 41, No. 7. — P. 888—901.

4. *Feraboli P., Cleveland T., Stickler P., and Halpin J.* Stochastic laminate analogy for simulating the variability in modulus of discontinuous composite materials // *Composites: Part A.* — 2010. — Vol. 41, No. 4. — P. 557—570.
5. *Pimenta S. and Robinson P.* An analytical shear-lag model for composites with 'brick-and-mortar' architecture considering non-linear matrix response and failure // *Compos. Sci. Technol.* — 2014. — Vol. 104. — P. 111—124.
6. *Li Y. Z., Pimenta S., Singgih J., Nothdurfter S., and Schuffenhauer K.* Experimental investigation of randomly-oriented tow-based discontinuous composites and their equivalent laminates // *Composites: Part A.* — 2017. — Vol. 102. — P. 64—75.
7. *Selezneva M. and Lessard L.* Characterization of mechanical properties of randomly oriented strand thermoplastic composites // *J. Compos. Mater.* — 2016. — Vol. 50, No. 20. — P. 2833—2851.
8. *Visweswaraiyah S. B., Selezneva M., Lessard L., and Hubert P.* Mechanical characterisation and modelling of randomly oriented strand architecture and their hybrids – A general review // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2018. — Vol. 37, No. 8. — P. 548—580.
9. *Selezneva M., Roy S., Meldrum S., Lessard L., and Yousefpour A.* Modelling of mechanical properties of randomly oriented strand thermoplastic composites // *J. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 51, No. 6. — P. 831—845.
10. *Selezneva M., Roy S., Lessard L., and Yousefpour A.* Analytical model for prediction of strength and fracture paths characteristic to randomly oriented strand (ROS) composites // *Composites: Part B.* — 2016. — Vol. 96. — P. 103—111.
11. *Jain A., Jin B. C., and Nutt S.* Mean field homogenization methods for strand composites // *Composites: Part B.* — 2017. — Vol. 124. — P. 31—39.
12. *Shah S. Z. H., Choudhry R. S., and Mahadzir S.* A new approach for strength and stiffness prediction of discontinuous fibre reinforced composites (DFC) // *Composites: Part B.* — 2020. — Vol. 183. — P. 107676.
13. *Martulli L. M., Muyschondt L., Kerschbaum M., Pimenta S., Lomov S. V., and Swolfs Y.* Carbon fibre sheet moulding compounds with high in-mould flow: Linking morphology to tensile and compressive properties // *Composites: Part A.* — 2019. — Vol. 126. — P. 105600.
14. *Martulli L. M., Creemers T., Schöberl E., Hale N., Kerschbaum M., Lomov S. V., and Swolfs Y.* A thick-walled sheet moulding compound automotive component: Manufacturing and performance // *Composites: Part A.* — 2020. — Vol. 128. — P. 105688.
15. *Martulli L. M., Muyschondt L., Kerschbaum M., Pimenta S., Lomov S. V., and Swolfs Y.* Morphology-induced fatigue crack arresting in carbon fibre sheet moulding compounds // *Int. J. Fatigue.* — 2020. — Vol. 134. — P. 105510.
16. *Martulli L. M., Kerschbaum M., Lomov S. V., and Swolfs Y.* Weld lines in tow-based sheet moulding compounds tensile properties: Morphological detrimental factors // *Composites: Part A.* — 2020. — Vol. 139. — P. 106109.
17. *Wan Y. and Takahashi J.* Tensile and compressive properties of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics with different fiber lengths and molding pressures // *Composites: Part A.* — 2016. — Vol. 87. — P. 271—281.
18. *Yamashita S., Hashimoto K., Sukanuma H., and Takahashi J.* Experimental characterization of the tensile failure mode of ultra-thin chopped carbon fiber tape-reinforced thermoplastics // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2016. — Vol. 35, No. 18. — P. 1342—1352.
19. *Nakashima Y., Yamashita S., Zhang X., Sukanuma H., and Takahashi J.* Analytical modelling of the behaviour and scatter of the flexural modulus of randomly oriented carbon fibre strand thermoplastic composites // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 178. — P. 217—224.

20. *Wan Y., Sugauma H., and Takahashi J.* Effects of fabrication processes and tape thickness on tensile properties of chopped carbon fiber tape reinforced thermoplastics // *Compos. Commun.* — 2020. — Vol. 22. — P. 100434.

21. *Wan Y., Straumit I., Takahashi J., and Lomov S. V.* Micro-CT analysis of internal geometry of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics // *Composites: Part A.* — 2016. — Vol. 91, No. 1. — P. 211—221.

22. *Wan Y., Straumit I., Takahashi J., and Lomov S. V.* Micro-CT analysis of the orientation unevenness in randomly chopped strand composites in relation to the strand length // *Compos. Struct.* — 2018. — Vol. 206. — P. 865—875.

23. *Wan Y. and Takahashi J.* Tensile properties and aspect ratio simulation of transversely isotropic discontinuous carbon fiber reinforced thermoplastics // *Compos. Sci. Technol.* — 2016. — Vol. 137. — P. 167—176.

24. *Wan Y. and Takahashi J.* Mechanical modeling of CF/PA6 sheet molding compounds with X-ray computed tomography-based internal geometry considerations // *Compos. Sci. Technol.* — 2020. — Vol. 192. — P. 108104.

25. *Advani Suresh G. and Tucker Charles L.* The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites // *J. Rheol.* — 1987. — Vol. 31, No. 8. — P. 751—784.

Поступила в редакцию 10.05.2021

Окончательный вариант поступил 17.11.2021

Received May 10, 2021 (Nov. 17, 2021)

---

*В. Н. Паймушин<sup>а,б\*</sup>, Р. К. Газизуллин<sup>а</sup>, С. А. Холмогоров<sup>а</sup>, М. А. Шишов<sup>а</sup>*

*<sup>а</sup>Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева,  
420111 Россия*

*<sup>б</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет, 420008 Россия*

## **МЕХАНИКА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТЕСТ-ОБРАЗЦОВ ИЗ СЛОИСТЫХ ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ СО СТРУКТУРОЙ $[\pm 45^\circ]$ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ НА РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ**

### **1. ТЕОРЕТИКО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПАРАМЕТРОВ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ**

*V. N. Paimushin<sup>\*</sup>, R. K. Gazizullin, S. A. Kholmogorov, and M. A. Shishov*

### **DEFORMATION MECHANICS OF FIBER-REINFORCED PLASTIC SPECIMENS IN TENSILE AND COMPRESSION TESTS**

#### **1. THEORETICAL AND EXPERIMENTAL METHODS FOR DETERMINING THE MECHANICAL CHARACTERISTICS AND THE PARAMETERS OF STRESS-STRAINS STATE**

**Keywords:** laminated fiber composite, specimen, angle-ply lay-up, tension, compression, experiment

The theoretical and experimental methods for determining the mechanical characteristics of fiber-reinforced plastics (FRPs) based on tensile and compression tests of flat specimen with  $[0]_s$ ,  $[90]_s$ ,  $[\pm 45]_{2s}$  lay-ups are analyzed. For  $[\pm 45]_{2s}$  lay-ups, relations are derived for determining the components of lamina strains and stresses in the orthotropy axes the FRPs in terms of axial strains and Poisson ratios of specimens measured in experiments. They are based on an analysis of geometric strain patterns and physical relations under the assumption that, in a cross-ply FRP, two adjacent layers with  $[\pm \varphi]$  structures can be considered as one symmetrically reinforced layer with orthotropic properties. Numerical experiments for determining

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [vpaimushin@mail.ru](mailto:vpaimushin@mail.ru)  
Corresponding author: [vpaimushin@mail.ru](mailto:vpaimushin@mail.ru)

the parameters of the stress-strain state of specimens consisting of two laminas of a unidirectional fiber-reinforced plastics with a  $[\pm 45]_2$  lay-up were performed in the linear formulation of 2- and 3-D problems in the ANSYS finite-element system. The cases of tension of elongated and compression of short specimens was considered, and an analysis of the stress components forming along the fibers located in the central part and in the vicinity of specimens corner points was performed. Tensile experiments were performed on flat fiber composite specimens with a  $[\pm 45]_{2s}$  lay-up to determine the strain state using a contactless strain measurement system. The results obtained made it possible to indicate the zones in which, during loading, the realization and a continuous change of the internal nonclassical buckling modes of the structural elements of FRP are possible, which is apparently one of the reasons for the physically nonlinear behavior of specimens with the  $[\pm 45]_{2s}$  lay-up in tension and compression. The results obtained allowed us to point out the areas where strains localize during loading and the failure of test specimens begins. It is shown that, in tension (compression) of the specimens with a  $[\pm 45]_{2s}$  lay-up, the fibers in the composite are under not only tangential, but also axial tensile (compressive) stresses. It is found that, in the orthotropy axes of each lamina, the axial tensile stresses significantly exceed in magnitude the transverse ones, which can be neglected.

**Ключевые слова:** композит волокнистый слоистый, тест-образец, армирование косоугольное, растяжение, сжатие, эксперимент

Проведен анализ теоретико-экспериментальных методов определения механических характеристик слоистых волокнистых композитных материалов (ВКМ) при испытаниях на растяжение и сжатие плоских тест-образцов со структурами  $[0^\circ]_s$ ,  $[90^\circ]_s$ ,  $[\pm 45^\circ]_{2s}$ . Для ВКМ со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  выведены соотношения для нахождения деформаций и напряжений в осях ортотропии материала отдельного монослоя ВКМ через измеряемые в эксперименте осевую деформацию и коэффициент Пуассона образца. Они основаны на построении соотношений, исходя из рассмотрения геометрической картины деформирования и анализа известных кинематических и физических соотношений теории упругости, составленных для каждого монослоя композита в предположении о формировании в нем плоского напряженно-деформированного состояния. Проведены упрощения последних в предположении о том, что в косоугольно армированном ВКМ два смежных слоя со структурами  $[\pm \varphi]$  допустимо считать как один симметрично армированный слой с ортотропными свойствами. В линейной постановке двух- и трехмерных задач в программной системе конечно-элементного анализа ANSYS прове-

дены численные эксперименты по определению параметров напряженно-деформированного состояния образцов, состоящих из двух и четырех жестких монослоев однонаправленного волокнистого композитного материала со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$ , путем введения в рассмотрение между смежными жесткими слоями менее жестких адгезионных слоев малой толщины, состоящих только из материала связующего. Рассмотрены случаи растяжения удлинённых и сжатия коротких тест-образцов, проведен анализ формирующихся компонент напряжений вдоль волокон, расположенных в центральной части и в окрестностях угловых точек образцов. Проведены эксперименты на растяжение плоских тест-образцов из волокнистого композита со схемой укладки  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  по определению деформированного состояния с использованием системы бесконтактного измерения деформаций. Полученные результаты позволяют указать области, в которых в процессе нагружения происходит локализация деформаций и начинается разрушение тест-образцов. Показано, что в случае растяжения (сжатия) тест-образцов со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  волокна в композите находятся под действием не только касательных, но и осевых растягивающих (сжимающих) напряжений. Установлено, что в осях ортотропии каждого монослоя осевые растягивающие напряжения по величине значительно превосходят поперечные, которыми можно пренебречь.

### Введение

Экспериментальное определение физико-механических характеристик композитных материалов (КМ) на основе проведения тех или иных испытаний является неотъемлемой частью в технологическом процессе проектирования и изготовления с их применением конструкций того или иного назначения. Для волокнистых композитных материалов (ВКМ) на полимерной основе в соответствии с существующими стандартами испытания проводят, как правило, на плоских тест-образцах толщиной  $h$  и с той или иной ориентацией расположенных в матрице волокон.

Наиболее просты в реализации испытания на растяжение образцов толщиной  $h$  со структурами  $[0^\circ]_s$  и  $[90^\circ]_s$  (значение  $s$  — небольшое) с волокнами, расположенными вдоль и поперек к направлению действующей нагрузки. Такие испытания, как известно, предназначены для определения механических характеристик отдельного монослоя ВКМ в осях его ортотропии  $x_1, x_2$ . Соответствующие им диаграммы деформирования для однонаправленного ВКМ на основе углеродных волокон допустимо считать линейными вплоть до разрушения образцов (см., например, [1]), что позволяет для монослоя композита в осях его ортотропии определить модули упругости первого рода  $E_1^+$  (в направлении волокон),  $E_2^+$  (в направлении поперек волокон) и коэффициент Пуассона  $\nu_{21}^+$ , а при их ис-

пользовании вычислить другой коэффициент Пуассона  $\nu_{12}^+$  из зависимости  $E_1^+ \nu_{12}^+ = E_2^+ \nu_{21}^+$ . Определяют также предельные напряжения  $\sigma_1^{+*}, \sigma_2^{+*}$  в направлениях осей ортотропии  $x_1, x_2$ , по достижении которых в условиях растяжения происходит разрушение образца.

Более сложные в реализации — испытания на сжатие тест-образцов со структурами  $[0^\circ]_s, [90^\circ]_s$  в силу их возможной потери устойчивости по той или иной форме и наблюдаемого продольно-поперечного изгиба (хотя и малого, особенно при выдержке тест-образца под нагрузкой в течение длительного времени). Соответствующие диаграммы деформирования  $\sigma_1^- = \sigma_1^-(\varepsilon_1), \sigma_2^- = \sigma_2^-(\varepsilon_2)$  с точностью, достаточной для практического использования, также допустимо считать линейно-упругими (см., например, [1]) вплоть до их разрушения. Но определяемое при таких испытаниях значение  $E_1^-$ , как правило, оказывается ниже значения  $E_1^+$ , т.е. проявляется свойство разномодульности. Последнее, главным образом, может быть обусловлено реализацией возможных форм потери устойчивости (ФПУ) структурных элементов композита (волокна, пучка волокон или монослоя, состоящего из пучков волокон), расположенных внутри или на периферии тест-образца. Ввиду того что различие значений  $E_1^-$  и  $E_1^+$  оказывается незначительным, то определяемые модули упругости  $E_1^-, E_2^-$  и коэффициенты Пуассона  $\nu_{12}^-, \nu_{21}^-$  допустимо считать совпадающими со значениями  $E_1^+, E_2^+, \nu_{12}^+, \nu_{21}^+$ . В то же время определяемое в условиях сжатия предельное напряжение  $\sigma_1^{-*}$ , по достижении которого происходит разрушение образца, оказывается намного ниже значения  $\sigma_1^{+*}$ . Исследованиям перечисленных особенностей деформирования до настоящего времени была посвящена обширная научная литература. Было установлено [2—10], что предельное напряжение  $\sigma_1^{-*}$  для тест-образца со структурой  $[0^\circ]_s$  допустимо считать соответствующим его потере устойчивости по чисто поперечно-сдвиговой форме с образованием полосы сдвига [11] при касательном модуле поперечного сдвига  $\tilde{G}_{13}^{-*}$  материала в поперечном сечении тест-образца, равном  $\tilde{G}_{13}^{-*} = k\sigma_1^{-*}$  ( $k$  — экспериментально определяемый поправочный коэффициент, близкий к единице). Такой вид разрушения образца реализуется только при соответствующей немалой его толщине  $h$  и короткой рабочей длине  $a$  между захватами.

В соответствии со стандартом [12] ASTM D3518 для определения модуля сдвига  $G_{12}$  в осях ортотропии  $x_1, x_2$  отдельного монослоя ВКМ проводятся испытания на растяжение и сжатие тест-образцов со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  с четным числом (немалым для исключения искривления образца в направлении оси  $y$  (рис.1)) монослоев  $2s$ . Их результатом, в частности, при однократном растяжении до разрушения всегда является физически нелинейная диаграмма деформирования, дающая зависимость  $\sigma_x^+ = \sigma_x^+(\varepsilon_x^+)$  между нормальным напряжением  $\sigma_x^+$  и соответствующей

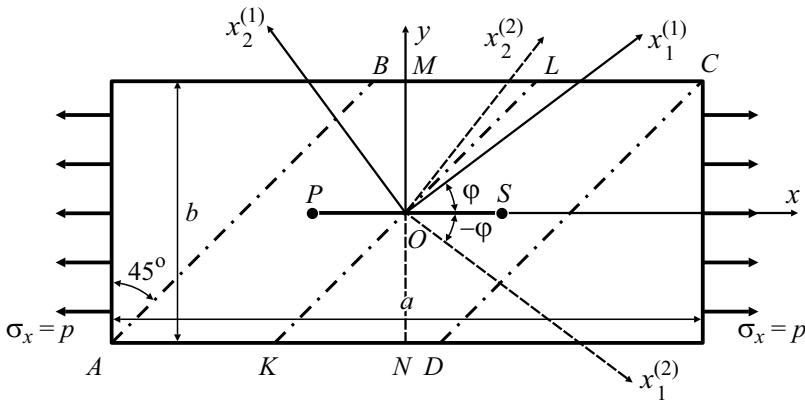


Рис. 1. Схема армирования в первых двух монослоях тест-образца из ВКМ со структурой  $[\pm\varphi]_{2s}$ , находящегося в условиях растяжения напряжением  $\sigma_x = p$ .

осевой деформацией  $\varepsilon_x^+$  в направлении растяжения, коэффициент Пуассона  $\nu_{xy}^+ = -\varepsilon_y^+ / \varepsilon_x^+$ . При построении такой диаграммы априори предполагаем, что формирующееся в центральном поперечном сечении  $x = \text{const}$  осреднённое напряжение  $\sigma_x^+(\varepsilon_x^+)$  постоянно как по толщине, так и по ширине образца (кроме участков, примыкающих к захватам), а материал в силу структуры монослоёв  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  по толщине образца в соответствии с принятыми положениями в механике волокнистых композитов допустимо считать ортотропным.

При проведении экспериментальных исследований в работе [1] фиксацию деформации  $\varepsilon_x^+$  осуществляли контактным экстензометром с базой измерения  $PS = 25$  мм, а деформации  $\varepsilon_y$  — с базой измерения  $MN = b$  (см. рис. 1). Последняя может быть осуществлена также и с применением тех или иных бесконтактных оптических систем, что будет изложено далее. Определяемые в таком приближении величины  $\varepsilon_x = \varepsilon_x^+$ ,  $\varepsilon_y = \varepsilon_y^+$  являются истинными деформациями и при их малых значениях с точностью  $2 + \varepsilon_x \approx 2$  могут быть отождествлены с компонентами  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  тензора деформаций. По правилам их преобразования при повороте осей компоненты тензора деформаций  $\varepsilon_{11}$ ,  $2\varepsilon_{12}$ ,  $\varepsilon_{22}$  в осях ортотропии  $x_1, x_2$  оказываются равными

$$\varepsilon_{11} = \frac{1 - \nu_{xy}}{2} \varepsilon_{xx}, \quad 2\varepsilon_{12} = (1 + \nu_{xy}) \varepsilon_{xx}. \quad (1)$$

В ходе эксперимента определяем также предельное напряжение  $\sigma_x^{+*}$ , по достижении которого происходит разрушение образца. Исходя из такой диаграммы деформирования образца устанавливаются зависимости между секущим  $\tilde{E}_x^+$  (касательным  $\tilde{E}_x^+$ ) модулем упругости и осевой деформацией



цией  $\varepsilon_x^+$  в осях образца. При использовании выведенных в [13, 14] соотношений

$$\sigma_{12}^+ = \frac{\sigma_x^+}{2}, \quad \gamma_{12}^+ = \frac{2(1+v_{xy}^+)}{2 + \varepsilon_x^+(1-v_{xy}^+)} \varepsilon_x^+ \approx (1+v_{xy}^+) \varepsilon_x^+, \quad (2)$$

из которых второе соотношение с принятой степенью точности совпадает со второй формулой (1), строим диаграмму деформирования при сдвиге  $\sigma_{12}^+ = \sigma_{12}^+(\gamma_{12}^+)$ , дающую зависимость между касательным напряжением  $\sigma_{12}^+$  и соответствующей сдвиговой деформацией  $\gamma_{12}^+$  в осях ортотропии  $x_1, x_2$ , а при использовании последней — зависимости  $\widehat{G}_{12}^+ = \widehat{G}_{12}^+(\gamma_{12}^+)$ ,  $\widetilde{G}_{12}^+ = \widetilde{G}_{12}^+(\gamma_{12}^+)$  между секущим ( $\widehat{G}_{12}^+$ ), касательным ( $\widetilde{G}_{12}^+$ ) модулями сдвига и сдвиговой деформацией  $\gamma_{12}^+$ .

Найденные описанными методами характеристики далее в приближении

$$E_1 = E_1^+, \quad E_2 = E_2^+, \quad \widehat{G}_{12} = \widehat{G}_{12}^+, \quad v_{21} = v_{21}^+, \quad v_{12} = v_{12}^+$$

позволяют записать для  $k$ -го монослоя ВКМ физические соотношения в осях его ортотропии

$$\sigma_{11}^{(k)} = E_1^* \left( \varepsilon_{11}^{(k)} + v_{12} \varepsilon_{22}^{(k)} \right), \quad \sigma_{22}^{(k)} = E_2^* \left( \varepsilon_{22}^{(k)} + v_{21} \varepsilon_{11}^{(k)} \right), \quad \sigma_{12}^{(k)} = \widehat{G}_{12} \left( \gamma_{12}^{(k)} \right) \gamma_{12}^{(k)}, \quad (3)$$

где  $E_i^* = E_i / (1 - v_{12}v_{21})$ ;  $\sigma_{ij}^{(k)}$  — компоненты тензора обобщенных (по терминологии [15]) напряжений, в случае малых деформаций отождествляемые с компонентами истинных (по терминологии [15]) напряжений;  $\varepsilon_{ij}^{(k)}, \gamma_{12}^{(k)} = 2\varepsilon_{12}^{(k)}$  — приращения компонент первого метрического тензора, принимаемые в случае малых деформаций за их компоненты.

Результаты экспериментов показывают, что поведение тест-образца из ВКМ со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  при сжатии достаточно сильно отличается от поведения в условиях растяжения. Такое различие, а также физическая нелинейность диаграмм деформирования могут быть обусловлены, главным образом, тем, что в слоях связующего, в которых формируется преимущественно сдвиговое напряженно-деформированное состояние, а в волокнах и пучках волокон — преимущественно одноосное напряженно-деформированное состояние растяжения или сжатия, происходят структурные изменения в композите, связанные (судя по ранее полученным результатам [13, 16]) с возможной частичной деградацией связующего (преимущественно реализацией внутренних микро- и мезомасштабных [13, 14, 17] ФПУ волокон и пучков волокон), а также формированием [16, 18—20] как необратимых деформаций ползучести

на этапах нагружения и выдержки под нагрузкой, так и обратимых вязкоупругих деформаций ползучести, исчезающих на этапах разгрузки.

В механике композитов задачам о внутренних и поверхностных ФПУ структурных элементов до настоящего времени была посвящена достаточно обширная научная литература. Такие задачи важны в связи с тем, что при построении теорий прочности композитных материалов в качестве возможного механизма разрушения принимают и потерю устойчивости структуры композита. Большой цикл исследований в этом направлении был проведен (начиная со второй половины прошлого столетия) А. Н. Гузем, его учениками и последователями (см., например, [21]), результаты которых нашли отражение во многих научных статьях и монографиях (см., например, обзоры [22, 23]), В. В. Болотиным (см., например, [24]) и др. К этому же направлению следует отнести работы [25—32], посвященные экспериментальному и теоретическому изучению механизмов разрушения элементов структуры волокнистых композитов при испытаниях тест-образцов в соответствии с разработанными стандартами. Упомянутые работы относятся, главным образом, к рассмотрению лишь случая формирования в волокнах или пучках волокон одноосных напряжений сжатия, задачи об устойчивости которых можно отнести к классическим (в отличие от рассмотренных, например, в [33], названных неклассическими).

### 1. Теоретический анализ полей напряжений и деформаций, формирующихся в монослоях тест-образца из ВКМ со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$ при растяжении и сжатии

Для исследования возможности реализации в монослоях тест-образца из ВКМ со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  при его растяжении или сжатии тех или иных внутренних разномасштабных ФПУ на первом этапе в дополнение к исследованиям [1, 13, 14, 17, 34] целесообразно провести более детальный анализ формирующихся в них напряжений и деформаций.

Исходя из результатов [35], для двух смежных монослоев при  $k = 1, k = 2$ , волокна которых расположены под углами  $\varphi_{(1)} = 45^\circ, \varphi_{(2)} = -45^\circ$  к оси образца  $x$  (рис. 2), компоненты тензора напряжений  $\sigma_{xx}^{(k)}, \sigma_{yy}^{(k)}, \sigma_{xy}^{(k)}$  в осях образца с компонентами  $\sigma_{11}^{(k)}, \sigma_{22}^{(k)}, \sigma_{12}^{(k)}$  в осях ортотропии можно связать зависимостями (здесь и далее верхние индексы относятся к первому, а нижние — ко второму слою)

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(k)} &= \frac{1}{2} \left( \sigma_{11}^{(k)} + \sigma_{22}^{(k)} \right) \mp \sigma_{12}^{(k)}, & \sigma_{yy}^{(k)} &= \frac{1}{2} \left( \sigma_{11}^{(k)} + \sigma_{22}^{(k)} \right) \pm \sigma_{12}^{(k)}, \\ \sigma_{xy}^{(k)} &= \pm \frac{1}{2} \left( \sigma_{11}^{(k)} - \sigma_{22}^{(k)} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

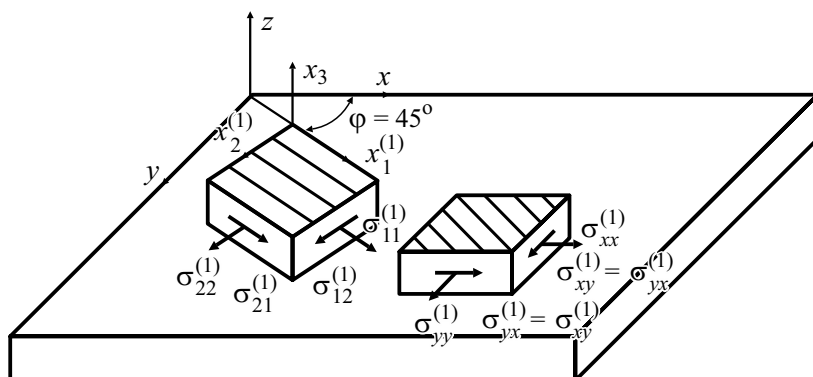


Рис. 2. Элементы первого однонаправленного монослоя КМ в осях ортотропии  $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)}$ , связанных с направлениями армирования, и в осях  $x, y, z$  тест-образца.

Входящие в (3) компоненты тензора деформаций  $\varepsilon_{ij}^{(k)}$  через компоненты  $\varepsilon_{xx}^{(k)}, \varepsilon_{yy}^{(k)}, \gamma_{xy}^{(k)} = 2\varepsilon_{xy}^{(k)}$  в осях образца находим по формулам

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^{(k)} &= \frac{1}{2} \left( \varepsilon_{xx}^{(k)} + \varepsilon_{yy}^{(k)} \right) \pm \frac{1}{2} \gamma_{xy}^{(k)}, & \varepsilon_{22}^{(k)} &= \frac{1}{2} \left( \varepsilon_{xx}^{(k)} + \varepsilon_{yy}^{(k)} \right) \mp \frac{1}{2} \gamma_{xy}^{(k)}, \\ \gamma_{12}^{(k)} &= \pm \left( \varepsilon_{yy}^{(k)} - \varepsilon_{xx}^{(k)} \right). \end{aligned} \tag{5}$$

Исходя из (3)—(5), устанавливаем физические соотношения

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(k)} &= A_{11}\varepsilon_{xx}^{(k)} + A_{12}\varepsilon_{yy}^{(k)} \pm A_{13}\gamma_{xy}^{(k)}, & \sigma_{yy}^{(k)} &= A_{12}\varepsilon_{xx}^{(k)} + A_{22}\varepsilon_{yy}^{(k)} \pm A_{13}\gamma_{xy}^{(k)}, \\ \sigma_{xy}^{(k)} &= \pm A_{13}\varepsilon_{xx}^{(k)} \pm A_{23}\varepsilon_{yy}^{(k)} + A_{33}\gamma_{xy}^{(k)}, \end{aligned} \tag{6}$$

в которых при  $\varphi = \pm 45^\circ$  соответствующие коэффициенты определяем по формулам

$$\begin{aligned} A_{11} = A_{22} &= C + \widehat{G}_{12}, & A_{12} &= C - \widehat{G}_{12}, & C &= \frac{E_1^* + E_2^*}{4} + \frac{E_1^* \nu_{12}}{2}, \\ A_{13} = A_{23} &= \frac{E_1^* - E_2^*}{4}, & A_{33} &= \frac{E_1^* + E_2^*}{4} - \frac{E_1^* \nu_{12}}{2}. \end{aligned} \tag{7}$$

Известно [35], что в слоистых ВКМ слою с углом армирования  $+\varphi$ , как правило, соответствует такой же слой с углом армирования  $-\varphi$ . В частности, с такой структурой  $[\pm 45^\circ]_2$  изготавливают и тест-образцы для испытаний в соответствии со стандартом ASTM D3518, что при анализе

их напряжённо-деформированного состояния (НДС) позволяет считать два таких слоя как один симметрично армированный слой с ортотропными свойствами. Физические соотношения для такого слоя при введении осреднённых напряжений

$$\sigma_{xx} = \langle \sigma_{xx} \rangle = \left( \sigma_{xx}^{(1)} + \sigma_{xx}^{(2)} \right) / 2, \quad \sigma_{yy} = \langle \sigma_{yy} \rangle = \left( \sigma_{yy}^{(1)} + \sigma_{yy}^{(2)} \right) / 2, \quad (8)$$

$$\sigma_{xy} = \langle \sigma_{xy} \rangle = \left( \sigma_{xy}^{(1)} + \sigma_{xy}^{(2)} \right) / 2$$

и деформаций

$$\varepsilon_{xx} = \langle \varepsilon_{xx} \rangle = \left( \varepsilon_{xx}^{(1)} + \varepsilon_{xx}^{(2)} \right) / 2, \quad \varepsilon_{yy} = \langle \varepsilon_{yy} \rangle = \left( \varepsilon_{yy}^{(1)} + \varepsilon_{yy}^{(2)} \right) / 2, \quad (9)$$

$$\gamma_{xy} = \langle \gamma_{xy} \rangle = \left( \gamma_{xy}^{(1)} + \gamma_{xy}^{(2)} \right) / 2$$

в случае  $\varphi = \pm 45^\circ$  в силу  $A_{11} = A_{22}$ ,  $\nu_{xy} = \nu_{yx}$  следуют из (6) в виде зависимостей

$$\sigma_{xx} = A_{11} (\varepsilon_{xx} + \nu_{xy} \varepsilon_{yy}), \quad \sigma_{yy} = A_{11} (\nu_{xy} \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}), \quad \sigma_{xy} = A_{33} \gamma_{xy} = 2A_{33} \varepsilon_{xy}, \quad (10)$$

где  $\nu_{xy} = \nu_{yx} = A_{12} / A_{11}$ .

Наряду с осредненными по толщине двух смежных слоев напряжениями (8) и деформациями (9) введем в рассмотрение напряжения и деформации

$$\sigma_{xx}^{(-)} = \frac{\sigma_{xx}^{(1)} - \sigma_{xx}^{(2)}}{2}, \quad \sigma_{yy}^{(-)} = \frac{\sigma_{yy}^{(1)} - \sigma_{yy}^{(2)}}{2}, \quad \sigma_{xy}^{(-)} = \frac{\sigma_{xy}^{(1)} - \sigma_{xy}^{(2)}}{2}, \quad (11)$$

$$\varepsilon_{xx}^{(-)} = \frac{\varepsilon_{xx}^{(1)} - \varepsilon_{xx}^{(2)}}{2}, \quad \varepsilon_{yy}^{(-)} = \frac{\varepsilon_{yy}^{(1)} - \varepsilon_{yy}^{(2)}}{2}, \quad \gamma_{xy}^{(-)} = \frac{\gamma_{xy}^{(1)} - \gamma_{xy}^{(2)}}{2},$$

которые приводят к соотношениям

$$\sigma_{xx} = A_{11} \varepsilon_{xx} + A_{12} \varepsilon_{yy} + A_{13} \gamma_{xy}^{(-)}, \quad \sigma_{yy} = A_{12} \varepsilon_{xx} + A_{22} \varepsilon_{yy} + A_{23} \gamma_{xy}^{(-)}, \quad (12)$$

$$\sigma_{xy} = A_{13} \varepsilon_{xx}^{(-)} + A_{23} \varepsilon_{yy}^{(-)} + A_{33} \gamma_{xy},$$

$$\sigma_{xx}^{(-)} = A_{11} \varepsilon_{xx}^{(-)} + A_{12} \varepsilon_{yy}^{(-)} + A_{13} \gamma_{xy}, \quad \sigma_{yy}^{(-)} = A_{12} \varepsilon_{xx}^{(-)} + A_{22} \varepsilon_{yy}^{(-)} + A_{23} \gamma_{xy}, \quad (13)$$

$$\sigma_{xy}^{(-)} = A_{13} \varepsilon_{xx} + A_{23} \varepsilon_{yy} + A_{33} \gamma_{xy}^{(-)}.$$

Составленные соотношения (12) сводятся к соотношениям (10) лишь при введении предположений  $\varepsilon_{xx}^{(-)} = \varepsilon_{yy}^{(-)} = \gamma_{xy}^{(-)} = 0$ , в силу которых соотношения (13) принимают вид

$$\sigma_{xx}^{(-)} = A_{13}\gamma_{xy}, \quad \sigma_{yy}^{(-)} = A_{23}\gamma_{xy}, \quad \sigma_{xy}^{(-)} = A_{13}\varepsilon_{xx} + A_{23}\varepsilon_{yy}. \quad (14)$$

Заметим, что для установления степени точности соотношений (10) и предположений  $\varepsilon_{xx}^{(-)} = \varepsilon_{yy}^{(-)} = \gamma_{xy}^{(-)} = 0$  целесообразным представляется проведение специальных экспериментальных исследований в дополнение к полученным ранее [1] и анализа НДС, формирующегося в тест-образцах со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  при их растяжении (сжатии), на основе известных численных методов с использованием известных коммерческих пакетов прикладных программ.

При растяжении образца со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  осреднённым напряжением  $p$  предполагаем, что имеют место равенства

$$\sigma_x \approx \sigma_{xx} = p, \quad \sigma_y = 0, \quad \gamma_{xy} = 0, \quad \varepsilon_y^{(k)} = \varepsilon_y = -\nu_{xy}\varepsilon_x, \quad (15)$$

а в силу симметрии относительно оси  $Ox$  для компонент деформаций слоев справедливы соотношения

$$\varepsilon_{11}^{(1)} = \varepsilon_{11}^{(2)} = \varepsilon_{22}^{(1)} = \varepsilon_{22}^{(2)} = \varepsilon_{11}. \quad (16)$$

Поэтому из (5) при учете (16) следуют зависимости

$$\gamma_{12}^{(k)} = \mp(1 + \nu_{xy})\varepsilon_{xx}, \quad \varepsilon_{11}^{(k)} = \frac{1 - \nu_{xy}}{2}\varepsilon_{xx}, \quad (17)$$

в соответствии с которыми в приближении  $\nu_{xy} = \nu_{yx} \approx 1$ , имеющем место при  $\varphi = \pm 45^\circ$  только в случае абсолютно жёстких волокон КМ и рекомендуемых в механике ВКМ [36], приходим к равенствам  $\gamma_{12}^{(k)} = \mp 2\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_{11}^{(k)} = 0$ . Но последнее из этих равенств противоречит приведенным далее экспериментальным данным и является, в частности, следствием описанной процедуры осреднения напряжений и деформаций по толщине двух смежных слоев. В то же время первая формула в (17) с большой степенью точности совпадает со второй формулой (2) и при ее использовании вполне допустимо использование и равенства  $\nu_{xy} = \nu_{yx} \approx 1$ .

Следует отметить, что по определению [15] величины  $\varepsilon_{ij}^{(k)}$ , являющиеся компонентами симметричного тензора деформаций, не являются мерами истинных деформаций  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ , вычисляемых по формуле  $\varepsilon_i = \sqrt{1 + 2\varepsilon_{ii}} - 1$  и фиксируемых в ходе проведения экспериментов, а линии  $AB$  и  $CD$ , показанные на рис. 3, в образцах относятся к двум разным смежным монослоям. Поэтому вычисляемый исходя из геометрической картины деформирования



внести зависимости  $\varepsilon_{xx}^{(k)} = \varepsilon_{xx} \pm \varepsilon_{xx}^{(-)}$ ,  $\varepsilon_{yy}^{(k)} = \varepsilon_{yy} \pm \varepsilon_{yy}^{(-)}$ ,  $\gamma_{xy}^{(k)} = \gamma_{xy} \pm \gamma_{xy}^{(-)}$ , следующие из (11), то получим

$$\left(1 + \varepsilon_1^{(k)}\right)^2 = 1 + \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \frac{1}{2}\gamma_{xy} \pm \left(\varepsilon_{xx}^{(-)} + \varepsilon_{yy}^{(-)}\right) \pm \frac{1}{2}\gamma_{xy}^{(-)}. \quad (21)$$

Примем далее равенства  $\sigma_{yy} = 0$ ,  $\sigma_{xy} = 0$ ,  $\gamma_{xy} = 0$ , имеющие место при растяжении тест-образца. Тогда, исходя из (13), при учете равенств  $A_{13} = A_{23}$ ,  $A_{22} = A_{11}$  и в силу  $A_{12} \neq 0$  получим

$$\varepsilon_{xx}^{(-)} + \varepsilon_{yy}^{(-)} = 0, \quad \gamma_{xy}^{(-)} = -\frac{A_{12}}{A_{23}}\varepsilon_{xx} - \frac{A_{11}}{A_{23}}\varepsilon_{yy}. \quad (22)$$

Следовательно, соотношения (21) при использовании (22) могут быть приведены к виду

$$\left(1 + \varepsilon_1^{(k)}\right)^2 = 1 + \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} \mp \frac{1}{2}\left(\frac{A_{12}}{A_{23}}\varepsilon_{xx} + \frac{A_{22}}{A_{23}}\varepsilon_{yy}\right),$$

которые с точностью  $2 + \varepsilon_1^{(k)} \approx 2$  принимают вид

$$\varepsilon_1^{(k)} = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \mp \frac{1}{4}\left(\frac{A_{12}}{A_{23}}\varepsilon_{xx} + \frac{A_{22}}{A_{23}}\varepsilon_{yy}\right). \quad (23)$$

Если через  $u, v$  обозначить компоненты вектора перемещений и считать их постоянными в направлении толщины образца, то в приближении плоской задачи в силу  $v_{,x} = 0$  для определения величины  $\varepsilon_{xx}$  будут иметь место строгие кинематические соотношения

$$\varepsilon_{xx} = u_{,x} + \frac{1}{2}u^2, \quad \varepsilon_1 + 1 = \sqrt{1 + 2\varepsilon_{xx}} = \sqrt{1 + 2u_{,x} + u^2} = 1 + u_{,x}.$$

Следовательно, в рабочей части образца вдали от закрепленных краев  $\varepsilon_x = u_{,x}$  и  $\varepsilon_{xx} \neq \varepsilon_x$ . Поэтому соотношение (23) при использовании зависимости  $\varepsilon_{yy} = -v_{,xy}\varepsilon_{xx}$ , с точностью  $2 + \varepsilon_x \approx 2$  эквивалентной зависимости  $\varepsilon_y = -v_{,xy}\varepsilon_x$ , преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^{(k)} &= \left[ \frac{1 - v_{,xy}}{2} \mp \frac{1}{4} \left( \frac{A_{12} - v_{,xy}A_{22}}{A_{23}} \right) \right] \left( \varepsilon_x + \frac{1}{2}\varepsilon_x^2 \right) = \\ &= \left[ \frac{1 - v_{,xy}}{2} \pm \frac{(1 + v_{,xy})\widehat{G}_{12} - (1 - v_{,xy})C}{E_1^* - E_2^*} \right] \left( \varepsilon_x + \frac{1}{2}\varepsilon_x^2 \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Заметим, что соотношения (19) и (24) имеют одинаковую структуру, но разные коэффициенты при  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_x^2$ . Первое из них получено исключительно исходя из рассмотрения геометрической картины деформирования, а второе — исходя из кинематических соотношений с использованием компонент соответствующих тензоров деформаций. Так как  $E_2^* \ll E_1^*$  и  $\widehat{G}_{12} \ll E_1^*$ , то соотношения (24) допустимо записать в упрощенном виде

$$\varepsilon_1^{(1)} = \varepsilon_1^{(2)} = \varepsilon_1 = \frac{(1-\nu_{xy})}{2} \left( \varepsilon_x + \frac{1}{2} \varepsilon_x^2 \right) = \varepsilon_2, \quad (25)$$

следующем с принятой степенью точности из соотношения

$$\varepsilon_1 = -1 + \sqrt{1 + (1-\nu_{xy}) \varepsilon_{xx}} = \varepsilon_2, \quad (26)$$

плоской задачи теории упругости при произвольных деформациях.

Как соотношения (18), (19), так и соотношение (24) является некорректным в предположении  $\nu_{xy} = 1$ , так как приводит к неравенству  $\varepsilon_1 \neq 0$  как при растяжении, так и при сжатии тест-образца. Из этих соотношений соотношения (18), (19) допустимо считать вполне корректными с точностью  $\varepsilon_x^2/2 \approx 0$ . Необходимым условием непротиворечивости и корректности соотношений как (18), (19), так и (24) является выполнение условий  $\nu_{xy} \neq 1$  и  $\nu_{xy} < 1$ , подтверждающихся приведёнными далее результатами экспериментов тест-образцов на растяжение. Более близкими к ним оказались теоретические результаты, соответствующие использованию соотношений (18) и (19), чем соотношений (24) и тем более (25).

И, наконец, исходя из (15), первую формулу из (10) в приближении  $\sigma_{xx} \approx \sigma_x$ ,  $\varepsilon_{xx} \approx \varepsilon_x$  перепишем в виде

$$\sigma_x = \frac{A_{11}^2 - A_{12}^2}{A_{11}} \varepsilon_x.$$

Отсюда в силу того, что  $\sigma_x/\varepsilon_x = \widehat{E}_x^\pm$ , где  $\widehat{E}_x^\pm$  — секущий модуль упругости, определяемый исходя из данных экспериментов на растяжение (знак “+”) или сжатие (знак “-”), при использовании (10) следует формула

$$\widehat{G}_{12}^\pm = \frac{\widehat{E}_x^\pm C}{4C - \widehat{E}_x^\pm}, \quad (27)$$

служащая для построения зависимости  $\widehat{G}_{12}^\pm = \widehat{G}_{12}^\pm(\gamma_{12})$  при найденной экспериментальной величине  $C$  и построенной экспериментальной зависимости  $\widehat{E}_x^\pm = \widehat{E}_x^\pm(\varepsilon_x)$ . Заметим, что в формулу (27) вообще не входит определяемый из эксперимента коэффициент Пуассона  $\nu_{xy}$ . Поэтому точность определения секущего модуля сдвига  $\widehat{G}_{12}$  не зависит от точности



определения коэффициента  $\nu_{xy}$ , влияющего в силу второй формулы в (2) лишь на вид физически нелинейной зависимости  $\widehat{G}_{12}^{\pm} = \widehat{G}_{12}^{\pm}(\gamma_{12})$ .

При растяжении осредненным напряжением  $\sigma_x = p$  тест-образца со структурой  $[\pm 45^{\circ}]_{2s}$  в каждом монослое смежной пары слоев одинаковой толщины в сечениях  $x_1^{(1)} = \text{const}$  ( $x_2^{(2)} = \text{const}$ ),  $x_2^{(1)} = \text{const}$  ( $x_1^{(2)} = \text{const}$ ) (см. рис. 1) формируются напряжения  $\sigma_{ij}^{(k)}$ , удовлетворяющие уравнениям равновесия

$$\sigma_{11}^{(1)} + \sigma_{22}^{(2)} = p, \quad \sigma_{22}^{(1)} + \sigma_{11}^{(2)} = p, \quad \sigma_{12}^{(1)} + \sigma_{12}^{(2)} = p. \quad (28)$$

Заменив в (3) величины  $\varepsilon_{ij}^{(k)}$  на  $\varepsilon_i^{(k)}$  (что при малых деформациях допустимо в соответствии с известными [15] результатами, в силу равенств

$$\varepsilon_1^{(1)} = \varepsilon_1^{(2)} = \varepsilon_2^{(1)} = \varepsilon_2^{(2)} = \varepsilon_1, \quad \gamma_{12}^{(1)} = \gamma_{12}^{(2)} = \gamma_{12},$$

составленных с учетом симметрии параметров деформированного состояния относительно оси  $Ox$  и их совместности, приходим к зависимостям

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{(1)} &= E_1^* (\varepsilon_1 + \nu_{12} \varepsilon_2) = E_1^* (1 + \nu_{12}) \varepsilon_1, \\ \sigma_{22}^{(1)} &= E_2^* (\varepsilon_2 + \nu_{21} \varepsilon_1) = E_2^* (1 + \nu_{21}) \varepsilon_1, \\ \sigma_{11}^{(2)} &= \sigma_{22}^{(1)} = E_2^* (\varepsilon_2 + \nu_{21} \varepsilon_1) = E_2^* (1 + \nu_{21}) \varepsilon_1, \\ \sigma_{22}^{(2)} &= \sigma_{11}^{(1)} = E_1^* (\varepsilon_1 + \nu_{12} \varepsilon_2) = \\ &= E_1^* (1 + \nu_{12}) \varepsilon_1, \quad \sigma_{12}^{(1)} = \sigma_{12}^{(2)} = \sigma_{12} = \widehat{G}_{12}(\gamma_{12}) \gamma_{12}, \end{aligned} \quad (29)$$

имеющим место вплоть до разрушения образца. В силу того, что  $E_1^* \gg E_2^*$  (для рассматриваемого в данной работе ВКМ ЭЛУР-П, как установлено в [1],  $E_1^* \approx 100$  ГПа,  $E_2^* \approx 5-6$  ГПа), в соответствии с (28) и (29) приходим к формулам

$$\sigma_{11}^{(1)} \approx \varkappa p, \quad \sigma_{22}^{(1)} \approx (1 - \varkappa) p, \quad \sigma_{12}^{(1)} = p/2, \quad (30)$$

где  $\varkappa$  — величина, мало отличающаяся от единицы.

## 2. Экспериментальные и численные исследования полей напряжений и деформаций, формирующихся в монослоях тест-образца из ВКМ со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$ при растяжении и сжатии

В работе [1] получены экспериментальные зависимости  $\varepsilon_y \approx \varepsilon_y(\varepsilon_x)$  для волокнистого композита из однонаправленной углеленты марки ЭЛУР-П и полимерной смолы холодного отверждения ХТ-118, которые для четырех разных тест-образцов со структурой  $[\pm 45^\circ]_4$  при их растяжении представлены на рис. 4. Геометрические размеры образцов этой серии испытаний (первой) следующие:  $a = 110$  мм,  $b = 25$  мм,  $h = 0,52$  мм (параметры  $\lambda = a/b = 4,4$ ,  $h_0 = a/h = 196$ ). Определение деформации  $\varepsilon_x$  в [1] осуществляли в окрестности точки  $O$  образца (см. рис. 1) на базе 25 мм, деформацию  $\varepsilon_y = \Delta b/b$  определяли непрерывной фиксацией приращения ширины  $\Delta b$  с помощью высокоточного навесного экстензометра с базой  $b = 25$  мм.

Принимая линейную аппроксимацию экспериментальных кривых, можно найти значения коэффициента Пуассона  $\nu_{xy}$  для каждого из четырех образцов: 0,92 (образец 1), 1,09 (образец 2), 0,86 (образец 3), 0,98 (образец 4). Видно, что значения  $\nu_{xy}$  лежат в диапазоне  $\nu_{xy} = 0,86—1,09$ , среднее значение  $\nu_{xy} = 0,96$  является весьма близким к единице. Казалось бы, при малых деформациях оно вполне соответствует описанному ранее теоретическому значению  $\nu_{xy} = 1$ . Именно в этой связи в работе [1] для исследуемого композита было принято приближенное равенство  $\nu_{xy} \approx 1$ , в силу которого вместо формулы (2) для определения деформации использовали приближенную формулу  $\gamma_{12} \approx (1 + \nu_{xy})\varepsilon_x$ . Сравнив ее с формулой (17), установили, что  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \ll \gamma_{12}$ .

В дополнение к [1] были проведены испытания на сжатие тест-образцов со структурой  $[\pm 45^\circ]_{36}$  из того же ВКМ, что и в [1], но с геометрическими размерами  $a = 25$  мм,  $b = 25$  мм,  $h = 4,25$  мм и параметрами

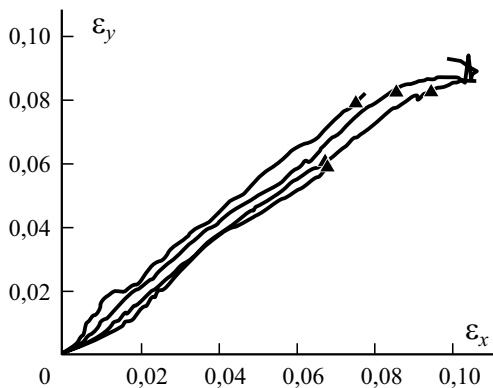


Рис. 4. Зависимости поперечных деформаций от осевых, полученные при растяжении четырех образцов со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$ .

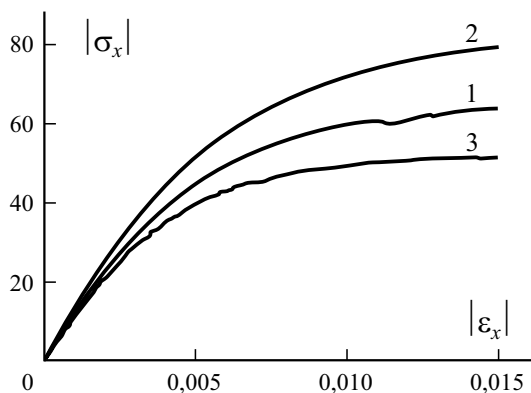


Рис. 5. Диаграммы деформирования: 1 — растяжение длинных образцов ( $\lambda = 4,4$ ,  $h_0 = 196$ ); 2 — сжатие коротких образцов ( $\lambda = 1$ ,  $h_0 = 5,7$ ); 3 — сжатие длинных образцов ( $\lambda = 2,8$ ,  $h_0 = 37$ ).

$\lambda = 1$ ,  $h_0 = 5,7$  (вторая серия экспериментов);  $a = 80$  мм,  $b = 30$  мм,  $h = 2,14$  мм со структурой  $[\pm 45^\circ]_4$  и параметрами  $\lambda = 2,8$ ,  $h_0 = 37$  (третья серия экспериментов). Для реализации третьей серии экспериментов на основе метода испытаний пластмасс на сжатие в соответствии с ГОСТ 9550—81 были применены накладки для предотвращения изгиба рабочей области образца длиной 80 мм. Накладки представляют собой стальные пластины с вырезом для установки на одну из сторон образца экстензометра. Пластины крепятся с двух лицевых сторон рабочей части образца болтами, затягиваемые тарированным моментом.

На рис. 5 представлены диаграммы растяжения и сжатия тест-образцов  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  в виде зависимостей  $\sigma_x^+ = f_x^+(\varepsilon_x)$ ,  $\sigma_x^- = f_x^-(\varepsilon_x)$ , исходя из которых могут быть определены секущие модули упругости  $\hat{E}_x^+$ ,  $\hat{E}_x^-$ , входящие в формулу (27). Видно, что зависимости сильно нелинейные, причем диаграмма растяжения располагается ниже диаграммы сжатия. Следует указать, что такое различие обусловлено прежде всего тем, что испытаниям на растяжение и сжатие подвергаются тест-образцы разной относительной длины и толщины:  $\lambda = a/b = 4,4$ ,  $h_0 = a/h = 196$  — при растяжении;  $\lambda = 1$ ,  $h_0 = 5,7$  — при сжатии коротких и  $\lambda = 2,8$ ,  $h_0 = 37$  — при сжатии длинных образцов. Ввиду различия значений  $\lambda$  измеряемые в центре рабочей части образцов деформации  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  должны существенно различаться в условиях растяжения и сжатия. В [1] предполагали, что различие диаграмм  $\hat{G}_{12}^+ = \hat{G}_{12}^+(\gamma_{12})$  и  $\hat{G}_{12}^- = \hat{G}_{12}^-(\gamma_{12})$  может быть обусловлено также и различием формирующихся в композите полей напряжений и деформаций — при сжатии тест-образцов  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  волокна находятся под действием касательных напряжений  $\sigma_{12}$  и напряжения сжатия в поперечном направлении, в то время как при растяжении они находятся под

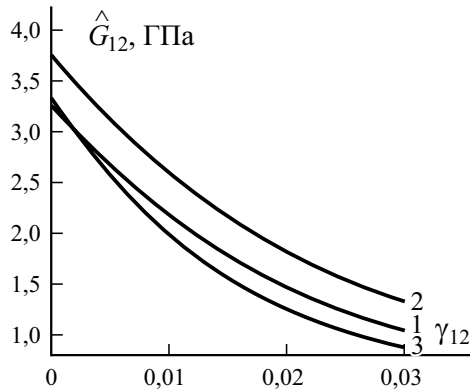


Рис. 6. Зависимости  $\hat{G}_{12}^{\pm} = \hat{G}_{12}^{\pm}(\gamma_{12})$ : Обозначения те же, что на рис. 5.

действием напряжений  $\sigma_{12}$  и напряжения растяжения в поперечном направлении.

На рис. 6 представлены зависимости  $\hat{G}_{12}^{\pm} = \hat{G}_{12}^{\pm}(\gamma_{12})$ , полученные на основе диаграмм деформирования рис. 5 и соотношений (2), (27), приводящим к практически совпадающим результатам. При найденной зависимости  $\hat{G}_{12}^{\pm} = \hat{G}_{12}^{\pm}(\gamma_{12})$  значения напряжения  $\sigma_{12}$  определяются по формуле (3).

Кроме исследований, упомянутых ранее и в работе [1], были проведены дополнительные экспериментальные исследования на растяжение образцов из однонаправленного композита ЭЛУР-П на основе связующего холодного отверждения с перекрёстной схемой укладки  $[\pm 45^{\circ}]_{2s}$ . Для испытаний были изготовлены образцы согласно ГОСТ 25.601—80 (международный аналог ASTM D3518) со схемой укладки  $[\pm 45^{\circ}]_4$ , общей длиной  $L = 180$  мм, длиной рабочей части  $a = 110$  мм, шириной  $b = 25$  мм, средней толщиной  $h = 0,56$  мм. Испытания проводили на электромеханической испытательной машине Instron 5884, на которую установлен динамометр с пределом измерения  $\pm 150$  кН.

Замеры компонент деформаций  $\varepsilon_x^*$ ,  $\varepsilon_y^*$ ,  $\varepsilon_1^*$  (звездочки указывают на принадлежность к одной из лицевых поверхностей образца) проводили с помощью системы бесконтактного измерения деформаций Vic 3D. Такая система состоит из двух видеокамер, направленных на образец под разными углами, обрабатывающего устройства (контроллера) и программного обеспечения. Использование двух камер позволяет получить стереоскопическое изображение, с помощью обработки которого можно получить поле деформаций в плоскости образца. В соответствии с технологией проведения испытаний до эксперимента через трафарет на образец (рис. 7—а) наносят поле контрольных точек, изменение рассто-

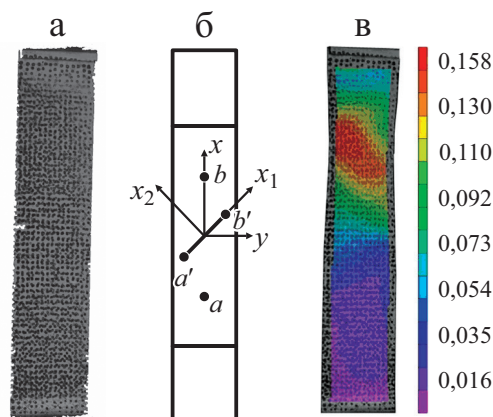


Рис. 7. Вид образца с нанесённым полем контрольных меток (а), системы координат образца (б), распределение осевых деформаций  $\varepsilon_x$  перед разрушением при  $\sigma_x \approx 68$  МПа (в).

яния между которыми является основой для вычисления поля деформаций. Образец устанавливают в клиновые захваты и нагружают кинематическим способом до разрушения с постоянной скоростью перемещения траверсы 15 мм/мин.

С помощью программного обеспечения, входящего в комплекс Vic 3D, возможно вычисление деформаций вдоль заданных линий на заданной базе измерения. Осевые деформации в осях образца вычислены на базе 25 мм вдоль линии  $ab$  (рис.7—б). Анализ зависимости осевых напряжений в осях образца  $\sigma_x$  от деформаций  $\varepsilon_x^*$ , отождествлённых с осреднёнными деформациями  $\varepsilon_x$ , показывает, что она практически точно соответствует диаграммам, построенным в работах [1, 34] и полученным с применением контактного экстензометра (см. кривую 1 рис. 5).

Программное обеспечение Vic 3D позволяет визуализировать поле перемещений в каждый момент времени нагружения, на основе которого происходит вычисление параметров плоского напряженного состояния тест-образца.

Поле деформаций  $\varepsilon_x$  получено и визуализировано на основных этапах нагружения. В начальный момент нагружения значения осевых деформаций  $\varepsilon_x$  имеют порядок  $10^{-5}$  и лежат в пределах погрешности измерения системы. Далее на этапе, деформированное состояние которого соответствует  $\sigma_x \approx 18$  МПа,  $\varepsilon_x = 0,00035$ , наблюдается формирование областей концентрации осевых деформаций в районе закрепления, а также на торцевых кромках образца вдоль оси  $x_2$ . При  $\sigma_x \approx 60$  МПа,  $\varepsilon_x = 0,0074$  становится заметно, как осевые деформации локализуются в верхней половине образца, когда кромочный эффект начинает проявляться более явно. Начинается формирование двух линий в направлении осей  $x_1$  и  $x_2$  в зонах, в которых деформации  $\varepsilon_x$  принимают максимальные значения.

Далее развитие осевых деформаций сосредоточивается в полосе, соединяющей места концентрации напряжений на начальных этапах нагружения, в то время как деформации в нижней половине образца практически прекратили свой рост. На следующем этапе можно наблюдать утонение образца в области формирования наибольших деформаций. Такой процесс можно сравнить с образованием шейки при растяжении металлических образцов. В этот момент осевые деформации продолжают рост в центре образца. Рис. 7—*в* соответствует деформированному состоянию непосредственно перед потерей несущей способности при  $\sigma_x \approx 68$  МПа,  $\varepsilon_x = 0,061$ . Замечено, что осевые деформации в средней части образца растут быстрее, чем на продольных краях, тогда как поле деформаций на остальной части образца практически не меняется.

Особо следует отметить, что коэффициент Пуассона  $\nu_{xy}$ , полученный при обработке экспериментальных данных с использованием бесконтактной системы измерения, во всём диапазоне деформаций  $\varepsilon_x$  в центре рабочей части оказался равным  $\nu_{xy} = 0,85$  и практически совпал со значением  $\nu_{xy}$  только для образца 3, но ниже найденного среднего значения  $\nu_{xy} = 0,96$ . С целью установления причины такого расхождения было проведено исследование структуры перекрёстно армированного композита ЭЛУР-П с помощью оптического микроскопа Carl Zeiss Stemi 2000, которое позволило установить характер распределения связующего в монослоях и между ними. Для этого методом вакуумного формования была изготовлена пластина со структурой  $[\pm 45^\circ]_2$ , а из неё изготовлен образец, позволяющий исследовать поперечное сечение композита (рис. 8). Толщина пластины согласно масштабной линейке на рис. 8 0,29 мм. В поперечном сечении можно заметить неоднородность структуры: сверху и снизу расположены жесткие монослои, содержащие армирующие волокна (их толщина в среднем равна 0,13 мм), а между ними расположена отмеченная красными линиями прослойка связующего

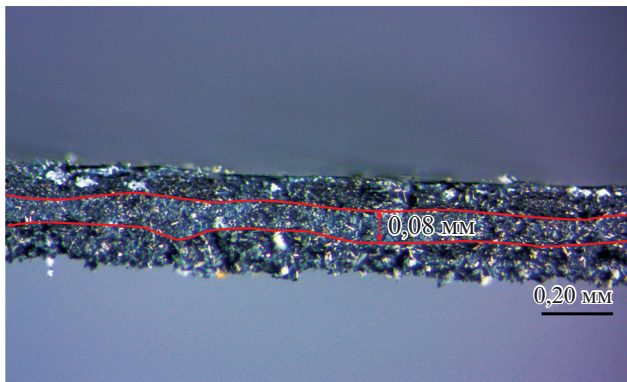


Рис. 8. Поперечное сечение пластины со структурой  $[\pm 45^\circ]_2$  из композита ЭЛУР-П.

толщиной 0,07—0,08 мм (адгезионный слой). В среднем слое, как видно на фотографии, практически отсутствуют волокна композита, поэтому его можно считать однородным и изотропным с модулем упругости  $E = 2,7$  ГПа, значительно меньшим, чем модули  $E_1$  и  $E_2$  [1].

Необходимо отметить, что основной отличительной особенностью поведения относительно тонких тест-образцов со структурами  $[\pm 45^\circ]_2$  и  $[\pm 45^\circ]_4$  при растяжении является наблюдаемый в экспериментах их изгиб в плоскости  $yOz$ . Такой изгиб приводит к тому, что контактным поперечным экстензометром замеряется не деформация  $\varepsilon_y^*$  на лицевой поверхности, а длина хорды изогнутого поперечного сечения. В результате определяемое с помощью экстензогра значение  $\varepsilon_y$ , а следовательно, и  $\nu_{xy} = -\varepsilon_y / \varepsilon_x$  оказывается завышенным в сравнении с  $\nu_{xy} = 0,85$ , полученным оптическим методом. Такая особенность их механического поведения в наибольшей степени проявляется у образцов со структурой  $[\pm 45^\circ]_2$ . Для таких образцов теоретическое описание процесса деформирования с приемлемой степенью точности требует применения трехслойной модели деформирования, изложению которой будет посвящена отдельная статья.

Исходя из результатов экспериментов на растяжение плоских тест-образцов, описанных в работе [1] и изображенных на рис. 5, по формуле (19) были вычислены осевые деформации  $\varepsilon_1$  в осях ортотропии монослоя (см. рис. 7—б), а также найдены экспериментальные значения  $\varepsilon_1$  на базе  $a' b'$ , равной 20 мм. Эти результаты на рис. 9 приведены в виде зависимостей осевых деформаций  $\varepsilon_1$  в осях ортотропии от осевых деформаций  $\varepsilon_x$  в осях образца при разных значениях коэффициента Пуассона  $\nu_{xy}$ . Сплошные линии — зависимости  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\varepsilon_x)$ , вычисленные по формуле (19) с использованием замеренных деформаций  $\varepsilon_x$  при разных значениях коэффициента Пуассона, темные кружки — зависимость, построенная на основе экспериментально замеренных осевых

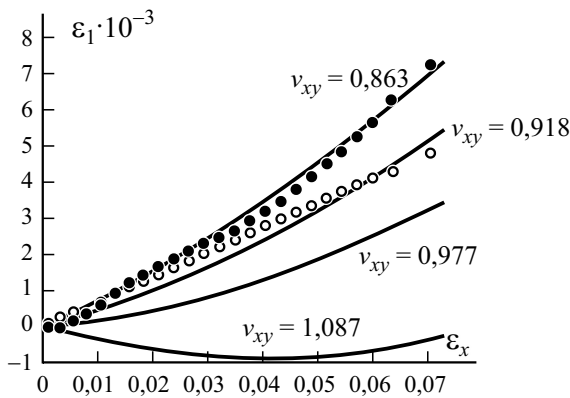


Рис. 9. Зависимость осевых деформаций  $\varepsilon_1$ . Пояснения в тексте.

деформаций  $\varepsilon_1$  вдоль волокон монослоя, а светлые кружки — зависимость, построенная на основе наиболее упрощенной в сравнении с (19) формулы  $\varepsilon_1^{(k)} \approx \varepsilon_{11}^{(k)} = (1 - \nu_{xy}) \varepsilon_{xx} / 2$  при  $\nu_{xy} = 0,86$ . Как видно из данного рисунка, зависимость осевых деформаций  $\varepsilon_1$  при  $\nu_{xy} = 0,86$  практически совпала с экспериментальными значениями, а все три приведенные кривые можно считать практически совпадающими до  $\varepsilon_x \approx 0,02$ , в то время как для рассматриваемого композита значение  $\varepsilon_x \approx 0,015$  превышает предельно допустимые эксплуатационные значения. Если же в расчетах принять значение  $\nu_{xy} = 1$ , то экспериментальные значения и значения по формуле (19) будут сильно различаться, а при  $\nu_{xy} = 1,08$  значения  $\varepsilon_1$  вообще перестают соответствовать какому-либо реальному физическому смыслу.

Анализируя полученные результаты, следует отметить, что принятое в [1] приближенное равенство  $\nu_{xy} \approx 1$ , рекомендуемое известными стандартами испытаний на растяжение перекрёстно армированных тест-образцов со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$ , не приводит к значительным погрешностям при определении деформации сдвига  $\gamma_{12}$ , в то время как при вычислении деформации  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  оно является абсолютно некорректным. Данный вывод следует также и из анализа формул (10) и (15).

Используя физические соотношения (29), определили нормальные и касательные напряжения в осях ортотропии монослоя. На рис. 10 они приведены в виде зависимостей нормальных напряжений в направлении волокон  $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\sigma_x)$ , нормальных напряжений поперёк волокон  $\sigma_{22} = \sigma_{22}(\sigma_x)$  и касательных напряжений  $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$  первого монослоя от нормальных напряжений в осях образца  $\sigma_x$ . Можно видеть, что нормальные напряжения, найденные на основе экспериментальных данных,

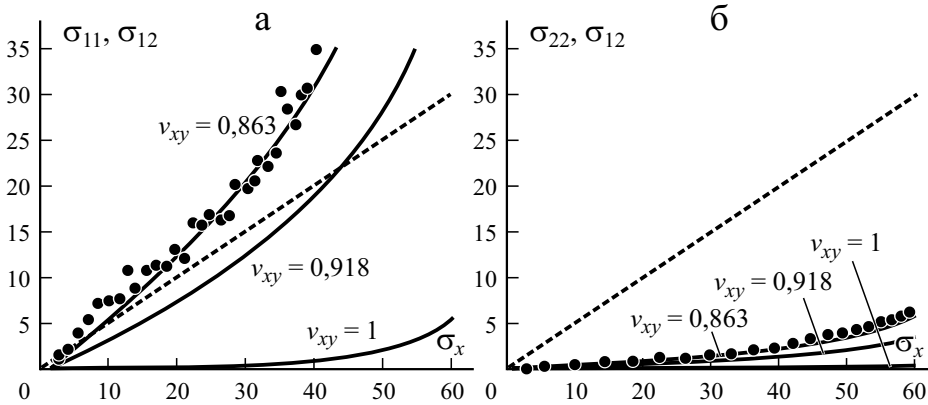


Рис. 10. Зависимость нормальных (—)  $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\sigma_x)$  (а) и  $\sigma_{22} = \sigma_{22}(\sigma_x)$  (б) и касательных (---) напряжений  $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$  в осях ортотропии от напряжений  $\sigma_x$ . (●) — эксперимент.



хорошо согласуются с экспериментально-теоретическими значениями. Следует также отметить, что напряжения  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{12}$  на рис. 10—*a* практически совпадают до значений  $\sigma_{11} = 5$  МПа, что согласуется, как будет установлено далее, и с результатами конечно-элементного решения задачи в линейной постановке. При дальнейшем увеличении напряжений  $\sigma_x$  наблюдается существенно нелинейное поведение напряжений  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$ . Как видно из рис. 10, при использовании приближенного равенства  $\nu_{xy} = 1$  эти компоненты напряжений, найденные по описанной методике, значительно ниже экспериментальных значений нормальных напряжений.

И, наконец, в силу (15), (29) в приближении  $\gamma_{xy} = 0$ ,  $\varepsilon_x^{(k)} \approx \varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y^{(k)} \approx \varepsilon_y \approx 0$ , но  $\gamma_{xy}^{(-)} \neq 0$  из соотношений (6) следует формула

$$\sigma_{xy}^{(k)} = \pm A_{13} (1 - \nu_{xy}) \varepsilon_x \mp \frac{A_{33}}{A_{13}} (A_{12} - \nu_{xy} A_{11}) \varepsilon_x. \quad (31)$$

Она указывает на то, что в монослоях поперечного сечения образца  $x = \text{const}$  при  $\nu_{xy} < 1$  наряду с напряжениями  $\sigma_x^{(k)} \approx \sigma_x$  формируются также не равные нулю касательные напряжения  $\sigma_{xy}^{(k)}$ . В свою очередь они эквивалентны формирующемуся в поперечном сечении погонному крутящему моменту  $M_{xy} = H_* \sigma_{xy}^{(1)}$ , где  $H_*$  — расстояние между срединными поверхностями первого ( $k = 1$ ) и последнего ( $k = N$ ) монослоев ВКМ.

*Конечно-элементный анализ.* Для определения сдвиговой механической характеристики  $G_{12}(\gamma_{12})$  волокнистых композитных материалов из них, как правило, изготавливают плоские тест-образцы шириной  $b$ , с длиной рабочей части  $a$  и состоящие из конечного числа монослоев, уложенных под углами  $\pm 45^\circ$  к оси  $Ox$  (см. рис. 1). Их крепление в захватах при испытаниях на растяжение и сжатие позволяет осуществить кинематическое нагружение путем задания перемещения  $u$  сечения  $x = a/2$  в направлении оси  $x$  при неподвижном сечении  $x = -a/2$ .

В дополнение к приведенным экспериментальным результатам в конечно-элементном комплексе ANSYS в линейно-упругом приближении было проведено и численное исследование напряженно-деформированного состояния тест-образцов длиной  $a = 110$  мм и шириной  $b = 25$  мм (см. рис. 1). Исследованы два типа образцов: состоящие из двух монослоев, толщина каждого из которых  $t = 0,12$  мм, углы укладки  $+45^\circ$  и  $-45^\circ$ , а также образцы, состоящие из четырех монослоев со структурой  $[\pm 45^\circ]_4$ . Исходя из микромасштабного анализа структуры поперечного сечения образцов (см. рис. 8), проведенного с помощью оптического микроскопа, для более точного моделирования процесса деформирования образцов между смежными жесткими монослоями введены в рассмотрение менее жесткие адгезионные слои толщиной  $t = 0,07$  мм. Расчетные значения эффективных упругих характеристик материалов монослоев следующие:  $E_1 = 105$  ГПа (в направле-

нии волокон),  $E_3 = E_2 = 5,7$  ГПа (в направлении поперёк волокон),  $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 3,2$  ГПа,  $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0,34$ , материал адгезионных слоев в соответствии с результатами работы [1] принят изотропным с упругими характеристиками  $E = 2,5$  ГПа,  $\nu = 0,3$ . Растяжения тест-образца моделировали кинематическим нагружением, задавая перемещение края  $x = a/2$  в направлении оси  $x$  на величину  $u = 0,01a$  при неподвижном крае  $x = -a/2$ . Анализ проводили, моделируя каждый слой образца трехмерными элементами SOLID186 с одним элементом по толщине каждого из слоев. Результаты сравнивали с полученными при плоской постановке задачи с использованием двухмерного элемента PLANE183 (предполагали, что пластина находится в плосконапряженном состоянии) при значениях жесткостных коэффициентов материала образца, осредненных по его толщине. Значения осредненных жесткостных коэффициентов в осях образца ( $xOy$ ) вычисляли по формулам (7), дополненным соотношениями  $\sigma_{xz} = G_{13}\gamma_{xz}$ ,  $\sigma_{yz} = G_{23}\gamma_{yz}$ , использованными в приближении  $G_{13} = G_{12}$  и  $G_{23} \approx G_{13}$ . При проведении расчетов перемещение  $u$  для расчетных случаев 1) и 2) нормировали также из условий выполнения равенств

$$\frac{1}{b} \sum_{k=1}^2 \int_{y=-b/2}^{b/2} \sigma_x^{(k)}(y) dy = 2p \text{ при } x = 0.$$

При анализе параметров НДС, сформированных в слоях образцов из двух и четырех слоев ( $N = 2$  и  $N = 4$ ) волокнистого материала, выявлены следующие закономерности для компонент напряжений:

$$\sigma_x^{(1)}(x, y) = \sigma_x^{(N)}(x, -y), \quad \sigma_y^{(1)}(x, y) = \sigma_y^{(N)}(x, -y),$$

$$\sigma_{xy}^{(1)}(x, y) = -\sigma_{xy}^{(N)}(x, -y), \quad \forall y \in [-b/2, b/2],$$

$$\sigma_x^{(1)}(x, y) = \sigma_x^{(N)}(-x, y), \quad \sigma_y^{(1)}(x, y) = \sigma_y^{(N)}(-x, y),$$

$$\sigma_{xy}^{(1)}(x, y) = -\sigma_{xy}^{(N)}(-x, y), \quad \forall x \in [-a/2, a/2].$$

В ходе анализа результатов установлены наличие ярко выраженных граничных эффектов вблизи угловых точек, малая изменчивость компонент напряжений в центральной зоне образцов, а вдали от центра образцов (в окрестностях сечений  $x = \pm a/4$ ) — незначительная несимметрия значений напряжений в слое относительно оси  $x$ . Как и следовало ожидать, во всех слоях нормальные напряжения  $\sigma_y$  пренебрежимо малы в сравнении с напряжениями  $\sigma_x$ , а в каждом монослое формируются также касательные напряжения  $\sigma_{xy}^{(k)}$ , практически постоянные по ширине каждого монослоя образца, из которых напряжения  $\sigma_{xy}^{(1)}$  и  $\sigma_{xy}^{(N)}$ , как уже было

отмечено (см. формулу (31)), преимущественно и формируют погонный крутящий момент  $M_{xy}$  в поперечном сечении  $x = \text{const}$ , вызывающий его изгиб в плоскости  $yOz$ . В наибольшей степени такой изгиб проявляется в двухслойных образцах, учет наличия между ними менее жесткого адгезионного слоя (см. рис. 8) может заметно повлиять и на точность результатов теоретических расчетов, основанных на использовании математических моделей деформирования той или иной степени точности. Пересчет напряжений в осях ортотропии слоев показал, что в центральной зоне образца с большой степенью точности выполняются приближенные равенства  $\sigma_{11}^{(1)} \approx \sigma_{22}^{(N)} \approx \pm p$ ,  $\sigma_{22}^{(1)} \approx \sigma_{11}^{(N)} \approx 0$ ,  $\sigma_{12}^{(1)} \approx \sigma_{12}^{(N)} \approx \pm p/2$  (формулы (30)). Такие зависимости для образцов из однонаправленного композита при симметричной укладке слоёв под углами  $\pm 45^\circ$  обусловлены высокой жесткостью слоя лишь в направлении одной из осей ( $x_1$  — для слоев с углом укладки  $\varphi = 45^\circ$  к оси  $Ox$  и  $x_2$  — для слоев с углом укладки  $\varphi = -45^\circ$ ). При этом напряжение в направлении поперек волокон перераспределяется на соседний слой, увеличивая значение осевого нормального напряжения в волокне.

Проведено сравнение результатов, полученных при разных значениях  $G_{12}$  для двух расчетных случаев:

1)  $G_{13} = G_{12} = 3,450$  ГПа — при сжатии образца;  $G_{13} = G_{12} = 2,920$  ГПа — при растяжении образца (данные значения касательных модулей сдвига соответствуют начальным этапам нагружения образцов при малых сдвиговых деформациях [1]);

2)  $G_{13} = G_{12} = 459$  МПа — как при растяжении, так и при сжатии образцов (данное значение касательного модуля сдвига соответствует предельному напряжению сжатия образцов вдоль волокон и их разрушению из-за потери устойчивости по сдвиговой форме).

Установлена существенная зависимость компонент напряжений от модуля сдвига  $G_{12}$  лишь вблизи линий  $AB$  и  $CD$  (см. рис. 1). Как следствие, для длинных образцов законы изменения компонент напряжений вдоль центральной линии  $KL$  для расчетных случаев 1) и 2) практически идентичны. Для коротких образцов изменение модуля сдвига по мере нагружения оказывает существенное влияние на определяемые компоненты напряжений во всей рабочей области образца.

Полученные результаты расчетов показали большую точность определения касательных напряжений  $\sigma_{xy}^{(k)}$  по формуле (31). Вторая формула в (2) и первая формула в (17) остаются справедливыми с погрешностью менее 0,01% по всей длине образцов. Исключением являются только угловые точки и только при плоской постановке задачи, погрешность при такой постановке задачи может достигать 10%. Отсюда следует вывод о том, что изложенная теоретико-экспериментальная методика построения зависимости  $\hat{G}_{12} = \hat{G}_{12}(\gamma_{12})$ , основанная на формулах (2), (7), (15) и (20), имеет достаточную степень точности в центральной зоне образца со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$  при  $s \geq 2$ .

### Заключение

В работе [16], исходя из результатов серии экспериментальных исследований на растяжение, проведенных на тест-образцах из косоугольно армированных волокнистых композитов со структурой  $[\pm 45^\circ]_{2s}$ , было установлено, что полную осевую деформацию  $\varepsilon_x$  можно представить в виде суммы четырех составляющих:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_0} + \varepsilon_\partial^r(\sigma_x, t) + \varepsilon^v(\sigma_x, t) + \varepsilon^{nel} + \varepsilon^R(\sigma_x), \quad (32)$$

включающих мгновенную остаточную (необратимую) деформацию  $\varepsilon^R(\sigma_x)$ , нелинейную обратимую деформацию  $\varepsilon^{nel}$ , необратимую деформацию ползучести  $\varepsilon_\partial^r(\sigma_x, t)$  и обратимую деформацию ползучести  $\varepsilon^v(\sigma_x, t)$  из-за вязкоупругих свойств матрицы. Были рассмотрены вопросы выбора соотношений для описания составляющих деформаций и задачи идентификации входящих в них параметров.

Как следует из выражений (2) и (11),  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \ll \gamma_{12}$ , а  $\gamma_{12} = (1 + \nu_{xy})\varepsilon_x$ . Поэтому в формуле (32) все составляющие деформации  $\varepsilon_x$  представляют собой, главным образом, соответствующие составляющие сдвиговой деформации  $\gamma_{12}$  с нормирующим коэффициентом  $(1 + \nu_{xy})$ . По-видимому, допустимо предположить, что из них две последние составляющие при однократном нагружении образца до разрушения формируются, главным образом, из-за потери устойчивости структурных элементов композита по микро- и минимасштабным формам [34]. Как будет показано во второй части статьи, из-за различий механизмов их реализации в условиях растяжения и сжатия тест-образцов, по-видимому, в значительной степени различными оказались и результаты, приведенные на рис. 5 и рис. 6.

Полученные теоретические и экспериментальные результаты показывают, что точность определения модуля сдвига  $\tilde{G}_{12}$  исходя из экспериментально устанавливаемой зависимости  $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\gamma_{12})$  достаточно высока и она в меньшей степени зависит от точности определения коэффициента Пуассона  $\nu_{xy}$ , чем точность определения компонент напряжений  $\sigma_{11}^{(k)}, \sigma_{22}^{(k)}$  в осях ортотропии  $k$ -го монослоя ВКМ. Последняя, как следует из формулы (19), весьма чувствительна к точности определения коэффициента Пуассона  $\nu_{xy}$ . Более того, она обусловлена также и тем, какая же мера деформаций используется для вычисления величин  $\sigma_{11}^{(k)}, \sigma_{22}^{(k)}$ . В этой связи необходимо отметить, что более корректными и физически содержательными представляются соотношения (14), полученные заменой в соотношениях (3) величин  $\varepsilon_{ii}^{(k)}$  на величины  $\varepsilon_i^{(k)}$ .

Работа выполнена за счет средств Российского научного фонда (проект № 19-79-10018, раздел 2, проект № 19-19-00059, раздел 1) и за счёт средств

Программы стратегического академического лидерства Казанского (При-волжского) федерального университета (“ПРИОРИТЕТ-2030”) (Введение).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Paimushin V. N., Kholmogorov S. A.* Physical-mechanical properties of a fiber-reinforced composite based on an ELUR-P carbon tape and XT-118 binder // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 1. — P. 2—12.
2. *Jumahat A., Soutis C., Jones F. R., Hodzic A.* Fracture mechanisms and failure analysis of carbon fibre/toughened epoxy composites subjected to compressive loading // *Compos. Struct.* — 2010. — Vol. 92. — P. 295—305.
3. *Hapke J., Gehrig F., Huber N., Schulte K., Lilleodden E. T.* Compressive failure of UD-CFRP containing void defects: In situ SEM microanalysis // *Compos. Sci. Technol.* — 2011. — Vol. 71. — P. 1242—1249.
4. *Niu K., Talreja R.* Modeling of compressive failure in fiber reinforced composites // *Int. J. Solids Struct.* — 2000. — Vol. 37, No. 17. — P. 2405—2428.
5. *Naik N. K., Kumar R. S.* Compressive strength of unidirectional composites: evaluation and comparison of prediction models // *Compos. Struct.* — 1999. — Vol. 46. — P. 299—308.
6. *Davidson P., Waas A. M.* Mechanics of kinking in fiber-reinforced composites under compressive loading // *Math. Mech. Solids.* — 2016. — Vol. 21, No. 6. — P. 667—684.
7. *Prabhakar P., Waas A. M.* Interaction between kinking and splitting at the compressive failure of unidirectional fiber reinforced laminated composites // *Compos. Struct.* — 2013. — Vol. 98. — P. 85—92.
8. *Pimenta S., Gutkin R., Pinho S. T., Robinson P.* A micromechanical model for kink-band formation: Part I — Experimental study and numerical modelling // *Compos. Sci. Technol.* — 2009. — Vol. 69, Nos. 7—8. — P. 948—955.
9. *Kondratiev A. V., Gaidachuk V. E., Kharchenko M. E.* Relationships between the ultimate strengths of polymer composites in static bending, compression, and tension // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 2. — P. 367—378.
10. *Allix O., Feld N., Baranger E., Guimard J.-M., Ha-Minh C.* The compressive behaviour of composites including fiber kinking: modelling across the scales // *Mechanica.* — 2014. — Vol. 49, No. 11. — P. 2571—2586.
11. *Полилов А. Н.* Этюды по механике композитов. — М.: Физматлит, 2015. — 320 с.
12. D3518/3518M-94 (Reapproved 2001). Standard Test Method for In-Plane Shear Response of Polymer Matrix Composite Materials by Tensile Test of a  $\pm 45^\circ$  Laminate, Vol. 15.03, Space Simulation; Aerospace and Aircraft; Composite Materials. ASTM International, West Conshohocken, PA (2005).
13. *Paimushin V. N., Polykova N. V., Kholmogorov S. A., Shishov M. A.* Buckling modes of structural elements of off-axis fiber-reinforced plastics // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 2. — P. 133—144.
14. *Paimushin V. N., Gazizullin R. K., Shishov M. A.* Flat internal buckling modes of fibrous composite elements under tension and compression at the mini- and microscale // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* — 2019. — Vol. 60, No. 3. — P. 548—559.
15. *Новожилов В. В.* Теория упругости. — Л.: Судпромгиз, 1958. — 369 с.

16. *Paimushin V. N., Kayumov R. A., Kholmogorov S. A.* Deformation features and models of  $[\pm 45]_{2s}$  cross-ply fiber-reinforced plastics in tension // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 2. — P.141—154.

17. *Paimushin V. N., Gazizullin R. K., Shishov M. A.* Spatial buckling modes of a fiber (fiber bundle) of composites with a  $[\pm 45]_{2s}$  stacking sequence under the tension and compression of test specimens // *Mech. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 55, No. 6. — P.743—760.

18. *Hajlane A., Varna J.* Identification of a model of transverse viscoplastic deformation for a UD composite from curvature changes of unsymmetric cross-ply specimens // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 3. — P. 519—552.

19. *Giannadakis K., Mannberg P., Joffe R., Varna J.* The sources of inelastic behavior of glass fibre/vinylester non-crimp fabric  $[\pm 45]_s$  laminates // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2011. — Vol. 30, No. 12. — P.1015—1028.

20. *Giannadakis K., Varna J.* Analysis of nonlinear shear stress-strain response of unidirectional GF/EP composite // *Composites: Part A.* — 2014. — No. 62. — P. 67—76.

21. *Гузь А. Н.* Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. — Киев: Наукова думка, 1973. — 270 с.

22. *Гузь А. Н., Декрет В. А.* Модель волокон конечных размеров в трехмерной теории устойчивости композитных материалов (обзор) // *Прикл. механика.* — 2016. — Т. 52, № 1. — С. 3—77.

23. *Гузь А. Н.* О построении основ механики разрушения материалов при сжатии вдоль трещин (обзор) // *Прикл. механика.* — 2014. — Т. 50, № 1. — С. 5—89.

24. *Болотин В. В., Новичков Ю. Н.* Механика многослойных конструкций. — М.: Машиностроение, 1980. — 375 с.

25. *Rosen B. W.* Mechanics of composite strengthening // *Fibre Composite Materials / Proc. Am. Soc. Metals, USA: 1965.* — P. 574—586.

26. *Budiansky, B., Fleck, N. A.* Compressive failure of fibre composites // *J. Mech. Phys. Solids.* — 1993. — Vol. 41, No. 1. — P. 183—211.

27. *Li Xu Yong, Reifsnider K. L.* Micromechanical modeling of composite compressive strength // *J. Compos. Mater.* — 1993. — Vol. 27, No. 6. — P. 572—588.

28. *Abrosimov N. A., Elesin A. V., Igumnov L. A.* Numerical simulation of the process of loss of stability of composite cylindrical shells under combined quasi-static and dynamic actions // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 1. — P. 61—76.

29. *Zhang G., Latour Jr. R. A.* An analytical and numerical study of fiber microbuckling // *Compos. Sci. Techn.* — 1994. — Vol. 51, No. 1. — P. 95—109.

30. *Naik N. K., Kumar R. S.* Compressive strength of unidirectional composites: evaluation and comparison of prediction models // *Compos. Struct.* — 1999. — Vol. 46, No. 3. — P. 299—308.

31. *Jumahat A., Soutis C., Jones F. R., Hodzic A.* Fracture mechanisms and failure analysis of carbon fibre/toughened epoxy composites subjected to compressive loading // *Compos. Struct.* — 2010. — Vol. 92, No. 2. — P. 295—305.

32. *Paimushin V. N., Kholmogorov S. A., Gazizullin R. K.* Mechanics of unidirectional fiber-reinforced composites: buckling modes and failure under compression along fibers // *Mech. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 53, No. 6. — P. 737—752.

33. *Паймушин В. Н., Шалашилин В. И.* О соотношениях теории деформаций в квадратичном приближении и проблемы построения уточненных вариантов геометрически нелинейной теории слоистых элементов конструкций // *Прикл. математика и механика.* — 2005. — Т. 69, № 5. — С. 861—881.

34. *Paimushin V. N., Kholmogorov S. A., Makarov M. V., Tarlakovskii D. V., Lukasiewicz A.* Mechanics of fiber composites: forms of loss of stability and fracture of test specimens resulting from three-point bending tests // *Z. Angew. Math. Mech.* — 2019. — Vol. 99, No. 1. art. No. e201800063. doi: 10.1002/zamm.201800063

35. *Васильев В. В.* Механика конструкций из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1988. — 272 с.

36. *Rosen B. W.* A Simple procedure for experimental determination of the longitudinal shear modulus of unidirectional composites // *J. Compos. Mater.* — 1972. — Vol. 6. — P. 552—554.

Поступила в редакцию 16.07.2020

Окончательный вариант поступил 05.01.2022

Received July 16, 2020 (Jan. 5, 2022)

---

*А. А. Паньков\**

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Россия*

## **ДИАГНОСТИРОВАНИЕ МИКРОПОР В ПОЛИМЕРНОМ МАТЕРИАЛЕ ВСТРОЕННОЙ ОПТОВОЛОКОННОЙ БРЭГГОВСКОЙ РЕШЕТКОЙ**

*А. А. Pan'kov\**

### **DIAGNOSTICS OF MICROPORES IN A POLYMER MATERIAL WITH A BUILT-IN FIBER-OPTIC BRAGG GRATING**

**Keywords:** optical fiber, long Bragg grating, distributed strain sensor, flaw detection, Fredholm integral equation, mathematical modeling

A mathematical model for the diagnostics of technological defects (micropores) in a polymer material using built-in fiber-optic sensor with a long low-reflective Bragg grating is presented. The diagnostics is based on measuring the informative reflection spectrum of the Bragg grating at the output of the optical fiber. An algorithm for processing the strain spectrum was developed for the cases where the sensitive part of the optical fiber is located in the polymeric material in the deformation “disturbance zone” of the defect in the form of a spherical cavity. The diagnosable parameters were the defect size and location relative to the known length and location of the sensitive part. Results of a mathematical simulation of light and strain spectra along the sensitive part of the optical fiber, at various diagnosed distances from the optical fiber to the center of the spherical cavity in the polymer material are presented. A direct numerical solution (deconvolution) of the Fredholm integral equation is not considered here, and the reflection spectra, are obtained as convolutions with corresponding known strain spectra for the sensitive part of the fiber. The strain spectra were found using the solution of an elasticity theory problem for a “defective medium/fiber” domain.

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [a\\_a\\_pankov@mail.ru](mailto:a_a_pankov@mail.ru)  
Corresponding author: [a\\_a\\_pankov@mail.ru](mailto:a_a_pankov@mail.ru)



**Ключевые слова:** волокно оптическое, решетка брэгговская длинная, датчик деформации распределенный, дефектоскопия, уравнение Фредгольма интегральное, моделирование математическое

Представлена математическая модель диагностирования технологических дефектов (микропор) в полимерном материале с использованием встроенного оптоволоконного датчика с протяженной малоотражательной брэгговской решеткой. Диагностика основана на результатах измерения на выходе из оптоволоконна информативного спектра отражения брэгговской решетки. Разработан алгоритм обработки деформационного спектра для случаев, когда чувствительный участок оптоволоконна расположен в полимерном материале в деформационной “зоне возмущений” дефекта в виде сферической полости; диагностируемые параметры — размер и расположение дефекта относительно известной длины и расположения чувствительного участка. Представлены результаты математического моделирования световых и деформационных спектров вдоль чувствительного участка оптоволоконна при разных диагностируемых расстояниях от оптоволоконна до центра сферической полости в полимерном материале. Непосредственное численное решение (деконволюция) интегрального уравнения Фредгольма здесь не рассматривали, спектры отражения получены как конволюции с соответствующими известными спектрами деформаций для чувствительного участка оптоволоконна; спектры деформаций найдены с использованием решения задачи теории упругости для области “среда с дефектом/оптоволоконно”.

**Введение.** Изготовление композитных “материал-конструкций” как сложных иерархических технических систем с использованием современных аддитивных технологий происходит в несколько этапов, на каждом из которых возможно образование дефектов: расслоений, непроклеев, локальной пористости, трещин и зон неполного отверждения связующего, разрывов и дефектов пропитки армирующих волокон [1, 2]. Это обуславливает сложность возникающей задачи дефектоскопии и многообразие используемых для ее решения методов неразрушающего контроля конструкций из композитных материалов [3, 4].

Актуальность решения проблемы непрерывного мониторинга состояния ответственных высоконагруженных полимерных композитных конструкций обусловила появление и интенсивное развитие встроенных систем неразрушающего контроля [5—7]. “Информкомпози́ты” [5] со встроенной системой самоконтроля посредством функциональных сенсорных элементов для регистрации и контроля параметров своего состояния являются

основой перехода авиационной техники на качественно новый уровень безопасности и надежности ее эксплуатации. Интеллектуальные сенсорные системы могут быть встроены в материал для управления процессом “самозалечивания” повреждений материала через контролируемое раскрытие распределенных в нем капсул с лечащими агентами [6]. Направления развития распределенных волоконно-оптических сенсорных систем и методы обработки информативных сигналов рассмотрены в [7]. Актуальность и подходы к использованию оптоволоконных датчиков в качестве составной части систем мониторинга состояния авиационных конструкций из полимерных композитных материалов рассмотрены в [8]. Результаты экспериментальных исследований по мониторингу состояния конструкции через измерение информационных откликов от встроенных оптоволоконных брэгговских решеток, вызванных внешними ультразвуковыми воздействиями, представлены в [9]. Отметим обзорные работы [10—13] по интегрированию оптоволоконных брэгговских решеток в структуру полимерного композитного материала. Результаты математического моделирования и экспериментальных исследований функционирования встроенных в полимерные композитные материалы оптоволоконных брэгговских решеток для решения разных задач, в частности, для диагностирования градиентного поля деформаций в пластине из стеклопластика, приведены в [14], для обнаружения и идентификации разных типов повреждений в сегменте композитного шпангоута авиационного двигателя — в [15]. Современные технологии производства оптоволокон позволяют варьировать их свойства в широких пределах, удовлетворяя требованиям в зависимости от области применения [8]. Научным заданием решения многих “обратных задач” обработки изображений [16, 17] и косвенных измерений распределенных параметров для случаев, когда непосредственное измерение значений этих параметров затруднительно или невозможно, является теория интегральных уравнений 1-го рода — хорошо развитый раздел функционального анализа [18, 19].

Цель настоящей работы — разработка математической модели диагностирования технологических дефектов в виде сферических микропор в полимерном материале посредством встроенного оптоволоконного датчика с протяженной слабоотражающей брэгговской решеткой с использованием и развитием методик [20—22] обработки информативного спектра отражения оптоволоконна.

**1. Спектры оптоволоконной брэгговской решетки.** Рассматриваемая математическая модель предполагает [21], что распределенная брэгговская решетка с периодом  $\Lambda_0$  на всем протяженном (длиной  $l$ ) чувствительном участке оптоволоконна является слабоотражательной. Известен ее “начальный” спектр отражения  $R_0(\lambda)$  с центральной (резонансной) длиной волны отраженного света  $\lambda_0$  для недеформированного ( $\varepsilon = 0$ ) случая. При некотором неоднородном по продольной координате  $\xi \in (0; l)$  осевом де-

формировании  $\varepsilon(\xi)$  чувствительного участка имеем результирующий спектр отражения оптоволоконна [23—25]

$$R(\lambda) = \int_l dR_\varepsilon = \int_l r_0(\lambda - \lambda_0 e) dl_\varepsilon. \quad (1)$$

Этот спектр  $R(\lambda)$  образуется суммированием элементарных спектров  $dR_\varepsilon$  для участков длиной  $dl_\varepsilon$ , где реализуется некоторое “постоянное” значение деформации ( $\varepsilon \approx e$ ) из интервала значений  $\varepsilon \in (e; e + de)$ . Здесь функция  $l_\varepsilon = l_\varepsilon(e)$  — суммарная длина брэгговской решетки с деформацией  $\varepsilon < e$ , область значений  $0 < l_\varepsilon \leq l$ , функция  $r_0(\lambda) = R_0(\lambda)/l$  — начальный спектр отражения от единицы длины брэгговской решетки с центральной длиной волны  $\lambda_0$ . В подынтегральном выражении (1) спектр отражения  $r(\lambda)$  от единичной длины брэгговской решетки с осевой деформацией  $e$  получен смещением известного спектра  $r_0(\lambda)$  на величину  $\lambda_0 e$  по оси абсцисс  $\lambda$ . Элементарную длину  $dl_\varepsilon$  чувствительного участка оптоволоконна с осевой деформацией  $\varepsilon \in (e; e + de)$  в (1) представим в виде

$$dl_\varepsilon = l f_\varepsilon(e) de \quad (2)$$

на основе двойного равенства для геометрической вероятности

$$dP = dl_\varepsilon / l = f_\varepsilon(e) de, \quad (3)$$

где искомый деформационный спектр  $f_\varepsilon(e)$  — функция плотности распределения деформации  $\varepsilon$  по длине в общем неоднородно деформированной брэгговской решетки. Вид функции

$$l_\varepsilon(e) = l \int_{-\infty}^e f_\varepsilon(e') de' \quad (4)$$

следует из (2), (3), где  $e' \in (-\infty; e)$  — параметр интегрирования. Нижний предел интегрирования (4) может быть заменен на  $e_{\min}$  для случая, когда диагностируемые деформации  $\varepsilon \in (e_{\min}; e_{\max})$ , при этом граничные значения функции  $l_\varepsilon(e) = 0, l$  для случаев  $e = e_{\min}, e_{\max}$  соответственно. В результате подстановки (2) в (1) получим уравнение Фредгольма 1-го рода

$$R(\lambda) = l \int_{-\infty}^{\infty} r_0(\lambda - \lambda_0 e) f_\varepsilon(e) de, \quad (5)$$

из которого может быть найден искомый деформационный спектр  $f_\varepsilon(e)$  по результатам измеряемого спектра отражения  $R(\lambda)$  оптоволоконной брэгговской решетки.

**2. Анализ деформационного спектра.** Рассмотрим анализ информативного деформационного спектра  $f_\varepsilon(e)$  (5) с целью нахождения радиуса  $a$  и расположения одиночной сферической полости относительно известной длины  $l \gg a$  и расположения чувствительного участка оптоволоконна (рис. 1). Считаем, что спектр  $f_\varepsilon(e)$  найден из решения интеграль-

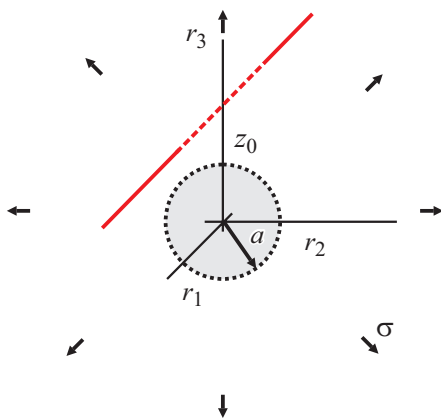


Рис. 1. Взаимное расположение сферической полости и чувствительного участка (---) оптоволоконна.

ного уравнения Фредгольма (5) на некотором интервале значений аргумента  $e \in (e_{\min}; e_{\max})$ ; выполняется равенство

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_{\varepsilon}(e) de = 1.$$

При этом найденные значения  $e_{\min}, e_{\max}$  являются минимальным и максимальным значениями функции продольных деформаций  $\varepsilon(\xi)$  на чувствительном участке оптоволоконна, где  $\xi \in (0; l)$ . На графике деформационного спектра  $f_{\varepsilon}(e)$  находим два ярко выраженных максимума (“левый” и “правый”) в виде узких импульсов, аргументы центров которых — это информативные значения  $e_{\infty}$  и  $e_{\max}$  соответственно,  $e_{\infty}$  — однородная осевая деформация полимерного материала в области  $V$  вдали от сферической полости (где влияние полости несущественно). Далее рассчитываем значение однородной осевой деформации  $e_0 = qe_{\infty}$  в области сферической полости  $V_0$  с использованием известного решения механики композитов [26, 27] для коэффициента концентраций деформации  $q$  в области одиночной сферической полости, где коэффициент  $q$  не зависит от действующего напряжения  $\sigma$ . Находим разность  $\Delta \equiv e_0 - e_{\max} \geq 0$ , при этом  $\Delta = 0$  — индикатор “прохождения”, а  $\Delta \neq 0$  ( $\Delta > 0$ ) — “непрохождения” чувствительного участка оптоволоконна через область полости  $V_0$ .

Для случая “прохождения” ( $\Delta = 0$ ) чувствительного участка оптоволоконна через область полости  $V_0$  находим искомый “коэффициент пористости”

$$\kappa_0 \equiv l_0 / l = \int_{\mathbf{e}_0} f_{\varepsilon}(e) de \tag{6}$$

через интегрирование функции  $f_{\varepsilon}(e)$  по малой ширине  $\mathbf{e}_0$  сингулярного “импульса полости”, который при  $e \in \mathbf{e}_0$  имеет вид

$$f_{\varepsilon}(e) = \kappa_0 \delta(e - e_0), \quad (7)$$

где  $\delta(e)$  — обобщенная дельта-функция Дирака;  $l_0$  — длина чувствительного участка, “попавшая” во внутрь однородно деформируемой области полости  $V_0$ . Длина  $l_0 = 2\sqrt{(a^2 - z_0^2)}$  — для случая расположения чувствительного участка на расстоянии  $z_0 \leq a$  от центра полости,  $l_0 = 0$  — для случая  $z_0 > a$  с учетом  $0 \leq l_0 \leq 2a < l$  (см. рис. 1). В случае отсутствия дефекта (полости) в диагностируемой области  $V$  или при его “значительном” удалении от чувствительного участка оптоволокна с учетом локальности деформационного “поля возмущения” дефекта [26] имеем  $f_{\varepsilon}(e) = \delta(e - e_{\infty})$ , где  $e_{\infty}$  — однородная осевая деформация всей области  $V$ .

Для случая “непрохождения” ( $\Delta \neq 0$ ) чувствительного участка оптоволокна через область полости  $V_0$  находим искомое относительное расстояние (см. рис. 1)

$$\zeta \equiv z_0 / a = \zeta(\Delta) \quad (8)$$

через найденное ранее значение разности  $\Delta > 0$ , где  $\zeta(\Delta)$  — функция, обратная функции разности:

$$\Delta(\zeta) \equiv e_0 - e_{\max}(\zeta), \quad (9)$$

значение  $\Delta = 0$  имеем для случая  $\zeta \leq 1$ . Функциональная зависимость  $e_{\max}(\zeta)$  в (9) считается известной или может быть получена известными методами механики композитов [26, 27] для рассматриваемого случая нагружения (см. рис. 1).

**3. Результаты моделирования.** Рассматриваем случай всестороннего растяжения напряжением  $\sigma = 1,2$  МПа неограниченной области изотропного упругого полимерного материала, когда чувствительный участок оптоволокна симметрично расположен в сферической деформационной

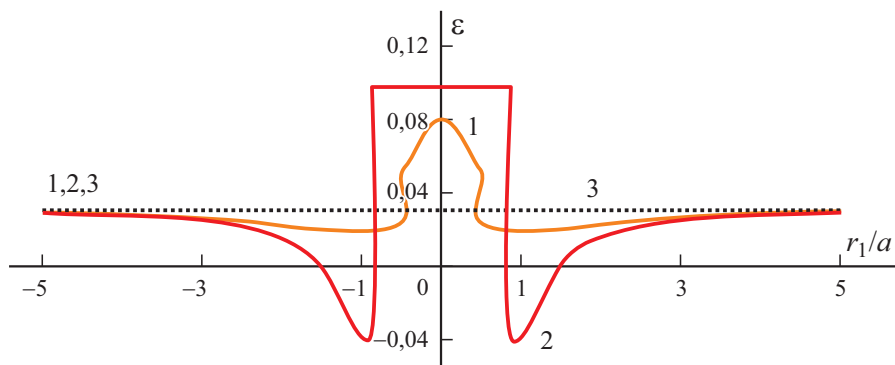


Рис. 2. Распределение осевых деформаций  $\varepsilon$  вдоль  $r_1$  чувствительного участка при расположении полости на расстоянии  $z_0 / a = 1,1$  (1); 0,5 (2); без полости  $\varepsilon = e_{\infty}$  (3).

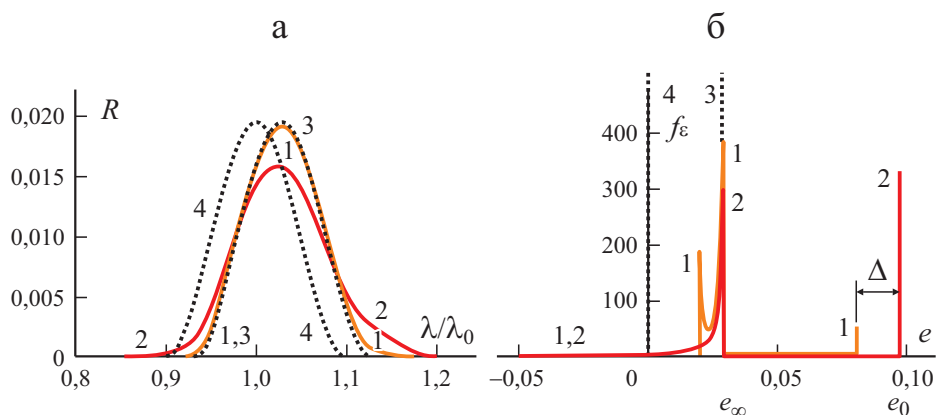


Рис.3. Спектр отражения  $R(\lambda)$  (а) и деформационный спектр  $f_\epsilon(e)$  (б) при расположении полости на расстоянии  $z_0/a = 1,1$  (1); 0,5 (2); без полости (3); без нагрузки (4).

зоне возмущения одиночной сферической полости (см. рис. 1). Центр полости радиусом  $a$  размещен на расстоянии  $z_0$  до прямолинейного чувствительного участка оптоволокна с распределенной брэгговской решеткой (см. рис. 1). Изотропные упругие свойства материала — полиуретанового термопласта — заданы модулем Юнга  $E = 12$  МПа и коэффициентом Пуассона  $\nu = 0,35$ . Распределение диагностируемых осевых деформаций  $\epsilon$  вдоль чувствительного участка (см. рис. 1) показано на рис. 2 при длине чувствительного участка  $l/a = 10$ , где центрированная локальная координата  $r_1 = \xi - l/2$  для чувствительного участка оптоволокна,  $\xi \in (0; l)$ .

Считающийся известным спектр отражения  $R_0(\lambda)$  для недеформированной распределенной однородной брэгговской решетки с центральной длиной волны отраженного света  $\lambda_0$  (см. график для случая “без нагрузки” на рис. 3—а) приведен в [21]. На рис. 3—а представлены результаты моделирования спектров отражения  $R(\lambda)$  при разных значениях отношения  $z_0/a$  расстояния от центра полости до оптоволокна  $z_0$  к радиусу полости  $a$ , длине чувствительного участка  $l/a = 10$  в сравнении с предельными случаями “без полости” или “без нагрузки” материала. Спектры отражения  $R(\lambda)$  (см. рис. 3—а) использованы для нахождения соответствующих деформационных спектров  $f_\epsilon(e)$  (см. рис. 3—б) диагностируемых осевых деформаций  $\epsilon(\xi)$  (см. рис. 2) по решению интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода (5). Деформационный спектр  $f_\epsilon(e)$  (см. рис. 3—б) для случая “без нагрузки” имеет вид  $f_\epsilon(e) = \delta(e)$ , для случая с нагрузкой “без полости” (или с полостью, но на большом удалении ее от чувствительного участка оптоволокна) —  $f_\epsilon(e) = \delta(e - e_\infty)$ , где  $e_\infty \approx 0,03$  — однородная осевая деформация материала. При нагружении материала и расположении чувствительного участка оптоволокна в деформационной зоне возмущения полости (см. рис. 1) график деформационного спектра  $f_\epsilon(e)$  (см. рис. 3—б) имеет два ярко выраженных максимума с искомыми

информативными значениями аргументов  $e_\infty$  и  $e_{\max}$ . Далее эти параметры  $e_\infty$  и  $e_{\max}$  используем для нахождения характеристики  $z_0/a$  расположения центра полости относительного чувствительного участка оптоволокна.

**Заключение.** Разработана математическая модель диагностирования технологического дефекта в виде сферической полости в полимерном материале с использованием встроенного оптоволоконного датчика для случая, когда чувствительный участок оптоволокна — брэгговская решетка расположена в деформационной зоне возмущения полости (см. рис. 1). Непосредственное численное решение интегрального уравнения Фредгольма здесь не рассматривали, и спектры отражения  $R(\lambda)$  получены конволюцией (5) по соответствующим известным спектрам деформаций  $f_\varepsilon(e)$  для чувствительного участка оптоволокна. Спектры деформаций  $f_\varepsilon(e)$  найдены с использованием решения задачи теории упругости для области “среда с дефектом/оптоволокно” для осевых деформаций  $\varepsilon(\xi)$  чувствительного участка оптоволокна,  $\xi \in (0; l)$ . Выявлено, что деформационный спектр  $f_\varepsilon(e)$  имеет ярко выраженные информативные импульсы (см. рис. 3—б), по расположению и величине которых могут быть найдены искомые величины — размер и расположение сферической полости относительно известной длины  $l$  и расположения чувствительного участка оптоволокна в полимерном материале. Проведенные исследования выявили актуальность апробации известных численных методов деконволюции для интегрального уравнения Фредгольма (5) и оценки влияния на точность решения разных случайных факторов рассматриваемой системы “среда с дефектом/оптоволокно” (см. рис. 1), в частности, отклонений реальной формы полости от идеальной сферической. Для некоторых частных случаев такие оценки точности могут быть получены с использованием аналитического решения задачи Эшелби для материала с эллипсоидальной формой полости (включения) и известных методов статистической механики композитов на основе метода функций Грина [27].

Результаты получены при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект № FSNM-2020-0026).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Карташова Е. Д., Муйземек А. Ю.* Технологические дефекты полимерных слоистых композитных материалов // Изв. вузов. Поволж. регион. Техн. науки. — 2017. — № 2. — С. 79—89.
2. *Мурашов В. В., Румянцев А. Ф.* Дефекты монолитных деталей и многослойных конструкций из полимерных композитных материалов и методы их выявления. Часть 1. Дефекты монолитных деталей и многослойных конструкций из полимерных композитных материалов // Контроль. Диагностика. — 2007. — № 4. — С. 23—32.
3. *Воробей В. В., Маркин В. Б.* Контроль качества изготовления и технология ремонта композитных конструкций. — Барнаул: Изд-во МЦ ЭОР, 2015. — 181 с.

4. *Бормотов А. Н.* Декомпозиция систем и иерархические структуры показателей качества композитов // *Соврем. наукоемкие технологии.* — 2016. — № 9—2. — С. 196—203.

5. *Каблов Е. Н., Морозов Г. А., Сиваков Д. В., Гуляев И. Н.* Встроенный контроль: от датчиков до информкомпозитов / *Авиац. материалы 75 лет. Юбилейн. науч.-техн. сб.* — М.: Изд-во ВИАМ, 2007. — С. 331—342.

6. *Колобков А. С., Малаховский С. С.* Самозалечивающиеся композитные материалы (обзор) // *Тр. ВИАМ.* — 2019. — № 1. — С. 47—54.

7. *Сорокин К. В., Мурашов В. В.* Мировые тенденции развития распределенных волоконно-оптических сенсорных систем (обзор) // *Авиац. материалы и технологии.* — 2015. — № 3. — С. 90—94.

8. *Качура С. М., Постнов В. И.* Перспективные оптоволоконные датчики и их применение (обзор) // *Тр. ВИАМ.* — 2019. — № 5. — С. 52—61.

9. *Власов А. А., Алейник А. С., Шуклин Ф. А., Никитенко А. Н., Моторин Е. А., Киреенков А. Ю.* Обнаружение ультразвуковых воздействий с применением волоконных решеток Брэгга // *Науч.-техн. вестн. информац. технологий, механики и оптики.* — 2019. — № 5. — С. 809—817.

10. *Каблов Е. Н., Старцев О. В., Медведев И. М., Шелемба И. С.* Волоконно-оптические датчики для мониторинга коррозионных процессов в узлах авиационной техники (обзор) // *Авиац. материалы и технологии.* — 2017. — № 3. — С. 26—34.

11. *Рузаков И. А.* Мониторинг деформационного состояния элементов конструкции из ПКМ на основе волоконно-оптических датчиков (обзор) // *Тр. ВИАМ.* — 2019. — № 4. — С. 88—98.

12. *Серьёзов А. Н., Кузнецов А. Б., Лукьянов А. В., Брагин А. А.* Применение оптоволоконных технологий при создании встроенных систем самодиагностики авиационных конструкций // *Науч. вестн. НГТУ. Авиац. и ракетно-косм. техника.* — 2016. — № 3. — С. 95—105.

13. *Будадин О. Н., Кульков А. А., Кутюрин В. Ю.* Волоконно-оптические датчики с решётками Брэгга для мониторинга напряженно-деформированного состояния изделий из композитных материалов // *Конструкции из композиц. материалов.* — 2018. — № 2. — С. 60—67.

14. *Кошелева Н. А., Шипунов Г. С., Воронков А. А., Меркушева Н. П., Тихонова А. А.* Экспериментальные исследования по определению деформаций образцов из полимерного композитного материала с применением волоконно-оптических датчиков // *Вестн. ПНИПУ. Аэрокосм. техника.* — 2017. — № 50. — С. 26—35.

15. *Аношкин А. Н., Зуйко В. Ю., Пеленев К. А., Писарев П. В., Шипунов Г. С.* Численное моделирование напряженно-деформированного состояния композитного шпангоута авиационного назначения для разработки методики контроля с применением волоконно-оптических датчиков // *Вестн. ПНИПУ. Механика.* — 2018. — № 4. — С. 47—57.

16. *Скиданов Р. В., Морозов А. А., Порфирьев А. П., Бланк В. А.* Изображающий спектрометр на основе дискретного интерференционного фильтра // *Компьютер. оптика.* — 2015. — № 5. — С. 716—720.

17. *Скиданов Р. В., Морозов А. А., Гоголева С. Ю.* Решение уравнений Фредгольма первого рода с использованием метода расширенных регуляризованных нормальных уравнений в задаче восстановления гиперспектральных изображений / *Материалы междунар. конф. и молодёж. школы “Информационные технологии и нанотехнологии”, Самара, 17—19 мая 2016 г.* — Самара: Изд.-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та им. акад. С. П. Королёва, 2016. — С. 273—278.

18. *Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г.* Численные методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1990. — 232 с.



19. Лукьяненко Д. В., Ягола А. Г. Использование многопроцессорных систем для решения обратных задач, сводящихся к интегральным уравнениям Фредгольма 1-го рода // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. — 2012. — № 1. — С. 222—234.
20. Патент RU № 2723921. Способ измерения деформаций / А. А. Паньков, опубли.: 18.06.2020; Бюл. № 17.
21. Pan'kov A. A. Mathematical model for diagnosing strains by an optical fiber sensor with a distributed Bragg grating according to the solution of a Fredholm integral equation // Mech. Compos. Mater. — 2018. — No. 4. — P. 513—522.
22. Паньков А. А. Математическая модель диагностирования микропористости материалов оптоволоконным датчиком с распределённой брэгговской решёткой // Оптич. журн. — 2020. — № 4. — С. 3—10.
23. Wang Y, Gong J, Wang D. Y, Dong B., Bi W., Wang A. A quasi-distributed sensing network with time—division multiplexed fiber Bragg gratings // IEEE Photonics Technol. Lett. — 2011.—Vol. 23, N 1.—P. 70—72.
24. Нуреев И. И. Сенсорные пассивные оптические сети и ключевые вопросы применения в них волоконных брэгговских решеток // Электрон. науч. журн. “Инженерный вестник Дона”. — 2016. — №2; URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3605>
25. Zhang J. Распределенная система датчиков вибраций, использующая сигналы, отраженные слабыми волоконными брэгговскими решетками // Оптич. журн. — 2018. — № 7. — С. 76—83.
26. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. — М.: Мир, 1982 — 334 с.
27. Паньков А.А. Статистическая механика пьезокомпозитов. — Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. — 480 с.

Поступила в редакцию 01.02.2021

Окончательный вариант поступил 13.12.2021

Received Feb. 1, 2021 (Dec. 13, 2021)

---

*Ф. Аббаспур, Х. Арвин\**

*Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran*

**АНАЛИЗ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ СЛОИСТЫХ  
МИКРОПЛАСТИН С ПЛАСТИНКАМИ ГРАФЕНА  
И ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ЛИЦЕВЫМИ СЛОЯМИ,  
ПОКОЯЩИХСЯ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ  
И ПОДВЕРЖЕННЫХ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ НАГРУЗКАМ<sup>1</sup>**

*F. Abbaspour and H. Arvin\**

**A FREE VIBRATION ANALYSIS OF LAMINATED MICROPLATES  
REINFORCED BY GRAPHENE PLATELETS INTEGRATED  
WITH PIEZOELECTRIC FACESHEETS, RESTING ON AN ELASTIC  
FOUNDATION, AND SUBJECTED TO THERMOELECTRICAL LOADS**

**Keywords:** free vibrations, graphene, Ritz technique, scale factor, sandwich composite microstructures.

Microelectromechanical systems (MEMS) have attracted researchers' attention due to their various applications. Microplates with piezoelectric face sheets are the impending choice for MEMS. Hence, in this paper, an analysis of free vibrations of such microplates reinforced with graphene platelets resting on an elastic foundation and subjected to an external voltage in a thermal ambient is performed. The first-order shear deformation theory and a modified couple stress theory are employed to derive their kinetic and strain energies. The thermomechanical features of the core layer, reinforced with graphene platelets, are determined using the Halpin—Tsai micromechanical model. The Ritz technique is used to find the associated natural frequencies for different boundary conditions. The impact of geometry of graphene platelets, their weight fraction, temperature increment, external voltage, and boundary conditions on the outcomes are examined. The results obtained showed that decrement of the fundamental natural frequency of the microplates depend on the increment of temperature.

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [hadi.arvin@sku.ac.ir](mailto:hadi.arvin@sku.ac.ir)  
Corresponding author: [hadi.arvin@sku.ac.ir](mailto:hadi.arvin@sku.ac.ir)

<sup>1</sup>Перевод с англ.

**Ключевые слова:** колебания свободные, графен, метод Ритца, фактор масштабный, микроструктуры сандвич-композита

Выполнен анализ свободных колебаний микропластин, армированных пластинками графена, опирающихся на упругое основание и подверженных электрическому напряжению в условиях термической окружающей среды. Для вычисления их кинетической энергии и энергии деформирования использовали теорию сдвигового деформирования первого порядка и модифицированную теорию моментных напряжений. Термомеханические характеристики слоя сердцевины, армированного пластинками графена, определены с помощью микромеханической модели Халпина—Цая. Для нахождения соответствующих собственных частот при разных граничных условиях использовали метод Ритца. Исследовано влияние геометрии пластинок графена, их массового содержания, приращения температуры, электрического напряжения и граничных условий на характеристики свободных колебаний. Полученные результаты показали, что декремент основной собственной частоты микропластин зависит от приращения температуры.

## Введение

Микросхемы проекционных дисплеев, головки дисководов компьютеров, оптические переключатели, головки струйных принтеров, датчики тонометров, микроклапаны, биосенсоры и акселерометры для датчиков подушек безопасности — это лишь некоторые примеры применения микроэлектромеханических систем (МЭМС). Цель настоящей работы — разработка метода расчета и анализ свободных колебаний пьезоэлектрических микропластин, армированных графеновыми пластинками (GPL) и подвергнутых электрическому напряжению.

Некоторые исследователи изучали влияние армирования на механический отклик макросандвич-конструкций с пьезолистами. В [1], используя теорию сдвигового деформирования первого порядка, разработали математическую модель для исследования свободных колебаний пластин, армированных углеродными нанотрубками (УНТ), с двумя пьезоэлектрическими лицевыми слоями и установили, что в замкнутом контуре пластина всегда жестче, чем в условиях открытого контура и поэтому имеет более высокую основную собственную частоту.

Многочисленные исследования посвящены механическому анализу композитных макроструктур. В [2] проанализировали амплитуду потери устойчивости и закритическое поведение пластин из полимерного композита при механических нагрузках и оценили влияние армирующих волокон на полученные результаты. В [3] использовали метод возмущения для изучения расслоения при потере устойчивости слоистых пластин, подвергнутых двухосному нагружению. Критическую силу потери устойчивости опре-

делили с учетом начальных несовершенств. В [4] исследовали расслоение вязкоупругих композитных пластин с трещинами при потере устойчивости. Потерю устойчивости и закритическое поведение пластин с пластинками графена изучали в [5] и показали важность распределения пластинок графена для предсказываемых численных результатов. В [6] исследовали расслоение при потере устойчивости ортотропных толстых пластин, подверженных сжимающей нагрузке. В [7] выполнили анализ колебаний и устойчивости пористых пластин, армированных пластинками графена и подверженных аэродинамическим нагрузкам. Установили, что пластины с А-картиной распределения пластинок графена более устойчивы, чем с другими типами распределения. В [8] изучали расслоение пьезоэлектрических сэндвич-пластин с краевыми трещинами при потере устойчивости. В [9] исследовали потерю устойчивости функционально-градиентных пластин при нагрузке, линейно изменяющейся в плоскости.

Некоторые исследователи рассматривали размерную зависимость микроструктур. В [10] для моделирования изотропной микропластины использовали теорию пластин Миндлина и модифицированную теорию моментных напряжений (МТМН). Оценили влияние масштабного параметра длины материала на собственную частоту микропластины. Для изучения влияния пьезоэлектрических слоев на механические свойства микропластин в [11] в рамках допущений МТМН разработали определяющие уравнения шарнирно опертых микропластин с изотропной сердцевинной и пьезоэлектрическими лицевыми слоями. Установили, что положительное электрическое напряжение уменьшает механические и термические критические нагрузки потери устойчивости. В [12] посредством МТМН исследовали свободные колебания микропластин из функционально-градиентного материала с двумя интегрированными пьезоэлектрическими слоями. В [13] использовали согласованную теорию моментных напряжений для изучения свободных и вынужденных колебаний и термической потери устойчивости тонких симметричных шарнирно опертых микропластин. В [14] для изучения динамики микропластины использовали метод Навье. В [15] для исследования осевых вынужденных колебаний стержней, подверженных разным видам гармонических и негармонических нагрузок, применили теорию нелокального градиента деформации. Установили, что нелокальная постоянная уменьшает собственные частоты.

Несколько работ посвящены пьезоэлектрическим микропластинам с пластинками графена. Рассматривали тонкие микропластины с ограниченным отношением толщины к длине при граничных условиях шарнирного опирания. В [16, 17] свободные и вынужденные колебания и термомеханическую потерю устойчивости шарнирно опертых тонких микропластин, армированных пластинками графена, исследовали используя теорию пластин Кирхгофа и МТМН. Термомеханические свойства слоя сердцевинны определяли с помощью микромеханической модели Халпина—Цая.

Согласно данным опубликованной литературы, анализ свободных колебаний пьезоэлектрических микропластин с пластинками графена, имеющих большой потенциал для применения в качестве датчиков и других

МЭМС, не проводили с учетом общих граничных условий. В настоящей работе пьезоэлектрические микропластины, армированные пластинками графена, проектировали согласно теории сдвигового деформирования первого порядка и МТМН. Термомеханические свойства слоев, армированных пластинками графена, определяли на основе микромеханической модели Халпина—Цая. На микропластину воздействуют равномерное приращение температуры и постоянное электрическое поле. Для определения собственных частот микропластин с разными граничными условиями использовали метод Ритца для решения определяющих уравнений в слабой форме. Исследовали влияние свойств пластинок графена, электрического напряжения и увеличения температуры на характеристики колебаний микропластин.

## 1. Механическое и математическое моделирование

Схематическое изображение микропластины, армированной пластинками графена и соединенной с двумя пьезоэлектрическими слоями, подверженными одинаковому электрическому напряжению  $V$ , и опирающейся на основание Винклера—Пастернака, показана на рис. 1. Прямоугольная система координат  $O, x, y, z$  расположена в срединной плоскости слоя сердцевины, ось  $y$  не видна; длина микропластины по осям  $x$  и  $y$  равна  $a$  и  $b$  (не показаны), толщина по оси  $z$  равна  $h$ ; толщина верхнего и нижнего лицевых слоев  $h_3$  и  $h_1$  соответственно, толщина слоя сердцевины  $h_2$ .

Согласно теории сдвигового деформирования первого порядка перемещения материальной частицы в направлениях  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в момент времени  $t$  в местоположении  $(x, y, z)$  равны [18])

$$u_1 = u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y, t), \quad u_2 = v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y, t), \quad u_3 = w(x, y), \quad (1)$$

где  $u_0$  и  $v_0$  — перемещения в плоскости частицы в местоположении  $(x, y, 0)$  на срединной плоскости сердцевины в направлении осей  $x$  и  $y$  соответ-

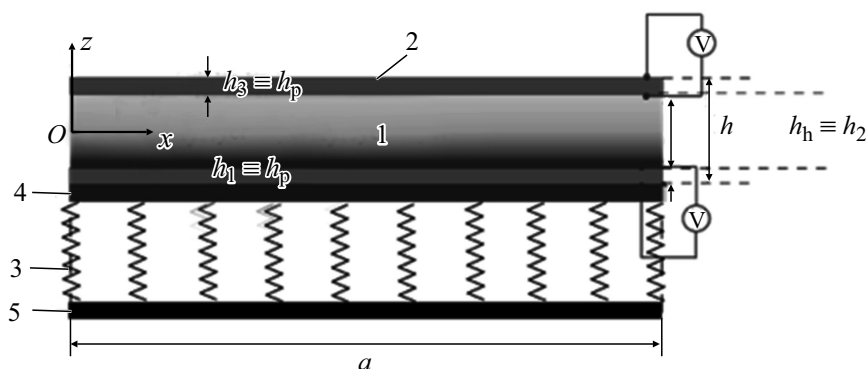


Рис. 1. Схема микропластины с сердцевиной (1), содержащей пластинки графена и склеенной с двумя пьезоэлектрическими лицевыми слоями (2), подверженными электрическому напряжению  $V$ , и покоящейся на основании Винклера (3)—Пастернака (4); 5 — жесткий слой.

ственно;  $w$  — поперечное перемещение частицы в направлении оси  $z$ ;  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  — повороты вокруг осей  $y$  и  $x$  соответственно.

Лагранжевы деформации в перемещениях имеют вид [18]

$$\varepsilon_{ij} = 1/2 [u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}u_{k,j}], \quad (2)$$

где запятая означает производную по переменной после запятой. При малых деформациях и умеренных поворотах к деформациям Лагранжа применим допущения фон Кармана относительно деформаций—перемещений [18]:

$$\{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}\} = \{\varepsilon_{xx}^0, \varepsilon_{yy}^0, \gamma_{xy}^0, \gamma_{yz}^0, \gamma_{xz}^0\} + z \{k_{xx}, k_{yy}, k_{xy}, k_{yz}, k_{xz}\}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  и  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{xz}$  — нормальные и сдвиговые деформации соответственно. Верхний индекс 0 означает мембранные деформации;  $k$  — кривизны. Соответствующие соотношения определим как

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_x u_0 + 1/2(\partial_x w)^2 \\ \partial_y v_0 + 1/2(\partial_y w)^2 \\ \partial_y u_0 + \partial_x v_0 + \partial_x w \partial_y w \\ \varphi_y + \partial_y w \\ \varphi_x + \partial_x w \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \\ k_{yz} \\ k_{xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_x \varphi_x \\ \partial_y \varphi_y \\ \partial_y \varphi_x + \partial_x \varphi_y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Уравнение состояния, связывающее тензор напряжений Коши при плоском напряженном состоянии с тензором деформаций для пьезоэлектрического материала, находящегося под действием электрического поля и градиента температуры  $\Delta T$ , имеет вид [1, 11]

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{e}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{32} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{15} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\alpha}_{11} \Delta T \\ \bar{\alpha}_{22} \Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $Q_{ij}$  и  $\bar{e}_{ij}$  — приведенные жесткости и приведенные пьезоэлектрические

постоянные;  $\bar{\alpha}_{ii}$  — приведенные коэффициенты термического расширения, указанные в Приложении.

Уравнение состояния для тензора моментных напряжений в терминах ассоциированного тензора кривизны (тензор вращения) определим как [19]

$$m_{ij} = 2\mu l^2 \chi_{ij}, \quad (6)$$

где  $\mu$  — модуль сдвига;  $l$  — масштабный параметр длины материала. Тензор кривизны запишем как [19]

$$\chi_{ij} = 1/2(\theta_{i,j} + \theta_{j,i}), \quad (7)$$

где  $\theta_i$  — вектор вращения, равный [19]

$$\theta_i = 1/2 \varepsilon_{ijk} u_{k,j}, \quad (8)$$

$\varepsilon_{ijk}$  — тензор перестановки. Компоненты тензора вращения найдем, подставив уравнения (1) в (8):

$$\begin{aligned} \theta_x &= 1/2(\partial_y w - \varphi_y), \theta_y = 1/2(\varphi_x - \partial_x w), \\ \theta_z &= 1/2 \left[ \partial_x v_0 - \partial_y u_0 + z(\partial_x \varphi_y - \partial_y \varphi_x) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Компоненты тензора кривизны найдем, подставив уравнение (9) в уравнение (7):

$$\begin{aligned} \chi_{11} &= 1/2(\partial_{xy} w - \partial_x \varphi_y), \chi_{12} = \chi_{21} = 1/4(\partial_{yy} w - \partial_{xx} w - \partial_y \varphi_y + \partial_x \varphi_x), \\ \chi_{13} = \chi_{31} &= \left[ \chi_{13}^0 \right] + z \left\{ \chi_{13}^1 \right\} = \left[ 1/4(\partial_{xx} v_0 - \partial_{xy} u_0) \right] + z \left[ 1/4(\partial_{xx} \varphi_y - \partial_{xy} \varphi_x) \right], \\ \chi_{23} = \chi_{32} &= \left[ \chi_{23}^0 \right] + z \left\{ \chi_{23}^1 \right\} = \left[ 1/4(\partial_{xy} v_0 - \partial_{yy} u_0) \right] + z \left[ 1/4(\partial_{xy} \varphi_y - \partial_{yy} \varphi_x) \right], \\ \chi_{22} &= 1/2(-\partial_{xy} w + \partial_y \varphi_x). \quad \chi_{33} = 1/2(-\partial_y \varphi_x + \partial_y \varphi_x). \end{aligned} \quad (10)$$

Изменение запасенной энергии в пьезоэлектрической микропластине, занимающей объем в рамках МТМН, равно [1, 19]

$$\delta U = \int_{\forall} (\Gamma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + m_{ij} \delta \chi_{ij} - D_i \delta E_i) dV, \quad (11)$$

где  $D_i$  — вектор электрического смещения;  $E_i$  — вектор напряженности электрического поля. Электрические смещения выразим посредством компонент деформаций и напряженности электрического поля и изменения температуры  $\Delta T$  [18, 20]:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{15} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{31} & \bar{e}_{32} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \bar{k}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{k}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{p}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{p}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{p}_3 \end{bmatrix} \Delta T, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\bar{k}_{ii}$  и  $\bar{p}_i$  — диэлектрические и пьезоэлектрические постоянные при плоском напряженном состоянии соответственно. Вектор напряженности электрического поля связан с электрическим потенциалом  $\Phi$  как [1]

$$E_i = -\Phi_{,i}. \quad (13)$$

Для удовлетворения уравнений Максвелла рассмотрим простое гармоническое распределение электрического потенциала по толщине пьезоэлектрического слоя вдоль оси  $z$  [21]. Функции электрического потенциала для нижнего и верхнего пьезоэлектрических слоев, подверженных одинаковому электрическому напряжению, равны

$$\Phi_1(x, y, z) = \psi_1(z)\phi_1(x, y) + Vf_1(z), \quad (14)$$

$$\Phi_3(x, y, z) = \psi_3(z)\phi_3(x, y) + Vf_3(z), \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_1(z) &= -\cos\left[\pi\left(\frac{2z+h_2+h_1}{2h_1}\right)\right], \quad \psi_3(z) = -\cos\left[\pi\left(\frac{2z-h_2-h_3}{2h_3}\right)\right], \\ f_1(z) &= \frac{2z+h_2}{2h_1}, \quad f_3(z) = \frac{2z-h_2}{2h_3} \end{aligned}$$

распределения электрических потенциалов в направлении толщины;  $\phi_1(x, y)$  и  $\phi_3(x, y)$  — распределения электрического потенциала в плоскости на верхнем и нижнем лицевых слоях пьезоэлектрического элемента соответственно.

Подставив уравнения (3), (5)—(7) в (11), определим изменение энергии деформирования пьезоэлектрической микропластины:

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_A \left( N_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^0 + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + N_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^0 + M_{xx} \delta k_{xx} + M_{xy} \delta k_{xy} + M_{yy} \delta k_{yy} + \right. \\ &\left. + Q_{yz} \delta \gamma_{yz}^0 + Q_{xz} \delta \gamma_{xz}^0 + Y_{xx} \delta \chi_{xx} + Y_{yy} \delta \chi_{yy} + Y_{zz} \delta \chi_{zz} + 2Y_{xy} \delta \chi_{xy} + \right. \end{aligned}$$



$$+2Y_{yz}\delta\chi_{yz}^0 + 2R_{yz}\delta\chi_{yz}^1 + 2Y_{xz}\delta\chi_{xz}^0 + 2R_{xz}\delta\chi_{xz}^1) dA - \\ \int_{\forall} (D_{1x}\delta E_{1x} + D_{1y}\delta E_{1y} + D_{1z}\delta E_{1z} + D_{3x}\delta E_{3x} + D_{3y}\delta E_{3y} + D_{3z}\delta E_{3z}) d\forall, \quad (16)$$

где  $N_{ij}$  и  $Q_{ij}$  — результирующие мембранные и сдвиговые силы;  $M_{ij}$  — результирующие моменты;  $Y_{ij}$  и  $R_{ij}$  — результирующие моменты высокого порядка, приведенные в Приложении.

На основе гипотезы Винклера—Пастернака изменение энергии, запасенной в линейно-упругом основании, имеет вид [22]

$$\delta U_f = \int_A (k_w w \delta w + k_f (\partial_x w) \delta (\partial_x w) + k_f (\partial_y w) \delta (\partial_y w)) dA, \quad (17)$$

где  $A$  — площадь микропластины в плоскости  $xy$ ;  $k_w$  и  $k_f$  — постоянные основания Винклера и Пастернака соответственно.

Изменение кинетической энергии микропластины запишем как [23]

$$\delta T = \int_{\forall} \left( \rho \sum_{i=1}^3 \dot{u}_i \delta \dot{u}_i \right) d\forall, \quad (18)$$

где  $\rho$  — массовая плотность; точка над переменной означает производную по времени. Подставив уравнение (1) в (18), определим изменение кинетической энергии.

Таким образом, принцип Гамильтона для временного интервала  $[t_1, t_2]$ , т.е.  $\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U - \delta U_f) dt = 0$  [23], характеризует слабую форму определяющих уравнений.

## 2. Термомеханические свойства композитного слоя с пластинками графена

Общее объемное содержание пластинок графена  $V_{GPL}^*$  в слоистом композите связано с их общим массовым содержанием  $W_{GPL}$  следующим образом [5]:

$$V_{GPL}^* = \frac{W_{GPL}}{W_{GPL} + \left( \frac{\rho^{GPL}}{\rho^m} \right) (1 - W_{GPL})}, \quad (19)$$

где нижний  $GPL$  и верхний  $m$  индексы означают принадлежность к пластинкам графена и матрице соответственно.

Рассмотрим  $N_L$ -слойный композит, армированный пластинками графена. На рис. 2 показаны четыре картины распределения пластинок графена. Величину  $V_{GPL}^{[k]}$  в  $k$ -м слое определяем следующим образом [5]:

$$U\text{-картина} — V_{GPL}^{[k]} = V_{GPL}^*, \quad (20)$$

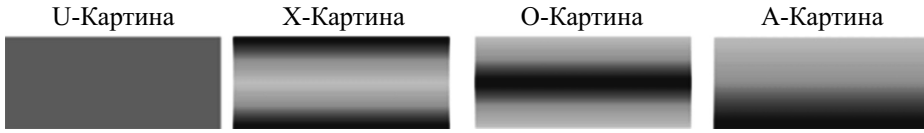


Рис. 2. U-, X-, O-, A-картины распределения пластинок графена.

$$\text{X-картина} \text{ — } V_{GPL}^{[k]} = 2V_{GPL}^* (|2k - N_L - 1| / N_L), \quad (21)$$

$$\text{O-картина} \text{ — } V_{GPL}^{[k]} = 2V_{GPL}^* (1 - |2k - N_L - 1| / N_L), \quad (22)$$

$$\text{A-картина} \text{ — } V_{GPL}^{[k]} = V_{GPL}^* (|2k - 1| / N_L). \quad (23)$$

Коэффициент Пуассона  $\nu$  и коэффициент термического расширения  $\alpha$   $k$ -го слоя слоистого композита с пластинками графена определяем по правилу смесей [5]:

$$\nu^{[k]} = V_{GPL}^{[k]} \nu^{GPL} + V_m^{[k]} \nu^m, \quad (24)$$

$$\alpha^{[k]} = V_{GPL}^{[k]} \alpha^{GPL} + V_m^{[k]} \alpha^m, \quad (25)$$

где  $V_m^{[k]}$  — объемное содержание матрицы в  $k$ -м слое слоистого композита с пластинками графена, связанное с объемным содержанием пластинок графена в  $k$ -м слое соотношением [5]

$$V_{GPL}^{[k]} + V_m^{[k]} = 1. \quad (26)$$

Модуль упругости  $k$ -го слоя слоистого композита с пластинками графена легко найти как [5]

$$E^{[k]} = 3/8 \frac{1 + \xi_L \eta_L V_{GPL}^{[k]}}{1 - \eta_L V_{GPL}^{[k]}} E_m + 5/8 \frac{1 + \xi_T \eta_T V_{GPL}^{[k]}}{1 - \eta_T V_{GPL}^{[k]}} E_m, \quad (27)$$

где  $\eta_L$  и  $\eta_T$  равны [5]

$$\eta_L = \frac{E_{GPL} / E_m - 1}{E_{GPL} / E_m + \xi_L}, \quad \eta_T = \frac{E_{GPL} / E_m - 1}{E_{GPL} / E_m + \xi_T}. \quad (28)$$

Величины  $\xi_L$  и  $\xi_T$  определяют геометрические свойства пластинок графена [5]:

$$\xi_L = 2 \frac{a_{GPL}}{t_{GPL}}, \quad \xi_T = 2 \frac{b_{GPL}}{t_{GPL}}. \quad (29)$$

Соответствующий модуль сдвига  $G^{[k]}$ , связанный с  $k$ -м слоем слоистого композита с пластинками графена, вычислим [5] как

$$G^{[k]} = \frac{E^{[k]}}{2(1+\nu^{[k]})}.$$

Проинтегрировав по толщине всех  $N_L$  слоев с пластинками графена и суммировав полученные соотношения, определим искомую величину.

### 3. Применение метода Ритца к слабой форме определяющих уравнений

Для анализа свободных колебаний используем метод Ритца. Функции, которые введем для оценки перемещений, должны удовлетворять граничным условиям [23]. Переменные перемещений дискретизируем во времени и пространстве [1]:

$$\begin{aligned} u_0(x, y) &= R^u(x, y) \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U_{ij}(t) P_i(x) P_j(y), \\ v_0(x, y) &= R^v(x, y) \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} V_{ij}(t) P_i(x) P_j(y), \\ w(x, y) &= R^w(x, y) \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} W_{ij}(t) P_i(x) P_j(y), \\ \varphi_x(x, y) &= R^{\varphi_x}(x, y) \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} X_{ij}(t) P_i(x) P_j(y), \\ \varphi_y(x, y) &= R^{\varphi_y}(x, y) \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} Y_{ij}(t) P_i(x) P_j(y), \\ \phi_1(x, y) &= R^{\phi_1}(x, y) \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \mathcal{K}_{1ij}(t) P_i(x) P_j(y), \\ \phi_3(x, y) &= R^{\phi_3}(x, y) \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \mathcal{K}_{3ij}(t) P_i(x) P_j(y), \end{aligned} \quad (30)$$

где  $U_{ij}$ ,  $V_{ij}$ ,  $W_{ij}$ ,  $X_{ij}$ ,  $Y_{ij}$ ,  $\mathcal{K}_{1ij}$  и  $\mathcal{K}_{3ij}$  — обобщенные координаты;  $P$  — ортогональные функции в количестве  $N_x$  и  $N_y$  в направлениях  $x$  и  $y$  соответственно. Здесь использованы полиномы Чебышева первого поряд-

ка. В рассматриваемом случае рекуррентная формула генерирует следующие полиномы [24]:

$$\begin{aligned}
 P_1(x) &= 1, P_1(y) = 1, P_2(x) = 2x/a, P_2(y) = 2y/b, \\
 P_i(x) &= \frac{2x}{a}P_{i-1}(x) - P_{i-2}(x), i = 3, \dots, N_x, \\
 P_j(y) &= \frac{2y}{b}P_{j-1}(y) - P_{j-2}(y), j = 3, \dots, N_y,
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

$R$  — функции, предлагаемые для аппроксимации перемещений, обеспечивают удовлетворение граничных условий. Общий вид функций для упомянутых пластин следующий [1]:

$$R^\alpha(x, y) = (1 + 2x/a)^p (1 - 2x/a)^q (1 + 2y/b)^r (1 - 2y/b)^s, \tag{32}$$

где параметры  $p, q, r, s$ , определяемые исходя из соответствующего граничного условия, могут быть равными нулю или единице. Подробности описаны в [1].

Подставив уравнение (30) в слабую форму определяющих уравнений и используя метод Рэлея—Ритца, запишем дискретизированные определяющие уравнения

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \mathcal{K} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{uk} \\ \mathbf{K}_{ku} & \mathbf{K}_{kk} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathcal{K} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \tag{33}$$

где  $\mathbf{U} = [U_{ij}, V_{ij}, W_{ij}, X_{ij}, Y_{ij}]^T$  и  $\mathcal{K} = [\mathcal{K}_{1ij}, \mathcal{K}_{3ij}]^T$ ;  $\mathbf{K}_{uu}, \mathbf{K}_{uk} = \mathbf{K}_{ku}^T$  и  $\mathbf{K}_{kk}$  — упругая, пьезоэлектрическая и диэлектрическая матрицы соответственно;  $\mathbf{M}_{uu}$  — матрица масс. Для краткости ни одну из перечисленных матриц не приводим в силу их громоздкости.

Если электрическое напряжение к лицевым слоям пьезоэлектрического элемента не приложено, то вектор обобщенных координат пьезоэлектрического элемента равен нулю, т.е.  $\mathcal{K} = \mathbf{0}$  и, следовательно,

$$\mathbf{M}_{uu} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{uu} \mathbf{U} = \mathbf{0}. \tag{34}$$

При решении соответствующей задачи на собственные значения находим собственные частоты и собственные векторы, которые можно подставить в уравнение (30) для определения соответствующей моды колебаний.

Если микропластина подвержена воздействию электрического напряжения, вектор обобщенных координат пьезоэлектрического элемента отличен от нуля и может быть определен из второй строки уравнения (33). Подставив его в первую строку уравнения (33), получим

$$\mathbf{M}_{uu} \ddot{\mathbf{U}} + \left( \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{uk} \mathbf{K}_{kk}^{-1} \mathbf{K}_{ku} \right) \mathbf{U} = \mathbf{0}. \tag{35}$$

## 4. Результаты и обсуждение

**4.1. Подтверждение правильности.** Для проверки разработанной формулировки рассмотрим квадратную пластину с пластинками графена, склеенную с двумя пьезоэлектрическими лицевыми слоями [25]. Матрица слоя сердцевины изготовлена из меди с модулем упругости  $E = 130$  ГПа, плотностью  $\rho = 8960$  кг/м<sup>3</sup> и коэффициентом Пуассона  $\nu = 0,34$ . Характеристики графена:  $E = 1010$  ГПа,  $\rho = 1062,5$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 0,186$ . Лицевые слои изготовлены из пьезокерамики PZT-4 с электромеханическими постоянными  $E = 81,3$  ГПа,  $G_{12} = 30,6$  ГПа,  $\rho = 7600$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 0,33$ ,  $e_{31} = e_{32} = -1,22 \cdot 10^{-10}$  К/м<sup>2</sup>,  $k_{11} = k_{22} = 1475\epsilon_0$  Ф/м,  $k_{33} = 1300\epsilon_0$  Ф/м и  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{12}$  Ф/м. Размеры пластины с пластинками графена  $a = b = 1$  м,  $h_2 = 50$  мм,  $h_1 = h_3 = 1$  мм, размеры пластинок графена:  $a_{GPL} = 2,5$  мкм,  $b_{GPL} = 1,5$  мкм,  $t_{GPL} = 1,5$  нм. Значения основной собственной частоты для трех картин распределения при разном массовом содержании пластинок графена  $W_{GPL}$  приведены в табл. 1 [25]. Установлено хорошее согласование результатов настоящей работы с опубликованными в [25].

Вторую проверку выполнили для определения способности предложенного решения правильно оценить эффекты, зависящие от размера. Модель представляла собой квадратную микропластину из эпоксидной смолы [10] со следующими характеристиками материала:  $E = 1,44$  ГПа,  $\rho = 1220$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 0,38$ ,  $l = 17,6$  мкм. Значения первых трех собственных частот микропластины с размерами  $a = b$  и  $a/h = 10$  при  $h/l = 1, 1,5, 2$  в сравнении с опубликованными в [10] представлены в табл. 2.

Для проверки результатов настоящей работы, полученных при разных граничных условиях (защемленные (C), шарнирно опертые (S) и свободные (F)),

Табл. 1

Значения основной собственной частоты (Гц) квадратной пластины с пластинками графена, склеенной с двумя пьезоэлектрическими лицевыми слоями

Картина	Источник	$W_{GPL}, \%$	
		0,5	1,0
U	Настоящая работа	211,199	233,778
	[25]	212,810	235,351
	Разность, %	0,76	0,67
X	Настоящая работа	226,171	259,917
	[25]	227,663	261,217
	Разность, %	0,66	0,50
A	Настоящая работа	211,307	230,580
	[25]	212,937	232,228
	Разность, %	0,76	0,71

Табл. 2

Значения первых трех собственных частот (МГц) квадратной микропластины

Мода	Источник	$h/l$		
		1	1,5	2
1-я	Настоящая работа	1,2414	0,6285	0,4035
	[10]	1,2431	0,6295	0,4042
	Разность, %	0,14	0,16	0,17
2-я	Настоящая работа	2,8941	1,4849	0,9573
	[10]	2,8989	1,4889	0,9603
	Разность, %	0,17	0,27	0,31
3-я	Настоящая работа	4,3742	2,2657	1,4644
	[10]	4,3947	2,2773	1,4720
	Разность, %	0,47	0,51	0,52

исследовали квадратную пластину из Ti-6Al-4V с пьезоэлектрическими лицевыми слоями G1195-N в замкнутой цепи. Геометрические параметры пластины:  $a = 0,4$  м,  $h_2 = 5$  мм,  $h_1 = h_3 = 0,1$  мм [1]. Свойства материала сердцевины:  $E = 105,7$  ГПа,  $\nu = 0,298$ ,  $\rho = 4429$  кг/м<sup>3</sup>. Характеристики материала пьезоэлектрических лицевых слоев:  $E = 63$  ГПа,  $\nu = 0,3$ ,  $\rho = 7600$  кг/м<sup>3</sup>,  $e_{31} = e_{32} = 22,86$  К/м<sup>2</sup>,  $e_{15} = e_{24} = 0$ ,  $k_{11} = k_{22} = 0$ ,  $k_{33} = 1,5 \cdot 10^{-8}$  Ф/м. Значения первых трех собственных частот, представленные в табл. 3, свидетельствуют об отличном согласовании с результатами [1].

**4.2. Рассмотренный случай.** После проверки разработанной формулировки, включая представленное решение, провели всестороннее исследование

Табл. 3

Значения первых трех собственных частот (Гц) квадратной пластины из Ti-6Al-4V с пьезоэлектрическими лицевыми слоями из G1195-N

Мода	Источник	Граничные условия		
		CCCC	CFFF	SSSS
1-я	Настоящая работа	264,77	25,60	145,35
	[1]	264,71	25,57	145,37
	Разность, %	0,02	0,11	0,01
2-я	Настоящая работа	539,37	62,72	364,13
	[1]	539,13	62,58	363,09
	Разность, %	0,04	0,22	0,29
3-я	Настоящая работа	539,37	156,95	364,13
	[1]	539,13	156,70	363,09
	Разность, %	0,04	0,16	0,29

дование для оценки влияния разных геометрических и материальных свойств пластинок графена на свободные колебания. Рассмотрели пьезоэлектрическую микропластину с пластинками графена со следующими геометрическими характеристиками:  $a/b=1$ ,  $a/h_h=20$ ,  $h_h/l=1$ ,  $h_p=h_h/8$ ,  $h_h=17,6$  мкм. Сердцевина сделана из эпоксидной смолы, армированной пластинками графена. Термомеханические параметры следующие: эпоксидная смола —  $E=3$  ГПа,  $\rho=1200$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu=0,34$ ,  $\alpha=60 \cdot 10^{-6}$  1/К, пластинки графена —  $E=1010$  ГПа,  $\rho=1062,5$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu=0,186$ ,  $\alpha=5 \cdot 10^{-6}$  1/К [5]. Размеры пластинок графена:  $a_{GPL}=2,5$  мкм,  $b_{GPL}=1,5$  мкм,  $t_{GPL}=1,5$  нм. Общее массовое содержание пластинок графена  $W_{GPL}$  в сердцевине слоистого композита 0,3% [5]. Пьезоэлектрические лицевые слои изготовлены из пьезокерамики PZT-5A с одинаковыми геометрическими и термомеханическими свойствами. Термомеханические характеристики PZT-5A:  $E=63$  ГПа,  $G_{12}=24,2$  ГПа,  $\rho=7600$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu=0,35$ ,  $\alpha=0,9 \cdot 10^{-6}$  1/К,  $e_{31}=e_{32}=-7,209$  К/м<sup>2</sup>,  $e_{24}=e_{15}=12,322$  К/м<sup>2</sup>,  $k_{11}=k_{22}=1,53 \cdot 10^{-8}$  Ф/м,  $k_{33}=1,5 \cdot 10^{-8}$  Ф/м [26]. Упругие постоянные основания приняли равными нулю. Приложенное напряжение и увеличение температуры также приняли равными нулю:  $V=0$  и  $\Delta T=0$ .

Для определения количества слоев с пластинками графена, необходимых для получения сердцевины с непрерывными термомеханическими характеристиками, исследовали влияние количества слоев на основную собственную частоту и представили полученные результаты в табл. 4. Видно, что изменение количества слоев с 6 до 10 привело к незначительному изменению значения основной собственной частоты микропластины. Поэтому далее рассматривали микропластину с 10-слойной сердцевиной с пластинками графена.

Также установили, что когда приложенное электрическое напряжение положительное (отрицательное), значение основной собственной частоты  $\omega_1$  уменьшается (увеличивается). Это явление может быть обусловлено влиянием пьезоэлектрической постоянной  $e_{31}=e_{32}$  и уравнением (А.1) (см. Приложение). Пьезокерамика PZT-5 имеет  $e_{31}=e_{32}=-7,9$  К/м<sup>2</sup>. Поэтому согласно уравнению (А.1) положительное электрическое напряжение вместе

Табл. 4

Значения основной собственной частоты  $\omega_1$  (МГц) квадратной микропластины при разных картинах распределения пластинок графена с граничными условиями SSSS

Картина	$N_L=2$			$N_L=6$			$N_L=10$		
	$V=50В$	$V=0В$	$V=-50В$	$V=50В$	$V=0В$	$V=-50В$	$V=50В$	$V=0В$	$V=-50В$
U	0,8941	0,9373	0,9787	0,8941	0,9373	0,9787	0,8941	0,9373	0,9787
X	0,8942	0,9374	0,9788	0,8980	0,9410	0,9823	0,8982	0,9413	0,9825
O	0,8939	0,9372	0,9785	0,8901	0,9335	0,9751	0,8898	0,9332	0,9748

Табл. 5

Значения основной собственной частоты  $\omega_1$  (МГц) квадратной микропластины при разных картинах распределения пластинок графена, разных безразмерных постоянных упругого основания  $(K_1, K_2) = (0, 0)$  и разных граничных условиях

Граничные условия	Картина								
	U	X	O	U	X	O	U	X	O
	$(K_1, K_2) = (0, 0)$			$(K_1, K_2) = (100, 0)$			$(K_1, K_2) = (100, 10)$		
SSSS	0,9373	0,9413	0,9332	0,9397	0,9438	0,9357	0,9446	0,9486	0,9406
CCCC	1,4837	1,4895	1,4779	1,4852	1,4911	1,4794	1,4885	1,4943	1,4827
SCSC	1,2414	1,2465	1,2364	1,2433	1,2483	1,2383	1,2471	1,2521	1,2421
CFCF	0,9345	0,9387	0,9302	0,9369	0,9412	0,9327	0,9397	0,9439	0,9354
SCSF	0,6427	0,6456	0,6398	0,6463	0,6492	0,6435	0,6508	0,6537	0,6480
CSCF	1,0046	1,0089	1,0003	1,0069	1,0112	1,0026	1,0100	1,0143	1,0056
CCCF	1,0363	1,0407	1,0319	1,0386	1,0430	1,0341	1,0416	1,0460	1,0372
CFFF	0,1623	0,1632	0,1614	0,1761	0,1769	0,1752	0,1819	0,1827	0,1811

с отрицательной пьезоэлектрической постоянной создают отрицательную осевую силу (сжатие) и уменьшают собственную частоту.

Влияние постоянных упругого основания на величину  $\omega_1$  для картин распределения пластинок графена при разных граничных условиях на кромках иллюстрируют данные табл. 5. Безразмерные упругие постоянные основания  $K_1 = \frac{k_w b^4}{D_0}$  и  $K_2 = \frac{k_f b^2}{D_0}$  (где  $D_0 = \frac{E_m h_2^3}{12(1-\nu_m^2)}$ ) характеризуют жесткость при изгибе только слоя сердцевины без графена. Наблюдали усиливающее влияние постоянных основания Винклера и Пастернака на величину  $\omega_1$ , причем наибольшее — при граничных условиях CFFF и O-картине распределения пластинок графена, обусловивших наименьшую собственную частоту микропластины. Отметим, что O-картина распределения пластинок графена всегда обуславливает наиболее слабую структуру, а X-картина — наиболее сильную.

Влияние отношения толщины слоя сердцевины и масштабного параметра длины материала  $h_h / l$  на величину  $\omega_1$  рассматриваемой микропластины при граничных условиях SSSS показано на рис. 3. Отметим, что увеличение этого отношения сопровождалось монотонным уменьшением значения собственной частоты.

Исследовали влияние параметров пластинок графена, включая их ширину, длину и массовое содержание, на основную собственную частоту  $\omega_1$  рассматриваемой микропластины с граничными условиями SSSS при трех значениях приложенного электрического напряжения. Данные рис. 4 свидетельствуют о том, что увеличение ширины пластинок графена увеличивает собственную частоту микропластины. Кроме того, положительное (отрицательное) электрическое напряжение уменьшает (увеличивает)



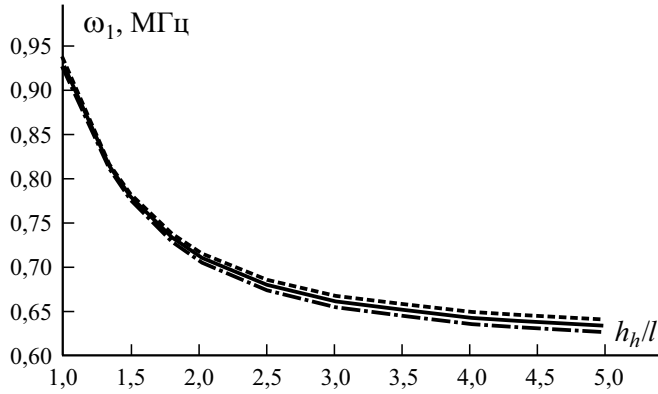


Рис. 3. Зависимость основной собственной частоты  $\omega_1$  квадратной пьезоэлектрической микропластины с граничными условиями SSSS и  $(K_1, K_2) = (0, 0)$  от отношения толщины ее слоя к масштабному параметру длины материала  $h_h/l$ : (—) — U-; (- -) — X-; (- · —) — O-картина распределения пластинок графена.

значение  $\omega_1$ , поскольку в силу уравнения (A.1) положительное электрическое напряжение приводит к отрицательной (сжимающей) осевой силе, смягчающей микроструктуру.

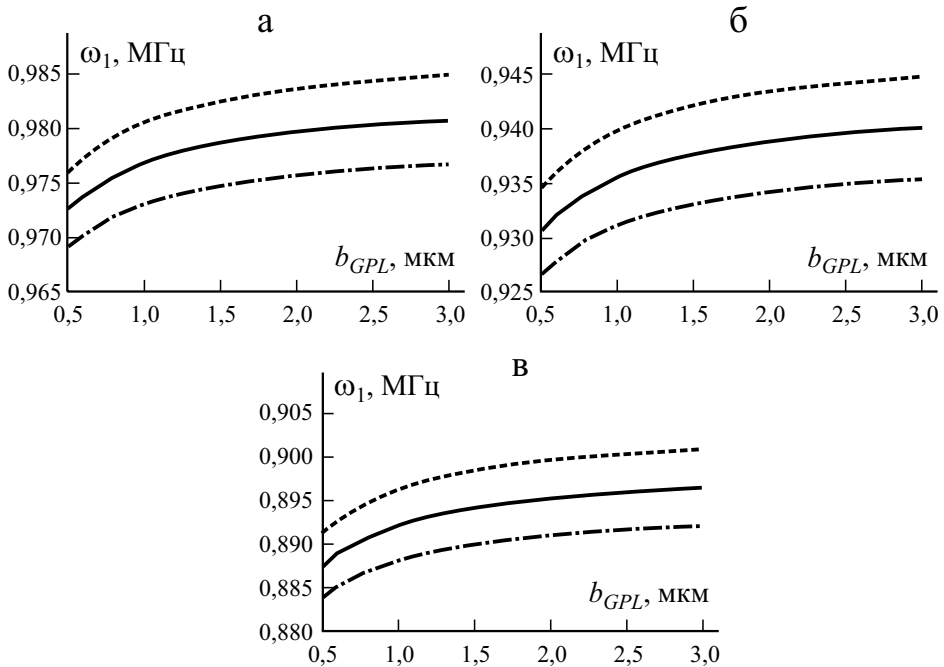


Рис. 4. Зависимость величины  $\omega_1$  рассматриваемой микропластины с граничными условиями SSSS от ширины пластинок графена  $b_{GPL}$  при  $V = -50$  (а),  $0$  (б),  $50$  В (в) и  $(K_1, K_2) = (0, 0)$ . Обозначения те же, что на рис. 3.

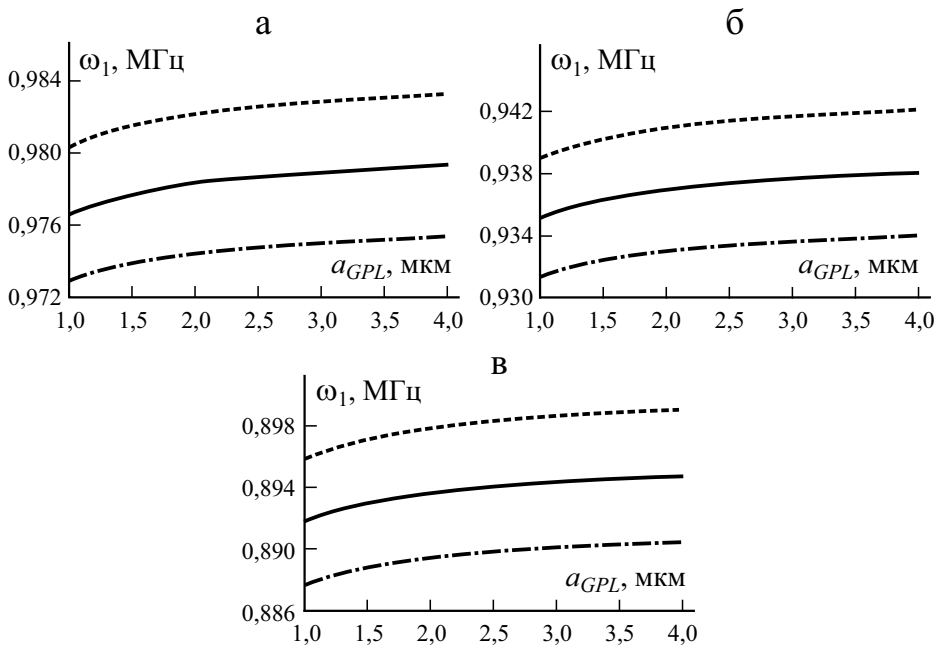


Рис. 5. Зависимость величины  $\omega_1$  рассматриваемой микропластины с граничными условиями SSSS от длины пластинок графена  $a_{GPL}$  с X-картиной распределения при  $V = -50$  (а),  $V = 0$  (б),  $V = 50$  В (в) и  $(K_1, K_2) = (0, 0)$ : (—) — U-; (- -) — X-; (- · -) — O-картина распределения пластинок графена.

Ужесточающий эффект влияния длины пластинок графена на основную собственную частоту квадратной пьезоэлектрической микропластины с граничными условиями SSSS иллюстрируют данные рис. 5.

Сравнение данных рис. 4 и 5 свидетельствует о том, что увеличение ширины пластинок графена оказало большее влияние на собственную частоту микропластины, чем увеличение длины в идентичном масштабе.

Данные рис. 6 иллюстрируют влияние массового содержания пластинок графена  $W_{GPL}$  на величину  $\omega_1$  рассматриваемой микропластины с граничными условиями SSSS. Как и ожидали, влияние картины распределения пластинок графена на собственную частоту микропластины возрастало по мере увеличения их массового содержания.

Первая линейная мода колебаний квадратной пьезоэлектрической микропластины с X-картиной распределения пластинок графена в замкнутой цепи при разных граничных условиях показана на рис. 7.

Оценили влияние повышения температуры на величину  $\omega_1$  квадратной пьезоэлектрической микропластины с O-картиной распределения пластинок графена в замкнутой цепи. Уменьшение основной собственной частоты микропластины при трех разных граничных условиях с увеличением приращения температуры иллюстрируют данные рис. 8—а.

Влияние масштабного фактора  $l/h_1$  на величину  $\omega_1$  микропластины с граничными условиями CCCC и O-картиной распределения пластинок

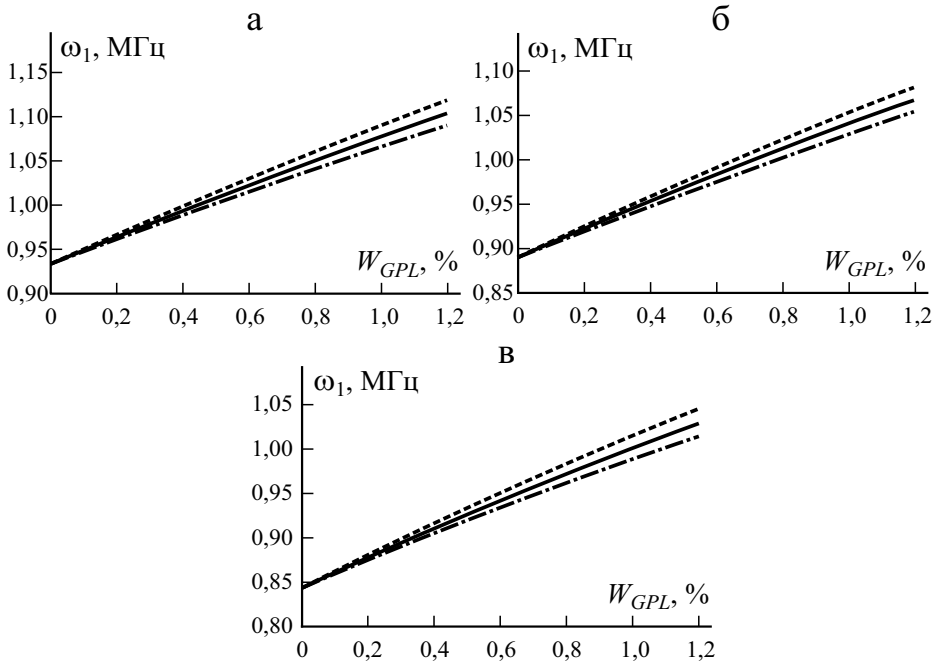


Рис. 6. Зависимость величины  $\omega_1$  рассматриваемой микропластины с граничными условиями SSSS от массового содержания пластинок графена  $W_{GPL}$ . Остальные обозначения и условия те же, что на рис. 5.

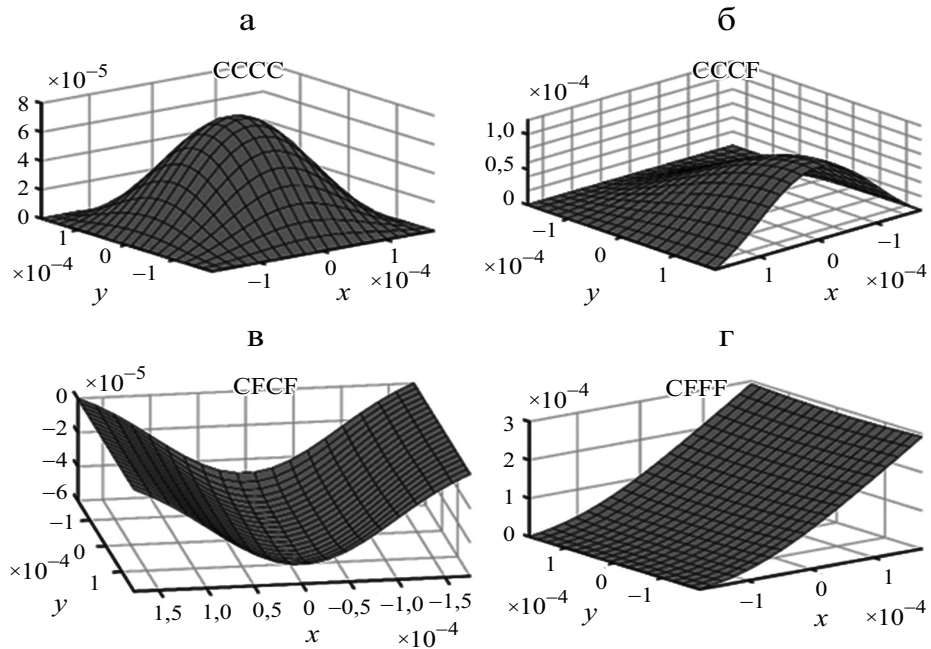


Рис. 7. Первая линейная нормальная мода колебаний рассматриваемой микропластины с пластинками графена с разными граничными условиями при  $V=0$ ,  $(K_1, K_2) = (0, 0)$ .

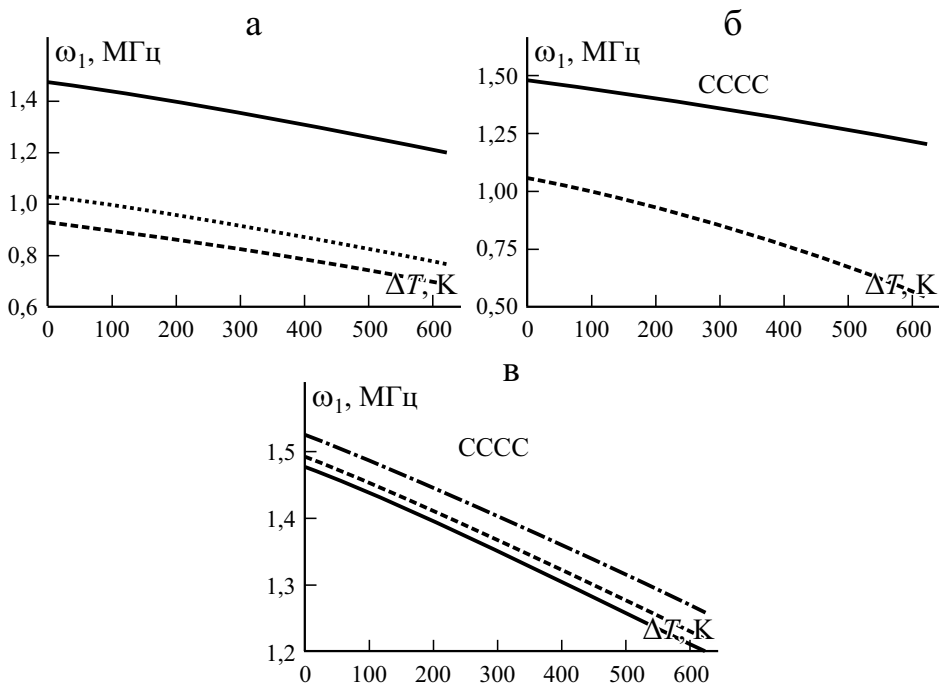


Рис. 8. Влияние типа граничных условий CCCC (—), CFCF (- - -) и CCCF (· · ·) (а); масштабного фактора  $l/h_h = 1$  (—) и 0 (- - -) (б); параметров упругого основания  $K_1 = 0, K_2 = 0$  (—),  $K_1 = 1000, K_2 = 0$  (- - -),  $K_1 = 1000, K_2 = 100$  (- · -) (в) с повышением температуры  $\Delta T$  на величину  $\omega_1$  рассматриваемой микропластины с О-картиной распределения пластинок графена.

графена отражают данные рис. 8—б. Видно, что значения  $\omega_1$ , предсказанные без учета масштабного фактора, в большей степени зависели от приращения температуры. Кроме того, учет масштабного фактора привел к более жесткой конструкции.

Данные рис. 8—в иллюстрируют влияние параметров упругого основания на величину  $\omega_1$  микропластины с граничными условиями CCCC и О-картиной распределения пластинок графена. Увеличение параметров упругого основания усиливало микроструктуру и увеличивало основную собственную частоту.

### Заключение

Смоделировали микропластины, состоящие из изотропного слоя сердцевины, армированного пластинками графена и подверженного термоэлектрическим нагрузкам, и двух пьезоэлектрических лицевых слоев. Пластины опираются на упругое основание. Для определения энергии деформирования и кинетической энергии была применена теория сдвигового деформирования первого порядка и модифицированная теория моментных напряжений.

Для определения эффективных термомеханических свойств слоя сердцевинны использовали микромеханическую модель Халпина—Цая. Для оценки собственных частот с помощью слабой формы определяющих уравнений использовали метод Ритца. Исследовали влияние внешнего электрического напряжения, приращения температуры, характеристик пластинок графена и масштабного параметра длины материала на основную собственную частоту. Результаты продемонстрировали важность соотношения между массовым содержанием пластинок графена и их геометрическими характеристиками на изменения основной собственной частоты. Кроме того, влияние повышения температуры на основную собственную частоту оценивали при разных граничных условиях.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kiani Y.* Free vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced composite plates integrated with piezoelectric layers // *Comput. Math. Appl.* — 2016. — Vol. 72, No. 9. — P. 2433—2449.
2. *Duc N. D., Quan T. Q., and Nam D.* A nonlinear stability analysis of imperfect three-phase polymer composite plates // *Mech. Compos. Mater.* — 2013. — Vol. 49, No. 4. — P. 345—358.
3. *Akbarov S. D.* Buckling delamination of elastic and viscoelastic composite plates with cracks. Survey I: solution method and problems related to the plane strain state // *Mech. Compos. Mater.* — 2013. — Vol. 48, No. 6. — P. 681—692.
4. *Akbarov S. D., Yahnioglu N., and Tekin A.* Buckling delamination of a rectangular sandwich plate containing inner cracks under biaxial loading // *Mech. Compos. Mater.* — 2013. — Vol. 49, No. 5. — P. 537—550.
5. *Wu H., Kitipornchai S., and Yang J.* Thermal buckling and postbuckling of functionally graded graphene nanocomposite plates // *Mater. Des.* — 2017. — Vol. 132. — P. 430—441.
6. *Karataş E. E.* Buckling delamination of a rectangular orthotropic thick plate with an embedded rectangular crack subjected to an axial compressive force // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 5. — P. 643—654.
7. *Saidi A. R., Bahaadini R., and Majidi-Mozafari K.* On vibration and stability analysis of porous plates reinforced by graphene platelets under aerodynamical loading // *Composites: Part B.* — 2019. — Vol. 164. — P. 778—799.
8. *Aylikci F., Akbarov S. D., and Yahnioglu N.* 3D FEM analysis of buckling delamination of a piezoelectric sandwich rectangular plate with interface edge cracks // *Mech. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 55, No. 6. — P. 797—810.
9. *Uymaz B.* Buckling characteristics of FGM plates subjected to linearly varying in-plane loads // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, No. 1. — P. 69—80.
10. *Ke L. L., Wang Y. S., Yang J., and Kitipornchai S.* Free vibration of size-dependent Mindlin microplates based on the modified couple stress theory // *J. Sound Vib.* — 2012. — Vol. 331, No. 1. — P. 94—106.
11. *Lou J., He L., Du J., and Wu H.* Buckling and post-buckling analyses of piezoelectric hybrid microplates subject to thermo—electro-mechanical loads based on the modified couple stress theory // *Compos. Struct.* — 2016. — Vol. 153. — P. 332—344.
12. *Arefi M., Kiani M., and Zenkour A. M.* Size-dependent free vibration analysis of a three-layered exponentially graded nano-/microplate with piezomagnetic face sheets resting

on Pasternak's foundation via MCST // *J. Sandwich Struct. Mater.* — 2020. — Vol. 22, No. 1. — P. 55—86.

13. *Abbaspour F. and Arvin H.* Vibration and thermal buckling analyses of three-layered centrosymmetric piezoelectric microplates based on the modified consistent couple stress theory // *J. Vib. Control.* — 2020. — Vol. 26, Nos. 15—16. — P. 1253—1265.

14. *Babaei A.* Forced vibration analysis of non-local strain gradient rod subjected to harmonic excitations // *Microsystem Technol.* — 2021. — Vol. 27, No. 3. — P. 821—831.

15. *Babaei A.* Forced vibrations of size-dependent rods subjected to: impulse, step, and ramp excitations // *Archive Appl. Mech.* — 2021. — Vol. 91, No. 5. — P. 2211—2223.

16. *Abbaspour F. and Arvin H.* Vibration analysis of piezoelectric graphene platelets microplates // *AUT J. Mech. Eng.* — 2021. — Vol. 5, No. 3. doi: 10.22060/ajme.2021.18655.5911

17. *Abbaspour F. and Arvin H.* Buckling treatment of piezoelectric functionally graded graphene platelets microplates // *Steel Compos. Struct.* — 2021. — Vol. 38, No. 3. — P. 337—353.

18. *Reddy J. N.* *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory And Analysis.* — 2nd ed. — Florida: CRC Press, 2003.

19. *Arvin H.* The flapwise bending free vibration analysis of micro-rotating Timoshenko beams using the differential transform method // *J. Vib. Control.* — 2018. — Vol. 24, No. 20. — P. 4868—4884.

20. *Bodaghi M., Damanpack A. R., Aghdam M. M., and Shakeri M.* Geometrically non-linear transient thermo-elastic response of FG beams integrated with a pair of FG piezoelectric sensors // *Compos. Struct.* — 2014. — Vol. 107. — P. 48—59.

21. *Wang Q.* On buckling of column structures with a pair of piezoelectric layers // *Eng. Struct.* — 2002. — Vol. 24, No. 2. — P. 199—205.

22. *Shams S., Soltani B., and Memar A. M.* The effect of elastic foundations on the buckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments using a meshfree method // *J. Solid Mech.* — 2016. — Vol. 8, No. 2. — P. 262—279.

23. *Meirovitch L.* *Principles and Techniques of Vibrations.* — N. Y.: McGraw Hill, 1997.

24. *Mason J. C. and Handscomb D. C.* *Chebyshev Polynomials.* — CRC Press, 2002.

25. *Nguyen N. V., Lee J., and Nguyen-Xuan H.* Active vibration control of GPLs-reinforced FG metal foam plates with piezoelectric sensor and actuator layers // *Composites: Part B.* — 2019. — Vol. 172. — P. 769—784.

26. *Shariyat, M.* Dynamic buckling of imperfect laminated plates with piezoelectric sensors and actuators subjected to thermo-electro-mechanical loadings, considering the temperature-dependency of the material properties // *Compos. Struct.* — 2009. — Vol. 88, No. 2. — P. 228—239.

## Приложение

Результирующие мембранные и сдвиговые силы и моменты —

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^3 \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^{(k)} \\ \sigma_{yy}^{(k)} \\ \sigma_{xy}^{(k)} \end{Bmatrix} dz, \quad \begin{Bmatrix} Q_{xz} \\ Q_{yz} \end{Bmatrix} = K_s \sum_{k=1}^3 \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz}^{(k)} \\ \sigma_{yz}^{(k)} \end{Bmatrix} dz, \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^3 \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^{(k)} \\ \sigma_{yy}^{(k)} \\ \sigma_{xy}^{(k)} \end{Bmatrix} z dz. \quad (\text{A.2})$$

Результирующие моменты высокого порядка —

$$\begin{Bmatrix} Y_{xx}, Y_{yy}, Y_{zz}, Y_{xy}, Y_{xz}, Y_{yz} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^3 \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} m_{xx}^{(k)}, m_{yy}^{(k)}, m_{zz}^{(k)}, m_{xy}^{(k)}, m_{xz}^{(k)}, m_{yz}^{(k)} \end{Bmatrix} dz,$$

$$\begin{Bmatrix} R_{xz} \\ R_{yz} \end{Bmatrix} = K_s \sum_{k=1}^3 \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} m_{xz}^{(k)} \\ m_{yz}^{(k)} \end{Bmatrix} z dz. \quad (\text{A.3})$$

Приведенные пьезоэлектрические, диэлектрические, пироэлектрические и термического расширения коэффициенты —

$$\bar{e}_{3i} = \frac{(e_{33}v_{21}v_{3j} + e_{33}v_{3i})E_{ii}}{(v_{12}v_{21} - 1)E_{33}} + \frac{e_{3i}v_{21}v_{21} - e_{3i}}{v_{12}v_{21} - 1}, i \neq j,$$

$$\bar{k}_{33} = k_{33} + \frac{(v_{12}v_{23}v_{31} + v_{13}v_{21}v_{32} + v_{21}v_{21} + v_{13}v_{31} + v_{23}v_{32} - 1)e_{33}^2}{(v_{12}v_{21} - 1)E_{33}}, \quad (\text{A.4})$$

$$\bar{p}_3 = p_3 + \alpha_{33}e_{33} - \frac{\alpha_{22}e_{33}(v_{21}v_{13} + v_{23})}{v_{12}v_{21} - 1} - \frac{\alpha_{11}e_{33}(v_{12}v_{23} + v_{13})}{v_{12}v_{21} - 1},$$

$$\bar{\alpha}_{11} = -\frac{(\alpha_{22}v_{21} + \alpha_{11})}{v_{12}v_{21} - 1}, \bar{\alpha}_{22} = -\frac{(\alpha_{11}v_{12} + \alpha_{22})}{v_{12}v_{21} - 1}.$$

Поступила в редакцию 26.05.2021

Окончательный вариант поступил 06.09.2021

Received May 26, 2021 (Sept. 6, 2021)

---

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Бочкарева С. А., Алексенко В. О., Люкшин Б. А., Буслович Д. Г., Панин С. В.</i> Влияние теплопроводности сопрягаемых материалов на интенсивность изнашивания полимер-полимерной пары трения . . . . .	437
<i>Праджанати Х., Тевати А., Диксит А.</i> Достижения в композитах, армированных натуральными волокнами: Тематический обзор . . . . .	455
<i>Гусев Е. Л., Бакулин В.Н.</i> Обобщенные модели долговечности и их применение для решения задач прогнозирования определяющих характеристик композитов . . . . .	505
<i>Нгуен Дин Дык, Зыонг Туан Мань, Нгуен Динь Хоа, Фам Динь Нгуен</i> Механическая устойчивость эксцентрически подкрепленных ауксетических усеченных конических сэндвич-оболочек на упругих основаниях . . . . .	521
<i>Протасеня Т. А., Крень А. П., Дьякова Г. Н.</i> Применение метода динамического индентирования для оценки твердости и модуля упругости материала изделий, полученных экструзионным методом аддитивного производства из угленаполненных композитных материалов . . . . .	545
<i>Ван И., Ямашита Ш., Такахаши Дж.</i> Оценка и моделирование свойств при растяжении термопластиков на основе рубленых лент разной толщины из углеродных волокон . . . . .	563
<i>Паймушин В. Н., Газизуллин Р. К., Холмогоров С. А., Шишов М. А.</i> Механика деформирования тест-образцов из слоистых волокнистых композитов со структурой $[\pm 45^\circ]$ при испытаниях на растяжение и сжатие. 1. Теоретико-экспериментальные методы определения механических характеристик и параметров напряженно-деформированного состояния . . . . .	581
<i>Паньков А. А.</i> Диагностирование микропор в полимерном материале встроенной оптоволоконной брэгговской решеткой . . . . .	609
<i>Аббаспур Ф., Арвин Х.</i> Анализ свободных колебаний слоистых микропластин с пластинками графена и пьезоэлектрическими лицевыми слоями, покоящихся на упругом основании и подверженных термоэлектрическим нагрузкам . . . . .	619



---

## CONTENTS

<i>Bochkareva S. A., Alexenko V. O., Lyukshin B. A., Buslovich D. G., and Panin S. V.</i> Effect of the thermal conductivity of mated materials on the wear intensity of a polymer-polymer friction pair . . . . .	437
<i>Prajapati H., Tevatia A., and Dixit A.</i> Advances in natural-fiber-reinforced composites: a topical review . . . . .	455
<i>Gusev E. L. and Bakulin V. N.</i> Generalized durability models and their application to solving problems on predicting the defining characteristics of composites . . . . .	505
<i>Nguyen Dinh Duc, Duong Tuan Manh, Nguyen Dinh Khoa, and Pham Dinh Nguyen</i> Mechanical stability of eccentrically stiffened auxetic truncated conical sandwich shells surrounded by elastic foundations . . . . .	521
<i>Pratasenia T. A., Kren A. P., Dyakova H. N.</i> Application of the dynamic indentation method for evaluation of the hardness and elastic modulus of the material of products obtained by extrusion method of additive production from carbon-filled composite materials . . .	545
<i>Wan Y., Yamashita Sh., and Takahashi J.</i> Evaluation and modeling of tensile properties of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics of different tape thicknesses . .	563
<i>Paimushin V. N., Gazizullin R. K., Kholmogorov S. A., and Shishov M. A.</i> Deformation mechanics of fiber-reinforced plastic specimens in tensile and compression tests. 1. Theoretical and experimental methods for determining the mechanical characteristics and the parameters of stress-strains state . . . . .	581
<i>Pan'kov A. A.</i> Diagnostics of micropores in a polymer material with a built-in fiber-optic Bragg grating . . . . .	609
<i>Abbaspour F. and Arvin H.</i> A free vibration analysis of laminated microplates reinforced by graphene platelets integrated with piezoelectric facesheets, resting on an elastic foundation, and subjected to thermoelectrical loads . . . . .	619

---



# ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

Список некоторых планируемых конференций  
(Композиты и перспективные материалы)

2022—2023

## **International Summer School on Fatigue and Damage Mechanics of Composite Materials**

July 4-8, 2022, University of Padova in Vicenza, Italy  
[www.gest.unipd.it/damageschool2022](http://www.gest.unipd.it/damageschool2022)

## **CMM-SolMech 2022**

### **24th International Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM) and the 42nd Solid Mechanics Conference (SolMech)**

September 5-8, 2022, Świnoujście, Poland  
<http://cmm-solmech.ippt.pan.pl/index.html>

## **WMCAUS 2022**

### **7th World Multidisciplinary Civil Engineering - Architecture - Urban Planning Symposium**

September 5-9, 2022, Prague, Czech Republic  
[www.wmcaus.org](http://www.wmcaus.org)

## **ICAS 2022**

### **33rd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences**

September 4–9, 2022, Stockholm, Sweden  
<https://icas2022.com/>

## **6th ITHEC 2020**

### **The 6th International Conference and Exhibition on Thermoplastic Composites**

October 12-13, 2022, Congress Center, & Messe Bremen, Germany  
<https://ithec.de/>

## **COMAT 2022**

### **The 9th International Conference on Advanced Composite Materials Engineering**

October 17-18, 2022, Transilvania University of Brasov, Romania  
<https://sites.google.com/view/comatcomec/home>

### **International Science and Technology Conference for Youth “Advanced Materials for Engineering and Functional Purposes”**

October 17-21, 2022, Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia  
<https://portal.tpu.ru/science/konf/mt/eng>

## **Advanced Engineering**

### **COMPOSITES ENGINEERING FORUM**

November 2-3, 2022, Birmingham, UK

<https://www.advancedengineeringuk.com/conference/composites-engineering-forum/>

---

## **RECOMP 2022**

### **Reuse and Recycling of Composites**

November 23-24, 2022, AMRC, Rotherham, UK

<https://compositesuk.co.uk/events/recomp-reuse-and-recycling-composites>

## **DRMS2023**

### **The first International Conference on Durability, Repair and Maintenance of Structures**

March 16-17, 2023, University of Porto (FEUP), Porto, Portugal

<https://web.fe.up.pt/~drms2023/>

## **Modern Materials and Manufacturing 2023**

April 25-27, Tallinn, Estonia

<https://taltech.ee/en/mmm2021>

### **THE 14-th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes**

June 25-29, 2023, AGH University of Science and Technology, Krakow, Poland

<http://numiform2023.agh.edu.pl/>

## **CICE 2023**

### **11th International Conference on Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Composites in Civil Engineering**

July 23-26, 2023, Rio de Janeiro, Brazil

<https://cice2023.org/>

## **ICCM-23**

### **International Conference on Composite Materials**

July 30 — August 4, 2023, Belfast, Ireland

<https://iccm23.org/about-the-conference/>

### **11th ECNP International Conference on Nanostructured Polymers and Nanocomposites**

August 29-31, 2023, Lodz, Poland

<http://ecnp2020.p.lodz.pl/>

## **ICPIC 2023**

### **International Congress of Polymers in Concrete**

September 17-20, 2023, Warsaw University of Technology, Poland

<https://icpic2022.org/organizers/>

### **9th International Conference on Fracture of Polymers, Composites and Adhesives**

September 17-21, 2023, Eurotel Victoria, Les Diablerets, Switzerland

<https://www.elsevier.com/events/conferences/esisc4conference>

## **IUTAM Symposium Creep in Structures**

September 18-22, 2023, Magdeburg, Germany

<http://www.iutam-symposium.ovgu.de>

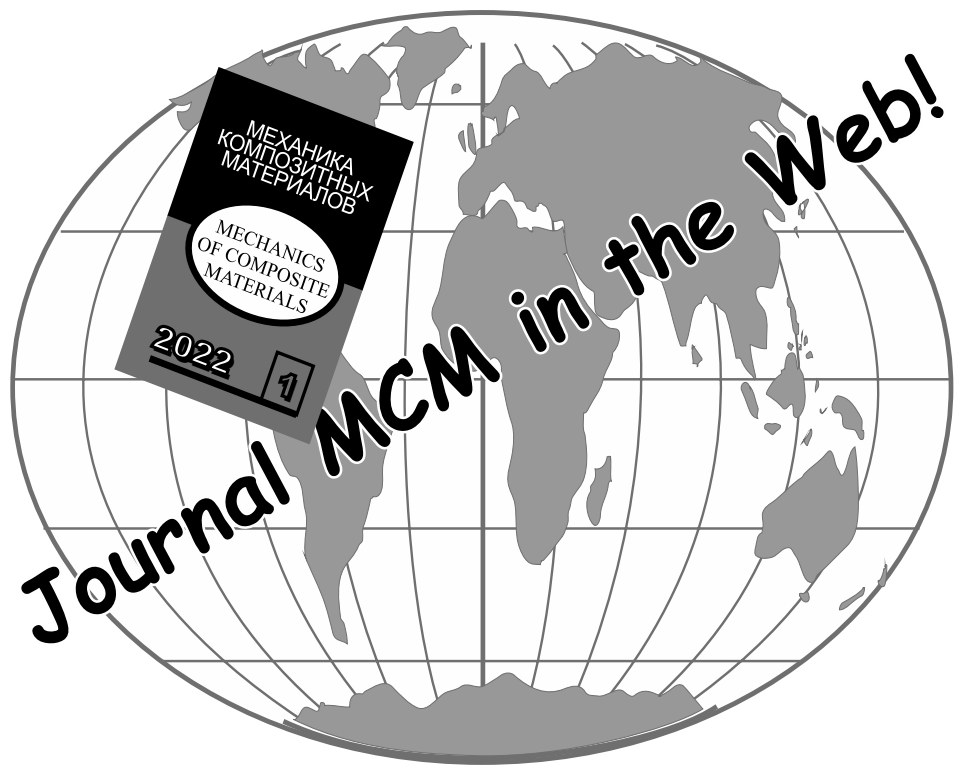
## **ICCM24**

### **The 24th International Conference on Composite Materials**

August 9-15, 2025, Baltimore, Maryland, U.S.A

<http://iccm24.com/>

---



Адрес редакции:

ул. Айзкрауклес, 23, Рига, LV-1006 Латвия  
<https://www.apgads.lu.lv/journals/mkm/>  
e-mail: [mcm@pmi.lv](mailto:mcm@pmi.lv), [tatjana.gubina@pmi.lv](mailto:tatjana.gubina@pmi.lv)

Address:

23 Aizkraukles St., Riga, LV-1006 Latvia  
<https://www.apgads.lu.lv/en/journals/mkm/>  
e-mail: [mcm@pmi.lv](mailto:mcm@pmi.lv), [tatjana.gubina@pmi.lv](mailto:tatjana.gubina@pmi.lv)

Редактор *Т. В. Губина*

Редактор английского текста *А. Лагздиньш*

Перевод для издания журнала на английском языке *В. Кулакова, А. Лагздиньша*

Компьютерная верстка *А. В. Пумпурс*

Корректор *С. А. Видинеев*

Отпечатано в типографии SIA "Eiro Print", ул. Апес, 5А – 89, Рига, LV-1039 Латвия