

21/4066-4

**LATVIJAS UNIVERSITĀTES
ASTRONOMISKĀS OBSERVATORIJAS RAKSTI
RĪGĀ**

**PUBLICATIONS
DE L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE
DE L'UNIVERSITÉ DE LETTONIE
à RIGA**

Nr. 4.

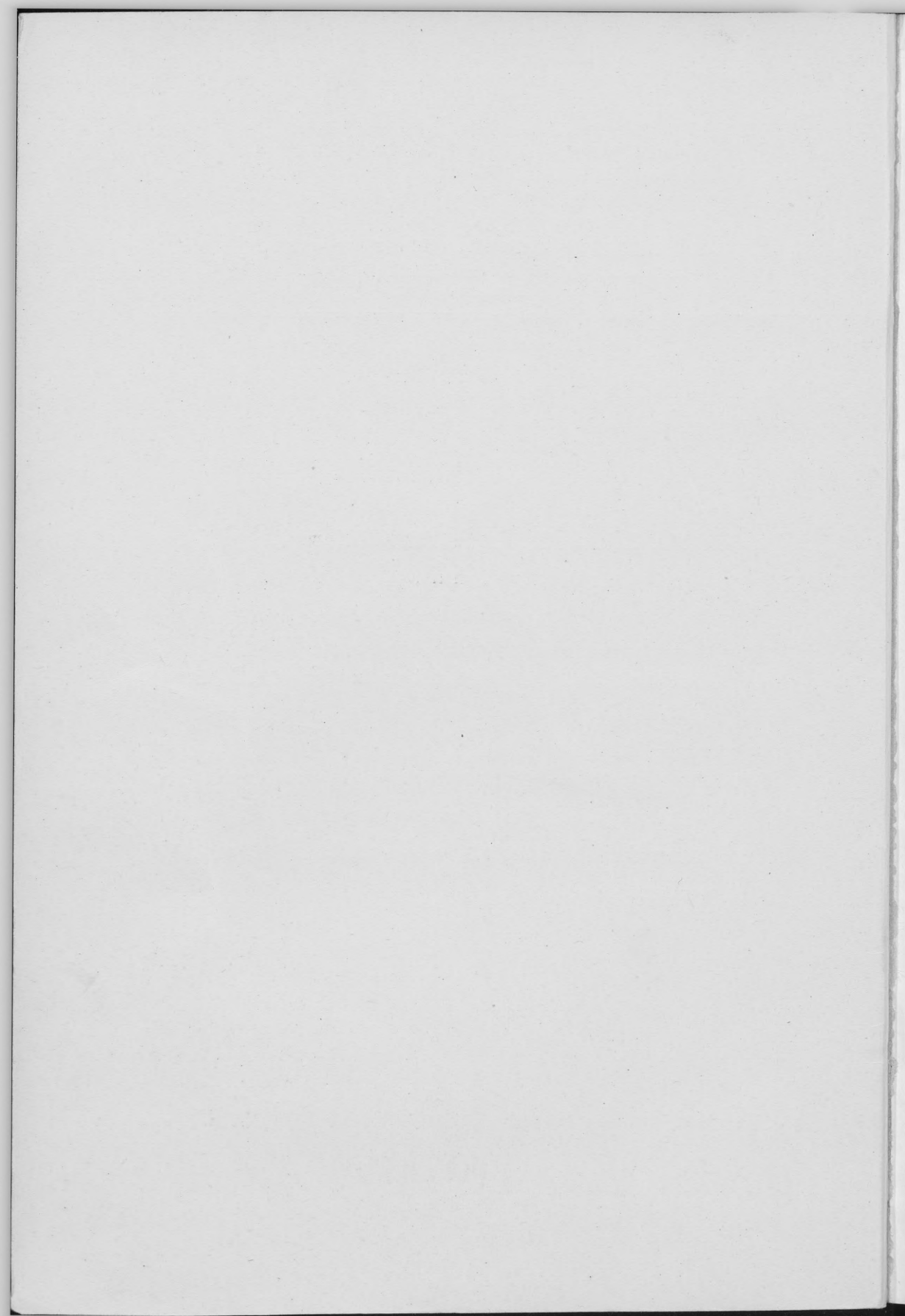
S. Vasilevskis. Scheme for the Solution of Normal Equations on the Calculating Machine.

A. Brikmanis. The Graphical and Analytical Results if Latitude and Longitude are determined by the Method of Equal Altitudes.

S. Slaucitājs. Über die Beobachtungsanzahl, die für die Bestimmung der Polhöhe eines Ortes notwendig wäre, wenn das Resultat mit dem mittleren Fehler $\pm 1''$ genau sein soll.

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
RĪGĀ, 1940

ant
1184



21 / 4066-4

LATVIJAS UNIVERSITĀTES
ASTRONOMISKĀS OBSERVATORIJAS RAKSTI
RĪGĀ

PUBLICATIONS
DE L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE
DE L'UNIVERSITÉ DE LETTONIE
à RIGA

Nr. 4.

S. Vasiļevskis. Scheme for the Solution of Normal Equations on the Calculating Machine.

A. Brikmanis. The Graphical and Analytical Results if Latitude and Longitude are determined by the Method of Equal Altitudes.

S. Slaucītājs. Über die Beobachtungsanzahl, die für die Bestimmung der Polhöhe eines Ortes notwendig wäre, wenn das Resultat mit dem mittleren Fehler $\pm 1''$ genau sein soll.

b 3. -

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
RĪGĀ, 1940



1940: 453.

48 (5)





Rīgā, Latgales ielā № 11.

1920:GNP1

Scheme for the Solution of Normal Equations on the Calculating Machine.

S. Vasiļevskis.

The solution of Normal Equations using logarithms by the method of least squares is inconvenient; this work is mostly done on the Calculating Machine. Therefore the schemes for calculating must be altered. The arithmometer enables us to perform multiplication and addition simultaneously, and for this reason the scheme has to be arranged so, that, whenever possible, all operations should be done on the machine, and only the computed quantities left to be inserted into the scheme. These principles are taken into account in the scheme of the Polish engineer J. Jasnorzewski¹. The scheme dealt with here, agrees in its bases with the afore-mentioned; there are only some supplements and alterations made. Gauss's Method of Substitution we are applying for the solution of the Normal Equations². The system of five unknowns in the equations of condition of equal weights has been chosen for the explanation of this scheme, so that no difficulties will arise with the application of the scheme to other circumstances.

If the form of Equations of Condition is:

$$a_i x + b_i y + c_i z + d_i t + e_i u + l_i = 0, \dots \dots (1)$$

¹ *J. Jasnorzewski*. Sposób uproszozeny algorytmu Gaussa. Krakow, 1930.

² Of such schemes as are suitable for calculating on the arithmometer, but are not based on Gauss's method of substitution, Cholesky's scheme may be mentioned (Commandant Benoit. Note sur une méthode de la résolution des équations normales etc. Bulletin géodésique de l'Union géodésique et géophysique internationale — Année 1924 — No. 2.).

the Normal Equations with their corresponding formulae for control will be:

$$\begin{aligned}
 [aa]x + [ab]y + [ac]z + [ad]t + [ae]u + [al] &= 0 \\
 [ba]x + [bb]y + [bc]z + [bd]t + [be]u + [bl] &= 0 \\
 [ca]x + [cb]y + [cc]z + [cd]t + [ce]u + [cl] &= 0 \dots (2) \\
 [da]x + [db]y + [dc]z + [dd]t + [de]u + [dl] &= 0 \\
 [ea]x + [eb]y + [ec]z + [ed]t + [ee]u + [el] &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [aa] + [ab] + [ac] + [ad] + [ae] + [al] &= [as] \\
 [ba] + [bb] + [bc] + [bd] + [be] + [bl] &= [bs] \text{ etc.} \dots (3)
 \end{aligned}$$

if:

$$s_i = a_i + b_i + c_i + d_i + e_i + l_i \dots (4)$$

Applying Gauss's Method of Substitution, we obtain the Reduced System of Equations:

$$\begin{aligned}
 [aa]x + [ab]y + [ac]z + [ad]t + [ae]u + [al] &= 0 \\
 [bb.1]y + [bc.1]z + [bd.1]t + [be.1]u + [bl.1] &= 0 \\
 [cc.2]z + [cd.2]t + [ce.2]u + [cl.2] &= 0 \dots (5) \\
 [dd.3]t + [de.3]u + [dl.3] &= 0 \\
 [ee.4]u + [el.4] &= 0
 \end{aligned}$$

which enables us to find u, t, z, y, x . The corresponding control formulae are:

$$\begin{aligned}
 [bb.1] + [bc.1] + [bd.1] + [be.1] + [bl.1] &= [bs.1] \\
 [cc.2] + [cd.2] + [ce.2] + [cl.2] &= [cs.2] \\
 [dd.3] + [de.3] + [dl.3] &= [ds.3] \dots (6) \\
 [ee.4] + [el.4] &= [es.4] \\
 [ll.5] &= [ls.5]
 \end{aligned}$$

The coefficients of the equations (5) can be computed according to the following formulae:

$$[bb.1] = [bb] - \frac{[ab]}{[aa]} [ab]$$

$$[bc.1] = [bc] - \frac{[ab]}{[aa]} [ac]$$

.....

$$[cc.2] = [cc] - \frac{[ac]}{[aa]} [ac] - \frac{[bc.1]}{[bb.1]} [bc.1]$$

$$[cd.2] = [cd] - \frac{[ac]}{[aa]} [ad] - \frac{[bc.1]}{[bb.1]} [bd.1]$$

.....

(7)

$$[dd.3] = [dd] - \frac{[ad]}{[aa]} [ad] - \frac{[bd.1]}{[bb.1]} [bd.1] - \frac{[cd.2]}{[cc.2]} [cd.2]$$

$$[de.3] = [de] - \frac{[ad]}{[aa]} [ae] - \frac{[bd.1]}{[bb.1]} [be.1] - \frac{[cd.2]}{[cc.2]} [ce.2]$$

.....

$$[ls.5] = [ls] - \frac{[al]}{[aa]} [as] - \frac{[bl.1]}{[bb.1]} [bs.1] - \frac{[cl.2]}{[cc.2]} [cs.2] - \frac{[dl.3]}{[dd.3]} [ds.3] - \frac{[el.4]}{[ee.4]} [es.4].$$

Five Systems of equations in the form of

$$[aa] Q_{11} + [ab] Q_{12} + [ac] Q_{13} + [ad] Q_{14} + [ae] Q_{15} = 1 \quad \dots (8)$$

$$[ba] Q_{11} + [bb] Q_{12} + [bc] Q_{13} + [bd] Q_{14} + [be] Q_{15} = 0 \text{ etc.}$$

give the weights of the unknown quantities.

By reducing these equations in the same way as the normal equations, we obtain:

$$\begin{aligned}
 Q_{55} &= \frac{1}{[ee.4]} \\
 Q_{54} &= -\frac{[de.3]}{[dd.3]} Q_{55} \\
 Q_{53} &= -\frac{[cd.2]}{[cc.2]} Q_{54} - \frac{[ce.2]}{[cc.2]} Q_{55} \\
 Q_{52} &= -\frac{[bc.1]}{[bb.1]} Q_{53} - \frac{[bd.1]}{[bb.1]} Q_{54} - \frac{[be.1]}{[bb.1]} Q_{55} \\
 Q_{51} &= -\frac{[ab]}{[aa]} Q_{52} - \frac{[ac]}{[aa]} Q_{53} - \frac{[ad]}{[aa]} Q_{54} - \frac{[ae]}{[aa]} Q_{55} \\
 & \hspace{20em} (9) \\
 Q_{44} &= \frac{1}{[dd.3]} - \frac{[de.3]}{[dd.3]} Q_{54} \\
 Q_{43} &= -\frac{[cd.2]}{[cc.2]} Q_{44} - \frac{[ce.2]}{[cc.2]} Q_{54} \\
 Q_{42} &= -\frac{[bc.1]}{[bb.1]} Q_{43} - \frac{[bd.1]}{[bb.1]} Q_{44} - \frac{[be.1]}{[bb.1]} Q_{54} \\
 & \dots \dots \dots \\
 & \dots \dots \dots \\
 Q_{11} &= \frac{1}{[aa]} - \frac{[ab]}{[aa]} Q_{21} - \frac{[ac]}{[aa]} Q_{31} - \frac{[ad]}{[aa]} Q_{41} - \frac{[ae]}{[aa]} Q_{51}.
 \end{aligned}$$

In order to perform all the above operations in a perspicuous way, I have endeavoured to make up the following scheme.

Nr.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>l</i>	<i>s</i>	<i>v</i>
1	<i>a</i> ₁	<i>b</i> ₁	<i>c</i> ₁	<i>d</i> ₁	<i>e</i> ₁	<i>l</i> ₁	<i>s</i> ₁	<i>v</i> ₁
2	<i>a</i> ₂	<i>b</i> ₂	<i>c</i> ₂	<i>d</i> ₂	<i>e</i> ₂	<i>l</i> ₂	<i>s</i> ₂	<i>v</i> ₂
3	<i>a</i> ₃	<i>b</i> ₃	<i>c</i> ₃	<i>d</i> ₃	<i>e</i> ₃	<i>l</i> ₃	<i>s</i> ₃	<i>v</i> ₃
.
.
.
.
<i>n</i>	<i>a</i> _{<i>n</i>}	<i>b</i> _{<i>n</i>}	<i>c</i> _{<i>n</i>}	<i>d</i> _{<i>n</i>}	<i>e</i> _{<i>n</i>}	<i>l</i> _{<i>n</i>}	<i>s</i> _{<i>n</i>}	<i>v</i> _{<i>n</i>}
								[<i>vv</i>]

(I)

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>l</i>	<i>s</i>		
(V)	1	Q_{11}	$[aa]$	$[ab]$	$[ac]$	$[ad]$	$[ae]$	$[al]$	$[as]$	<i>a</i>
	2	Q_{21}	Q_{22}	$[bb]$	$[bc]$	$[bd]$	$[be]$	$[bl]$	$[bs]$	<i>b</i>
	3	Q_{31}	Q_{32}	Q_{33}	$[cc]$	$[cd]$	$[ce]$	$[cl]$	$[cs]$	<i>c</i>
	4	Q_{41}	Q_{42}	Q_{43}	Q_{44}	$[dd]$	$[de]$	$[dl]$	$[ds]$	<i>d</i>
	5	Q_{51}	Q_{52}	Q_{53}	Q_{54}	Q_{55}	$[ee]$	$[el]$	$[es]$	<i>e</i>
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>t</i>	<i>u</i>		$[ll]$	$[ls]$	<i>l</i>
		1	2	3	4	5				

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>l</i>	<i>s</i>		
(IV)	1	$\frac{1}{[aa]}$	$[aa]$	$[ab]$	$[ac]$	$[ad]$	$[ae]$	$[al]$	$[as]$	<i>a</i>
	2	$\frac{[ab]}{[aa]}$	$\frac{1}{[bb.1]}$	$[bb.1]$	$[bc.1]$	$[bd.1]$	$[be.1]$	$[bl.1]$	$[bs.1]$	<i>b.1</i>
	3	$\frac{[ac]}{[aa]}$	$\frac{[bc.1]}{[bb.1]}$	$\frac{1}{[cc.2]}$	$[cc.2]$	$[cd.2]$	$[ce.2]$	$[cl.2]$	$[cs.2]$	<i>c.2</i>
	4	$\frac{[ad]}{[aa]}$	$\frac{[bd.1]}{[bb.1]}$	$\frac{[cd.2]}{[cc.2]}$	$\frac{1}{[dd.3]}$	$[dd.3]$	$[de.3]$	$[dl.3]$	$[ds.3]$	<i>d.3</i>
	5	$\frac{[ae]}{[aa]}$	$\frac{[be.1]}{[bb.1]}$	$\frac{[ce.2]}{[cc.2]}$	$\frac{[de.3]}{[dd.3]}$	$\frac{1}{[ee.4]}$	$[ee.4]$	$[el.4]$	$[es.4]$	<i>e.4</i>
		$\frac{[al]}{[aa]}$	$\frac{[bl.1]}{[bb.1]}$	$\frac{[cl.2]}{[cc.2]}$	$\frac{[dl.3]}{[dd.3]}$	$\frac{[el.4]}{[ee.4]}$		$[ll.5]$	$[ls.5]$	<i>l.5</i>
		1	2	3	4	5				

(I) is the scheme of the coefficients of equations of condition. By simultaneous multiplication and addition of the products on the arithmometer we fill up scheme (II), which is separated from (V) by a stairlike thick line. (III) and (IV) are separated from each other in

the same way. (III) \div (IV) must implicitly be written directly under (II) \div (V), but (I) may be on another page.

(II) contains the coefficients of the normal equations with the numbers for verification. When these have been computed, schemes (III) and (IV) are filled up, both at the same time. (III) contains the coefficients of equations (5), together with control quantities of (6). Firstly, the coefficients of the first normal equation are entered in the upper line of (III) scheme and then the calculation of the first column of (IV) must be done. $[bb . 1]$, $[bc . 1]$, etc. are calculated on the machine according to formulae (7), which give the following rule:

The quantity from (II) scheme which corresponds with the required number must be turned on the machine. Then the farthest number on the left of the required quantity is multiplied by that above it. The number thus obtained is then written in the compartment provided for it. When $[bb . 1]$, $[bc . 1]$, . . . , $[bs . 1]$ have been found in this way, and verification performed, the second column of (IV) is computed.

Then $[cc . 2]$, $[cd . 2]$ etc. are found according to the formulae (7). There is a similar rule here too: The quantity from (II) scheme which corresponds with the required number must be turned on the arithmometer. Then the farthest number on the left and the uppermost are multiplied by each other. The next factors are then chosen by one compartment nearer, until the required quantity is found.

Taking into account the aforesaid and the formulae (7), schemes (III) and (IV) are filled up and then u , t , z , y , x can be found. Here too there is a similar rule. First of all the corresponding number for the unknown is turned on the machine from (IV) scheme, and then every two numbers are multiplied by each other, taking one of them from below in (IV) scheme and the other on the right from the unknown quantity. The multiplication may be begun either with the farthest (or the nearest) numbers, and the next factors are taken by one compartment nearer (or farther).

Q_{55} , Q_{54} etc. are found according to formulae (9). Here, likewise, by keeping strictly to these formulae, we shall notice a similar lawfulness.

In order to illustrate the above let us take a numerical example.

Nr.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>l</i>	<i>s</i>	<i>v</i>
1	+ 1.000	- 31.000	+ 9.610	- 2.979	+ 9.235	- 13.199	- 27.333	+ 0.095
2	1	- 29	8.410	- 2.439	7.073	- 12.728	- 27.684	+ 20
3	1	- 28	7.840	- 2.195	6.147	- 12.464	- 27.672	+ 6
4	1	- 27	7.290	- 1.968	5.314	- 12.226	- 27.590	- 37
5	1	- 26	6.760	- 1.758	4.570	- 11.923	- 27.351	- 19
6	1	- 25	6.250	- 1.563	3.906	- 11.661	- 27.068	- 45
7	1	- 24	5.760	- 1.382	3.318	- 11.358	- 26.662	- 35
8	1	- 23	5.290	- 1.217	2.798	- 11.072	- 26.201	- 46
9	1	- 22	4.840	- 1.065	2.343	- 10.765	- 25.647	- 40
10	1	- 20	4.000	- 0.800	1.600	- 10.129	- 24.329	- 22
11	1	- 19	3.610	- 0.686	1.303	- 9.805	- 23.578	- 14
12	1	- 18	3.240	- 0.583	1.050	- 9.488	- 22.781	- 19
13	1	- 13	1.690	- 0.220	0.286	- 7.742	- 17.986	+ 33
14	1	- 12	1.440	- 0.173	0.207	- 7.394	- 16.920	+ 23
15	1	- 10	1.000	- 0.100	0.100	- 6.644	- 14.644	+ 38
16	1	- 9	0.810	- 0.073	0.066	- 6.264	- 13.461	+ 41
17	1	- 8	0.640	- 0.051	0.041	- 5.839	- 12.209	+ 81
18	1	- 7	0.490	- 0.034	0.024	- 5.474	- 10.994	+ 54
19	1	- 6	0.360	- 0.022	0.013	- 5.104	- 9.753	+ 25
20	1	- 2	0.040	- 0.001	0.000	- 3.464	- 4.425	- 6
21	1	- 1	0.010	0.000	0.000	- 3.020	- 3.010	+ 1
22	1	0	0.000	0.000	0.000	- 2.592	- 1.592	- 16
23	1	+ 7	0.490	+ 0.034	0.024	+ 0.718	+ 9.266	- 51
24	1	8	0.640	0.051	0.041	1.234	10.966	- 46
25	1	11	1.210	0.133	0.146	2.819	16.308	- 48
26	1	12	1.440	0.173	0.207	3.368	18.188	- 46
27	1	15	2.250	0.338	0.506	5.085	24.179	- 21
28	1	16	2.560	0.410	0.655	5.681	26.306	- 7
29	1	21	4.410	0.926	1.945	8.747	38.028	+ 17
30	1	23	5.290	1.217	2.798	10.049	43.354	+ 40
31	1	25	6.250	1.563	3.906	11.354	49.073	+ 30
32	1	31	9.610	2.979	9.235	15.482	69.306	+ 5
33	1	33	10.890	3.594	11.859	16.944	77.287	+ 14
34	1	34	11.560	3.930	13.363	17.708	81.561	+ 39
35	1	35	12.250	4.287	15.006	18.422	85.965	+ 6
36	1	36	12.960	4.666	16.796	19.169	90.591	- 3
37	1	39	15.210	5.932	23.134	21.454	105.730	- 32
38	1	40	16.000	6.400	25.600	22.255	111.255	- 19

0.049.924

[*v*] - 4

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>l</i>	<i>s</i>	Contr.	
1	+ 0.102 393	+ 38.000	+ 26.000	+ 192.400	+ 17.324	+ 174.615	- 9.866	+ 438.473	<i>a</i> 0
2	+ 0.001 708	+ 0.000 505	+ 19 240.000	+ 1 732.400	+ 1 746.216	+ 3 110.546	+ 9 475.511	+ 35 330.673	<i>b</i> 0
3	- 0.034 290	- 0.001 091	+ 0.020 644	+ 1 746.178	+ 311.066	+ 1 937.662	+ 991.751	+ 6 911.457	<i>c</i> 0
4	- 0.028 734	- 0.006 419	+ 0.023 061	+ 0.098 013	+ 193.771	+ 481.989	+ 884.564	+ 3 634.930	<i>d</i> 0
5	+ 0.023 823	+ 0.001 392	- 0.017 410	- 0.027 925	+ 0.016 562	+ 2 397.246	+ 1 750.313	+ 9 852.372	<i>e</i> -1
	+ 2.576 367	- 0.449 028	- 0.402 160	- 0.156 209	+ 0.021 307		+ 4 779.962	+ 17 872.234	<i>l</i> +1

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>l</i>	<i>s</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>l</i>	<i>s</i>	
1	+ 0.026 315 79	+ 38.000	+ 26.000	+ 192.400	+ 17.324	+ 174.615	- 9.866	+ 438.473	<i>a</i>						0
2	- 0.684 210 54	+ 0.000 052 02	+ 19 222.211	+ 1 600.758	+ 1 734.363	+ 2 991.073	+ 9 482.261	+ 35 030.665	<i>b</i>						+ 1
3	- 5.063 158 00	- 0.083 276 48	+ 0.001 565 63	+ 638.721	+ 78.920	+ 804.473	+ 252.055	+ 1 774.168	<i>c</i>						+ 1
4	- 0.455 894 75	- 0.090 227 03	- 0.123 559 44	+ 0.050 928 68	+ 19.65 ₈	+ 33.107 ₁	+ 2.361 ₈	+ 55.104 ₄	<i>d</i>						- 0 ₂
5	- 4.595 131 67	- 0.155 605 05	- 1.259 506 26	- 1.686 101 07	+ 0.016 561 64	+ 60.380 ₅	- 1.286 ₅	+ 59.095 ₈	<i>e</i>						- 1 ₈
	+ 0.259 631 58	- 0.493 297 11	- 0.394 624 62	- 0.120 283 37	+ 0.021 306 55		+ 0.050 ₉	+ 0.053 ₇	<i>l</i>						- 2 ₈

$$m = \sqrt{\frac{0.049\ 924}{38 - 5}} = \pm 0.038_9$$

$$\sqrt{Q_{11}} = 0.320 \qquad m_x = \pm 0.0124$$

$$\sqrt{Q_{22}} = 0.022_5 \qquad m_y = \pm 0.0008_8$$

$$\sqrt{Q_{33}} = 0.144 \qquad m_z = \pm 0.0056$$

$$\sqrt{Q_{44}} = 0.313 \qquad m_t = \pm 0.0122$$

$$\sqrt{Q_{55}} = 0.129 \qquad m_u = \pm 0.0050$$

Presented to the Faculty 19. X. 1939.

Schēma normalnolīdzinājumu atrisināšanai ar reizinamo mašīnu.

S. Vasiļevskis.

Kopsavilkums.

Mazāko kvadratu metodē iegūto normalnolīdzinājumu atrisināšana ar logaritmu palīdzību ir neērta, tāpēc pēdējā laikā šo darbu parasti dara ar reizināmām mašīnām - aritmometriem. Tomēr atrisināšanas schēmas nav ievērojami mainītas, tāpēc tās neļauj pienācīgi izmantot aritmometra īpašības.

Normalnolīdzinājumu sastādīšanas, nezināmo un to svaru atrašanas galvenās darbības sastāv no skaitļu reizināšanas ik pa divi un — dabūto reizinājumu saskaitīšanas. Aritmometrs ļauj ērti aprēķināt tādu reizinājumu sumu bez atsevišķo reizinājumu izrakstīšanas. Šī īpašība likta še apskatītās schēmas pamatos. Bez tam schēmas uzdevums ir darbību kārtību ietvert viegli redzamā un atminamā likumībā, tā darbu mechanizējot un mazinot aprēķinu kļūdu varbūtību. Tas sevišķi svarīgi svaru aprēķināšanā, kur nav vēl radīts noteikts, vispāri pieņemts reķināšanas veids. Mēģināts schēmu iekārtot tā, lai pēc iespējas visas darbības būtu izdaramas mašīnā un izrakstami tikai gala rezultāti.

Schēmas lietošana viegli izprotama, tai paraleli aplūkojot mazāko kvadratu metodē pazīstamās formulas, to starpā arī še minētās (1) līdz (9). Schēma aizpildama romiešu cipariem norādītā kārtībā. (III) un (IV) aizpildamas reizē: ik pēc rindas aizpildīšanas (III) nodalījumā aprēķina vienas kolonnas skaitļus no (IV).

Ilustracijai dots skaitlisks piemērs.

The Graphical and Analytical Results if Latitude and Longitude are determined by the Method of Equal Altitudes.

By *A. Brikmānis*.

I. For simultaneous determination of latitude and longitude in geodesy the method of equal altitudes is used¹. Using this method the observer notices the moments, when several stars are at one and the same altitude or zenithdistance known by measuring. If the approximate values of latitude (φ_0) and longitude (L_0) are known, the zenithdistances for the observed stars can be found also by calculating. As the geographical coordinates are only approximately known, the measured and calculated zenithdistances will not agree, but there will be certain differences. By knowing them the errors of φ_0 and L_0 — $d\varphi$ and dL can be found.

The finding of $d\varphi$ and dL can be done analytically and graphically. In this work I have compared the analytical and graphical results, got from one and the same material of observations and I have tried to clear up the question about the equality of both

¹ The East-African Geographical Part of France and the Geodetical Section of the Geographical Part of the Army of France use this method in their measurements in their African colonies. Also in other states this method is used. It has also been tried to throw light upon the equality of this method and the methods of meridian observations. So in the international longitude determinations arranged by the Longitudes Committee of the International Astronomical Union in the year 1926, three observatories have used this method; in the observatory of Dehra-Dun, Survey of India, longitude determination has been made both with a transit-instrument and with a prism-astrolabe.

ways of finding the results. In the literature, which was in my use, such a comparing of analytical and graphical results, got from one and the same material of observations, I have found in the publication of the East-African Geographical Part of France: „Rapport sur la campagne d'astronomie géodésique exécutée en 1913—14 en Afrique Occidentale Française. Travaux de la Section de Géodésie de l'Union Géodésique et Géophysique Internationale. Tome 2. Paris 1925.“ There are given the mean errors of the analytical results, obtained from the observations got in one night, and the differences between the analytical and graphical results. One half of all the cases are such, that the differences, mentioned above, are greater than the mean errors of the analytical results. So it is to be said that in one half of all cases the analytical and graphical results do not agree. The differences between the analytical and graphical results, obtained from the observations in one night, I have found also in the „Journal des Observateurs“ first number of the year 1936. There the absolute differences in the quantities $d\varphi$ and $\cos \varphi \cdot dt$ are respectively $0''$, 12 and $0^s,033$. There is nothing said about the mean errors of the analytical results.

For this work I have used the observations made by the director of the observatory of the Latvian university doc. A. Žagger in the years 1933 and 1934 and the observations made by myself also in the year 1934.

II. The formula

$$\cos z_0 = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos t_0^2$$

gives the calculated zenithdistances z_0 , which will not agree with the measured ones, as the latitude and longitude are not well known— φ_0 and L_0 are only approximate values. Let the difference between the calculated and measured zenithdistance be $d\zeta$. If the errors of φ_0 and t_0 — $d\varphi$ and dt are known, the value of $d\zeta$ can be calculated by the formula

² t_0 is the approximate hour-angle of the observed star. By receiving the scientific radio-time signals (the U. T. of their emission being known) and knowing the longitude L , we get the correction of the clock. But if the longitude is only approximately known, the correction of the clock as well as the hour-angle of the observed star is got only approximately. Of course errors in the hour-angle of the observed star can arise also from other circumstances, which should be removed.

$$d\zeta = \cos a \cdot d\varphi + \sin a \cos \varphi \cdot dt^3$$

Let us imagine a certain number of stars are observed, and let all the measured zenithdistances z_i contain the constant systematical error dz . The observations give us then the following equations

$$z_i + dz = (z_0)_i + \cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt$$

or

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt - dz + \Delta z_i = 0 \quad (1),$$

where

$$\Delta z_i = (z_0)_i - z_i.$$

The solution of the equations by the method of least squares gives us the three unknown quantities: $d\varphi$, $\cos \varphi \cdot dt$ and dz . The corresponding normalequations are the followig:

$$\left. \begin{aligned} [\cos^2 a_i] \cdot d\varphi + [\sin a_i \cdot \cos a_i] \cdot \cos \varphi \cdot dt - [\cos a_i] \cdot dz + [\Delta z_i \cdot \cos a_i] &= 0 \\ [\cos a_i \cdot \sin a_i] \cdot d\varphi + [\sin^2 a_i] \cdot \cos \varphi \cdot dt - [\sin a_i] \cdot dz + [\Delta z_i \cdot \sin a_i] &= 0 \\ - [\cos a_i] \cdot d\varphi - [\sin a_i] \cdot \cos \varphi \cdot dt + [1 \cdot 1] dz - [\Delta z_i] &= 0 \end{aligned} \right\} (2)$$

III. Let us write (1) in the form

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt + (\Delta z_i - dz) = 0$$

With axes $\cos \varphi \cdot dt$, $d\varphi$ the graphical sketches of those equations are represented by straight lines; the perpendiculars drawn from the starting point to them are equal $(\Delta z_i - dz)$. The positive angle, which is formed by the perpendicular and the positive direction of the $d\varphi$ axe is $(a_i - 180^\circ)$ (the positive angle formed by the perpendicular and the negative direction of the $d\varphi$ axe is a_i).

Let us take a point that lies on one of those lines. The coordinates of it correspond to the values $\cos \varphi \cdot dt$ and $d\varphi$ of the point of observations. So the place of observations, sketched as a point in those

³ This formula can be got by developing $\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$ or $z = \arccos(\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t)$ in the series of Taylor and breaking the development up with the first derivatives. Using this differentialformula we have always to know the above limits of $d\varphi$ and dt , outside of which the formula dare not be used, if a certain precision is required. Estimating the values of the omitted terms with the second, etc. derivatives we can judge about the precision of the formula.

axes, is to be searched somewhere on one of those lines (position lines). The coordinates of the crossing point of all those position lines are

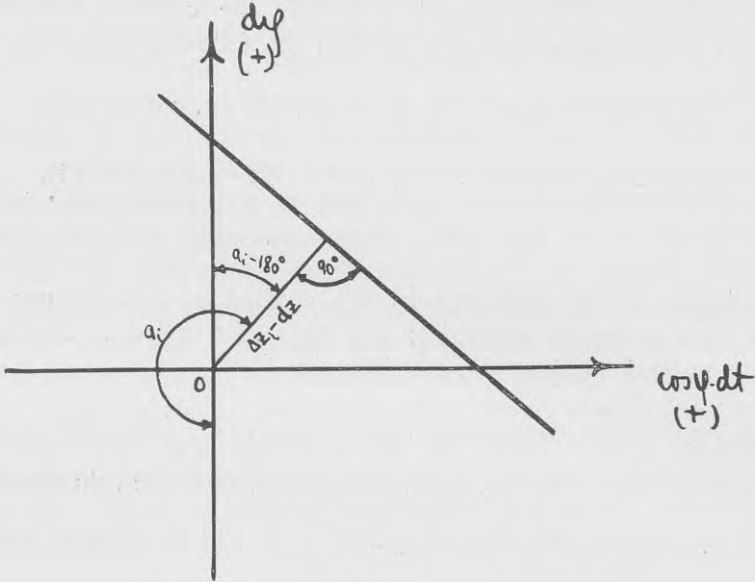


Figure 1.

then the values $\cos \varphi \cdot dt$ and $d\varphi$ which correspond to the point of observations.

As dz is unknown, the position lines are not precisely defined. The geometrical interpretation of the equations

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt + \Delta z_i - dz = 0 \quad \dots (1)$$

is here of much help. Geometrically interpreted these equations tell us, that a point with the coordinates $\cos \varphi \cdot dt$, $d\varphi$ is in the distance dz from the straight lines

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt + \Delta z_i = 0.$$

So the common solution of the equations (1) is geometrically to be interpreted as the finding of the coordinates of that point, which is in equal distances from the straight lines

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt + \Delta z_i = 0.$$

(1) written in the form

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt + (\Delta z_i + k) - (dz + k) = 0$$

geometrically express the fact, that the point with coordinates $\cos \varphi \cdot dt$, $d\varphi$ is in the distance $(dz + k)$ from the straight lines

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt + (\Delta z_i + k) = 0$$

So the common solution of the same equations (1) is also geometrically to be interpreted as the finding of the coordinates of that point, which is in equal distances from the straight lines

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt + (\Delta z_i + k) = 0.$$

In accordance to the above said, the graphical finding of the results is done as follows. The straight lines

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt + \Delta z_i = 0$$

are drawn (all Δz_i can be altered by a constant quantity as it has been found necessary). Then we find the centre of the circle for which all, or better to say, the possibly greatest number of the drawn position lines are tangents. The coordinates of this centre are the required results.

So the graphical finding of the results is conformed to the geometrical interpretation of the analytical finding of them. Vice versa — if the geometrical actions in the graphical finding of the results are expressed mathematically, we obtain the same normal-equations which are obtained, if the results are found analytically. If a point with coordinates ξ , η must be in one and the same distance R from the straight lines

$$\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cdot \cos \varphi \cdot dt + \Delta z_i = 0,$$

then this fact can be expressed mathematically by the equations

$$\cos a_i \cdot \xi + \sin a_i \cdot \eta + \Delta z_i - R = 0.$$

The common solution of those equations gives us the required quantities ξ , η and also R . The normalequations for that are the following

$$\left. \begin{aligned} [\cos^2 a_i] \cdot \xi + [\cos a_i \cdot \sin a_i] \cdot \eta - [\cos a_i] \cdot R + [\Delta z_i \cdot \cos a_i] &= 0 \\ [\sin a_i \cdot \cos a_i] \xi + [\sin^2 a_i] \cdot \eta - [\sin a_i] \cdot R + [\Delta z_i \cdot \sin a_i] &= 0 \\ -[\cos a_i] \xi - [\sin a_i] \cdot \eta + [1 \cdot 1] \cdot R - [\Delta z_i] &= 0 \end{aligned} \right\}$$

which exactly agree with (2).

The finding of the centre of that circle for which the possibly greatest number of the drawn position lines are tangents, in accordance to the directives, given by the director of the observatory of

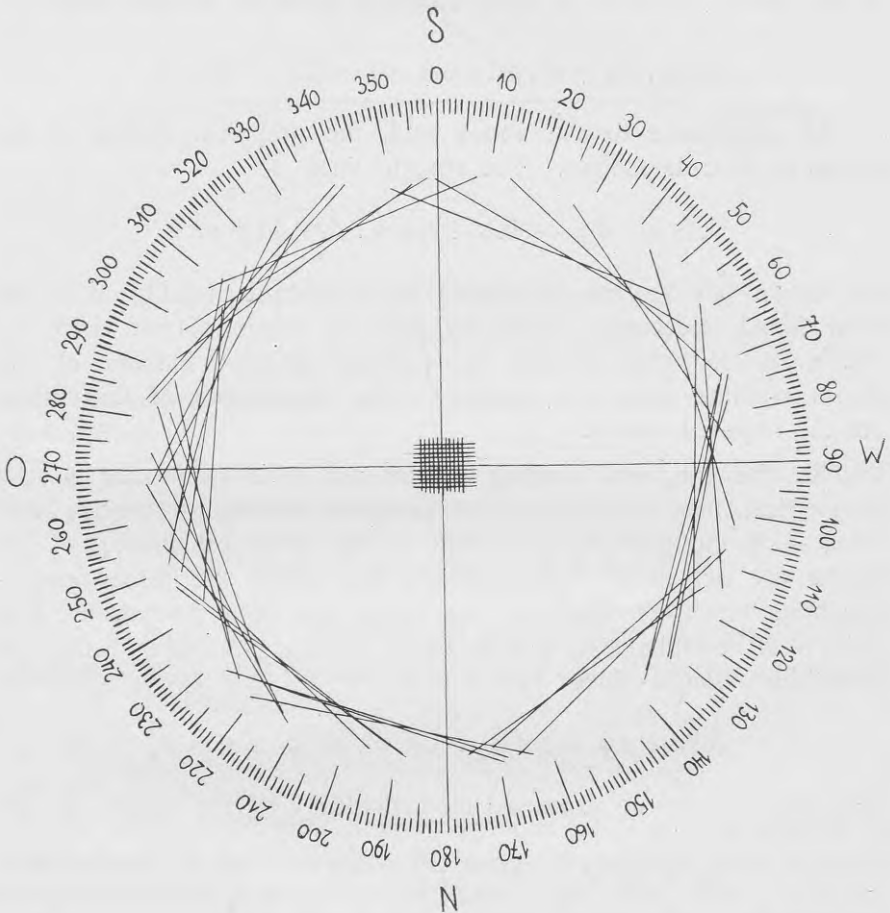


Figure 2.

the Latvian university, is done as follows. On a transparent paper a circle of the required size is drawn. The centre of it is marked as a prick in the paper, caused by the sharp end of the compasses. The circle is placed on the drawn position lines and a situation of it is searched, in which the possibly greatest part of the position lines are tangents to the circle. Then the place of the centre of the mentioned circle is noted relatively to the starting point of the axes in which the position lines are drawn. An example of such drawn position lines is given in the figure 2.

IV. So in the principle there is no difference between the graphical and analytical obtaining of the results. A difference can be only in certain advantages or disadvantages in practical use.

Obtaining the results graphically, I have drawn the position lines ($\Delta z_i!$) on different scales in order to clear up, what scale in practice is to be preferred. I have drawn on the scales: $1'' = 2 \text{ mm}$ (G_2), $1'' = 3 \text{ mm}$ (G_3) and $1'' = 5 \text{ mm}$ (G_5).

Obtaining the results graphically I put the transparent circle several times on the drawn position lines and several times got the coordinates of its centre relatively to the starting point of the axes, in which the position lines are drawn and took the means of them. The agreeing of the repeatedly got coordinates of the centre of the transparent circle dare not be used for judging about the mean errors of the obtained results. Of course; in the case of better observations we shall get better agreeing coordinates of the centre, but good agreeing coordinates we can get also in the case of bad observations (systematical errors by the situating!). As we search for the centre of that circle to which the possibly greatest part of the position lines are tangents we should judge of the errors of the results, noticing how many position lines deviate from the tangential position and how much they deviate from the tangential position (this is the principle for calculating the errors analytically). If now the deviation from the tangential position of each position line is not estimated — that would really take much time and labour — for the graphically obtained results of one night the mean errors cannot be given. Only having more such results we have the possibility to characterise the mean of them with a mean error.

Date	A			G_2, G'_2			G_3, G'_3			G_5, G'_5						
	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$		$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$		$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$		$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$					
1933.	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"				
1.—2. VIII	-0.45	± 0.65	-0.18	± 0.45	+0.34	+0.07	+0.20	+0.08	+0.14	+0.09	-0.04	+0.11	+0.16	+0.01	± 0.00	+0.17
2.—3. VIII	+0.28	± 0.28	-0.38	± 0.22	+0.60	+0.67	-0.32	-0.06	+0.62	+0.50	-0.20	-0.19	+0.68	+0.55	-0.38	-0.35
4.—5. VIII	+0.09	± 0.47	+0.96	± 0.36	-0.24	-0.45	+0.70	+0.87	-0.20	-0.18	+0.80	+0.70	-0.24	+0.02	+0.97	+0.84
5.—6. VIII	+0.30	± 0.23	+0.82	± 0.16	+0.14	+0.40	+0.94	+0.94	+0.29	+0.38	+0.85	+0.82	+0.34	+0.40	+0.77	+0.79
1934.																
30. VI—1. VII	+0.41	± 0.21	+0.51	± 0.17	+0.48	+0.51	+0.45	+0.45	+0.41	+0.38	+0.56	+0.36	+0.48	+0.65	+0.55	+0.57
2.—3. VII	+0.48	± 0.16	+0.60	± 0.11	+0.48	+0.50	+0.64	+0.79	+0.49	+0.22	+0.66	+0.65	+0.40	+0.29	+0.57	+0.58
6.—7. VII	-0.36	± 0.24	+0.90	± 0.21	-0.16	-0.51	+0.74	+0.97	-0.47	-0.45	+0.93	+0.92	-0.35	-0.43	+1.02	+1.03
10.—11. VII	+0.03	± 0.36	+0.35	± 0.25	-0.04	-0.23	+0.45	+0.54	-0.04	-0.10	+0.37	+0.42	-0.24	-0.28	+0.24	+0.31
10.—11. VII	+0.36	± 0.24	+0.55	± 0.18	+0.48	+0.32	+0.70	+0.52	+0.29	+0.35	+0.44	+0.43	+0.40	+0.35	+0.47	+0.68
11.—12. VII	+0.02	± 0.16	+0.05	± 0.12	+0.02	-0.02	+0.10	+0.20	+0.23	+0.33	+0.11	+0.13	+0.06	+0.24	+0.11	+0.06
12.—13. VII	-0.17	± 0.18	+0.28	± 0.13	-0.20	-0.43	+0.46	+0.47	-0.08	-0.13	+0.38	+0.37	-0.09	-0.14	+0.41	+0.40
15.—16. VII	+0.32	± 0.16	+0.30	± 0.11	+0.09	+0.16	+0.34	+0.39	+0.08	+0.17	+0.36	+0.39	+0.17	+0.24	+0.30	+0.36

Table 1.

From the same drawn position lines I repeated the obtaining of the results after a day — sometimes after several days. The so obtained results (G'_2, G'_3, G'_5) differ from those got first. All the results: the analytical (A) and the graphical ($G_2, G'_2, G_3, G'_3, G_5, G'_5$) I have arranged in the table 1, where also the mean errors of the analytical results are given.

In the table 2 I have arranged the differences $G_v - G_2, G_v - G_3, G_v - G_5$

$$\left(G_v = \frac{1}{3} (G_2 + G_3 + G_5) \right)$$

Date	$G_v - G_2$		$G_v - G_3$		$G_v - G_5$	
	$d\varphi$	$\cos\varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos\varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos\varphi \cdot dt$
1933.	"	"	"	"	"	"
1. — 2. VIII.	-0.13	-0.15	+0.07	+0.09	+0.05	+0.05
2. — 3. VIII.	+0.03	+0.02	+0.01	-0.10	-0.05	+0.08
4. — 5. VIII.	+0.01	+0.12	-0.03	+0.02	+0.01	-0.15
5. — 6. VIII.	+0.11	-0.09	-0.04	0.00	-0.09	+0.08
1934.						
30.VI. — 1. VII.	-0.02	+0.07	+0.05	-0.04	-0.02	-0.03
2. — 3. VII.	-0.02	-0.02	-0.03	-0.04	+0.06	+0.05
6. — 7. VII.	-0.17	+0.16	+0.14	-0.03	+0.02	-0.12
10. — 11. VII.	-0.07	-0.10	-0.07	-0.02	+0.13	+0.11
10. — 11. VII.	-0.09	-0.16	+0.10	+0.10	-0.01	+0.07
11. — 12. VII.	+0.08	+0.01	-0.13	0.00	+0.04	0.00
12. — 13. VII.	+0.08	-0.04	-0.04	+0.04	-0.03	+0.01
15. — 16. VII.	+0.02	-0.01	+0.03	-0.03	+0.06	+0.03

Table 2.

As it is to be seen the differences are of accidental character: it is not so that using a certain scale the obtained results are systematically greater or smaller.

The differences $G'_2 - G_2, G'_3 - G_3, G'_5 - G_5$ I have arranged in the table 3.

Date	$G'_2 - G_2$		$G'_3 - G_3$		$G'_5 - G_5$	
	$d\varphi$	$\cos\varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos\varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos\varphi \cdot dt$
1933.	"	"	"	"	"	"
1. — 2. VIII	- 0.27	- 0.12	- 0.05	+ 0.15	- 0.15	+ 0.07
2. — 3. VIII	+ 0.07	+ 0.26	- 0.12	+ 0.01	- 0.06	+ 0.10
4. — 5. VIII	- 0.21	+ 0.17	+ 0.02	- 0.10	+ 0.03	- 0.02
5. — 6. VIII	+ 0.26	0.00	+ 0.09	- 0.03	+ 0.14	0.00
1934.						
30. VI — 1. VII	+ 0.03	0.00	- 0.03	- 0.20	+ 0.17	+ 0.02
2. — 3. VII	+ 0.02	+ 0.15	- 0.27	- 0.01	- 0.11	+ 0.01
6. — 7. VII	- 0.35	+ 0.23	+ 0.02	- 0.01	- 0.08	+ 0.01
10. — 11. VII	- 0.19	+ 0.09	- 0.06	+ 0.05	- 0.04	+ 0.07
10. — 11. VII	- 0.16	- 0.18	+ 0.06	- 0.01	- 0.05	+ 0.21
11. — 12. VII	- 0.04	+ 0.10	+ 0.10	+ 0.02	+ 0.18	- 0.05
12. — 13. VII	- 0.23	+ 0.01	- 0.05	- 0.01	- 0.05	- 0.01
15. — 16. VII	+ 0.07	+ 0.05	+ 0.09	+ 0.03	+ 0.07	+ 0.06

Table 3.

These differences are characterised by the data given in the table 4.

Values of $G'_i - G_i$	$i = 2$		$i = 3$		$i = 5$	
	$d\varphi$	$\cos\varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos\varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos\varphi \cdot dt$
" " "						
0.00 — 0.10	42 ⁰ / ₀	42 ⁰ / ₀	75 ⁰ / ₀	75 ⁰ / ₀	58 ⁰ / ₀	83 ⁰ / ₀
0.10 — 0.20	17	42	17	17	42	8
0.20 — 0.30	33	17	8	8	0	8
0.30 — 0.40	8	0	0	0	0	0

Table 4.

Using greater scale, where the drawn position lines are more dispersed, it could be expected that the placing of the transparent circle can be done more arbitrarily, and that therefore the repeatedly got results from the same drawn position lines should give more differing results than using a smaller scale. But as it is to be seen, greater differences are more frequent if the scale $1'' = 2$ mm has been used; if a greater scale is used, greater differences are rarer. So the free choice by the situating of the transparent circle then does not increase proportionally to the increase of the scale and therefore the use of a greater scale should be preferred. In the practice it seemed to me the scale $1'' = 3$ mm to be the most pleasant one, for using it the position lines are not too much dispersed and by the choice of the right position of the transparent circle not so many difficulties arise.

In the table 5 I have given the analytical results (A), their mean errors and the differences $A - G_2$, $A - G'_2$, $A - G_3$, $A - G'_3$, $A - G_5$, $A - G'_5$ for each night of observations.

Date	A		A - G ₂ , A - G ₂ '		A - G ₃ , A - G ₃ '		A - G ₅ , A - G ₅ '	
	dφ	cos φ · dt	dφ	cos φ · dt	dφ	cos φ · dt	dφ	cos φ · dt
1933.								
1. — 2. VIII	-0.45 ± 0.65	0.18	0.79	0.52 - 0.38	0.26	0.59	0.54	0.14
2. — 3. VIII	+0.28 ± 0.28	0.38	0.32	0.39 - 0.06	0.32	0.34	0.22	0.18
4. — 5. VIII	+0.09 ± 0.47	0.96	0.33	0.54 + 0.26	0.09	0.29	0.27	0.16
5. — 6. VIII	+0.30 ± 0.23	0.82	0.16	0.10 - 0.12	0.12	0.01	0.08	0.03
1934.								
30. VI — 1. VII	+0.41 ± 0.21	0.51	0.07	0.10 + 0.06	0.06	0.00	0.03	0.05
2. — 3. VII	+0.48 ± 0.16	0.60	0.11	0.00 - 0.02	0.04	0.01	0.26	0.06
6. — 7. VII	-0.36 ± 0.24	0.90	0.21	0.15 + 0.16	0.07	0.11	0.09	0.03
10. — 11. VII	+0.03 ± 0.36	0.35	0.25	0.07 + 0.26	0.10	0.07	0.13	0.02
10. — 11. VII	+0.36 ± 0.24	0.55	0.18	0.12 + 0.04	0.15	0.03	0.07	0.11
11. — 12. VII	+0.02 ± 0.16	0.05	0.12	0.00 + 0.04	0.05	0.21	0.31	0.06
12. — 13. VII	-0.17 ± 0.18	0.28	0.13	0.03 + 0.26	0.18	0.09	0.04	0.10
15. — 16. VII	+0.32 ± 0.16	0.30	0.11	0.23 + 0.16	0.04	0.24	0.15	0.06

Table 5.

On the whole, as it is to be seen, the results got graphically on different scales in the limits of the mean errors agree with the analytically got ones.

In some azimuths there are more, in some azimuths fewer and in some azimuths there are no position lines at all, for the azimuthal distribution of the observed stars is not equidistant. In the table 6 I have given for each night of observations: the number of the observed stars, the differences $(A - G)_{d\varphi}$, $(A - G)_{\cos\varphi \cdot dt}$ and I have compared the number of position lines near the azimuths 0° and 180° and near the azimuths 90° and 270° , which position lines are of the greatest importance for the results $d\varphi$ and $\cos\varphi \cdot dt$ respectively.

Date	Number of the observed stars	Azimuthal distribution of the observed stars	$(A - G)_{d\varphi}$	Azimuthal distribution of the observed stars	$(A - G)_{\cos\varphi \cdot dt}$
1933.					
1. — 2. VIII	9	More near 180° (2)	— 0.59	More near 270° (3)	— 0.14
2. — 3. VIII	37	" " 180° (3)	— 0.34	" " 270° (4)	— 0.18
4. — 5. VIII	29	Equal	+ 0.29	" " 90° (3)	+ 0.16
5. — 6. VIII	16	More near 0° (1)	+ 0.01	" " 270° (3)	— 0.03
1934.					
30. VI — 1. VII	48	More near 180° (5)	0.00	" " 90° (1)	— 0.05
2. — 3. VII	40	" " 180° (2)	— 0.01	" " 270° (6)	— 0.06
6. — 7. VII	39	" " 0° (1)	+ 0.11	" " 90° (4)	— 0.03
1934.					
10. — 11. VII	13	" " 0° (2)	+ 0.07	" " 270° (3)	— 0.02
10. — 11. VII	25	" " 180° (6)	+ 0.07	" " 90° (6)	+ 0.11
11. — 12. VII	47	" " 180° (2)	— 0.21	" " 270° (9)	— 0.06
12. — 13. VII	45	" " 180° (3)	— 0.09	" " 270° (8)	— 0.10
15. — 16. VII	38	" " 0° (2)	+ 0.24	" " 90° (2)	— 0.06

Table 6.

The number of the observed stars seems to be of no importance. The differences $(A - G)_{\cos\varphi \cdot dt}$ seem to be in close connection with the azimuthal distribution of the observed stars: if there are more position lines near the azimuth 270° — the differences are negative and if near the azimuth 90° — the differences are positive. The same is to be said about the differences $(A - G)_{d\varphi}$: they are negative if more position lines are near the azimuth 180° and positive — if near the azimuth 0° . In this table the data are given for the scale

1"=3 mm. But comparing the graphical and analytical results in the table 5 it is to be noticed, that on the whole in the different nights in the limits of the mean errors all the graphically obtained results are systematically shifted in one or the other direction. So the same can be said about the cases if other scales are used. Obtaining the results analytically, we search the point the distances of which from the straight lines $\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cos \varphi \cdot dt + \Delta z_i = 0$ are equal — but we find that point for which the sum of the squares of the distances is minimum. Finding the results graphically — we also search the point, the distances of which from the mentioned lines are equal — but here that point is found the distances of which are possibly best equal. This „possibly best“ of course for all persons will not be the same and it varies also for one person at a time. So the above mentioned systematical shift in one or the other direction is to be explained as a systematical error in the graphical results.

In the table 7 I have given for each period of observations the mean results: the analytical (A_0), the graphical (${}_0G_2, {}_0G'_2, {}_0G_3, {}_0G'_3, {}_0G_5, {}_0G'_5$) and their mean errors.

Date	A_0		${}_0G_2, {}_0G'_2$				${}_0G_3, {}_0G'_3$				${}_0G_5, {}_0G'_5$			
	$d\varphi$	$\frac{\cos \varphi}{\varphi} \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$
1933.	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
1.—6. VIII	+0.22 ±0.11	+0.42 ±0.33	+0.21 ±0.18	+0.17 ±0.24	+0.38 ±0.28	+0.46 ±0.26	+0.21 ±0.17	+0.20 ±0.15	+0.37 ±0.28	+0.36 ±0.24	+0.24 ±0.19	+0.24 ±0.14	+0.36 ±0.32	+0.36 ±0.28
1934.														
30.VI-7.VII	+0.28 ±0.24	+0.63 ±0.09	+0.27 ±0.21	+0.17 ±0.34	+0.61 ±0.08	+0.74 ±0.15	+0.14 ±0.31	+0.05 ±0.25	+0.72 ±0.11	+0.64 ±0.16	+0.18 ±0.27	+0.17 ±0.32	+0.71 ±0.15	+0.73 ±0.15
1934.														
10.—16.VII	+0.11 ±0.10	+0.26 ±0.08	+0.07 ±0.11	-0.04 ±0.13	+0.41 ±0.10	+0.42 ±0.06	+0.08 ±0.07	+0.12 ±0.10	+0.33 ±0.06	+0.35 ±0.06	+0.06 ±0.08	+0.08 ±0.12	+0.31 ±0.06	+0.36 ±0.10

Table 7.

In the limits of the mean errors the graphical and analytical results are agreeing.

In the table 8 I have arranged the differences ${}_0G'_i - {}_0G_i$.

Date	${}_0G'_2, {}_0G_2$		${}_0G'_3, {}_0G_3$		${}_0G'_5, {}_0G_5$	
	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$	$d\varphi$	$\cos \varphi \cdot dt$
1933. 1.—6. VIII . . .	"	"	"	"	"	"
	-0.04	+0.08	-0.01	-0.01	0.00	0.00
1934. 30. VI — 7. VII	-0.10	+0.13	-0.09	-0.08	-0.01	+0.02
1934. 10.—16. VII . .	-0.11	+0.01	+0.04	+0.02	+0.02	+0.05

Table 8.

The results show again that the greater scales are to be preferred. In the practice using the scale $1'' = 5 \text{ mm}$ it seems that the position lines are somewhat too much dispersed and there are difficulties in the choice of the best position of the transparent circle, but just in this case the differences are small.

Finding the results analytically to each of the equations $\cos a_i \cdot d\varphi + \sin a_i \cos \varphi \cdot dt + \Delta z_i = 0$ a certain weight can be given according to the errors in Δz_i . If results are found graphically a certain weight to each position line can be given by drawing it more or less thickly. Placing the transparent circle on the drawn position lines the thicker position lines should be taken more in account than the thinner ones. Of course there will arise systematical errors for there is a place for a certain subjectivity.

Often two or more stars are observed in one and the same or nearly equal azimuths. If then the reduced Δz for those stars are equal, the obtained position lines give a double or threefold line. The taking in account of this doubleness or triplicity (graphically finding the results) is connected with difficulties: at least there will be a certain subjectivity.

An advantage of the graphical method is the applied less labour and the possibility to exclude observations which are connected with rough errors in the quantities Δz_i . So as in all azimuths Δz_i must not be equal, without graphically drawing the position lines, it cannot be said, whether an observation of a certain star is to be omitted. And so it is to be proposed also by using the analytical method to draw the position lines in order to remove the observations connected with rough errors.

Conclusion.

Repeatedly obtaining the results from the same drawn position lines, differing results are got: the results of a single night differ and the mean results of more nights as well. In the last case, using greater scale the differences are small and it can be expected that by increasing the number of nights these differences would disappear. All though a certain subjectivity of the graphical finding of the results must be ascertained. Attempt to give a certain weight to each of the observed stars or to take in account the doubleness or triplicity of a certain

position line would also be connected with a certain subjectivity.

Still in the limits of the mean errors the graphical results agree with the analytical ones: the mean results of more nights agree and the results of a single night as well. The differences between the analytical and graphical results depend from the azimuthal distribution of the observed stars; if the number of the nights of observations is sufficiently great and if in those nights the azimuthal distribution of the observed stars is not the same, but in each two nights nearly opposite, the analytical finding of the results can be replaced by the graphical one. If the number of the nights of observations is not great and if in those nights the azimuthal distribution of the observed stars is nearly the same and if greater precision necessary, the results should be found analytically, using the method of the least squares, the rough errors of observations being excluded by the help of a graphic.

Presented to the Faculty 19. X 1939.

Grafiski un analitiski atrastie rezultāti, nosakot vietas ģeografiskās koordinātas pēc vienādo augstumu metodes.

Savilkums.

Vietas ģeografiskā platuma un garuma vienlaicīgai noteikšanai ģeodezijā lieto tā saucamo vienādo augstuma metodi. Pēc šīs metodes novērotājs atzīmē momentus, kad vairākas zvaigznes sasniedz vienu un to pašu zenitdistanci, kas novērotājam zināma no mērījumiem. Tuveni zinot savas atrašanās vietas ģeografisko platumu (φ_0) un ģeografisko garumu (L_0), var novērotiem spīdekļiem zenitdistances dabūt arī rēķināšanas ceļā. Tā kā ģeografiskās koordinātas tikai tuveni zināmas, tad izmērītās un izrēķinātās zenitdistances nesakrīt, bet tur ir zināmas starpības. Pēc šīm starpībām tad var sarēķināt φ_0 un L_0 kļūdas: $d\varphi$ un dL . $d\varphi$ un dL atrašana iespējama analitiski un grafiski. Šajā darbā salīdzināti analitiskie un grafiskie rezultāti, dabūti no viena un tā paša novērojumu materiāla apstrādāšanas, un nolūks bijis noskaidrot jautājumu par abu rezultātu atrašanas paņēmieniņu līdzvērtīgumu.

Vispirms ģeometriski interpretētas analitiskā rezultātu atrašanas paņēmienā lietotās matemātiskās izteiksmes un konstatēts, ka grafiskais rezultātu atrašanas paņmiens ir pieskaņots šim interpretējumam un ka starp abiem rezultātu atrašanas paņēmieniem principālas starpības nav.

Grafiski rezultātus atrodot, pozīciju līnijas zīmētas dažādos mērogos, kā arī no viena un tā paša pozīciju līniju zīmējuma rezultātu atrašana atkārtota pēc vienas vai vairākām dienām. Tālāk tad nu salīdzināti šie dažādos mērogos un atkārtoti atrastie rezultāti savā starpā kā arī ar analitiski atrastiem rezultātiem.

No vienas nakts novērojumiem grafiski dažādos mērogos dabūto rezultātu starpībām ir gadījuma raksturs: tā tad vienreiz lielāku rezultātu dod viens — otrreiz cits mērogs (tab. 2).

Atkārtoti no viena un tā paša pozīciju līniju zīmējuma rezultātus atrodot, dabū atšķirīgus lielumus (tab. 3). Lielas starpības gan ir retas, pie kam tās nāk vairāk priekšā, lietojot mazāku mērogu (tab. 4).

No vienas nakts novērojumiem analītiski un grafiski atrastie rezultāti kļūdu robežās visumā saskan (tab. 5). Vienas nakts analītisko un grafisko rezultātu starpības ($A - G$) izrādas būt atkarīgas no novēroto zvaigžņu azimutālā izdalījuma: 1) attiecībā uz $d\varphi$ — ja vairāk zvaigžņu tuvu azimutam 0° , tad $A - G$ ir pozitīva — ja vairāk zvaigžņu tuvu azimutam 180° , tad $(A - G)$ negatīvas, 2) attiecībā uz $\cos\varphi \cdot dt$ — ja vairāk zvaigžņu tuvu azimutam 90° , tad $(A - G)$ pozitīvas — ja vairāk zvaigžņu tuvu azimutam 270° — tad negatīvas (tab. 6). Tas būtu izskaidrojams ar sistematiskām kļūdām rezultātu grafiskā atrašanā.

Ņemot vairāku novērojumu nakšu vidējos rezultātus, jāsaprot, ka grafiski dažādos mērogos atrastie rezultāti kļūdu robežās saskan savā starpā un arī ar analītiskiem rezultātiem (tab. 7). Atkārtoti atrastie rezultāti arī tagad šķirojas; lielāku mērogu lietojot starpības gan mazas un pie lielāka novērojumu nakšu skaita var sagaidīt to izzušanu. Izceļamas ir grafiskā rezultātu atrašanas paņēmiena priekšrocības: pārskatāmība par rupji kļūdainiem novērojumiem un mazākais darba patēriņš.

Slēdzieni.

Atkārtoti no tiem pašiem pozīciju līniju zīmējumiem rezultātus atrodot — rezultāti šķirojas: tas sakams gan par atsevišķas nakts, gan par vairāku novērojumu nakšu vidējiem rezultātiem. Pēdējā gadījumā gan starpības pie lielāka mēroga lietošanas mazas, un var sagaidīt, ka pie lielāka novērojumu nakšu skaita starpības izzustu. Par zinamu subjektīvismu grafiskā rezultātu atrašanā tas tomēr liecina. Arī atsevišķu zvaigžņu novērojumu svarošana un vairākkārtēju pozīciju līniju līniju vērā ņemšana, grafiski rezultātus atrodot, ir neizbēgami saistīta ar zinamu patvaļu.

Kļūdu robežās analītiskie un grafiskie rezultāti tomēr saskan; saskan vairāku novērojumu nakšu vidējie rezultāti, kā arī vienas atsevišķas nakts dotie rezultāti. Analītisko un grafisko rezultātu starpības ir atkarīgas no pozīciju līniju sakārtojuma; ja novērojumu nakšu skaits ir pietiekoši liels un ja šais naktis novēroto zvaigžņu azimutālais sadalījums nav viens un tas pats, bet ik divās naktīs apmēram pretējs, tad analītiskā rezultātu atrašanas paņēmiena vietā var lietot grafisko. Ja novērojumu nakšu skaits mazāks un novēroto zvaigžņu azimutālais izdalījums visās naktīs daudz maz vienāds, tad lielākas precizitātes vajadzības gadījumā jālieto analītiskais paņemiens, rupjās novērojumu kļūdas atsijājot ar grafikas palīdzību.

Über die Beobachtungsanzahl, die für die Bestimmung der Polhöhe eines Ortes notwendig wäre, wenn das Resultat mit dem mittleren Fehler $\pm 1''$ genau sein soll.

Sergejs Slaucītājs.

Einleitung.

Die vorliegende Arbeit ist eine Zusammenfassung eines größeren Manuskriptes, das schon im Jahre 1927 verfaßt worden war, jedoch nicht gedruckt wurde. Der Grundzweck dieser Arbeit war festzustellen, wie viele Messungen notwendig wären, um die Polhöhe eines Ortes mit der Genauigkeit bis auf eine Bogensekunde nach mehreren Methoden bei Gebrauch verschiedener transportabler Instrumente zu bestimmen.

Die Beobachtungen wurden in der Sternwarte der Lettländischen Universität ausgeführt, darum geben die gewonnenen Resultate, auch unter anderem die Polhöhe der Sternwarte mit der Genauigkeit bis auf eine Bogensekunde.

Die Polhöhe ist nach folgenden Methoden bestimmt worden:

- 1) nach der Horrebow-Talcott'schen,
- 2) nach der Pewzow'schen,
- 3) nach Messungen der Zenitdistanzen der Polaris,
- 4) nach den gemessenen Nebenmeridian- wie auch Meridianzenitdistanzen verschiedener Sterne.

Als Instrumente wurden benutzt:

- 1) ein Durchgangsinstrument,
- 2) zwei Universalinstrumente,
- 3) ein Höhenkreis und
- 4) zwei Sextante.

1. Die Instrumente und ihre Konstanten.

1. Das Durchgangsinstrument der Firma Heyde Nr. 9096 war mit gebrochenem Fernrohr; die Objektivöffnung war 110 mm, die Brennweite 120 cm und die benutzte Vergrößerung 133.

Die Horrebow-Talcott Libellen hatten einen Parswert

$$\tau_1 = 1''.34 \quad (0 - 30)$$

$$\tau_2 = 1.09 \quad (60 - 90)$$

Der Wert einer Schraubenrevolution des Okularmikrometers war

$$R = 83''.8.$$

2. Das Universalinstrument mit gebrochenem Fernrohr der Firma Hildebrand Nr. 58500 hatte eine Objektivöffnung von 63 mm, eine Brennweite 54 cm und die benutzte Vergrößerung war 65mal.

Die Kreise waren mit Mikroskope abzulesen; direkte Ablesung 1". Der Parswert der Horrebow-Talcott Libelle $\tau = 1''.09$; der der Rahmen Libelle $\tau' = 1''.27$.

3. Das Universalinstrument mit gebrochenem Fernrohr der Firma Kern Nr. 21016: Objektivöffnung 65 mm, Brennweite 55 cm, die benutzte Vergrößerung 60mal.

Die Kreise sind mit Hilfe der Mikroskope abzulesen; direkte Ablesung 1". Der Parswert der Horrebow-Talcott Libelle $\tau = 2''.51$; der Parswert der Mikroskoprahmenlibelle $\tau' = 4''.20$.

4. Höhenkreis mit gebrochenem Fernrohr der Firma Sartorius-Werke Nr. 2107: Objektivöffnung 35 mm, Brennweite 37 cm, die benutzte Vergrößerung 48mal.

Der Vertikalkreis ist mit Hilfe der Mikroskope auf 5" direkt abzulesen. Der Parswert der Mikroskoprahmenlibelle $\tau' = 4''.80$.

5. Sextant der Firma Plath Nr. 9059 war mit einem Vernier auf 10" abzulesen. Die benutzte Vergrößerung des Fernrohrs war 10mal.

6. Sextant Мастерскія Главн. Гидрограф. Управленія (С. П. Б.) Nr. 41, war mit einem Vernier auf 12" abzulesen: die gebrauchte Vergrößerung 10mal.

7. Ein Taschenchronometer (Vierzehntelschläger) Ericson Nr. 655.

8. Die an den Chronograph angeschlossene Uhr war Riefler Nr. 435 auf Sternzeit reguliert.

2. Die zu theoretisch erwartende Genauigkeit der Resultate.

Wenn die Instrumentenfehler nicht in Betracht genommen werden¹ und angenommen werden würde, daß der mittlere Fehler der erhaltenen geographischen Breite von Zenitdistanzmessungen eines Sternes nur von folgenden Fehlern abhängig wäre, und zwar vom

1) mittleren Fehler der Einstellung des Sternes auf den Faden des Instrumentes, ε_s ,

2) mittleren Fehler bei der Ablesung der Zenitdistanzen, ε_e , und

3) Katalogfehler der Sterndeklination, ε_δ , so hatten wir im allgemeinen einen mittl. zufälligen Fehler ε_φ

$$\varepsilon_\varphi = \pm \sqrt{\varepsilon_s^2 + \varepsilon_e^2 + \varepsilon_\delta^2}$$

zu erwarten.

Wenn die Polhöhe zum Beispiel nach folgender Formel berechnet wird

$$\varphi = \delta \pm z, \dots \dots \dots (1)$$

dann ist

$$\varepsilon_\varphi = \pm \sqrt{\varepsilon_z^2 + \varepsilon_\delta^2},$$

wo mit ε_z der mittlere Fehler der Bestimmung der Zenitdistanz bezeichnet worden ist [$\varepsilon_z^2 = (\varepsilon_s/\sqrt{n})^2 + (\varepsilon_e/\sqrt{m})^2$, wo n die Anzahl der Fäden, auf welchen der Stern beobachtet wurde, ist und m — die Ablesungsanzahl der gemessenen Zenitdistanzen ist].

Wenn die Zenitdistanz oder Höhe des gegebenen Sternes mit Hilfe eines Instrumentes bestimmt ist, so ist die Grundformel zur Berechnung der φ :

$$\cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t, \dots \dots (2)$$

wo z — die Zenitdistanz des Sternes, φ — die Polhöhe des Ortes, δ — die Deklination des Sternes, t — den Stundenwinkel im Momente der Beobachtung bezeichnet.

Der Fehler bei der Bestimmung der Polhöhe, $\Delta\varphi$, ist abhängig von den Fehlern Δz und Δt und ist nach folgender Formel zu berechnen

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta z}{\cos A_z} - \Delta t \frac{\cos \varphi}{\text{ctg } A_z}, \dots \dots \dots (3)$$

wenn A_z das Azimut des Sternes bezeichnet.

¹ Der Einfluß der Instrumentenfehler wird besonders behandelt.

Wenn wir den persönlichen Fehler des Beobachters bei der Notierung des Momentes T , wenn der Stern den Faden bissiziert, zur Uhrkorrektur hinzuzählen, so ist Δt — der zufällige Fehler und seine Größe, bei der Beobachtung des Bissizierungsmomentes eines Fadens, kann annäherungsweise durch folgende Formel

$$\varepsilon_t = \pm \sqrt{\kappa^2 + \left(\frac{\varepsilon}{v}\right)^2}$$

ausgedrückt werden, wo κ — eine konstante Größe ist, die von dem Verfahren der Momentnotierung abhängig ist, ε — der mittlere Einstellungsfehler des Fadens auf einen unbeweglichen Gegenstand und $v = \cos \delta \cdot \sin q$ ist die Winkelgeschwindigkeit bei der Bewegung des Sternes, wenn q der Winkel ist, unter dem der Stern mit der Deklination δ den Faden bissiziert (q ist der parallaktische Winkel des Sternes, wenn die Fäden horizontal, und $(90^\circ - p)$, wenn sie vertikal sind).

Wenn wir den Stern gerade im Beobachtungsmeridian ($A_z = 0^\circ$ oder 180°) beobachten, so wird, wie die Formel (3) zeigt, Δt das Resultat φ gar nicht beeinflussen, und in diesem Falle ist $\Delta \varphi$ bloß von Δz (und von dem faktischen Deklinationsfehler des beobachteten Sternes) abhängig.

Die Größe Δz — der mittlere zufällige Fehler einer Bestimmung der Zenitdistanz, dessen Wert wir mit ε_z bezeichnen, wird hauptsächlich, wie schon früher erwähnt wurde, durch

- 1) den Fehler einer Einstellung des Sternes auf dem Faden, ε_s , und
- 2) den mittleren Fehler einer Kreisablesung, ε_e , charakterisiert.

Da die meridionalen oder auch nebenmeridionalen Zenitdistanzen eines Sternes sich sehr langsam ändern, so könnte man den Fehler der Einstellung auf den Faden bei der Beobachtung des Bissizierungsmomentes, ε_s , auch ungefähr gleich ε annehmen, d. h. im mittleren

$$\pm \frac{50''^2}{W},$$

wo W die Vergrößerung des Instrumentes ist.

² Wie es die Beobachtungspraxis zeigt, so ist bei der Einstellung des Fadens auf einen Stern der mittlere Fehler ε_s größer, als bei der Einstellung auf ein unbewegliches terrestrisches Objekt. Wenn man annimmt, daß ε bei der Einstellung des Fadens auf ein unbewegl. terrestrisches Objekt etwa $\pm \frac{30''}{W}$ oder $\pm \frac{2^s}{W}$ wäre, so würde bei einer Sternbeobachtung ε_s in den Grenzen von $\pm \frac{2^s.5}{W}$ bis $\pm \frac{4^s.0}{W}$ schwanken (hier ist mit W die Vergrößerung des Fernrohres bezeichnet worden). Siehe auch: *H. Цингер*, Курс астрономии, часть практическая, Москва.

Der mittlere Ablesungsfehler des vertikalen Kreises, ε_e , ist abhängig 1) vom Einstellungsfehler der Fäden des Mikrometers auf die Einteilungen des Limbus, ε_i , letzterer ist wiederum abhängig von der Vergrößerung der Mikroskope (gewöhnlich $40\times$ oder $50\times$), der Entfernung der Fäden, der Schärfe der Limbuseinstellung usw. und 2) vom Ablesungsfehler der Libellen des Mikroskoprahmens, ε_r . (Der Einstellungsfehler des Mikrometers, ε_i , wurde nach mehrmaliger Wiederholung, beim Gebrauch der Universalinstrumente von Hildebrand und Kern, beinahe immer ein und derselbe gefunden, nämlich ± 0.3 Zylindereinteilungen, beim Höhenkreis, Sartorius-Werke, ± 0.4 Zylindereinteilungen.)

Im einzelnen Fall könnte man, bei der Bestimmung der Polhöhe des Ortes nach den Messungen der absoluten Zenitdistanzen, mit den gebrauchten Instrumenten, für das Endresultat folgenden mittleren Fehler erwarten:

1. Universalinstrument der Firma Hildebrand.

$$\varepsilon_s = \pm \frac{50''}{65} = \pm 0''.77$$

$$\varepsilon_e = \pm \sqrt{\varepsilon_i^2 + \varepsilon_r^2} = \pm \sqrt{0.1} \approx \pm 0''.3$$

Wenn jede Ablesung des vertikalen Limbus mit Hilfe zweier Mikroskope ausgeführt wird und wenn der mittlere Fehler einer Ablesung $\varepsilon_e = \pm \sqrt{0.1}''$ ist, dann wird wie in der Kreisstellung L , so auch in der Stellung R , der Limbusablesungsfehler bei einer Einstellung des Sternes

$$\varepsilon_{e_1} = \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_e}{\sqrt{2}}\right)^2} = \pm \sqrt{0.05} \approx \pm 0''.2$$

und daraus ist ε_z für eine Einstellung des Sternes

$$\varepsilon_{z_1} = \pm \sqrt{0.64} = \pm 0''.8.$$

Das mittlere Resultat der Zenitdistanz des Sternes, das aus *einer* Einstellung in *beiden* Kreisstellungen gefunden ist, wird mit dem mittleren zufälligen Fehler

$$\varepsilon_{z_2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{z_1}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \pm \sqrt{0.32} \approx \pm 0''.6.$$

Der mittlere zufällige Fehler des Resultates der Polhöhe, ε_{φ_2} , das als Mittel aus einer Einstellung am Kreis L und Kreis R gefunden worden ist, wird

$$\varepsilon_{\varphi_2} = \pm \sqrt{\varepsilon_{z_2}^2 + \varepsilon_{\varphi_2}^2}^3 = \pm \sqrt{0.41} \approx \pm 0''.7.$$

Für das Resultat $-\varphi$, das aus einer *Kombination* von zwei Beobachtungen: Einstellungen des Südsterne (Kreis L und R) und Einstellungen des Nordsterne (Kreis L und R) gefunden worden ist, der mittlere zufällige Fehler würde sein

$$\varepsilon_{\varphi_4} = \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{\varphi_2}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \pm \sqrt{0.21} \approx \pm 0''.5.$$

2. Universalinstrument der Firma Kern.

$$\varepsilon_s = \pm 0''.83$$

$$\varepsilon_{z_2} = \pm \sqrt{0.41} \approx \pm 0''.6$$

$$\varepsilon_{\varphi_2} = \pm 0''.7$$

$$\varepsilon_{\varphi_4} = \pm 0''.5.$$

3. Höhenkreis der Firma Sartorius-Werke.

$$\varepsilon_s = \pm 1''.04$$

$$\varepsilon_{z_2} = \pm \sqrt{1.61} \approx \pm 1''.3$$

$$\varepsilon_{\varphi_2} = \pm 1''.3$$

$$\varepsilon_{\varphi_4} = \pm 0''.9.$$

4. Sextant.

Bei der Beobachtung ist der mittlere Fehler der Koinzidenz zweier Abbildungen größer als der Einstellungsfehler auf dem Faden. Bei der Vergrößerung $W = 10$, befindet sich der Fehler in den Grenzen zwischen $\pm 4''$ bis $\pm 8''$, je nach der Schärfe des Objektes usw.

Wenn wir annehmen, daß $\varepsilon'_s = \pm 6''$ und der mittlere Fehler einer Ablesung des Limbus $\varepsilon_e = \pm 5''$, so ist

$$\varepsilon'_{z_1} = \pm \sqrt{61} \approx \pm 8''$$

$$\varepsilon_{\varphi_1} = \pm \sqrt{61.1} \approx \pm 8''.$$

³ Die Deklinationen der beobachteten Sterne sind dem Sternkatalog von *Eichelberger* entnommen, in dem der Fehler eines Sternes bei der Deklination mit dem mittleren Fehler $\pm 0''.3$ charakterisiert ist, siehe

W. S. *Eichelberger*, Positions and proper motions of 1504 stars for the equinox 1925.0, Washington, 1925.

Der mittlere zufällige Fehler des mittleren φ Resultats aus einer Kombination (Stern nach N und S)

$$\varepsilon_{\varphi_s} = \pm \sqrt{31} \approx \pm 6''$$

$$(\varepsilon_{\varphi_4} = \pm 4'').$$

Gewiß kann der mittlere Fehler der gegebenen Polhöhe einer Sterneinstellung oder einer Sternkombination in der Praxis auch ein anderes Resultat ergeben, denn jedes Instrument hat seine eigenen, besonderen Fehler, die mit der Anordnung der Beobachtungen nicht eliminiert werden können.

Bei den Polhöhen-Bestimmungen nach den Methoden von *Pewzow* oder *Horrebow-Talcott* wird der Wert von ε_{φ} anders ausfallen, als nach den direkten Messungen der absoluten Zenitdistanzen der Sterne.

3. Die Anordnung der Beobachtungen und kurze Beschreibung derselben.

Vor dem Beginn der Beobachtungen wurden die Fehler jedes Instrumentes, soweit es möglich war, verkleinert und nachher sorgfältig geprüft um mit Sicherheit zu konstatieren, daß sie bei entsprechendem Verfahren die gesuchte Präzision der zu bestimmenden Breite nicht beeinflussen. Systematische Fehler der Instrumente wurden möglichst ausgeschaltet, indem die einzelnen Beobachtungen miteinander entsprechend kombiniert wurden.

Die mit dem Universalinstrument oder Höhenkreis gemessene Zenitdistanz wird von folgenden bedeutenden systematischen Fehlern der Instrumente beeinflußt:

- 1) Fehler der Neigung der horizontalen Achse,
- 2) Kollimationsfehler,
- 3) systematischen Fehlern der Limbuseinteilungen,
- 4) Biegungsfehler des Fernrohres.

Außer den Fehlern der Instrumente ist noch der

- 5) Refraktionsfehler in Betracht zu ziehen.

Wenn $z > 5^\circ$, dann wird bei einer ziemlich kleinen Neigung der horizontalen Achse des Instrumentes die Zenitdistanz beinahe gar nicht beeinflußt. Den Einfluß der Kollimationsfehler der Instrumente beseitigt man, wenn man den Stern in beiden Kreisstellungen beobachtet. Die systematischen Fehler der Limbus-Einteilungen können an dem

entsprechenden Instrumente (z. B. an dem Universalinstrument von Hildebrand) sehr klein sein und beim Verstellen des Kreises können sie zum größten Teil eliminiert werden. Die Biegung des Fernrohres und die Refraktionsfehler können in gewissem Grade ausgeschaltet werden, indem die Beobachtungen der Sterne nach *S* und *N* immerfort kombiniert werden.

Die systematischen Fehler des Sextanten, wie die Exzentrizität der Alhidade, die systematischen Fehler der Teilungen usw. wurden bestimmt, indem die Resultate verschiedener Winkelmessungen, die mit Hilfe des Sextanten ausgeführt waren, mit den Resultaten verglichen wurden, die mit Hilfe der Universalinstrumente gewonnen waren. Nachher wurde eine Graphik zusammengestellt, von welcher dann die betreffenden Verbesserungen der gegebenen Winkel abgelesen wurden.

Die Höhen- oder Zenitdistanzmessungen der Sterne waren derart angeordnet, daß die schon erwähnten systematischen Fehler des Instrumentes nach Möglichkeit eliminiert werden würden.

Bei allen Beobachtungen ist als Grundregel eine Kombination von Sternen, die nach Norden und Süden gemessen worden sind, angenommen. Beim Gebrauch des Universalinstrumentes oder Höhenkreises gibt es im ganzen für beide Sterne in beiden Kreisstellungen vier Beobachtungen der Zenitdistanzen.

Für das Verzeichnis der beobachteten Sternpaare nach der Pewzow'schen Methode sind die Ephemeriden von *Seliverstow*⁴ verwendet worden.

Mit dem Sextanten sind nur die hellsten Sterne oder die Sonne im künstlichen Horizont beobachtet worden, wobei das Instrument im Stativ befestigt wurde.

Bei der Beobachtung der Pewzow'schen Sternpaare sind die Momente, wenn der Stern die Fäden des Instrumentes bissierte, mit Hilfe des Tasters auf dem Chronograph verzeichnet; die H. T. Libelle ist bei jedem Stern, bei jedem Faden abgelesen worden. Bei den übrigen Beobachtungen ist die Zeit mit dem Vierzehntelschläger nach der „Aug- und Ohrmethode“ notiert worden.

⁴ *И. Селиверстов*, Эфемериды звезд для определения широты по соответственным высотам, Москва, 1912.

4. Die Berechnung der Beobachtungen.

1. Die beobachteten Horrebow-Talcott'schen Sternpaare sind nach folgender Formel berechnet:

$$\varphi = \frac{1}{2} (\delta_s + \delta_n) + \frac{1}{2} R (m_o - m_w) + \frac{1}{2} (r_s - r_n)^5, \dots (4)$$

wo δ_s und δ_n die Deklinationen der beobachteten Süd- resp. Nordsterne sind, R — der Wert der Schraubenrevolution des Mikrometers, m_o und m_w — die Ablesungen des Mikrometers bei den Ost- und West-Stellungen des Okulares d. Instrumentes, die auf die Differenz der Neigung des Instrumentes und der Krümmung der Parallele verbessert sind, r_s und r_n — Refraktionswerte der Süd- und Nordsterne.

2. Die Pewzow'schen Sternpaare:

$$\text{tang } \varphi = \frac{\cos \delta_s \cos t_s - \cos \delta_n \cos t_n}{\sin \delta_n - \sin \delta_s}, \dots (5)$$

wo $t_s = T_s + \Delta T - \alpha_s$ und $t_n = T_n + \Delta T - \alpha_n$, dabei sind δ_s und δ_n , α_s und α_n , t_s und t_n , T_s und T_n — die Deklinationen der beobachteten Süd- resp. Nordsterne, Rektaszensionen, Stundenwinkel und Momente, in denen die Sterne ein und denselben Faden des Instrumentes bisierten; ΔT — die Uhrkorrektur.

Die Korrektur auf die Neigung ist nach folgender Formel gefunden:

$$\Delta_i = \frac{i_n - i_s}{15 \cos \varphi \sin Az_n} \dots (6)$$

φ ist für jeden Faden einzeln gerechnet worden.

3. Die absoluten Zenitdistanzen der Polaris:

$$\varphi = (90^\circ - z) - p \cdot \cos t + \frac{1}{2} p^2 \sin 1'' \cdot \text{tang } \varphi \cdot \sin^2 t + \frac{1}{6} p^3 \cdot \sin^2 1'' (1 + 3 \text{ tang}^2 \varphi) \cdot \sin^2 t \cdot \cos t^5, \dots (7)$$

wo p die Polardistanz der Polaris in Bogensekunden ausgedrückt ist.

⁵ Th. Albrecht, Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen, Leipzig, 1908.

4. Die nebenmeridionalen resp. meridionalen Zenitdistanzen:

$$\varphi = \delta + z - \frac{\cos \varphi \cdot \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{\sin 1''} + \dots \dots \dots (8)$$

$$+ \left[\frac{\{\cos \varphi \cdot \cos \delta\}^2}{\{\sin(\varphi - \delta)\}^3} \operatorname{ctg}(\varphi - \delta) \cdot \frac{2 \sin^4 \frac{t}{2}}{\sin 1''} \right]^5$$

$$\begin{cases} \varphi = \delta + z_m \\ \varphi = 180^\circ - \delta - z_m \end{cases} \dots \dots \dots (8')$$

Die Korrekturen der astronomischen Uhr Riefler 435 sind nach FLE (Paris) rhythm. Radio Zeitsignalen bestimmt, wonach bei dem Vergleich der Uhr mit dem Vierzehntelschläger, die Korrektur des letzteren gefunden ist.

Die Koordinaten der Sterne (auch der Sonne) sind *in allen Fällen nach Eichelbergers System berechnet*, indem nur die ersten Differenzen beachtet wurden.

Die Beobachtungen sind mit der Genauigkeit bis auf $0''.1$ berechnet, außer den Sextantmessungen, die mit der Genauigkeit bis auf $1''$ berechnet worden sind.

Die gegenseitigen Stellungen der Beobachtungspfeiler der Instrumente in der Polhöhe unterscheiden sich nicht mehr als einige tausendstel einer Sekunde, daher sind sie auch nicht, bei dem Vergleich der entsprechenden Polhöhen, die aus den Beobachtungen verschiedener Instrumente auf verschiedenen Pfeiler gewonnen sind, auf einen bestimmten Ort zentriert. Die zu verschiedenen Zeiten bestimmten Breiten sind auch nicht auf eine mittlere Erdpolstellung reduziert, denn diese Korrektur ist im Vergleich mit der Präzision des gesuchten Breitenresultates unbedeutend.

Der mittlere Fehler der gefundenen Resultate ε_0 (der mittlere quadratische Fehler der mittleren arithmetischen Größe) ist nach der Formel

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_1}{\pm \sqrt{n}}$$

berechnet, wo ε_1 der mittlere Fehler einer Beobachtung ist und wiederum nach der Formel

$$\varepsilon_1 = \pm \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}}$$

berechnet wird, wenn die Größen n und v_i die Beobachtungsanzahl und die Differenzen, zwischen der mittleren arithmetischen Größe und jedem einzelnen Beobachtungsergebnis, bezeichnen.

5. Die Beobachtungsergebnisse.

I. Die Horrebow-Talcott Methode.

Die Polhöhe ist nach der H.-T. Methode mit dem Durchgangsinstrument von *Heyde* bestimmt worden. Die Beobachtung der Sterne und die Berechnung der erhaltenen Resultate, ebenso die Bestimmung der Instrumentkonstanten, sind in Übereinstimmung mit der Instruktion der internationalen Breitenbestimmung⁶ ausgeführt worden.

Die beobachteten Sternpaare:

Nr. 1	ξ Cygni	3 ^m .9	$\alpha_{1927.0} = 21^h$	2 ^m .2	$\delta_{1927.0} = 43^\circ 38'$	$z_m = 13^\circ 18'$	$\Delta z = 2'$
	β Cephei	3.3	21	27.7	70	14	
2	20 Cephei	5.4	22	2.8	62	26	5 17 24
	3 Lacertae	4.6	22	20.7	51	52	
3	10 Lacertae	4.9	22	36.0	38	40	18 10 14
	π Cephei	4.7	23	5.6	75	00	
4	ξ Cassiopeiae	3.7	0	32.9	53	30	13 25 5
	γ Cassiopeiae	2.3	0	52.3	60	19	

Beobachtungsergebnisse:

Datum	Nr. der Sternpaare	φ ⁷	v	v^2
1927. August 18	1	56° 57' 7".9	+ 0.2	0.04
	3	9.2	- 1.1	1.21
August 19	1	8.0	+ 0.1	0.01
	2	7.8	+ 0.3	0.09
	3	7.7	+ 0.4	0.16
	4	7.8	+ 0.3	0.09
		<u>56° 57' 8".1</u>		

Der mittlere Fehler der mittleren arithmetischen Größe, $\varepsilon_{\varphi_0} = \pm 0''.2$.

Der mittlere Fehler des gegebenen Resultates eines

Sternpaares, $\varepsilon_{\varphi_s} = \pm 0''.6$.

Der mittlere Fehler des gegebenen Resultates einer

Kombination (die Einstellungen zweier *N* und zweier *S* Sterne), $\varepsilon_{\varphi_4} = \pm 0''.8$.

⁶ *Th. Albrecht*, Anleitung zum Gebrauche des Zenitteleskops auf den Internationalen Breitenstationen, Centralbureau der Internationalen Erdmessung, Neue Folge der Veröffentlichungen Nr. 4, Berlin, 1902.

⁷ Alle Sternpaare haben 4 Mikrometerablesungen bei jeder Kreisstellung.

II. Die Pewzow'sche Methode.

Die Polhöhe ist nach Pewzow'scher Methode mit den Universalinstrumenten von Hildebrand und Kern bestimmt worden.

a) Universalinstrument von Hildebrand.

Die beobachteten Sternpaare:

Nr. 1	β Lyrae	3 ^m	$\alpha_{1927.0} = 18^h 47^m.4$		$\delta_{1927.0} = 33^\circ 17'$
	β Cephei	3.3	21	27.7	70 14
2	σ Herculis	3.8	18	4.7	28 45
	β Ursae Min.	2.0	14	50.9	74 27
3	γ Cygni	2.2	20	19.6	40 1
	11 Cephei	4.8	21	40.9	70 58
4	ε Cygni	2.5	20	43.2	33 42
	π Cephei	4.6	23	5.6	75 0
5	ζ Aquilae	3.0	19	2.1	13 45
	α Draconis	3.8	12	30.4	70 11
6	15 Cygni	5.0	19	41.6	37 11
	χ Draconis	3.7	18	22.4	72 42

Beobachtungsergebnisse:

Datum	Nr. der Sternpaare	φ ⁸	v	v^2
1927. Juni 19	1	56° 57' 8".4	-0.2	0.04
Juli 10	2	8.2	± 0.0	0.00
	3	9.1	-0.9	0.81
	4	7.9	+0.3	0.09
Juli 14	5	7.6	+0.6	0.36
	6	8.8	-0.6	0.36
August 15	1	8.6	-0.4	0.16
	2	8.4	-0.2	0.04
	3	7.8	+0.4	0.16
	5	7.2	+1.0	1.00
		<u>56° 57' 8".2</u>		

$$\varepsilon_{\varphi_0} = \pm 0''.2$$

$$\varepsilon_{\varphi_{20}} = \pm 0''.6$$

$$\varepsilon_{\varphi_4} = \pm 1''.3$$

⁸ φ — das arithmetische Mittel von 10 Fadenbeobachtungen.

Zur Illustration können noch die Resultate, die aus den Beobachtungen eines Sternpaares bei jedem einzelnen Faden gewonnen sind, angeführt werden.

Sternpaar № 1, 1927. Juni 19⁹:

Nr. des Fadens	φ	v	v^2
II	56° 57' 8".7	- 0.3	0.09
III	7.7	+ 0.7	0.49
IV	8.3	+ 0.1	0.01
V	8.4	± 0.0	0.00
VI	9.7	- 1.3	1.69
VII	9.5	- 1.1	1.21
VIII	6.4	+ 2.0	4.00
IX	7.8	+ 0.6	0.36
X	8.5	- 0.1	0.01
XI	8.9	- 0.5	0.25
	<u>56° 57' 8".4</u>		

$$\varepsilon'_{\varphi_{20}} = \pm 0''.3$$

b) Universalinstrument von Kern.

Die Nr.Nr. der beobachteten Sternpaare nach dem angeführten Verzeichnis.

Datum	Nr. der Sternpaare	φ^{10}	v	v^2
1926. Juli 14	2	56° 57' 8".1	- 0.3	0.09
	3	8.3	- 0.5	0.25
	4	7.2	+ 0.6	0.36
	6	7.6	+ 0.2	0.04
Juli 17	5	7.8	± 0.0	0.00
		<u>56° 57' 7".8</u>		

$$\varepsilon_{\varphi_0} = \pm 0''.2$$

$$\varepsilon_{\varphi_{10}} = \pm 0''.5$$

$$\varepsilon_{\varphi_4} = \pm 0''.9$$

⁹ Die innere Übereinstimmung dieses Sternpaares ist von allen beobachteten Paaren die schlechteste.

¹⁰ φ — das arithmetische Mittel von 8 Fadenbeobachtungen.

III. Die Messungen der absoluten Zenitdistanzen der Sterne.

Die Beobachtungen der nebenmeridionalen Zenitdistanzen der Sterne, die nach Süden hin kulminieren, sind mit den Beobachtungen der Polaris verbunden und das Mittel aus der Kombination der Beobachtungsergebnisse der Nord- und Südsterne gegeben (beide Sterne in den Kreisstellungen L und R).

Nach dieser Methode sind die Beobachtungen mit dem a) Universalinstrument von Hildebrand und b) Höhenkreis von Sartorius-Werke ausgeführt worden.

a) Universalinstrument von Hildebrand.

Die Beobachtungsergebnisse:

Datum	Sternname	φ^n (Mittel von Kreis L und R)	Sternname	φ^s (Mittel von Kreis L und R)	$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi^n + \varphi^s)$	v	v^2
1927. Juni 17	Polaris	56° 57' 8".4	ϵ Cygni	56° 57' 7".0	56° 57' 7".7	+ 0.2	0.04
	"	10.4	"	7.2	8.8	- 0.9	0.81
	"	8.7	"	7.5	8.1	- 0.2	0.04
	"	7.2	"	8.2	7.7	+ 0.2	0.04
	"	9.2	"	6.8	8.0	- 0.1	0.01
Juni 27	Polaris	9.0	γ Lyrae	8.1	8.6	- 0.7	0.49
	"	8.1	"	7.6	7.8	+ 0.1	0.01
	"	7.8	"	7.2	7.5	+ 0.4	0.16
	"	8.3	"	6.0	7.2	+ 0.7	0.49
	"	9.4	"	6.2	7.8	+ 0.1	0.01
Juni 28	Polaris	7.3	ζ Cygni	8.0	7.6	+ 0.3	0.09
	"	8.4	"	8.6	8.5	- 0.6	0.36
	"	9.8	"	6.7	8.3	- 0.4	0.16
	"	7.9	"	6.2	7.0	+ 0.9	0.81
	"	7.0	"	9.4	8.2	- 0.3	0.09
						56° 47' 7".9	

$$\varepsilon_{\varphi_0} = \pm 0''.1$$

$$\varepsilon_{\varphi_4} = \pm 0''.5$$

b) Sartorius-Werke Höhenkreis.

Die Beobachtungsergebnisse:

Datum	Stern- name	φ^N (Mittel von Kreis L und R)	Stern- name	φ^S (Mittel von Kreis L und R)	$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi^N + \varphi^S)$	v	v^2
1927. Juli 9	Polaris	56° 57' 7".9	γ Cygni	56° 57' 8".0	56° 57' 8".0	-0.2	0.04
	"	8.3	"	6.2	7.2	+0.6	0.36
	"	8.6	"	6.2	7.4	+0.4	0.16
	"	10.2	"	8.3	9.3	-1.5	2.25
	"	10.0	"	7.5	8.7	-0.9	0.81
August 14	Polaris	9.0	α Lyrae	6.9	8.0	-0.2	0.04
	"	7.0	"	6.4	6.7	+1.1	1.21
	"	6.3	"	9.5	7.9	-0.1	0.01
	"	6.5	"	7.1	6.8	+1.0	1.00
	"	8.0	"	7.2	7.6	+0.2	0.04
August 17	Polaris	9.8	α Cygni	6.8	8.3	-0.5	0.25
	"	8.7	"	7.1	7.9	-0.1	0.01
	"	8.2	"	7.0	7.6	+0.2	0.04
	"	9.2	"	7.1	8.1	-0.3	0.09
	"	7.2	"	7.4	7.3	+0.5	0.25
					56° 57' 7".8		

$$\varepsilon_{\varphi_0} = \pm 0''.2$$

$$\varepsilon_{\varphi_1} = \pm 0''.7$$

c) Der Sextant.

Die nebenmeridionalen resp. meridionalen Höhen der Sterne sind zur Bestimmung der Polhöhe des Ortes mit zwei Sextanten gemessen worden (siehe § 1, P. 5 und 6). Bei dem Vergleich der Sextanten untereinander, erwies es sich, daß sie, was die Qualität anbelangt, sich nicht merkbar voneinander unterscheiden. Die Vergrößerungen der beiden Sextanten der gebrauchten astronomischen Fernröhre waren gleich; auch die Präzision der Ablesung war ungefähr ein und dieselbe. Aus diesem Grunde wurden die Beobachtungen, die entweder mit dem einen oder anderen Sextanten ausgeführt wurden, nicht getrennt. Im ganzen sind 100 Nord- und Südsterne-Beobachtungen ausgeführt worden.

Die beobachteten Sterne nach N sind: Polaris und α Aurigae in unterer Kulmination; nach S — die Sonne, α Aquilae und α Lyrae.

Wegen der großen Anzahl der Beobachtungen werden die gefundenen Resultate im einzelnen nicht erwähnt. Das arithmetische Mittel, das Resultat von allen 100 Nord- und Südsterne-Observationen ist folgendes:

$$\begin{aligned}\varphi &= 56^{\circ} 57' 8'' \\ \varepsilon_{\varphi_0} &= \pm 0''.7 \\ \varepsilon_{\varphi_2} &= \pm 5'' \\ (\varepsilon_{\varphi_4} &= \pm 4'')\end{aligned}$$

Zur Illustration sollen die mittleren φ Größen, die aus verschiedenen Beobachtungsperioden gewonnen sind, von denen jede ungefähr 25 Sternbeobachtungen umfaßt, erwähnt werden.

Beobachtungszeit			Die Anzahl der beobachteten Sterne	$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi^N + \varphi^S)$	ε_{φ_0}	ε_{φ_2}
1922. Mai	3 — Juni	30	24	$56^{\circ} 57' 8''$	$\pm 2''$	$\pm 6''$
	Juli	4 — Juli	19	9	± 1	± 5
1925. August	16 — August	20	20	7	± 2	± 6
	August 24 — August	30	30	8	± 1	± 5

Von den gefundenen Resultaten, die bei Gebrauch verschiedener Instrumente nach den erwähnten Methoden gewonnen worden sind, erhalten wir folgende Daten für die Polhöhe der Sternwarte der Lettländischen Universität mit dem mittleren Fehler $\pm 1''$:

Nach der *Pewzow'schen* Methode:

	φ
a) Universalinstrument von Hildebrand (beobachtet sind 20 Sterne, bzw. 10 Sternpaare)	$56^{\circ} 57' 8''.2$
b) Universalinstrument von Kern (beobachtet sind 10 Sterne, bzw. 5 Sternpaare).	7.8

Nach den *Messungen der absoluten Zenitdistanzen*:

a) Universalinstrument von Hildebrand (beobachtet sind 30 Sterne)	$56^{\circ} 57' 7''.9$
b) Höhenkreis von Sartorius-Werke (beobachtet sind 30 Sterne)	7.8
c) Sextant (beobachtet sind 100 Sterne).	8

Nach der *Horrebow-Talcott Methode*:

Durchgangsinstrument von Heyde (beobachtet sind 12 Sterne, bzw. 6 Sternpaare).	$56^{\circ} 57' 8''.1$
---	------------------------

Wenn man das Gewicht der einzelnen Resultate nicht berücksichtigt und von ihnen bloß das arithmetische Mittel nimmt, erhält man die Polhöhe der Sternwarte der Lettländischen Universität (Refraktorturm) auf eine ganze Bogensekunde abgerundet

$$\varphi = 56^{\circ} 57' 8'' \text{ N (System von Eichelberger).}$$

Die Polhöhe ist nicht nur mit dem mittleren Fehler, sondern auch mit der Genauigkeit bis auf $1''$ gegen den wirklichen Wert der Breite, der in späteren Jahren mit speziell zu diesem Zwecke angeordneten Beobachtungen bestimmt worden ist, erhalten worden.

6. Die Schlußfolgerungen.

1. Um die Polhöhe des Ortes mit dem mittleren Fehler $\pm 1''$ zu bestimmen, dann ist es notwendig:

a) mit dem *Universalinstrument*, das den gebrauchten gleichwertig wäre, nach *Pewzow'scher Methode*, ein Sternpaar zu beobachten, wobei beide Sterne auf eine größere Anzahl von Fäden beobachtet würden. Um sich vollkommener von den verschiedenartigen systematischen Fehlern resp. Einflüssen des Instrumentes zu befreien, wäre es doch ratsam *mehr* als ein Sternpaar zu beobachten, und dabei wenigstens in zwei verschiedenen Beobachtungsnächten;

b) mit dem *Universalinstrument*, das den oben erwähnten gleichwertig wäre, nach *Messungen der absoluten Zenitdistanzen* der Sterne — eine *N* und *S* Sternkombination (zwei *N* und zwei *S* Sternbeobachtungen). Sicherheitshalber ist es ratsam, die Beobachtungsanzahl zu vergrößern und auch dieselben in mehreren Nächten auszuführen;

c) mit dem *Höhenkreis*, der dem gebrauchten gleichwertig wäre (Sartorius-Werke Nr. 2107) — eine (zwei) *N* und *S* Sternkombination(en) [mit gleicher Anmerkung, wie bei a) und b)];

d) mit dem *Durchgangsinstrument* Heyde Nr. 9096, nach der *Horrebow-Talcott Methode* — ein Sternpaar, jeder Stern mit 4 Mikrometer Einstellungen [mit Anmerkung wie bei a) und b)];

e) mit dem *Sextant* mittleren Qualität, indem die *N* und *S* Sternbeobachtungen kombiniert werden — genügen zusammen 50 *N* und *S* Sternbeobachtungen resp. 25 *Kombinationen*.

2. Beim Vergleich der mittleren Fehler — der aus den Resultaten der Messungen der Zenitdistanzen der Sterne gefundenen und der theoretisch

berechneten — sieht man, daß die Übereinstimmung ziemlich gut ist. Wenn man die Resultate, die mit der Pewzow'schen Methode erreicht worden sind, betrachtet, dann sieht man, daß dieselben, bei gleicher Anzahl der beobachteten Sterne in der Hinsicht der Präzision nicht mit den gegebenen Resultaten der direkten Messungen konkurrieren können, — und bei einer minderen Beobachtungsanzahl ist den direkten Messungen den indirekten gegenüber der Vorzug zu geben, gewiß wenn die direkten Messungen in angedeuteter Ordnung (*N* und *S* und beiden Kreislagen) und mit betreffenden Instrumenten ausgeführt worden sind.

3. Die Polhöhe des *Refraktorturmes der Lettländischen Universitäts Sternwarte* ist $56^{\circ} 57' 8'' N$.

Der Fakultät vorgelegt den 8. Februar 1940.

Par mērijumu skaitu, kāds nepieciešams, lai noteiktu vietas ģeografisko platumu ar vidējo kļūdu $\pm 1''$.

Kopsavilkums.

Sergejs Slaucītājs.

Šī darba pamatmērķis bij noskaidrot, cik mērijumu nepieciešami jāizdara, lai noteiktu vietas ģeografisko platumu ar pareizību līdz vienai loka sekundeī pēc vairākām metodēm, izmantojot dažādus pārnēsamus instrumentus.

Instrumentu atrašanās vietas novērojumos bij Latvijas Universitātes Astronomiskās observatorijas novērošanas pamati, tādēļ atrastie rezultāti, starp citu, nosaka arī observatorijas ģeografisko platumu ar augstāk minēto pareizību.

Izmantoti četru tipu pārnēsamie instrumenti: pasažinstrumenti, universalinstrumenti, augstumu riņķis un sekstānts, un ģeografiskais plātums atrasts pēc sekošām metodēm: *Horrebow-Talcott'a*, *Pevcova*, *Polaris* absolutajām zenitdistancēm un spīdekļu tuvmeridionalajām resp. meridionalajām zenitdistancēm (augstumiem).

1. nodalījumā dots īss instrumentu apraksts un to konstantes; 2. nod. aplūkota novērojumu rezultātu sagaidamā pareizība; 3. nod. aprakstīta novērojumu gaita un iekārtojums; 4. nod.—novērojumu aprēķināšana; 5. nod. doti novērojumu rezultāti un 6. nodalījumā—sekojošie slēdzieni:

1. Lai noteiktu vietas ģeografisko platumu ar vid. kļūdu $\pm 1''$, tad nepieciešami:

a) ar *universalinstrumentu*, kas līdzvērtīgs izmēģinātajiem, pēc *Pevcova metodes* novērot *vienu* zvaigžņu pāri, novērojot abas zvaigznes uz lielāka skaita pavedienu. Lai pilnīgāk izbēgtu no dažāda veida sistematiskajām instrumenta kļūdām resp. ietekmēm, ieteicams novērot vairāk par vienu zvaigžņu pāri un pie tam, vismaz, divos atsevišķos paņēmienos—novērojumu naktīs;

b) ar *universalinstrumentu*, līdzīgu augstāk minētajiem, *pēc zvaigžņu absolūto zenitdistancu mērijumiem*—*vienu N un S zvaigžņu kom-*

binējumu (divi *N* un divi *S* zvaigžņu novērojumi). Drošības labā ieteicams novērojumu skaitu palielināt un tos iekārtot vairākos paņēmienos;

c) ar *augstumu riņķi*, kas līdzvērtīgs izmēģinātajam (Sartorius-Werke Nr 2107) — *vienu (divus) N un S zvaigžņu kombinējumu(s)*; piezīme, kas pie p. p. a) un b);

d) ar *pasazīnstrumentu* Heyde Nr 9096, pēc *Horrebow-Talcott'a* metodes — *vienu zvaigžņu pāri*, katrai zvaigznei 4 mikrometra iestādījumi; piezīme, kas pie p. p. a) un b);

e) ar vidējā labuma *sekstantu*, *kombinējot N un S zvaigžņu novērojumus* — pietiekoši izpildīt *kopā 50 N un S zvaigžņu novērojumus*, resp. *25 kombinējumus*, vairākos paņēmienos.

2. Salīdzinot spīdekļu tiešo zenitdistanču mērījumu doto rezultātu vidējo kļūdu, kas atrasta no novērojumu datiem, ar teoretiski aprēķināto, saskaņa pietiekoši laba.

Aplūkojot rezultātus, kas sasniegti ar *Pevcova* metodi, redzam, ka tie precizitātes ziņā pie vienāda novēroto zvaigžņu skaita nevar konkurēt tiešo mērījumu dotos rezultātus — un pie mazāka novērojumu skaita, direktajiem mērījumiem dodama priekšroka pret indirektajiem, protams, direktos mērījumus izpildot aizrādītā kārtībā un ar attiecīgiem instrumentiem.

3. *Latvijas Universitātes Astronomiskās observatorijas refraktora torņa ģeografiskais platums ir 56° 57' 8" N.*





Rīgā, Latgales ielā № 11.