

422

LATVIJAS  
ŪNIVERSITĀTES RAKSTI  
ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

---

ARCHITEKTŪRAS FAKULTĀTES SERIJA

I. SEJUMS  
TOMUS

№ 5—6

---

R I G Ā, 1 9 3 2

р. 111  
11111

8.

НИСКА  
ТЕКА  
641-3-88



ARCHITEKTŪRAS FAKULTĀTES SERIJA I. 5.

---

Ein neuaufgefundenes Fragment der im Jahre 1786 zerstörten Umrahmung des Grabmals Bischof Meinhards im St. Marien-Dom zu Riga.

Von Architekt *Paul Campe*,  
Dozent an der Lettländischen Universität zu Riga.

Die Überführung der sterblichen Überreste Meinhards, des 1196 verstorbenen ersten Bischofs Alt-Livlands aus der ersten Kathedralkirche des Landes, der Schlosskapelle zu Ikšķile in die erzbischöfliche Kathedrale, den Dom zu Riga, hat Ende des 14. Jh. stattgefunden. Die Gebeine Bischof Meinhards hat man in einer Eichenholzkiste, in der Art der Katakombengräber frühchristlicher Zeit, in einer Wandnische der Nordwand des Altarraumes der Dom-Kirche „für den füßen des Sangmeisters . . . im Chor bey des hl. Blutes altahr in der mauern, unter einen stein“ beigesetzt<sup>1)</sup>.

Zwei aus grauem, porösem Kalkstein gearbeitete Platten verdecken den Sarg. Die vordere vertikale Steinplatte trägt eine fünfzeilige Inschrift in gotischen Kleinbuchstaben:

„hac s̄vnt in fossa meynhardi presolis ossa  
(nobiſ) primo fidem dedit anniſ qvatvor idem  
(actiſ) milleniſ centeniſ nonaqve geniſ +  
(anniſ cvm) ſeniſ, hic ab h̄iſ it ad ethera p̄oeniſ)  
(iv idv)ſ meniſ octobriſ +“

---

<sup>1)</sup> Angegeben in der dem Gerhard Kurk (Kurich v. Rosenstrauch) zugeschriebenen Chronik u. in der Heinz v. Tiesenhausen zugeschriebenen sog. Bischofschronika. Im Jahre 1883 ist der Sargkasten Bischof Meinhards geöffnet und von Anton Buchholts untersucht worden; im Kasten fanden sich „ein wohlerhaltener Schädel und mehrere Knochen“, „Sitzungsberichte d. Gesellschaft für Geschichte u. Altertumskunde zu Riga“ 1885, S. 65.

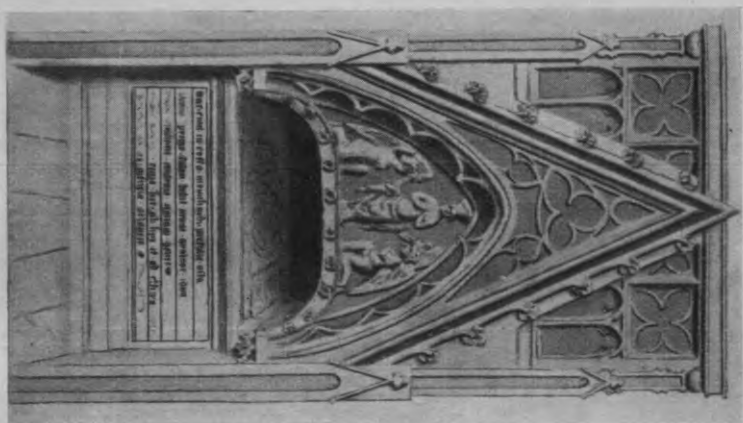


Abb. 1. Wandgrab Meinhards, Bischof von Livland im Dom zu Riga. (Nach einer vor 1775 aufgenommenen Zeichnung Mag. J. C. Broztes in dessen „Sammlung Livl. Monumente etc.“, B. I, S. 94, Manuskript i. d. Stadtbibl. zu Riga.)

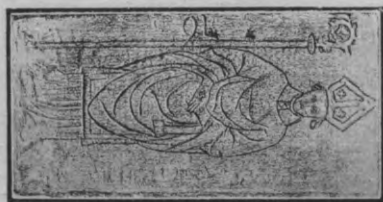


Abb. 2. Kalksteinplatte mit dem Bildnis Bischof Meinhards von dessen Wandgrabe im Dom zu Riga (cr 1,14 m lang u. cr 0,60 m breit). (Nach einer Zeichnung Dr. W. Neumanns.) [W. Neumann, „Das mittelalterliche Riga“, Fig. 28.]

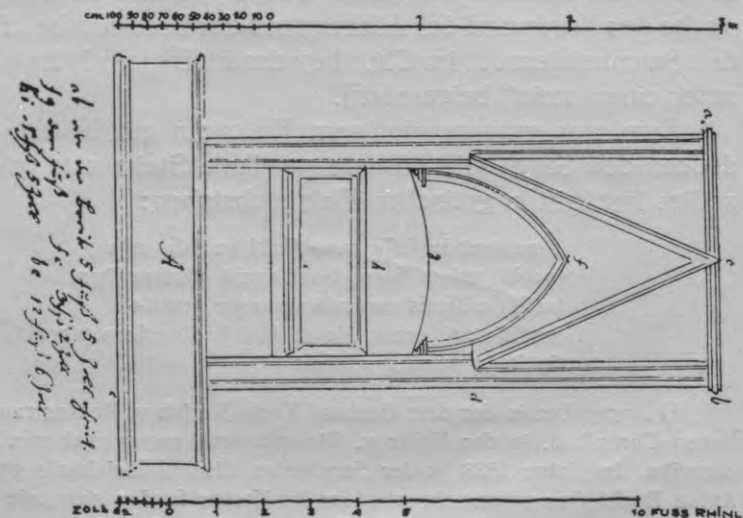


Abb. 3. Wandgrab Meinhards, Bischof von Livland im Dom zu Riga. (Nach einer vor 1775 aufgenommenen Zeichnung Mag. J. C. Broztes in dessen „Sammlung Livl. Monumente etc.“, B. I, S. 94-a, Manuskript in der Stadtbibliothek zu Riga.) [Die Maßstäbe sind vom Verfasser dieser Arbeit beigeht.]



Die zweite pultartig schräggestellte Deckplatte zeigt in vertiefter Linienführung das Bildnis Meinhards mit dem Bischofstab in der Rechten (Abb. 2). Ein Mauerbogen schloss die Nische ab. Gotisches Rahmenwerk umgab die Grabnische. Leider ist letzteres bei der sog. „Kirchenremonte“ vom Jahre 1786, trotz lebhaften Protestes einiger kunstverständiger Bürger Rigas, durch die radikal-rationalistisch eingestellten Leiter der Arbeiten<sup>2)</sup> zerstört worden und nur die Nische selbst mit den beiden Steinplatten ist damals verschont geblieben.

Die einzige Beschreibung des ursprünglichen Grabmals verdanken wir der rührigen Hand Mag. Brotzes; im ersten Bande (S. 93) seiner „Sammlung Livl. Monumente“ in der Stadtbibliothek zu Riga berichtet Brotze: „Dies Monument ist von der Erde in die Höhe an der Mauer aufgerichtet. Auf dem schiefliegenden Stein (der oben erwähnten Deckplatte über der Sargkiste) ist das Bischofsbild mit blossen Strichen... eingehauen. Die übrigen Zierathen sind zur Verschönerung (der Grabnische) zugesetzt worden. Über (der Deckplatte mit) dem Bilde des Bischofs ist ein kleines Gewölbe, welches von aussen mit gothischen Zierathen gleich einer Kapelle oder Altarchor versehen ist.“

Brotze fügt seiner Beschreibung drei Zeichnungen bei, von denen die eine die Ansicht des ganzen Grabmals (Abb. 1), die zweite den Deckstein und die dritte ein schematisches Bild des Denkmals mit den Hauptmassen des Grabmals (Abb. 3) angibt<sup>3)</sup>.

Die Zeichnungen Brotzes sind vor 1775 angefertigt<sup>4)</sup>, da die eine Abbildung bereits im Jahre 1776, in Kupfer gestochen, von Pastor Gustav Bergmann seiner „Geschichte von Livland“ beigegeben worden ist<sup>5)</sup>.

Schon vor 1775 hatte das Grabmal Bischof Meinhards manche Veränderungen erfahren, so war im Jahre 1651 unmittelbar unter dem Denkmal eine Tumba mit dem Grabstein des Landrats Otto von Mengden errichtet worden, welche das Rahmenwerk des Meinhard-

<sup>2)</sup> Die Leitung lag in den Händen des Inspektors der Kirche Böthfür, nachmaligen Bürgermeisters Rigas.

<sup>3)</sup> „Sammlung Livl. Monumente etc...“ B. I, S. 94, 94a und 95.

<sup>4)</sup> In einer Notiz v. J. 1851 wird angegeben, dass Brotze die Zeichn. i. J. 1772 angefertigt habe. „Inland“ 1851, Nr. 12, S. 190.

<sup>5)</sup> Ein Steindruck nach der Brotzeschen Zeichnung findet sich auch im VI B. der „Mitteilungen a. d. Geschichte Liv-, Est- u. Kurl.“ (Riga 1852).



Abb. 4.

Deckplatte mit dem Bildnis Otto v. Mengdens  
 von der im Jahre 1651 errichteten Tumba unter dem Meinhard-  
 denkmal im Altarraum der Domkirche zu Riga.  
 (Nach einer Zeichnung Mag. J. C. Brotzes in dessen „Sammlung  
 Livl. Monumente etc.“ B. I, S. 29, Manuskript in der Stadt-  
 bibliothek zu Riga.)

grabmals in einer Höhe von 0,60 m verdeckte<sup>6)</sup> (Abb. 3. lit. „A“ u.  
 Abb. 4).

Es folge hier eine kurze Beschreibung von dem zerstörten  
 Rahmenwerk des Grabmals Bischof Meinhard's nach der Zeichnung

<sup>6)</sup> Der Grabstein Otto v. Mengdens ist ebenfalls bei Brotze abgebildet,  
 B. I, S. 29.

Brotzes. Den Hauptschmuck des Grabmals bildete ein über dem Bogen der Grabnische befindlicher Reliefstein, auf dem man nochmals den Bischof, die Hände zum Gebet erhoben, rechts und links von je einer knieenden Engelsfigur umgeben, abgebildet sieht.

Mag. Brotze hat in der Reliefdarstellung die Entkleidung des Bischofs von seinem irdischen Gewande — „ein schönes Bild der Unsterblichkeit“ sehen wollen, jedoch hat Dr. H. Löffler diese Deutung des Reliefs dahin zurechtgestellt, dass es sich hier nicht um eine Entkleidung, sondern um eine Einkleidung handelt. „Die Bekleidung als Symbol für bestimmte Vorgänge religiöser Art spielt im Leben des Menschen schon in der vorchristlichen Zeit in den Religions-systemen Vorderasiens eine Rolle. Immer bedeutet die Bekleidung mit dem neuen Gewande das Aufsteigen in eine höhere Sphäre, den Eintritt in ein göttliches, himmlisches Leben“<sup>7)</sup>.

Den dreieckigen Reliefstein umschliesst ein schlanker Wimberg; derselbe wird von zwei schmalen fialengekrönten Mauervorlagen begrenzt, welche das Denkmal in seiner ganzen Höhe erfassen und zwar von dem horizontalen, in der Höhe der Wimbergspitze, das Grabmal abschliessenden Gesimsstreifen an bis zum Fussboden des Altarraums hinab.

Den spitzen Winkel des Wimbergfeldes über dem Figurenrelief und die dreieckigen Zwickel, welche durch das horizontale Abschluss-gesims, die vertikalen Fialen und die Schrägen des Wimbergfeldes gebildet werden, schmückt flachgearbeitetes Masswerk.

In voneinander abweichenden Formgestaltungen finden wir den Abschlussbogen der Grabnische in den beiden Zeichnungen Brotzes<sup>8)</sup> abgebildet; in der einen Zeichnung ist es ein Korbbogen (Abb. 1), in der Masszeichnung aber ein Segmentbogen (Abb. 2). Da die erste Bogenform der Gotik fremd ist, so hat der Segmentbogen mehr Wahrscheinlichkeit für sich.

Es ist ein Verdienst des baltischen Geschichtsforschers Dr. Hermann von Bruiningk in einem, vor dreissig Jahren (1902), in der Gesellschaft für Geschichte und Altertumskunde zu Riga gehaltenen Vortrage, auf die Tatsache hingewiesen zu haben, dass das Grabmal Bischof Meinhards im Dom zu Riga sein Vorbild im Grabmal Papst

<sup>7)</sup> H. Löffler, „Die Grabsteine, Grabmale und Epitaphe i. d. Kirchen Alt-Livlands v. 13.—18. Jh.“, B. III, Nr. 2 der Abhandlungen der Herder-Gesellschaft und des Herderinstituts zu Riga, S. 49.

<sup>8)</sup> „Sammlung Livl. Monumente etc.“, S. 94 u. 94a.



Urban V in der Kirche zu St. Viktor in Marseille gehabt hat (Abb. 6). Das Todesjahr Papst Urban V (1370) gibt somit Anhaltspunkte für die Datierung des Grabmals Bischof Meinhards.

In der ersten Hälfte des 19. Jh. hat man ein Abbild des 1786 zerstörten plastischen Rahmenwerks an die Wand malen lassen. Hier-

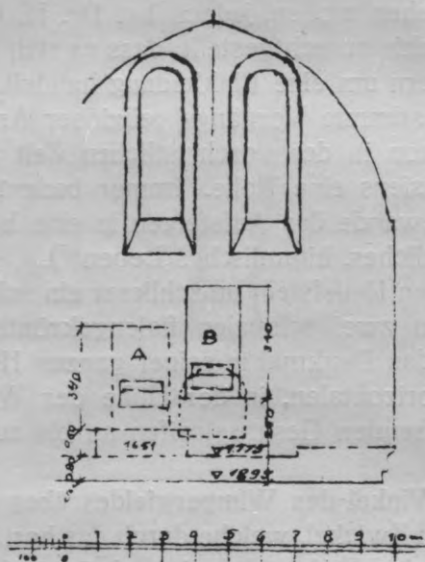


Abb. 5.

Nordwand des Altarraumes der Domkirche zu Riga mit dem schematisch eingezeichneten Wandgrabe Bischof Meinhards an seiner ursprüngl. Stelle lit. „A“ und seinem jetzigen Standort lit. „B“ nach der Verlegung und Rekonstruktion desselben im Jahre 1896.

(Im Wesentlichen nach einer Angabe von Dr. Lõvis of Menar im 17/20 Rechenschaftsbericht der Abteilung für den Dom-  
bau zu Riga 1901—1904, Tafel IV. Riga 1905.)

über liegt aus dem J. 1851 folgende Mitteilung vor: „Der selige Oberpastor Thiel (Prediger am Dom v. 1801—1843) hatte nun vor mehreren Jahren nach Brotzes Zeichnung die Verzierung umher auf die Wand mit grauer Ölfarbe, die Farbe des Sandsteins nachahmend, malen lassen“).

\*) „Inland“ 1851, Nr. 12, Sp. 189.

Wie Augenzeugen angeben, wäre diese Malerei sehr derb ausgeführt gewesen. Ein Aufmass oder eine photographische Aufnahme der Malerei hat man im Jahre 1896, bei der Entfernung derselben, zu machen unterlassen.

Im Jahre 1895 hat man bei der letzten Remonte des Domes den Fussboden des Altarraums um 0,80 m vertieft und ihn damit auf sein ursprüngliches Niveau zurückverlegt; gleichzeitig hat man sich damals auf Vorschlag des Dombaumeisters Dr. Neumann veranlasst gesehen, die Grabnische Bischof Meinhards, den einzigen Rest des einst so stolzen Denkmals, von seinem bisherigen Standort (Abb. 5, lit. „A“) zu entfernen und etwa 2 m mehr nach Osten hin, ausserdem auch höher als bisher, zu verlegen<sup>10)</sup> (Abb. 5, lit. „B“).

Den wenig überzeugenden Grund hierzu erfahren wir aus einem von Dr. Neumann am 2. 11. 1895 dem Dombauverein vorgelegten Bericht.

Dr. Neumann glaubte damals bei einer Untersuchung des Altarraums der Dom-Kirche festgestellt zu haben, dass das dort sich befindliche Grabmal Bischof Meinhards „seit Menschen Gedenken nicht an der richtigen Wandstelle angebracht gewesen sei. Das Grabmal sei wohl aus dem Grunde vor vielen Jahren seitlich zum Mittelschiff (also nach Westen hin) verlegt worden, weil der Altar vorgerückt worden sei. Bei Untersuchung der nördlichen Altarwand habe sich (nämlich) die alte (ursprüngliche) Grabnische noch vorgefunden, sie liege gerade unter dem Mittelpfeiler der beiden Nordfenster des Altars (Altarraums). Vorläufig sei diese Nische wiederhergestellt, das aus Grabstein und (ausgebrochener) Inschriftplatte bestehende Grabmal aber bei Seite gestellt“<sup>11)</sup>.

Dr. Neumann schlug damals vor das Grab Bischof Meinhards in die neu aufgefundene Nische zu verlegen und auch die gotische Umrahmung, welche die alte Grabnische umgeben hatte, dort zu rekonstruieren. Obwohl Dr. Neumann keinerlei Belege für seine Behauptung, dass die von ihm aufgedeckte Nische unter dem Fensterpfeiler

<sup>10)</sup> Der Grund hierzu wird man am ehesten in dem Umstand zu suchen haben, dass man damals den unteren Teil der Nord- u. Süd wand des Altarraumes für das aus der Vierung hierher verlegte 2,25 m hohe Chorgestühl freimachen wollte. K. v. Lövis of Menar: „Nische d. Apsis u. d. Chor der rigaschen Dom-K., Siebzehnter u. achtzehnter Rechenschaftsbericht... der Abteilung für den Dombau zu Riga 1901/1904, S. 45, Tafel IV.

<sup>11)</sup> 10. u. 11. Rechenschaftsbericht d. Dombauvereins f. d. J. 1894/95, S. 7.

Wandgrab Papst Urban V († 1370) in der Kirche St. Victor zu Marseille; zerstört während der französischen Revolution. (Nach einem Kupferstich i. d. Acta S. s. Bollandiana Vol. XIII Propylaeum ad sept tom Maii 1868, p. 93, die Originalzeichnung in der Klosterbibliothek zu St. Victor in Marseille.)

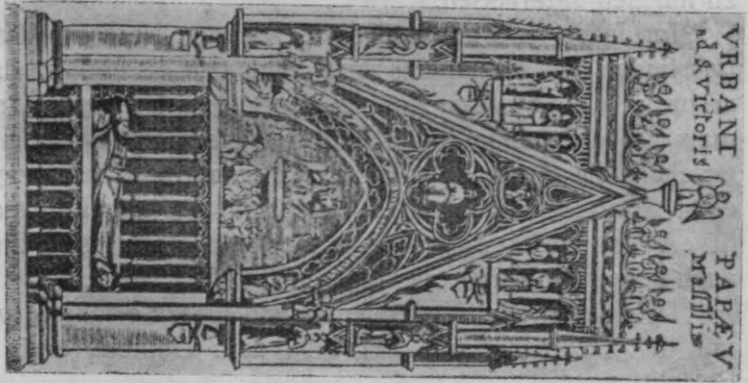


Abb. 6.

Rekonstruktion des Grabmals Bischof Meinhards im Dom zu Riga vom Jahre 1896 nach dem Entwurf Dr. W. Neumanns. An der linken Seite ist die Stelle bezeichnet, an welcher das im Jahre 1929 aufgefundene Fragment beim ursprünglichen Denkmal hingehörte. (Phot. v. G. Kundt, Riga.)

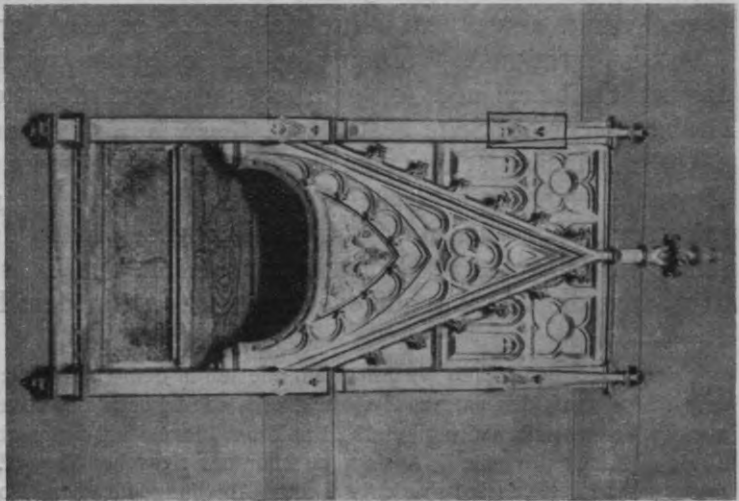


Abb. 7.



ursprünglich die Grabnische Bischof Meinhards gewesen ist, seinem Berichte beigefügt hatte, schloss sich der Dombauverein doch dem Vorschlage Dr. Neumanns bezüglich des Verlegens des Grabmals an und bewilligte 1000 Rbl. „zur Wiederherstellung des Grabmals in früherer Weise“ nach dem vom Dombaumeister vorgestellten Entwurfe.



Abb. 8.

Rekonstruktionentwurf des Wandgrabes Bischof Meinhards  
von Dr. W. Neumann aus dem Jahre 1892.

(Nach einer Abbildung in W. Neumann: „Das mittelalterliche  
Riga“, S. 22, Verlag J. Springer, Berlin 1892.)

Im Gegensatz zur Meinung Dr. Neumanns ist der Verfasser der Ansicht, dass die im Jahre 1896 von Dr. Neumann aufgefundene grosse Nische in der Nordwand des Altarraums ehemals nicht den kleinen Sargkasten mit den sterblichen Überresten Bischof Meinhards, sondern den Altar zum heiligen Blut aufgenommen haben wird.

Abweichend von der von Dr. Neumann ausgesprochenen Absicht, ist bei der Rekonstruktion das Grab Bischof Meinhards nicht in die aufgefundene Nische selbst, sondern über derselben errichtet worden, wobei auch der Abschlussbogen dieser Nische zerstört worden ist.

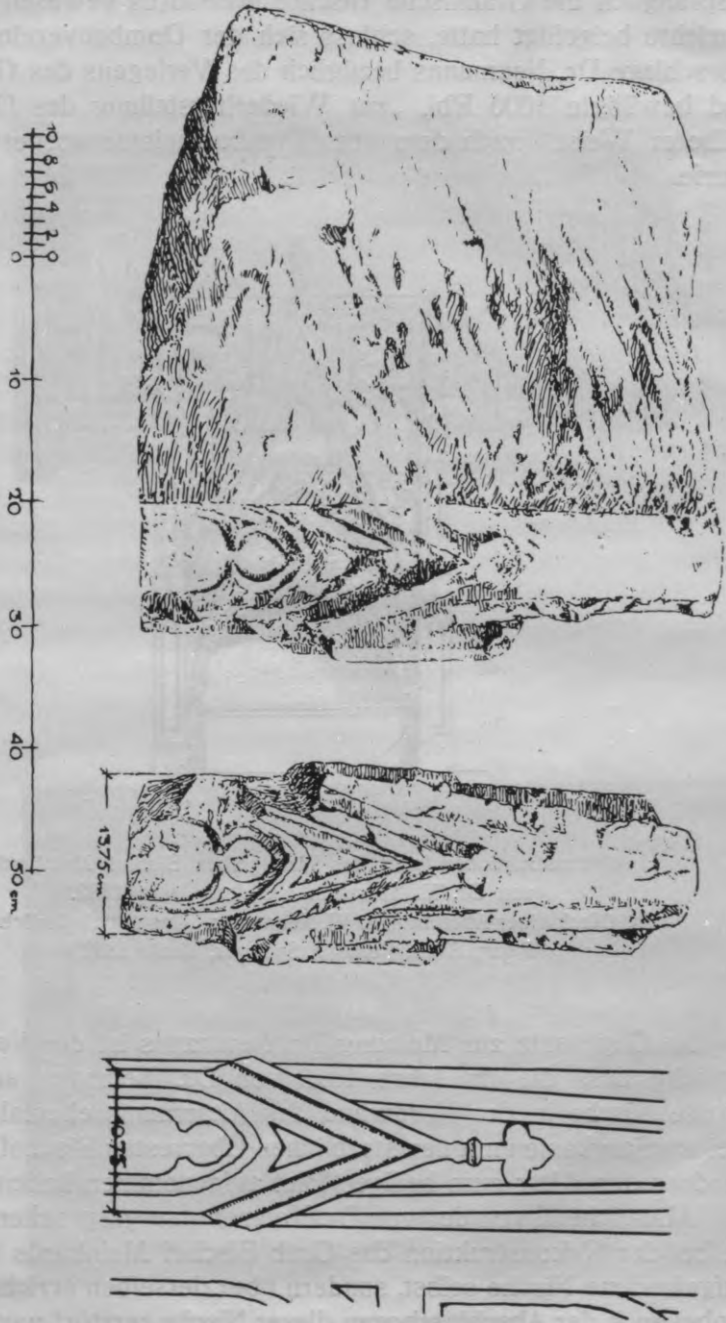


Abb. 9.

Aufmass des im Jahre 1929 aufgefundenen Fragments der im Jahre 1786 zerstörten Umräumung des Wandgrabes  
 Bischof Meinhards im Dom zu Riga. Die Zeichnung rechts ist ein Aufmass der entsprechenden Stelle der  
 Rekonstruktion Dr. W. Neumanns vom Jahre 1896. (Zeichnungen des Verfassers.)

Durch das Versetzen des Grabmals an den neuen Standort sind weitere wertvolle Spuren der ursprünglichen Formgestaltung des Denkmals verwischt<sup>12)</sup>.

Gleichzeitig schritt man im Jahre 1896 an die Wiederherstellung der im Jahre 1786 zerstörten Umrahmung der Grabnische. Das für die Wiederherstellung benutzte Material ist weisser Oeselscher Kalkstein, geliefert von J. Zaunitis in Arensburg; die Steinmetzarbeiten sind von E. Sterling, die Maurerarbeiten von N. Walter, das in Sandstein gemeisselte Figurenrelief von dem Bildhauer A. Volz ausgeführt<sup>13)</sup>.

Dem Rekonstruktionsentwurf Dr. Neumanns lagen die Zeichnungen und Aufmasse Mag. Brotzes zu Grunde. Vergleicht man die Rekonstruktion des Grabmals Bischof Meinhards, wie sie heute vor uns steht (Abb. 7), mit den Zeichnungen Brotzes, so sind besonders ins Auge fallende Abweichungen folgende:

1) Die Grabnische ist in der Rekonstruktion Dr. Neumanns vom Jahre 1896 etwa 2 m über dem jetzigen Fussboden angeordnet (bei Brotze steht das Denkmal etwa 1,40 m über dem damaligen Fussboden), wobei die Mauervorlagen mit den Fialen nicht wie in der Zeichnung Brotzes bis zum Fussboden herabreichen, sondern in einer Höhe von 2,50 m über dem Fussboden auf Konsolen aufgefangen werden.

2) Die Proportionen des Denkmals sind bei der Rekonstruktion schlanker, als in der Zeichnung Brotzes (die Rekonstruktion des Rahmenwerkes ist etwa 10 cm schmaler und 40 cm höher als bei Brotze).

3) Die Ausmasse des Steines mit dem Figurenrelief sind in der Rekonstruktion stark reduziert (bei der Rekonstruktion ist der Reliefstein 40 cm hoch und 70 cm breit, bei Brotze dagegen 60 cm × 100 cm).

Besondere Schwierigkeiten hat bei der Rekonstruktion Dr. Neumann die Wahl des Abschlussbogens der Grabnische gemacht.

<sup>12)</sup> Die alte Grabnische schloss z. Z. ihrer Verlegung i. J. 1896 ein Rundbogen ab. In einem Bericht vom Jahre 1873 (Sitzungsberichte d. Gesellsch. für Gesch. u. Altertumskunde zu Riga, S. 36) heisst es, dass vielleicht im Jahre 1786 „aus der flachen Nische (wie Brotze sie wiedergibt) eine rundgewölbte geworden ist“.

<sup>13)</sup> Zwölfter und dreizehnter Rechenschaftsbericht... der Abteilung f. d. Dom-bau zu Riga 1896/97, dortselbst findet sich d. Reproduktion einer fotogr. Aufnahme des rekonstruierten Grabmals.





Abb. 10.

Das im Jahre 1929 aufgefundene Fragment der im Jahre 1786 zerstörten Umrahmung des Wandgrabes Bischof Meinhard's im Dom zu Riga. Die gestrichelte Linie rechts begrenzt die Fläche, an welcher sich Spuren des ehemaligen Kalkanstriches finden. (Phot. d. Verfassers.)

In einer früheren Rekonstruktion vom Jahre 1892<sup>14)</sup> hatte er hier die Form eines Rundbogens anzuwenden gesucht (Abb. 8). In der Rekonstruktion vom Jahre 1896 ist Dr. Neumann aber auf die wenig überzeugende Korbbogenform der einen Zeichnung Brotzes zurückgegangen (Abb. 1).

Dr. Neumann hat sich bei seinem Entwurf gezwungen gesehen manche Teile des Grabmals aus der Brotzeschen Zeichnung „zu erraten, andere Teile, die beim Denkmal schon zur Zeit des Aufmasses durch Brotze fehlten, wie namentlich die den Wimperg und die beiden Fialen krönenden Kreuzblumen, ferner die den flachen Bogen, sowie die Mauervorlagen der Fialen stützenden Konsolen zu ergänzen“.

Schon gleich nach der Fertigstellung der Rekonstruktion durch Dr. Neumann haben die Proportionen des Denkmals Befremden erregt. Damals hat man irrtümlich die überschlanken Verhältnisse des Rahmenwerks auf die Aufmasszeichnung Brotzes zurückführen wollen, ohne hierbei die Rekonstruktion des Grabmals näher mit den Zeichnungen Brotzes verglichen zu haben.

Dr. K. v. Lövis of Menar, welcher die Rekonstruktion Dr. Neumanns vom Jahre 1896 bespricht, schliesst seinen Bericht auch mit den Worten: „Wenn das Denkmal etwas gereckt aussieht, namentlich auch die beiden Fialen gar dünn aussehen, so war solches durch die Brotzeschen Massangaben bedingt<sup>15)</sup>.“

Gelegentlich des Besuches König Gustav V von Schweden in Riga im Juni 1929 sollten die Hau- und Backsteinfragmente im Kreuzgang der Dom-Kirche übersichtlich neu geordnet werden. Mit dieser Arbeit hatte der Präsident der Gesellschaft für Geschichte und Altertumskunde, Mag. Feuereisen den Verfasser dieses Aufsatzes betraut.

Unter den wenigen dort vorhandenen Fragmenten aus der Zeit der Gotik fiel dem Verfasser ein 46 cm hoher, 15 cm breiter und 52 cm tiefer Stein auf, der sich bei näherer Untersuchung mit Sicherheit als zu dem 1786 abgebrochenen Meinharddenkmal gehörig feststellen liess. Es ist der Abschlusstein der, vom Beschauer gerechnet, linken Fiale des Wandgrabes (Abb. 7, 9 u. 10).

Der Stein fügt sich in seinen Ausmassen auf das Genaueste in die von Brotze hinterlassene Aufmasszeichnung ein; das Gleiche

<sup>14)</sup> W. Neumann, „Das mittelalterliche Riga“ (Berlin, Verlag J. Springer 1892).

<sup>15)</sup> Zwölfter u. dreizehnter Rechenschaftsbericht... der Abteilung f. d. Dom-bau zu Riga 1896/97.

gilt auch bezüglich der Formgestaltung des Steines, abgesehen von einigen geringfügigen Abweichungen, welche ihren Grund in Brotzes unrichtiger Deutung einzelner Details haben.

Ist der wiederaufgefundene Stein auch nur ein geringer Rest des alten Meinharddenkmals, so ergänzt er doch in mancher Hinsicht das Aufmass Brotzes und gibt die Möglichkeit, die jetzt im Dom befindliche Rekonstruktion vom Jahre 1896 zu berichtigen.

An der Hand des wiederaufgefundenen Fragments lassen sich mancherlei Schlüsse über das Aussehen des ursprünglichen Grabmals machen, welche der Verfasser in nachfolgenden Sätzen zusammenfassen will:

1) Es entspricht nicht der Tatsache, dass man im Jahre 1786 bei der „Reparatur“ der Dom-Kirche, wie Pastor Körber angibt, nur „Alles was aus der Mauer hervorragte a b b r e c h e n liess“<sup>16)</sup>, sondern man hat damals, bei der Vernichtung der Denkmäler, ganze Steine aus der Wand a u s g e b r o c h e n.

2) Ursprünglich ist die architektonische Umrahmung des Grabmals Bischof Meinhards aus rostbraunem und nicht aus weissem Kalkstein gearbeitet gewesen. Der Geologe Dr. Kraus, Professor der Lettländischen Universität, welcher auf Bitte des Verfassers sich liebenswürdigst bereit fand, eine Steinprobe mikroskopisch zu untersuchen, hat festgestellt, dass das aufgefundene Fragment aus einem wenig dolomitischen Kalkstein, wie er in Lettland kaum vorkommt, gearbeitet ist. Nach Prof. Kraus liegt es am nächsten diese Gesteinart „im Untersilur von Estland (etwa Laaksberg bei Tallinn)“ zu suchen.

3) Die Fialen sind, wie es die Zeichnung Brotzes (Abb. 1) und wie schon Dr. K. v. Lövis die Vermutung ausgesprochen hat, beim ursprünglichen Grabmal breiter gewesen, als bei der Rekonstruktion (die Vorderseite des Fragments, wie auch die entsprechende Stelle der Zeichnung Brotzes ist 13,75 cm breit, bei der Rekonstruktion aber nur 10,75 cm).

4) Die Fialen haben vor der Mauerflucht eine dreimal stärkere Ausladung, als bei der Rekonstruktion, gehabt (die Seitenausladung des Fragments beträgt 10 cm, bei der Rekonstruktion aber nur 3 cm).

<sup>16)</sup> K ö r b e r, „Vaterländische Merkwürdigkeiten“, III T. S. 40. i. d. Bibl. d. gelehrten estnischen Gesellsch. zu Tartu.

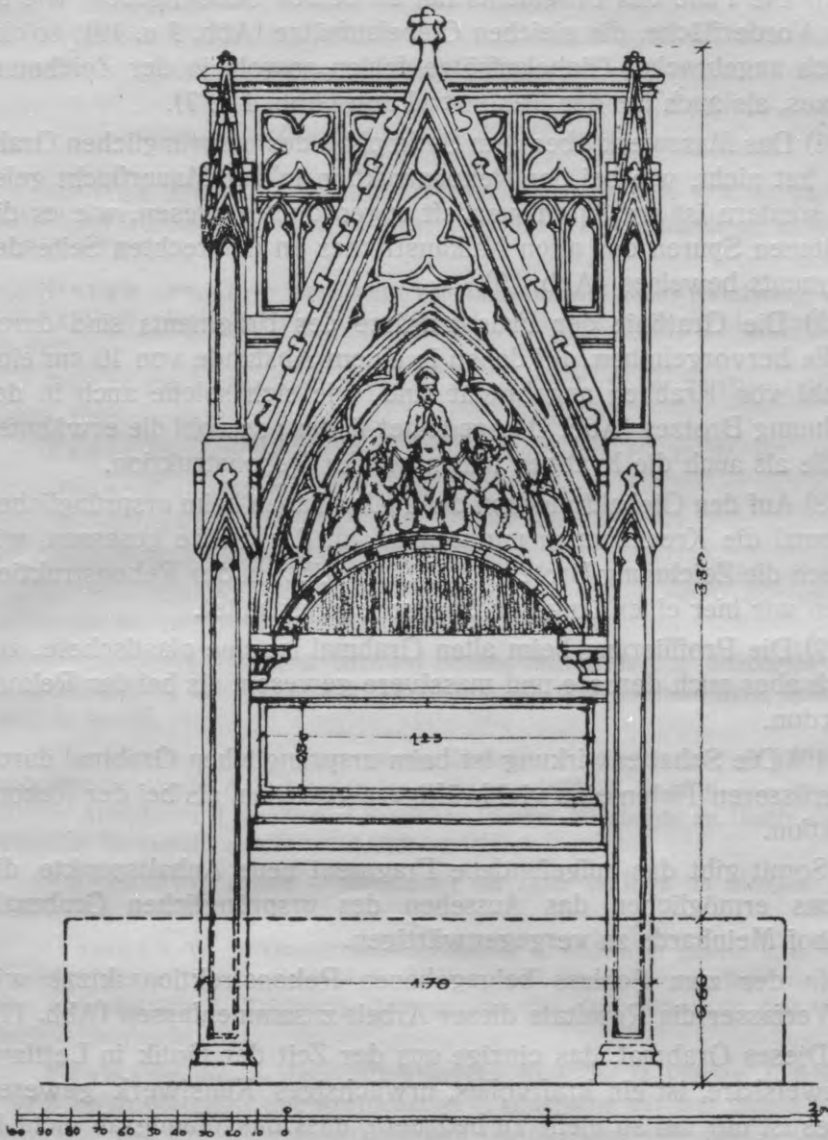


Abb. 11.

Rekonstruktionsentwurf des Verfassers des im Jahre 1786 zerstörten  
Wandgrabes Bischof Meinhards im Dom zu Riga.



5) Die Fiale des Fragments hat an beiden Seitenflächen, wie an ihrer Vorderfläche, die gleichen Giebelaufsätze (Abb. 9 u. 10); solche seitlich angebrachte Giebelaufsätze fehlen sowohl in der Zeichnung Brotzes, als auch bei der Rekonstruktion (Abb. 1 u. 7).

6) Das Masswerk über dem Sarkophag des ursprünglichen Grabmals hat nicht, wie bei der Rekonstruktion in der Mauerflucht gelegen, sondern ist um 30 cm vertieft angeordnet gewesen, wie es die erhaltenen Spuren des alten Kalkanstriches an der rechten Seite des Fragments beweisen (Abb. 10).

7) Die Gratlinie der Fialenaufsätze des Fragments sind durch Profile hervorgehoben, auf denen in einem Abstände von 10 cm eine Anzahl von Krabben angebracht sind, wie sich solche auch in der Zeichnung Brotzes (Abb. 1) angedeutet finden; sowohl die erwähnten Profile als auch die Krabben fehlen bei der Rekonstruktion.

8) Auf den Giebeldreiecken der Fialen haben beim ursprünglichen Grabmal die Kreuzblumen unmittelbar auf der Spitze gesessen, wie es auch die Zeichnung Brotzes (Abb. 1) angibt; in der Rekonstruktion finden wir hier einen längeren Stengel eingeschaltet.

9) Die Profilierung beim alten Grabmal ist eine plastischere, zugleich aber auch derbere und massivere gewesen, als bei der Rekonstruktion.

10) Die Schattenwirkung ist beim ursprünglichen Grabmal durch die grösseren Tiefen eine viel kräftigere gewesen, als bei der Rekonstruktion.

Somit gibt das aufgefundene Fragment neue Anhaltspunkte, die es uns ermöglichen das Aussehen des ursprünglichen Grabmals Bischof Meinhards zu vergegenwärtigen.

In der zum Schluss beigegebenen Rekonstruktionsskizze will der Verfasser die Resultate dieser Arbeit zusammenfassen (Abb. 11).

Dieses Grabmal, das einzige aus der Zeit der Gotik in Lettland nachweisbare, ist ein kraftvolles, urwüchsiges Kunstwerk gewesen und es ist nur um so mehr zu bedauern, dass das Wandgrab nicht in seinem ursprünglichen Zustand auf uns überkommen ist.

**Literaturnachweis** (in chronologischer Reihenfolge).

Brotze, J. C. — „Sammlung Livl. Monumente etc.“, B. I, S. 94, 94a u. 95, Manuskript i. d. Stadtbibliothek zu Riga; dortselbst 3 Handzeichnungen v. Grabmal vom J. 1772.

Bergmann, G. — Geschichte von Livland, S. 3 (Schwickertscher Verlag, Leipzig 1776); dortselbst ein Kupferstich d. Grabmals nach der Handzeichnung Brotzes.

Pabst, Ed. — Meinhard, Livlands Apostel, II T., S. 64—75 (Reval, Lindfors Erben, 1849).

Pabst, Ed. — In Sachen Meinhards, „Inland“ 1851, Nr. 12, Sp. 189—190.

„Inland“ — 1851, Nr. 40, Sp. 696.

„Rigaische Stadtblätter“ — 1851, Nr. 41, S. 327.

Napiersky — Bischof Meinhards Grabmal i. d. Mitteilungen a. d. Geschichte Liv-, Est- u. Kurlands, B. VI, S. 423—428 (Riga 1852); dortselbst ein Steindruck des Grabmals nach der Zeichnung Brotzes.

Pezold, L. — Über d. Grabmal Bischof Meinhards i. d. Sitzungsberichten d. Gesellschaft f. Geschichte und Altertumskunde d. Ostseeprovinzen Russlands, 1873, S. 34—38.

Buchholtz, Anton, — Sitzungsberichte d. Gesellschaft für Geschichte und Altertumskunde d. Ostseeprovinzen Russlands, 1883, S. 65 u. 66. Photographische Aufnahmen d. geöffneten Sargkiste Bischof Meinhards im Besitz der Gesellschaft für Gesch. u. Altertumskunde zu Riga.

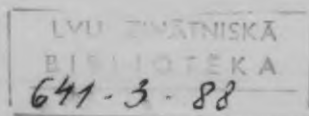
Buchholtz, Arend — Denkmäler im Dom zu Riga im „Rigaer Almanach“, 1886, S. 7 bis 9.

Neumann, W. — Grundrisse. Geschichte d. bildenden Künste u. d. Kunstgewerbes in Liv-, Est- u. Kurland, S. 82 (Verlag F. Kluge, Reval, 1887); dortselbst eine Reproduktion d. Zeichnung Brotzes von der Grabplatte mit dem Bildnis Bischof Meinhards.

Neumann, W. — Das mittelalterliche Riga, S. 22 (Verlag J. Springer, Berlin, 1892); dortselbst eine Reproduktion d. Grabplatte mit dem Bildnis Bischof Meinhards und eine Rekonstruktionsskizze Dr. Neumann vom ganzen Grabmal.

Dr. Neumanns Bericht 10 u. 11 Rechenschaftsbericht... d. Abteilung f. d. Dombau in Riga 1894/95, S. 7.

Lövis of Menar, K. — Grabmal d. Bischof Meinhard im Dom zu Riga, wiederhergestellt 1896 im 12 u. 13 Rechenschaftsbericht... d. Abteilung f. d. Dombau zu Riga 1896/97; dortselbst die Reproduktion einer photograph. Aufnahme des rekonstruierten Grabmals.



Bruiningk, H. v. — Messe und kanonisches Stundengebet i. d. Mitteilungen a. d. livländischen Geschichte, 19 Band, 2 Heft, S. 320 (Riga 1904).

Lövis of Menar, K. — Nischen d. Apsis und des Chores d. rigaschen Dom-K. i. 17 u. 18 Rechenschaftsbericht... d. Abteilung f. d. Dombau zu Riga 1901/1904, S. 45 (Riga 1905); dortselbst eine Zeichnung vom Altarraum.

Neumann, W. — Der Dom zu St. Marien in Riga, herausgegeben v. d. Gesellschaft f. Geschichte u. Altertumskunde (Löffler, Riga 1912); dortselbst eine Wiedergabe d. Werkzeichnung Dr. Neumanns zur Rekonstruktion d. Denkmals i. J. 1896.

Neumann, W. — „Das Vorbild d. Meinhard-Grabmals im Rigaer Dom“, Manuskript a. d. J. 1918 in Dr. Neumanns Nachlass (im Besitz seiner Familie).

Löffler, H. — Die Grabsteine, Grabmäler u. Epitaphe i. d. Kirchen Alt-Livlands v. 13 bis 18 Jahrh., Abhandlung d. Herder-Gesellschaft u. d. Herder-Instituts zu Riga, B. II, S. 41—57 (Verlag G. Löffler, Riga 1929); dortselbst drei Abbildungen.

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

Neumann, W. — „Über d. Grabmal Bischof Meinards i. d. St. Marien-Kirche“

## Bīskapa Meinharda izpostītā kapa pieminekļa atrastais fragments Rīgas Doma baznīcā.

Arch. *Paulis Kampe,*

Latvijas universitātes docents.

Liels mākslas zaudējums ir bijusi Rīgas Doma baznīcā 14. gs. celtā pirmā Livonijas bīskapa sienas kapa iznīcināšana.

1196. g. mirušā pirmā Livonijas bīskapa Meinharda mirstīgo atlieku pārvešana no pirmās katedrāles, Ikšķiles pils baznīcas, arhibīskapa katedrālē, Rīgas Domā, notika 14. gs. beigās. Ozola šķirstā tās, pēc agrās kristietības katakombu kapu parauga, apbedīja Doma baznīcas altāra telpas ziemeļu sienas ielodzē. Divas no pelēka šūn-akmens darinātas plāksnes aizsedza šķirstu. Priekšējā svērtēniskā akmens plāksnē atradās piecās rindās iecirsts ieraksts mazajiem gotu burtiem ar attiecīgiem datiem (sk. 305. lpp.).

Otra, pultveidīgā, ieslīpi novietotā plāksne rāda Meinharda attēlu ar bīskapa zizli labajā rokā (2. att.). Mūra lokšņi noslēdza ielodzi ar gotisku ierāmējumu. Izdarot 1786. g. t. s. baznīcas remontu, radikāli racionālistiski noskaņotie darbu vadītāji izpostīja ierāmējumu, un tikai pati ielodze ar abām akmens plāksnēm tika toreiz saudzēta.

Vienīgās ziņas par šo bojā gājušo bīskapa Meinharda kapa pieminekli atstājis maģ. Broce vairākos zīmējumos un aprakstos savā „Sammlungen Livl. Monumente“ I. sējumā (93. lpp.), kas atrodas Rīgas pilsētas bibliotēkā. No pievienotiem zīmējumiem viens attēlo visu kapu (1. att.), otrs — segakmeni, un trešais sniedz pieminekļa schēmatisku attēlu ar galveniem mēriem (3. att.).

Jau 1651. g. tieši zem pieminekļa uzstādīta tumba ar „landrāta“ Oto fon Mengdena kapa plāksni, kas aizsedza Meinharda kapa ierāmējuma apakšējo daļu 0,60 m augstumā (4. att.).

Pēc Broces zīmējuma spriežot, Meinharda kapa galvenais greznums bija virs tā ielodzes esošais ciļņa akmens, kur vēlreiz redzam bīskapu ar paceltām rokām; bīskapam abās pusēs atrodas ceļos no-metušies eņģeļu tēli. Dr. H. Löflers šā ciļņa nozīmi iztulkojis tādā ziņā, ka šē jāsaprot Meinharda ieģērbšana jaunā tērpā (investitūra).



Kapa trīsstūrains cilni ieslēdz slaidis vimpergs, ko ierobežo divi fiālēm vaiņagoti pilastri, kas aptver pieminekli visā tā augstumā, no horizontālās, kapu noslēdzošās dzegas malas līdz pat altāra grīdai. Vimperga laukuma smailleņķi virs figūru cilņa un trīsstūrus, kas radušies no horizontālās noslēdzošās dzegas, vertikālām fiālēm un vimperga laukuma slīpajām līnijām, grezno lēzenā reljefā izstrādāti stiegrojumi.

Abos Broces zīmējumos atrodam kapa ielodzes noslēdzošo loku dažādi izveidotu: vienā zīmējumā tā ir kurvja liknes arka (1. att.), bet schēmatiskā zīmējumā turpretim segmentarka (2. att.). Tā kā kurvja liknes līnija gotikai sveša, tad segmentarka būs gan pareizāka.

Baltijas vēstures pētnieks Dr. Herm. f. Bruinings Rīgas vēstures un senatnes pētnieku biedrībā 1902. g. noturētā priekšlasījumā aizrādījis, ka par paraugu Meinharda kapam bijis pāvesta Urbana V. kops Marselas Sv. Viktora baznīcā (6. att.). Pāvesta Urbana V. miršanas gads (1370) tā tad dod mums pieturas punktu bīskapa Meinharda kapa rašanās laikam.

Izdarot 1896. g. Doma baznīcā pēdējo remontu, altāra grīdu pazemināja par 0,80 m, t. i. atlika atpakaļ uz pirmatnējo līmeni. Tai pašā reizē Meinharda kapa ielodzi, vienīgās kādreiz tik lepnā pieminekļa atliekas pārcēla no agrākās atrašanās vietas (5. att. lit. „A“) kādus 2 m vairāk uz austrumiem un bez tam arī augstāk kā līdz šim (5. att. lit. „B“): tieši virs kādas citas vecas ielodzes, kuŗas priekšā kādreiz bija stāvējis t. s. „svēto asiņu altāris“.

Tai pašā 1896. g. ķērās arī pie 1786. g. iznīcinātā ierāmējuma atjaunošanas. Rekonstrukcijas metu izstrādājis Doma būvmeistars Dr. V. Neumanis, ņemdams par pamatu Broces zīmējumus un uzmērojumus. Ja salīdzinām rekonstrukciju, kādu to tagad redzam (7. att.), ar Broces zīmējumiem, tad sevišķi duŗas acis šādi pārgrozījumi:

1) Rekonstrukcijā kapa ielodze stāv apmēram 2 m augstāk par grīdu (Brocem 1,40 m augstāk par toreizējo grīdu), pie kam sienas pilastri ar fiālēm sākas ne tā, kā Broces zīmējumā, no pašas grīdas, bet atrodas 2,50 m augstāk, atbalstīdamies uz konsolēm.

2) Pieminekļa proporcijas rekonstrukcijā viscaur slaidākas nekā Broces zīmējumā (ierāmējuma rekonstrukcija apm. 10 cm šaurāka un 40 cm augstāka kā Brocem).

3) Akmens samēri ar tēlu cilni rekonstrukcijā stipri mazāki (rekonstrukcijas cilņa akmens 40 cm augsts un 70 cm plats, Brocem turpretim 60 cm × 100 cm).

Kādā agrākā 1892. g. rekonstrukcijā Dr. Neumanis mēģinājis izlietot apaloka formu (8. att.), bet 1896. g. rekonstrukcijā atgriezies pie kurvja liknes arkas, kas redzama vienā no Broces zīmējumiem, bet kas maz pārlicina (1. att.).

Dr. Neumanis juties spiests dažas kapa daļas savā metā no Broces zīmējuma „uzminēt, citas daļas, kas pieminēklim trūkušas jau tai laikā, kad Broce izdarījis uzmērojumus, kā piem. vimpergs un abas fiāles vaiņagojošās krusta puķes, tad vēl lēzeno loku un fiāļu pīlastru balstekļus — papildināt.“

Jau tūlīt pēc tam, kad pieminēklis Dr. Neumaņa rekonstrukcijā bija nobeigts, tā proporcijas izlikās savādas; ierāmējuma par daudz lielo slaidumu rekonstrukcijā maldīgi gribēja izskaidrot ar Broces zīmējumos dotiem mēriem, nesalīdzinot pietiekoši rekonstrukciju ar minētiem uzmērojumiem.

Sakarā ar Zviedrijas ķēniņa Gustava V. apmeklējumu 1929. g. jūnijā bija nodomāts krusta eļā novietotos akmeņus un ķieģeļu fragmentus no jauna pārskatāmi sakārtot. Šo darbu Vēstures un senatnes pētnieku sabiedrības priekšnieks maģ. A. Feuereizens uzticēja šā apcerējuma autoram. Starp nedaudziem tur esošiem fragmentiem no gotikas laikmeta autoram dūrās acīs kāds 46 cm augsts, 15 cm plats un 52 cm biezs akmens, ko tuvāk aplūkojot, droši varēja noteikt, ka tas piederējis 1786. g. nojauktajam Meinharda kapa pieminēklim. Tas ir sienas kapa kreisās fiāles (skaitot no apskatītāja) noslēguma akmens (9. un 10. att.). Šis akmens savos samēros pilnīgi atbilst Broces uzmērojuma zīmējumam; tas pats sakāms arī par akmens izveidojumu, neskatoties uz dažām atšķirībām, kam par iemeslu ir tas apstāklis, ka Broce nav pilnīgi izpratis dažus gotikas stila sīkumus.

Atrastais fragments ļauj taisīt dažus secinājumus par pirmatnējā kapa pieminēkla izskatu, kuŗus autors grib formulēt šādās tezēs:

1) Māc. Kōrbera aizrādījums, ka 1786. g. izdarot Doma baznīcā remontu, esot „n o l a u z t s v i s s t a s, k a s i z v i r z i j ā s n o m ū r a ā r ā“, neatbilst faktiem, bet toreiz, iznīcinot pieminēklus, i z l a u z t i n o s i e n a s d z i ļ i i e m ū r ē t i a k m e ņ i.

2) Pirmatnējais bīskapa Meinharda kapa arhitektoniskais ierāmējums bijis darināts no sarkanbrūna, bet ne no balta kaļķakmens.

3) Pirmatnējā pieminēkla fiāles, kā to rāda Broces zīmējums (1. att.), un kādas domas jau izsacījis Dr. K. fon Lōviss, bijušas plātākas kā rekonstrukcijā (fragmenta priekšpuses platums 13,75 cm

pilnīgi atbilst Broces zīmējumā dotiem uzmērojumiem, turpretim attiecīgās vietas platums rekonstrukcijā tikai 10 cm).

4) Pirmatnējā pieminekļa fiāles izvirzījušās no sienas trīskārt tālāk, nekā tas ir tagadējā rekonstrukcijā (fragmentam izvirzījums ir 10 cm, rekonstrukcijai tikai 3 cm).

5) Fragmenta fiālei abos sānu laukumos tādi paši zelmiņu uzgalvjī kā viņu frontē (9. un 10. att.); tādu sānu zelmiņu uzgalvju trūkst kā Broces zīmējumam, tā arī rekonstrukcijai (1. un 7. att.).

6) Stiegrojums virs pirmatnējā kapa sarkofaga nav atradies vienā plāksnē ar sienas laukumu, kā tas ir rekonstrukcijā, bet bijis padziļināts par 30 cm, kā to pierāda vecā balsinājuma vēl saredzamās atliekas fragmenta labajos sānos (10. att.).

7) Fragmenta fiāļu uzgalvju šķautnes izceltas ar profilējumiem, uz kuriem 10 cm atstatumā cits no cita novietoti vairāki rāpuļi (Krabben), kādi saredzami arī Broces zīmējumā (1. att.); kā minēto profilu, tā arī rāpuļu rekonstrukcijā trūkst.

8) Uz fiāļu zelmiņu trīsstūriem pirmatnējam kapa piemineklim krusta puķes bijušas novietotas tieši uz trīsstūra leņķa virsotnes, kā to rāda arī Broces zīmējums (1. att.); rekonstrukcijā turpretim krusta puķēm garāki kāti.

9) Vecā kapa pieminekļa profilējums bijis plastiskāks, bet arī vienkāršāks un masīvāks kā rekonstrukcijā.

10) Ēnas iedarbība pirmatnējam kapa piemineklim lielāku dziļumu dēļ bijusi daudz spēcīgāka, nekā tas ir rekonstrukcijā.

Tā tad atrastais fragments sniedz vairākus jaunus pieturas punktus, kas dod pareizāku ainu par bīskapa Meinharda pirmatnējā kapa pieminekli.

Beigās pieliktajā rekonstrukcijas uzmetā autors grib grafiskā kopsavilkumā atzīmēt šā darba atsevišķos punktus minētos konstatējumus.

## Sija ar elastiskiem atbalstlaukumiem.

*Erichs Vīdemans* (E. Wiedemann).

Hayashi<sup>1)</sup> savā grāmatā „Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage“<sup>2)</sup> izmeklē siju ar elastiskiem atbalstlaukumiem šādiem gadījumiem<sup>3)</sup>:

- a) vienpusīgi iemūrētai sijai — ar vienu koncentrētu slodzi brīvā galā,
- b) abpusīgi  $\left\{ \begin{array}{l} \alpha) \text{ iemūrētai} \\ \beta) \text{ brīvi gulošai} \end{array} \right\}$  sijai — ar vienu koncentrētu slodzi vidū.

Šie speciālgadījumi sevišķi derīgi tiri teorētiskām izmeklēšanām, pielaižot visplašākus vienkāršojumus matēmatiskām izteiksmēm, kas vispārējā gadījumā iznāktu samērā komplicēti.

Mana raksta mērķis ir papildināt Hayashi'a darbu šādos virzienos:

1. Attiecībā uz matēmatisku izteiksmju izvešanas metodi pēc precīzas teorijas — uzrādīšu vienkāršāku ceļu.
2. Attiecībā uz gadījumiem, kas izmeklējami pēc precīzas teorijas, — apskatīšu šādus:

- a) vienpusīgi iemūrēta sija — ar patvaļīgu vertikālu noslodzījumu,
- b) abpusīgi  $\left\{ \begin{array}{l} \alpha) \text{ iemūrēta} \\ \beta) \text{ brīvi guloša} \end{array} \right\}$  sija — ar patvaļīgu simmetrisku vertikālu noslodzījumu (un simmetriski izveidotiem atbalstiem). Pie kam sevišķu vēribu piegriezīšu praktiski visnozīmīgākam gadījumam: uz sijas visas brīvās daļas vienmērīgi sadalītam noslodzījumam.

<sup>1)</sup> Dr. Ing. *Keichi-Hayashi*, Japānas ķeizarkās Kyushu-ūniversitātes profesors Fukuoka-Hakosakijā.

<sup>2)</sup> Sarakstīta vācu valodā un iespiesta pie Jūl. Špringera, Berlīnē, 1921. g.; šās grāmatas beigās atrodami literatūras pārskats un plašas tabulas hiperbolas funkcijām. Turpmāk šo grāmatu saīsināti apzīmēšu tikai ar burtu „H“.

<sup>3)</sup> H. 173.—208. lp.



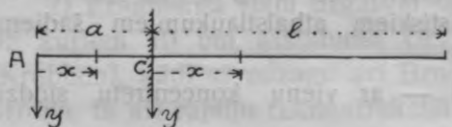
3. Uzrādīšu tuvenu aprēķināšanas metodi sijai ar elastiskiem atbalstlaukumiem<sup>1)</sup> un salīdzināšanas ceļā ar precīzu teoriju noskaidrošu, ciktāl šās metodes lietošana praktiskos aprēķinos ir pielaižama.

4. Tuveno metodi lietošu arī vispārējam gadījumam, ja abpusīgi iemūrēta sija nesimetriski noslodzīta (un atbalsti nesimetriski izveidoti).

## A. Vienpusīgi iemūrēta sija.

### I. APRĒĶINS PĒC PRĒCIZĀS TEORIJAS.

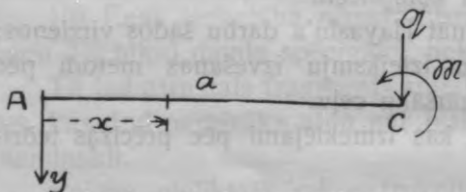
#### a) Patvaļīgs vertikāls noslodzījums.



Mēs ievadam katrā sijas daļai — iemūrētajai AC un brīvajai CB — pa atsevišķai koordinātu sistēmai: ar sākumpunktiem A un C; pozitīvās abscisas virzītas uz labo pusi (pie atbalstīšanas kreisā galā) un pozitīvās ordinātas uz apakšu.

#### I. Sijas iemūrētās daļas AC izmeklēšana.

##### 1. Vispārējo formulu uzstādīšana.



Attiecībā uz iemūrētās daļas izmeklēšanu nekas nemainās, ja mēs iedomājamies, ka sija pie atbalstmalas C pārgriezta un šādā griezumā pielikts attiecīgais šķērsspēks  $Q$  un lieces moments  $M$

kā ārēji mehāniski lielumi. Klātpieliktā zīmējumā moments iezīmēts pozitīvā virzienā (pretim pulksteņrādītāja virzienam — sijas labā galā); bet neaizmirsīsim, ka tāds moments vienpusīgi iespīlētai sijai (ar vertikālu noslodzījumu, kas iedarbojas no augšas uz apakšu) katrā ziņā ir negatīvs.

Mēs pielīdzinām:

$$(1) \quad M = Qm/l,$$

kur  $m$  ir negatīvs koeficients bez dimensijas.

<sup>1)</sup> Šai metodei nav nekas kopējs ar H. 200. lp. uzrādīto tuveno metodi, kas attiecas tikai uz abpusīgi brīvi gulošu siju.

Mēs sijas iemūrētās daļas aprēķināšanai izdarām pieņēmumu, uz kuŗa pamatojas visa teorija „sijai uz elastiska pamata“: ka atbalsta (mūra) pretpiediena intensitāte  $p$  kg/cm<sup>2</sup> katrā vietā proporcionāla vertikālam elastiskam atbalsta saspiedumam, t. i. vertikālai elastiskai sijas nosēdei  $y$ :

$$(2) \quad p = Ky,$$

kur  $K$  — elastības koeficients (ar dīmensiju kg/cm<sup>3</sup>).

Vispār ir spēkā:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EJ}, \quad \text{un} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -bq,$$

kur:  $M$  — lieces moments,

$E$  — elastības moduls,

$J$  — sijas šķērsriezuma inerces moments,

$b$  — sijas platums,

$q$  — noslodzījuma intensitāte kg/cm<sup>2</sup>;

( $b \cdot q$  — noslodzījuma intensitāte kg/cm).

Mūsu gadījumā  $q = -p$ .

Tamdēļ sijas iemūrētās daļas elastiskās līnijas diferenciālvienādojums ir:

$$(3) \quad \frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{bK}{EJ} \cdot y.$$

Pielīdzinām:

$$(4) \quad \sqrt[4]{\frac{4EJ}{bK}} = L \quad (\text{ar dīmensiju cm});^1)$$

$$(5) \quad \frac{x}{L} = \xi; \quad \text{tāpat tālākiem aprēķiniem:} \quad \frac{l}{L} = \lambda, \quad \frac{a}{L} = \alpha.$$

Tad diferenciālvienādojums (3) pieņem šādu veidu:

$$(6) \quad \frac{d^4y}{d\xi^4} = -4y.^2)$$

Šā vienādojuma atrisinājums ir:

$$(7) \quad y = U_1 \text{Coş} \xi \cos \xi + U_2 \text{Sin} \xi \cos \xi + U_3 \text{Coş} \xi \sin \xi + U_4 \text{Sin} \xi \sin \xi,$$

kur  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  un  $U_4$  ir četras integrācijas konstantes.<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> H. 10. lp.

<sup>2)</sup> H. 12. lp.

<sup>3)</sup> H. 12. lp.

Atvasinot  $y$  trīs reizes pēc  $\xi$  dabūjam:

$$(8) \begin{cases} \frac{dy}{d\xi} = U_1(-\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi) + U_2(-\text{Sin } \xi \sin \xi + \text{Cof } \xi \cos \xi) + \\ \quad + U_3(\text{Cof } \xi \cos \xi + \text{Sin } \xi \sin \xi) + U_4(\text{Sin } \xi \cos \xi + \text{Cof } \xi \sin \xi); \\ \frac{d^2y}{d\xi^2} = 2(-U_1 \text{Sin } \xi \sin \xi - U_2 \text{Cof } \xi \sin \xi + U_3 \text{Sin } \xi \cos \xi + U_4 \text{Cof } \xi \cos \xi); \\ \frac{d^3y}{d\xi^3} = 2[-U_1(\text{Sin } \xi \cos \xi + \text{Cof } \xi \sin \xi) - U_2(\text{Cof } \xi \cos \xi + \text{Sin } \xi \sin \xi) + \\ \quad + U_3(-\text{Sin } \xi \sin \xi + \text{Cof } \xi \cos \xi) + U_4(-\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi)]. \end{cases}$$

Spēkā ir vienādojumi:

$$(9) \begin{cases} \text{elastiskas līnijas skarules leņķim ar } x\text{-asi} - \vartheta: \text{tg } \vartheta = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{L} \frac{dy}{d\xi}; \\ \text{lieces momentam} - M: M = -EJ \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{bKL^2}{4} \cdot \frac{d^2y}{d\xi^2}; \\ \text{šķērsspēkam} - Q: Q = -EJ \cdot \frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{bKL}{4} \cdot \frac{d^3y}{d\xi^3}. \end{cases}$$

Četrus konstantu  $U_1, U_2, U_3$  un  $U_4$  aprēķināšanai varam uzstādīt šādus četrus vienādojumus:

$$(10) \begin{cases} 1) \text{ ja } x=0, \text{ jeb } \xi=0, \text{ tad } M=0, \text{ tā tad } \frac{d^2y}{d\xi^2}=0, \\ \text{no kam izriet: } U_4=0; \\ 2) \text{ ja } x=L, \text{ jeb } \xi=\pi, \text{ tad } Q=0, \text{ tā tad } \frac{d^3y}{d\xi^3}=0, \\ \text{no kam izriet: } U_2=U_3. \end{cases}$$

Vienādojumi (7) un (8) pieņem šādu vienkāršāku veidu:

$$(7a) y = U_1 \text{Cof } \xi \cos \xi + U_2 (\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi);$$

$$(8a) \begin{cases} \frac{dy}{d\xi} = -U_1 (\text{Cof } \xi \sin \xi - \text{Sin } \xi \cos \xi) + 2U_2 (\text{Cof } \xi \cos \xi); \\ \frac{d^2y}{d\xi^2} = -2[U_1 (\text{Sin } \xi \sin \xi) + U_2 (\text{Cof } \xi \sin \xi - \text{Sin } \xi \cos \xi)]; \\ \frac{d^3y}{d\xi^3} = -2[U_1 (\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi) + 2U_2 (\text{Sin } \xi \sin \xi)]. \end{cases}$$

Tālāk:

$$(11) \begin{cases} 3) \text{ ja } x=a, \text{ jeb } \xi=\alpha, \text{ tad } M = \mathfrak{M} = \mathfrak{Q}ml, \\ \text{no kam izriet:} \\ U_1 (\text{Sin } \alpha \sin \alpha) + U_2 (\text{Cof } \alpha \sin \alpha - \text{Sin } \alpha \cos \alpha) = \frac{2\mathfrak{Q}}{bKL} \cdot m\lambda; \\ 4) \text{ ja } x=L, \text{ jeb } \xi=\pi, \text{ tad } Q = \mathfrak{Q}, \\ \text{no kam izriet:} \\ U_1 (\text{Cof } \pi \sin \pi + \text{Sin } \pi \cos \pi) + 2U_2 (\text{Sin } \pi \sin \pi) = \frac{2\mathfrak{Q}}{bKL}. \end{cases}$$

Ar pēdējo divu vienādojumu palīdzību aprēķināmi divi pārpalikušie nezināmie lielumi  $U_1$  un  $U_2$ ;

$$(12) \begin{cases} U_1 = \frac{2Q}{bKL} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot u_1, \\ U_2 = \frac{2Q}{bKL} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot u_2, \end{cases} \text{ kur}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= -[(\text{Cof } \alpha \sin \alpha - \text{Sin } \alpha \cos \alpha) - 2m\lambda (\text{Sin } \alpha \sin \alpha)], \\ u_2 &= +[(\text{Sin } \alpha \sin \alpha) - m\lambda (\text{Cof } \alpha \sin \alpha + \text{Sin } \alpha \cos \alpha)], \end{aligned}$$

un  $\delta = \text{Sin}^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ .

Vienādojumi (7) un (9) tagad pieņem veidu:

$$(13) \begin{cases} y = \frac{2Q}{bKL} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot [u_1 (\text{Cof } \xi \cos \xi) + u_2 (\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi)], \\ \text{tg } \vartheta = \frac{2Q}{bKL^2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot [-u_1 (\text{Cof } \xi \sin \xi - \text{Sin } \xi \cos \xi) + 2u_2 (\text{Cof } \xi \cos \xi)], \\ M = QL \cdot \frac{1}{\delta} \cdot [u_1 (\text{Sin } \xi \sin \xi) + u_2 (\text{Cof } \xi \sin \xi - \text{Sin } \xi \cos \xi)], \\ Q = Q \cdot \frac{1}{\delta} \cdot [u_1 (\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi) + 2u_2 (\text{Sin } \xi \sin \xi)]. \end{cases}$$

Ar  $\xi = 0$  dabūjam:

$$(14) \begin{cases} y_a = \frac{2Q}{bKL} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot u_1, \\ \text{tg } \vartheta_a = \frac{4Q}{bKL^2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot u_2. \end{cases}$$

Ar  $\xi = \alpha$  dabūjam:

$$(15) \begin{cases} y_c = \frac{Q}{bKL} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot (b - 2m\lambda c), \\ \text{tg } \vartheta_c = \frac{2Q}{bKL^2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot (c - m\lambda a), \end{cases} \text{ kur: } \begin{cases} a = \text{Sin } 2\alpha + \sin 2\alpha, \\ b = \text{Sin } 2\alpha - \sin 2\alpha, \\ c = \text{Sin}^2 \alpha + \sin^2 \alpha, \\ d = \text{Sin}^2 \alpha - \sin^2 \alpha. \end{cases} \quad 1)$$

## 2. Atbalsta pretspiediena intensitātes, šķērsspēka un lieces momenta izmeklēšana.

Praktiski svarīgi ir atrast  $p$  max. un  $M$  max.

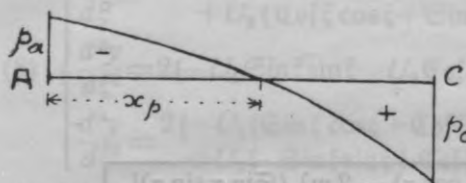
Ja  $p$  par lielu, tad var sabrukt atbalstījums (mūris);

ja  $M$  par lielu, tad var sabrukt sija.

1) Ievērojot ka:  $\text{Cof}^2 \alpha \sin^2 \alpha + \text{Sin}^2 \alpha \cos^2 \alpha = \text{Cof}^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \text{Sin}^2 \alpha + \sin^2 \alpha$ .



a. Atbalsta pretspiediena intensitātes  $p$  jeb sijas nosēdes  $y$  izmeklēšana.



Pēc būtības ir skaidri, ka, ja mēs virzāmies no C uz A,  $p$  (jeb  $y$ ) sākumā ir  $> 0$ , bet tālāk  $< 0$ ; tā tad ir viens punkts, kurā  $p$  (jeb  $y$ ) = 0. Apzīmēsim tāda punkta

abscisu ar  $x_p$ ; attiecīgais  $\xi_p$  aprēķināms no vienādojuma:

$$u_1 (\cos \xi_p \cos \xi_p) + u_2 (\cos \xi_p \sin \xi_p + \sin \xi_p \cos \xi_p) = 0;$$

$$\text{tā tad: } (16) \quad \vartheta \xi_p + \operatorname{tg} \xi_p = -\frac{u_1}{u_2}.$$

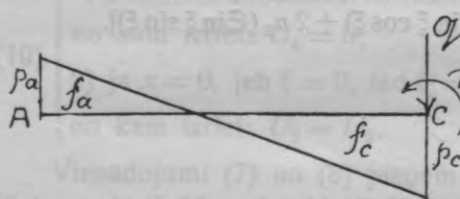
$p$  (jeb  $y$ ) pieņem maksimālo lielumu (absolūti ņemot) vai nu galā C, vai galā A, jeb tur, kur  $\operatorname{tg} \vartheta = 0$ .

Katrā ziņā  $p_c = p \text{ max. absol.}$  (jeb  $y_c = y \text{ max. absol.}$ ).

Pierādījums.

Ja  $EJ = \infty$ , tad  $p$ -līnija ir taisne.

Visu vertikālo spēku summai jābūt = 0,



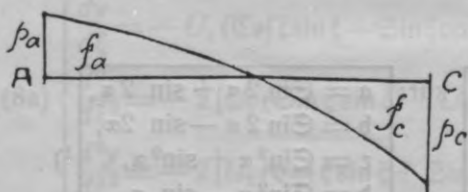
$$\sum V = 0,$$

$$\text{jeb: } -Q - b f_a + b f_c = 0,$$

$$\text{no kam izriet: } f_c - f_a = \frac{Q}{b} > 0,$$

$$\text{jeb: } f_c > f_a,$$

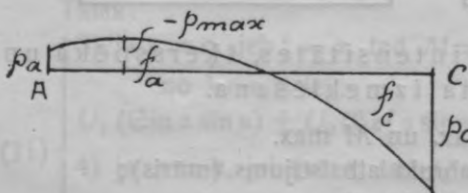
$$p_c > p_a.$$



Ja  $EJ \neq \infty$ , tad  $p$ -līnija ir līkne, ar uz augšu virzītu konveksu pusi.

Skaidri redzams, ka tāda gadījumā  $f_c > f_a$  tikai ja

$$p_c > p_a.$$



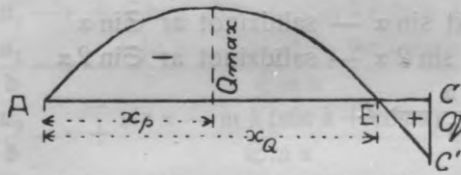
Pie lielāka iemūrēšanas garuma  $a$  var notikt, ka maksimālais negatīvs  $p$  lielāks par  $p_a$  (absolūti ņemot) un atrodas pa labi no A.

Ja  $f_c > f_a$ , tad arī  $f_c$  lielāks par laukuma  $f_a$  daļu, kas atrodas pa

labi no  $-p \text{ max.}$ ; tā tad  $p_c > |-p \text{ max.}|$ .

Ar ko pierādīts, ka  $p_c = p \text{ max. absol.}$

b. Šķērsspēka  $Q$  izmeklēšana.



$$Q_a = 0, Q_c = Q.$$

Pēc būtības ir skaidri, ka, ja mēs virzāmies no  $C$  uz  $A$ ,  $Q$  sākumā ir  $> 0$ , bet tālāk  $< 0$ ; tā tad ir viens punkts, kurā  $Q = 0$ .

Apzīmēsim tāda punkta abscisu ar  $x_Q$ ; attiecīgais  $\xi_Q$  aprēķināms no vienādojuma:

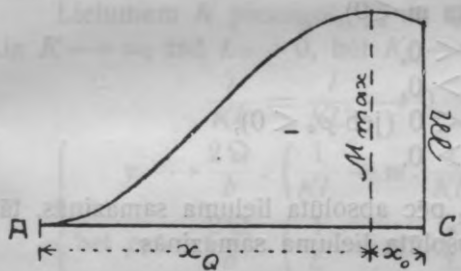
$$u_1 (\cos \xi_Q \sin \xi_Q + \sin \xi_Q \cos \xi_Q) + 2 u_2 (\sin \xi_Q \sin \xi_Q) = 0;$$

tā tad:

$$(17) \operatorname{ctg} \xi_Q + \operatorname{ctg} \xi_Q = -2 \frac{u_2}{u_1}.$$

—  $Q_{\max}$  ir tur, kur  $p = 0$ , t. i. kur  $\xi = \xi_p$ .

c. Lieces momenta  $M$  izmeklēšana.



$$M_a = 0, M_c = M.$$

$M_{\max}$  (absolūti ņemot) ir tur, kur  $Q = 0$ , t. i. kur  $\xi = \xi_Q$ , jeb atstatumā

$$(18) x_0 = a - x_Q \text{ pa kreisi no } C.$$

Mēs izdarīsim niecīgu kļūdu, ja pieņemsim, ka šķērsspēku diagrammā līnija  $EC'$  ir taisne; tad

$$(19) M_{\max} \approx M - \frac{Q \cdot x_0}{2} \quad (M \text{ ieliekams ar zīmi}).$$

3. a. Izmeklēšana pie mainīga iemūrēšanas gaļuma  $a$ .<sup>1)</sup>

Pie mainīga  $a$ , jeb  $\alpha$ , visi izmeklējamie lielumi mainās viļņveidīgi.

Lielumu  $y_c$  (jeb  $p_c$ ) un  $\operatorname{tg} \vartheta_c$  izmeklēšana.

Pie visiem lielumiem  $\alpha$ :

$$\sin \alpha > |\sin \alpha|,$$

tā tad lielumi  $a$ ,  $b$ ,  $c$  un  $d > 0$ , no kam izriet (ievērojot, ka  $m < 0$ ), ka katrā ziņā

$$y_c > 0 \text{ (jeb } p_c > 0),$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_c > 0.$$

<sup>1)</sup> H. 206.—207. lp.

Lielumam  $\alpha$  pieaugot,  $y_c$  (jeb  $p_c$ ) un  $\operatorname{tg} \vartheta_c$  samazinās.

Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ , tad var vēlā nelikt  $\sin \alpha$  — salīdzinot ar  $\operatorname{Sin} \alpha$   
un  $\sin 2\alpha$  — salīdzinot ar  $\operatorname{Sin} 2\alpha$

$$\text{un } \frac{\operatorname{Sin} 2\alpha}{\operatorname{Sin}^2 \alpha} \rightarrow 2.$$

Tā tad:

$$(20) \left\{ \begin{array}{l} y_c \rightarrow \frac{2\Omega}{bKL} \cdot (1 - m\lambda) ; p_c \rightarrow \frac{2\Omega}{bL} \cdot (1 - m\lambda); \\ \operatorname{tg} \vartheta_c \rightarrow \frac{2\Omega}{bKL^2} \cdot (1 - 2m\lambda); \end{array} \right.$$

t. i. arī pie bezgala liela iemūrēšanas garuma  $a$   $y_c$  un  $\operatorname{tg} \vartheta_c$  paliek  $> 0$ ;  
nav tāds iemūrēšanas garums, pie kura sija būtu pilnīgi iespiēta.

Lielumu  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) un  $\operatorname{tg} \vartheta_a$  izmeklēšana.

Ja  $\alpha$  ir mazs, tad (ievērojot, ka  $m < 0$ )

$$u_1 < 0,$$

$$u_2 > 0,$$

$$\text{tā tad } y_a < 0 \text{ (jeb } p_a < 0),$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_a > 0.$$

Lielumam  $\alpha$  pieaugot,  $u_1$  un  $u_2$  pēc absolūta lieluma samazinās, tā  
tad arī  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) un  $\operatorname{tg} \vartheta_a$  pēc absolūta lieluma samazinās.

$u_1 = 0$ , ja  $\alpha$  atbilst vienādojumam:

$$(21) \operatorname{Ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{m\lambda} \text{ (tuvēni var rakstīt: } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{m\lambda} - 1),$$

kas (pie  $m < 0$ ) pirmo reizi notiks trešā kvadrantā;  
tad  $y_a = 0$ .

$u_2 = 0$ , ja  $\alpha$  atbilst vienādojumam:

$$(22) \operatorname{Ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha = 2m\lambda \text{ (tuvēni var rakstīt: } \operatorname{ctg} \alpha = 1 - 2m\lambda),$$

kas pirmo reizi notiks otrā kvadrantā;  
tad  $\operatorname{tg} \vartheta_a = 0$ .

Pie  $\alpha$  tālākās pieaugšanas lielumiem  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) un  $\operatorname{tg} \vartheta_a$ , viņveidīgi  
mainoties, ir tendence samazināties.

Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ , tad:  $\frac{\operatorname{Cos} \alpha}{\operatorname{Sin} \alpha} \rightarrow 1$  un var vēlā nelikt  $\sin \alpha$ , salīdzinot ar  
 $\operatorname{Sin} \alpha$ , t. i. var pieņemt  $\delta = \operatorname{Sin}^2 \alpha$ ;

$$\left. \begin{aligned} u_1 &\rightarrow -\sin \alpha \cdot [(\sin \alpha - \cos \alpha) - 2m\lambda \sin \alpha] \\ u_2 &\rightarrow +\sin \alpha \cdot [\sin \alpha - m\lambda(\sin \alpha + \cos \alpha)] \end{aligned} \right\} \text{ pie kam } \sin \alpha \rightarrow \infty;$$

$$\frac{u_1}{\delta} \rightarrow -\frac{(\sin \alpha - \cos \alpha) - 2m\lambda \sin \alpha}{\sin \alpha} = 0,$$

$$\frac{u_2}{\delta} \rightarrow +\frac{\sin \alpha - m\lambda(\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin \alpha} = 0.$$

No kam izriet:  $y_a$  (jeb  $p_a$ )  $\rightarrow 0$  un  $\text{tg } \vartheta_a \rightarrow 0$ .

b. Izmeklēšana pie mainīga elastības koeficienta  $K$ .<sup>1)</sup>

Pie mainīga  $K$  arī visi izmeklējamie lielumi mainās viļņveidīgi. Ja  $K$  ir mazs, tad  $L$  ir liels un  $\alpha$  ir mazs: lielumam  $K$  pieaugot,  $L$  samazinās un  $\alpha$  palielinās.

Lielumu  $y_c$  (jeb  $p_c$ ) un  $\text{tg } \vartheta_c$  izmeklēšana.

Katrā ziņā ir  $y_c > 0$  (jeb  $p_c > 0$ ),  
 $\text{tg } \vartheta_c > 0$ .

Lielumam  $K$  pieaugot,  $y_c$  un  $\text{tg } \vartheta_c$  samazinās, bet  $p_c$  palielinās.

Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad  $L \rightarrow 0$ , bet  $KL \rightarrow \infty$  un arī  $KL^2 \rightarrow \infty$ ,  $KL^3 \rightarrow \infty$ ;

$$\frac{\lambda}{KL} = \frac{l}{KL^2} \rightarrow 0, \quad \frac{\lambda}{KL^2} = \frac{l}{KL^3} \rightarrow 0;$$

$$\left\{ \begin{aligned} y_c &\rightarrow \frac{2\Omega}{b} \cdot \left( \frac{1}{KL} - m \cdot \frac{\lambda}{KL} \right) \rightarrow 0, \\ \text{bet } p_c &\rightarrow \frac{2\Omega}{b} \cdot \left( \frac{1}{L} - m \cdot \frac{\lambda}{L} \right) \rightarrow +\infty \text{ (ievērojot, ka } m < 0); \\ \text{tg } \vartheta_c &\rightarrow \frac{2\Omega}{b} \cdot \left( \frac{1}{KL^2} - m \cdot \frac{\lambda}{KL^2} \right) \rightarrow 0. \end{aligned} \right.$$

Tikai praksē nesastopamā gadījumā  $K = \infty$  sija būs pilnīgi iespiēta.

Lielumu  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) un  $\text{tg } \vartheta_a$  izmeklēšana.

Lielumam  $K$  pieaugot,  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) un  $\text{tg } \vartheta_a$  ir tendence samazināties.

Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad  $L \rightarrow 0$ , bet  $L \cdot \sin \frac{a}{L} \rightarrow \infty$  un arī  $L^2 \cdot \sin \frac{a}{L} \rightarrow \infty$ ;  
tā tad:

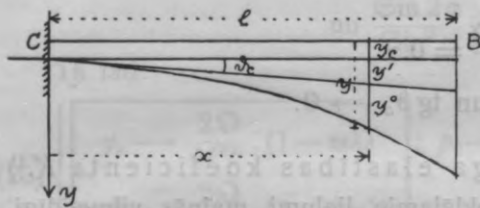
$$\left\{ \begin{aligned} y_a &\rightarrow -\frac{2\Omega}{b} \cdot \left[ (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot \frac{1}{KL \sin \alpha} - 2m \sin \alpha \cdot \frac{\lambda}{KL \sin \alpha} \right] \rightarrow 0, \\ p_a &\rightarrow \frac{2\Omega}{b} \cdot \left[ (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot \frac{1}{L \sin \alpha} - 2m \sin \alpha \cdot \frac{\lambda}{L \sin \alpha} \right] \rightarrow 0, \\ \text{tg } \vartheta_a &\rightarrow \frac{2\Omega}{b} \cdot \left[ \sin \alpha \cdot \frac{1}{KL^2 \sin \alpha} - m(\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot \frac{\lambda}{KL^2 \sin \alpha} \right] \rightarrow 0. \end{aligned} \right.$$

<sup>1)</sup> H. 206.—207. lp.



## II. Sijas brīvās daļas $CB$ izmeklēšana.

1. Sijas brīvās daļas elastiskās līnijas ordināta  $y$  (punktam ar abscisu  $x$ ) sastādās:



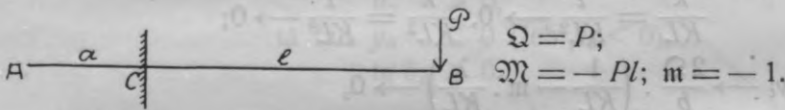
1) no viscaur vienmērīgas nosēdes  $y_c$ , 2) no nosēdes  $y'$ , pateicoties griešanai ap punktu A par leņķi  $\vartheta_c$ , un 3) no izliekuma  $y^0$ , kas atbilst punktā C pilnīgi iespīlētai sijai:

$$(23) \begin{cases} y = y_c + y' + y^0, \text{ kur } y' = x \operatorname{tg} \vartheta_c; \\ \operatorname{tg} \vartheta = \operatorname{tg} \vartheta_c + \operatorname{tg} \vartheta^0 \end{cases},$$

kur  $\operatorname{tg} \vartheta^0$  arī atbilst pilnīgi iespīlētai sijai.

2. Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad 
$$\begin{aligned} y &\rightarrow y^0, \\ \operatorname{tg} \vartheta &\rightarrow \operatorname{tg} \vartheta^0. \end{aligned}$$

b) Koncentrēta slodze brīvā gala.



### I. 1. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana:

$$(24) \begin{cases} u_1 = - [2\lambda (\operatorname{Sin} \alpha \sin \alpha) + (\operatorname{Cos} \alpha \sin \alpha - \operatorname{Sin} \alpha \cos \alpha)], \\ u_2 = + [\lambda (\operatorname{Cos} \alpha \sin \alpha + \operatorname{Sin} \alpha \cos \alpha) + (\operatorname{Sin} \alpha \sin \alpha)]. \end{cases}$$

$$(25) \begin{cases} y_c = \frac{P}{bKL} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot (2\lambda c + b); \quad p_c = Ky_c; \quad ^1) \\ \operatorname{tg} \vartheta_c = \frac{2P}{bKL^2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot (\lambda a + c). \quad ^2) \end{cases}$$

2. Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ :

$$(26) \begin{cases} y_c \rightarrow \frac{2P}{bKL} \cdot (\lambda + 1); \quad ^3) \\ \operatorname{tg} \vartheta_c \rightarrow \frac{2P}{bKL^2} \cdot (2\lambda + 1). \quad ^3) \end{cases}$$

<sup>1)</sup> H. 206. lp.

<sup>2)</sup> H. 204. lp.; H. dabū šos rezultātus, atrisinot 203. lp. 5 vienādojumus ar 5 nezināmiem lielumiem.

<sup>3)</sup> H. 204. lp.

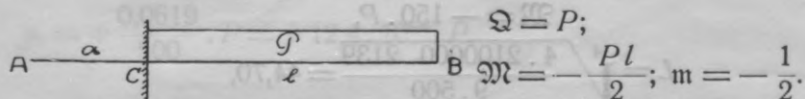
## II. Sijas brīvās daļas izmeklēšana:

$$(27) \begin{cases} y^0 = \frac{Px^2}{6EJ} \cdot (3l - x) = \frac{2P\xi^2}{3bKL} \cdot (3\lambda - \xi); \\ \text{un brīvā galā } B: y^0_{max} = \frac{Pl^3}{3EJ} = \frac{4}{3} \cdot \frac{P\lambda^3}{bKL}. \end{cases} \quad (33)$$

Tā tad ja  $\alpha \rightarrow \infty$ :

$$(28) \begin{cases} y \rightarrow \frac{2P}{bKL} \cdot \left[ \frac{\xi^2}{3} (3\lambda - \xi) + \xi(2\lambda + 1) + (\lambda + 1) \right], \\ y_{max} \rightarrow \frac{P}{bKL} \cdot \left[ \frac{4}{3} \lambda^3 + 4\lambda^2 + 4\lambda + 2 \right]. \end{cases} \quad (34)$$

c) Uz sijas brīvās daļas vienmērīgi sadalīts noslodzījums.



### I. 1. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana:

$$(29) \begin{cases} u_1 = - \left[ \lambda (\sin \alpha \sin \alpha) + (\cos \alpha \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha) \right], \\ u_2 = + \left[ \frac{\lambda}{2} (\cos \alpha \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha) + (\sin \alpha \sin \alpha) \right]. \end{cases}$$

$$(30) \begin{cases} y_c = \frac{P}{bKL} \cdot \frac{1}{b} \cdot (\lambda c + b); & p_c = Ky_c; \\ \operatorname{tg} \vartheta_c = \frac{P}{bKL^2} \cdot \frac{1}{b} \cdot (\lambda a + 2c). \end{cases}$$

2. Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ :

$$(31) \begin{cases} y_c \rightarrow \frac{P}{bKL} \cdot (\lambda + 2), \\ \operatorname{tg} \vartheta_c \rightarrow \frac{2P}{bKL^2} \cdot (\lambda + 1). \end{cases}$$

## II. Sijas brīvās daļas izmeklēšana:

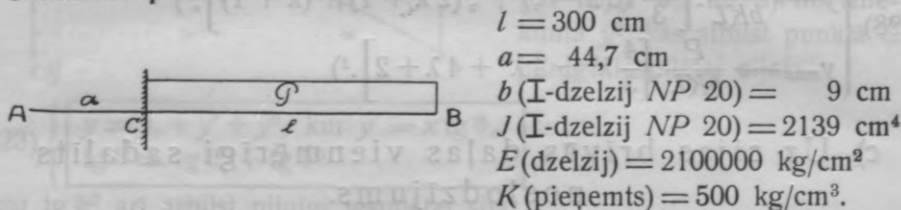
$$(32) \begin{cases} y^0 = \frac{Px^2}{24EJ} \cdot \left( 6l - 4x + \frac{x^2}{l} \right) = \frac{P\xi^2}{6bKL} \cdot \left( 6\lambda - 4\xi + \frac{\xi^2}{\lambda} \right); \\ y^0_{max} = \frac{Pl^3}{8EJ} = \frac{P\lambda^3}{2bKL}. \end{cases}$$

1) H. 204. lp.

Tā tad ja  $\alpha \rightarrow \infty$ :

$$(33) \begin{cases} y \rightarrow \frac{P}{bKL} \cdot \left[ \frac{\xi^2}{6} \left( 6\lambda - 4\xi + \frac{\xi^2}{\lambda} \right) + 2\xi(\lambda + 1) + (\lambda + 2) \right]; \\ y_{max} \rightarrow \frac{P}{bKL} \cdot \left[ \frac{\lambda^3}{2} + 2\lambda^2 + 3\lambda + 2 \right]. \end{cases}$$

Skaitlisks piemērs.



$$\mathfrak{M} = -150 \cdot P,$$

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 2100000 \cdot 2139}{9 \cdot 500}} = 44,70,$$

$$\lambda = \frac{300}{44,70} = 6,71,$$

$$\alpha = \frac{44,70}{44,70} = 1,00.$$

1. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana:

$$\begin{cases} \text{Cos } \alpha = 1,543, \\ \text{Sin } \alpha = 1,175, \\ \cos \alpha = 0,540, \\ \sin \alpha = 0,841; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Sin } \alpha \sin \alpha = 0,989, \\ \text{Cos } \alpha \sin \alpha + \text{Sin } \alpha \cos \alpha = 1,299 + 0,635 = 1,934, \\ \text{Cos } \alpha \sin \alpha - \text{Sin } \alpha \cos \alpha = 1,299 - 0,635 = 0,664. \end{cases}$$

Pēc vienādojumiem (29):

$$\begin{cases} u_1 = -(6,71 \cdot 0,989 + 0,664) = -7,30, \\ u_2 = 3,36 \cdot 1,934 + 0,989 = +7,48; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \text{Sin } 2\alpha + \sin 2\alpha = 3,627 + 0,909 = 4,536, \\ b = \text{Sin } 2\alpha - \sin 2\alpha = 3,627 - 0,909 = 2,718, \\ c = \text{Sin}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1,175^2 + 0,841^2 = 2,087, \\ d = \text{Sin}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1,175^2 - 0,841^2 = 0,675. \end{cases}$$

$p$ - jeb  $y$ -līnijas uzzīmēšana [pēc vienādojumiem (13), (14), (16) un (30)]:

$$p = \frac{2 \cdot P}{9 \cdot 44,70} \cdot \frac{1}{0,675} [-7,30 \cdot (\text{Cof } \xi \cos \xi) + 7,48 (\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi)]$$

$$= 5,53 \cdot 10^{-2} \cdot P \cdot [-0,976 \cdot (\text{Cof } \xi \cos \xi) + (\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi)].$$

$$p = 0 \text{ (jeb } y = 0), \text{ ja } \text{Ctg } \xi_p + \text{tg } \xi_p = 0,976,$$

$$\text{tam atbilst: } \xi_p = 0,487; x_p = 21,75 \text{ cm.}$$

$$p_a = -\frac{2 \cdot P}{9 \cdot 44,70} \cdot \frac{1}{0,675} \cdot 7,30 = -5,40 \cdot 10^{-2} \cdot P,$$

$$y_a = -\frac{0,054}{500} \cdot P = -10,8 \cdot 10^{-5} \cdot P,$$

$$p_c = +\frac{P}{9 \cdot 44,70} \cdot \frac{1}{0,675} \cdot (6,71 \cdot 2,087 + 2,718) = +6,19 \cdot 10^{-2} \cdot P,$$

$$y_c = +\frac{0,0619}{500} \cdot P = +12,4 \cdot 10^{-5} \cdot P.$$

$\text{tg } \vartheta_c$  noteikšana [pēc vienādojuma (30)]:

$$\text{tg } \vartheta_c = \frac{P}{9 \cdot 500 \cdot 44,70^2} \cdot \frac{1}{0,675} \cdot (6,71 \cdot 4,536 + 2 \cdot 2,087) = 5,72 \cdot 10^{-6} \cdot P.$$

$Q$ -līnijas uzzīmēšana [pēc vienādojumiem (13) un (17)]:

$$Q = P \cdot \frac{1}{0,675} \cdot [-7,30 \cdot (\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi) + 2,748 \cdot (\text{Sin } \xi \sin \xi)] =$$

$$= 10,82 \cdot P \cdot [-(\text{Cof } \xi \sin \xi + \text{Sin } \xi \cos \xi) + 2,05 (\text{Sin } \xi \sin \xi)].$$

$$Q = 0, \text{ ja } \text{Ctg } \xi_Q + \text{ctg } \xi_Q = 2,05,$$

$$\text{tam atbilst: } \xi_Q = 0,9588, x_Q = 42,86 \text{ cm;}$$

$$\xi_0 = 0,0412, x_0 = 1,84 \text{ cm.}$$

$$Q_{\max} \text{ (pie } \xi_p = 0,487) = 10,82 \cdot P \cdot [-(0,525 + 0,448) + 2,05 \cdot 0,237] =$$

$$= -5,26 \cdot P.$$

$M$ -līnijas uzzīmēšana [pēc vienādojumiem (13) un (19)]:

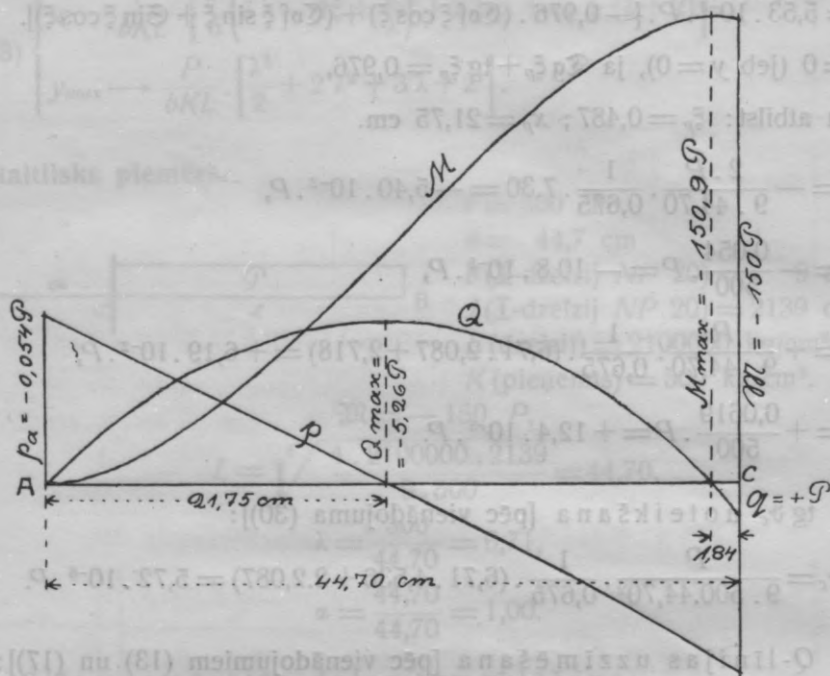
$$M = P \cdot 44,70 \cdot \frac{1}{0,675} \cdot [-7,30 \cdot (\text{Sin } \xi \sin \xi) + 7,48 \cdot (\text{Cof } \xi \sin \xi - \text{Sin } \xi \cos \xi)]$$

$$= 495 \cdot P \cdot [-0,98 \cdot (\text{Sin } \xi \sin \xi) + (\text{Cof } \xi \sin \xi - \text{Sin } \xi \cos \xi)];$$

$$M_{\max} \approx -\frac{P}{2} (l + x_0) = -\frac{P}{2} (300 + 1,84) = -150,9 \cdot P.$$



Klātpieliktā figurā  $p$ -,  $Q$ - un  $M$ -liknes iezīmētas.<sup>1)</sup>



2. Sijas brīvās daļas izmeklēšana [pēc vienādojumiem (23) un (32)]:

$$\begin{cases} y^0 = \frac{P \cdot \xi^2}{6 \cdot 9 \cdot 500 \cdot 44,70} \cdot \left( 6 \cdot 6,71 - 4\xi + \frac{\xi^2}{6,71} \right) = \\ = 10^{-5} \cdot P \cdot \xi^2 \cdot (3,34 - 0,356\xi + 0,01238\xi^2), \\ y' = 10^{-5} \cdot P \cdot 0,572 \cdot \xi \cdot 44,70 = 10^{-5} \cdot P \cdot 25,6\xi, \\ y = 10^{-5} \cdot P \cdot (12,4 + 25,6\xi + 3,34\xi^2 - 0,356\xi^3 + 0,01238\xi^4); \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^0_{max} = \frac{P}{2} \cdot \frac{6,71^3}{9 \cdot 500 \cdot 44,70} = 75,4 \cdot 10^{-5} \cdot P, \\ y'_{max} = 0,572 \cdot 300 = 172 \cdot 10^{-5} \cdot P, \\ y_{max} = (12,4 + 172 + 75,4) \cdot 10^{-5} \cdot P = 259,8 \cdot 10^{-5} \cdot P. \end{cases}$$

<sup>1)</sup> Salīdz. ar H. 178. lp.

## II. APRĒĶINS PĒC TUVĒNĀS METODES.

Kā no iepriekšējās figūras redzams,  $p$ -līkne (jeb  $y$ -līkne) tikai nēcīgi atšķirās no taisnes. Atšķirība jo mazāka, jo mazāks ir elastības koeficients  $K$ , salīdzinot ar  $E \times J$ .

Tuvēnā metode balstās uz pieņēmuma, ka iemūrētā daļa paliek pavisam taisna, t. i. ka šai daļai  $EJ = \infty$ .

### a) Patvaļīgs noslodzījums.

#### I. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana.

##### 1. a. Atbalstspiediena intensitātes $p$ izmeklēšana.

Spēkā ir pazīstamais vienādojums:

$$p = \frac{N}{F} + \frac{M}{J} \cdot v,$$

kas taisnstūra laukumam ar

$$F = ba,$$

$$J = \frac{ba^3}{12},$$

pieņem šādu veidu:

$$p = \frac{1}{ba} \left( N + \frac{12M}{a^2} \cdot v \right).$$

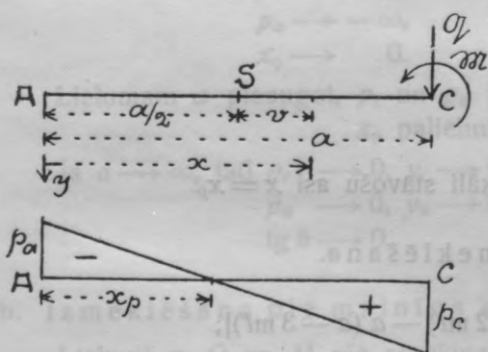
Mūsu gadījumā:

$$N = Q,$$

$$M = Q \cdot \frac{a}{2} - \mathfrak{M} = \frac{Q}{2} \cdot (a - 2ml),$$

kur  $\mathfrak{M}$  jeb  $m < 0$ ;

$$v = x - \frac{a}{2}.$$



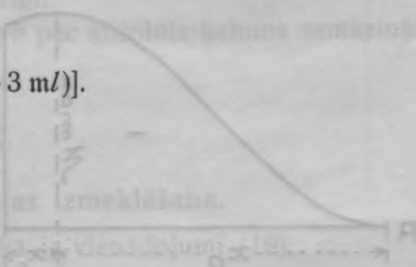
Tā tad:

$$(34) \quad p = \frac{2Q}{ba^3} \cdot [3x(a - 2ml) - a(a - 3ml)].$$

$p$ -līnija ir taisne.

$p = 0$ , pie

$$(35) \quad x_p = \frac{a}{3} \cdot \frac{a - 3ml}{a - 2ml}.$$



Ar  $x=0$  dabūjam:

$$(36) p_a = -\frac{2Q}{ba^2} \cdot (a - 3ml); \text{ pie } m < 0 \text{ katrā ziņā } p_a < 0;$$

un ar  $x=a$ :

$$(37) p_c = +\frac{2Q}{ba^2} \cdot (2a - 3ml); \text{ pie } m < 0 \text{ katrā ziņā } p_c > 0;$$

$$p_c - |p_a| = \frac{2Q}{ba} > 0; \text{ tā tad } p_c > |p_a|.$$

b. Šķērsspēka  $Q$  izmeklēšana:

$$(38) Q = b \int_0^x p dx = \frac{Qx}{a^3} \cdot [3x(a - 2ml) - 2a(a - 3ml)];$$



ja  $x=0$ , tad  $Q=0$ ;

ja  $x=a$ , tad  $Q=Q$ .

$$(39) x_Q = \frac{2}{3}a \cdot \frac{a - 3ml}{a - 2ml} = 2x_p.$$

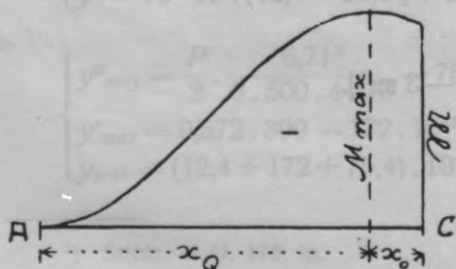
$Q_{max}$  dabūjam pie  $x = x_p$ :

$$(40) Q_{max} = -\frac{bp_a x_p}{2}.$$

$Q$ -līnija ir parabola ar vertikāli stāvošu asi  $x = x_p$ .

c. Lieces momenta  $M$  izmeklēšana.

$$(41) M = \int_0^x Q dx = \frac{Qx^2}{a^3} \cdot [x(a - 2ml) - a(a - 3ml)];$$



ja  $x=0$ , tad  $M=0$ ;

ja  $x=a$ , tad  $M=M$ .

$M_{max}$  dabūjam pie  $x = x_Q$ , jeb atstatumā

$$(42) \quad x_0 = a - x_Q = \frac{a^2}{3(a-2ml)} \quad \text{pa kreisi no } C;$$

$$(43) \quad M_{max} = \frac{2}{3} \cdot Q_{max} x_Q.$$

Mēs izdarām necīgu kļūdu, ja mēs pieņemam, ka šķērsspēku diagrammā līnija  $EC'$  ir taisne; tad

$$(44) \quad M_{max} \approx \mathfrak{M} - \frac{Qx_0}{2} \quad (\mathfrak{M} \text{ ieliekams ar zīmi}).$$

d. Elastiskās līnijas izmeklēšana:

$$(45) \quad \begin{cases} y = \frac{p}{K}, \\ \operatorname{tg} \vartheta = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{K} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{6Q}{ba^3K} \cdot (a-2ml) = \text{konst.} \end{cases}$$

2. a. Izmeklēšana pie mainīga iemūrēšanas garuma  $a$ .

Ja  $a \rightarrow 0$ , tad  $p_c \rightarrow +\infty$ ,

$p_a \rightarrow -\infty$ ,

$x_0 \rightarrow 0$ .

Lielumam  $a$  pieaugot,  $p_c$  un  $p_a$  pēc absolūta lieluma samazinās,  $x_0$  palielinās.

Ja  $a \rightarrow \infty$ , tad  $p_c \rightarrow 0$ ,  $y_c \rightarrow 0$ ;

$p_a \rightarrow 0$ ,  $y_a \rightarrow 0$ ;

$\operatorname{tg} \vartheta \rightarrow 0$ .

b. Izmeklēšana pie mainīga koeficienta  $K$ .

Lielumi  $p$ ,  $Q$  un  $M$  pie aprēķina pēc tuvenās metodes neatkarīgi no koeficienta  $K$ , bet  $y$  un  $\operatorname{tg} \vartheta$  atkarīgi.

Lielumam  $K$  pieaugot  $y_c$ ,  $y_a$  un  $\operatorname{tg} \vartheta$  pēc absolūta lieluma samazinās.

Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad  $y_c \rightarrow 0$ ,

$y_a \rightarrow 0$ ,

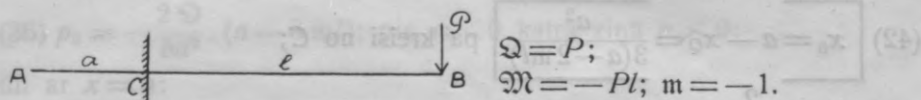
$\operatorname{tg} \vartheta \rightarrow 0$ .

## II. Sijas brīvās daļas izmeklēšana.

Brīvo daļu izmeklējot spēkā ir vienādojumi (19).



b) Koncentrēta slodze brīvā galā.



### I. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana:

$$(46) \begin{cases} p = \frac{2P}{ba^3} \cdot [3x(2l+a) - a(3l+a)], & ^1) \\ x_p = \frac{a}{3} \cdot \frac{3l+a}{2l+a}, & ^1) \\ p_c = + \frac{2P}{ba^2} \cdot (3l+2a), & ^1) \end{cases}$$

$$(47) \begin{cases} p_a = - \frac{2P}{ba^2} \cdot (3l+a); & ^1) \\ Q = \frac{Px}{a^3} \cdot [3x(2l+a) - 2a(3l+a)], \\ x_Q = \frac{2}{3} a \cdot \frac{3l+a}{2l+a}; & x_0 = \frac{a^3}{3(2l+a)}; \end{cases}$$

$$(48) M = \frac{Px}{a^3} \cdot [x(2l+a) - a(3l+a)];$$

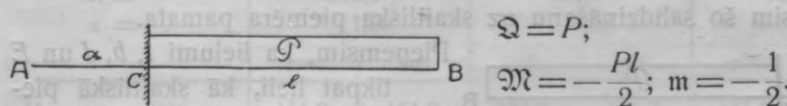
$$(49) \begin{cases} y = \frac{p}{K}, \\ \text{tg } \vartheta = \frac{6P}{ba^3K} \cdot (2l+a). \end{cases}$$

### II. Sijas brīvās daļas izmeklēšana:

$$(50) \begin{cases} y^0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{Px^2}{bKL^4} \cdot (3l-x), \\ y = \frac{2P}{ba^2K} \cdot \left[ (3l+2a) + 3 \frac{x}{a} (2l+a) + \frac{a^2x^2}{3L^4} (3l-x) \right], \\ y^0_{max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Pl^3}{bKL^4}, \\ y_{max} = \frac{4P}{baK} \cdot \left[ 1 + 3 \left( \frac{l}{a} + \frac{l^2}{a^2} \right) + \frac{al^3}{3L^4} \right]. \end{cases}$$

<sup>1)</sup> H. 205. lp.

c) Uz sijas visas brīvās daļas vienmērīgi sadalīts noslodzījums.



I. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana:

$$(51) \begin{cases} p = \frac{P}{ba^3} \cdot [6x(l+a) - a(3l+2a)], \\ x_p = \frac{a}{6} \cdot \frac{3l+2a}{l+a}, \end{cases}$$

$$p_c = + \frac{P}{ba^2} \cdot (3l+4a),$$

$$p_a = - \frac{P}{ba^2} (3l+2a);$$

$$(52) \begin{cases} Q = \frac{Px}{a^3} \cdot [3x(l+a) - a(3l+2a)], \\ x_Q = \frac{a}{3} \cdot \frac{3l+2a}{l+a}; \quad x_0 = \frac{a^2}{3(l+a)}; \end{cases}$$

$$(53) M = \frac{Px^2}{2a^3} \cdot [2x(l+a) - a(3l+2a)];$$

$$(54) \begin{cases} y = \frac{P}{K}, \end{cases}$$

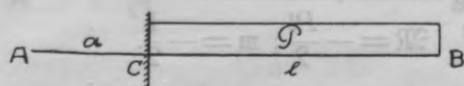
$$\text{tg } \vartheta = \frac{6P}{ba^3K} \cdot (l+a).$$

II. Sijas brīvās daļas izmeklēšana:

$$(55) \begin{cases} y^0 = \frac{Px^2}{6bKL^4} \cdot \left(6l - 4x + \frac{x^2}{l}\right), \\ y = \frac{P}{ba^2K} \cdot \left[ (3l+4a) + 6\frac{x}{a}(l+a) + \frac{a^2x^2}{6L^4} \left(6l - 4x + \frac{x^2}{l}\right) \right], \\ y^0_{max} = \frac{Pl^3}{2bKL^4}, \\ y_{max} = \frac{P}{baK} \cdot \left[ 4 + 3\left(3\frac{l}{a} + 2\frac{l^2}{a^2}\right) + \frac{al^3}{2L^4} \right]. \end{cases}$$

### III. TUVENĀS METODES UN PRĒCĪZĀS TEŌRIJAS APRĒĶINU SALĪDZINĀŠANA.

Izdarīsim šo salīdzināšanu uz skaitliska piemēra pamata.



Pieņemsim, ka lielumi  $l$ ,  $b$ ,  $J$  un  $E$  tikpat lieli, kā skaitliskā piemērā 338. lp.

Praktiski nozīmīgi ir šādi lielumi:

$$M_{max},$$

$$p_c = p \text{ max. absol.},$$

$y_c$  un  $\text{tg } \vartheta_c$ ; pēdējie divi ir nozīmīgi visos gadījumos, ja mums jāaprēķina sijas brīvās daļas elastiskā līnija.

Ievērojot vēl, ka  $y_c$  ir proporcionāls  $p_c$ , aprēķināsim tikai sekošus lielumus pēc precīzas teorijas un pēc tuvenas metodes:

$$M_{max} \text{ — pēc vienādojumiem (19) vai (44),}$$

$$p_c \text{ — pēc vienādojumiem (30) vai (51)}$$

$$\text{un } \text{tg } \vartheta_c \text{ — pēc vienādojumiem (30) vai (54).}$$

Šo aprēķināšanu izdarīsim:

1) pie  $K = \text{konst.} = 500 \text{ kg/cm}^3$

$$\text{un } \alpha = 0,75,$$

$$1,00,$$

$$1,75,$$

$$2,50;$$

2) pie  $a = \text{konst.} = 50 \text{ cm}$

$$\text{un } K = 319,4 \text{ (320),}$$

$$999,8 \text{ (1000),}$$

$$1991 \text{ (2000);}$$

( $K$  izvēlēts ar mazu atšķirību no apaļiem skaitļiem ar tādu aprēķinu, lai  $\alpha$  pieņem vērtības, kas atrodamas H. grāmatas tabulās).

Tabula aprēķināšanas rezultātiem.

1)  $K = 500 \text{ kg/cm}^3$  ( $L = 44,7 \text{ cm}$ ).

$\alpha =$	0,75		1,00		1,75		2,50		$\infty^1$
	33,5		44,7		78,2		112 cm		$\infty$
$a =$	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.	prēc.
$M_{max} = -P \times$	150,3	150,3	150,9	151,0	152,1	152,7	153,3	155,1	
$p_c = 10^{-2} P \times$	10,30	10,22	6,19	6,00	2,76	2,20	2,22	1,20	2,16
$\text{tg } \vartheta_c = 10^{-6} P \times$	12,25	11,78	5,72	5,15	2,06	1,05	1,74	0,39	0,86

1) Aprēķins pēc vienādojumiem (31).

2)  $a = 50$  cm.

$K =$ $\alpha =$	319,4		999,8		1991	
	1,00		1,33		1,58	
	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.
$M_{max} = -P \times$	151,2	151,2	151,2	151,2	151,0	151,2
$p_c = 10^{-2} P \times$	5,03	4,89	5,35	4,89	5,78	4,89
$tg \vartheta_c = 10^{-6} P \times$	6,48	5,88	2,52	1,88	1,58	0,943

No šiem rezultātiem ir redzams, ka, rēķinot pēc tuvenas metodes, mēs izdarām šādas procentuālas kļūdas, salīdzinot ar rēķināšanu pēc precīzas teorijas:

1)  $K = 500$  kg/cm<sup>3</sup>

Aprēķinātie lielumi	$\alpha =$	0,75	1,00	1,75	2,50
	$a =$	33,5	44,7	78,2	112,0 cm
$M_{max}$		+ ~ 0%	+ ~ 0%	+ ~ 0%	+ 1%
$p_c$ jeb $y_c$		- 0,8%	- 3%	- 20%	(- 46%)
$tg \vartheta_c$		- 3,8%	- 10%	- 49%	(- 77%)

Ja tuvenai aprēķināšanai ir pieņemts, ka  $\alpha \rightarrow \infty$  un ir lietoti vienādojumi (31), tad:

$p_c$ jeb $y_c$	- 2,2%
$tg \vartheta_c$	- 51%

2)  $a = 50$  cm.

Aprēķinātie lielumi	$K =$	320	1000	2000
	$\alpha =$	1,00	1,33	1,58
$M_{max}$		+ ~ 0%	+ ~ 0%	+ ~ 0%
$p_c$ jeb $y_c$		- 2,8%	- 12,3%	- 15,4%
$tg \vartheta_c$		- 9,3%	- 25,4%	- 46,6%

„+“ nozīmē, ka aprēķins pēc tuvenās metodes dod rezultātus, kas ir par lieliem, un „-“ nozīmē, ka aprēķins pēc tuvenās metodes dod rezultātus, kas ir par maziem.



## Slēdzieni.

1) Aprēķins pēc tuvenās metodes, pamatojoties uz pieņēmuma, ka iemūrētai sijas daļai  $EJ = \infty$ , salīdzinot ar aprēķinu pēc precīzās teorijas, dod

lielumam  $M_{max}$ , absolūti ņemot, — rezultātus, kas ir par lieliem, lielumiem  $p_c$ ,  $y_c$ ,  $tg \vartheta_c$  — rezultātus, kas ir par maziem.

2) Aprēķinot pēc tuvenās metodes „ $EJ = \infty$ “, rezultāti jo pareizāki, jo mazāks ir iemūrēšanas garums  $a$ , jeb jo mazāks ir elastības koeficients  $K$ .

3) Aprēķinot lielumu  $M_{max}$  pēc tuvenās metodes „ $EJ = \infty$ “, kļūda, ko mes izdarām, ir tik niecīga, ka tuvenās metodes lietošana šīnā gadījumā vienmēr pielaižama.

4) Tuvenās metodes „ $EJ = \infty$ “ lietošana, aprēķinot lielumus  $p_c$ ,  $y_c$  un  $tg \vartheta_c$ , pielaižama tikai pie samērā maza  $a$  jeb samērā maza  $K$ ; pie kam rezultāti lielumam  $p_c$  (jeb  $y_c$ ) ir vienmēr pareizāki, nekā lielumam  $tg \vartheta_c$ .

5) Tikko lielumu  $p_c$  (jeb  $y_c$ ) jeb  $tg \vartheta_c$  aprēķins pēc tuvenās metodes „ $EJ = \infty$ “ dod mazākus rezultātus, nekā aprēķins pēc tuvenās metodes „ $\alpha = \infty$ “ pēc vienādojumiem (20), tad jālieto pēdējā metode.

Norobežojamais lielums  $\alpha$ , pie kura aprēķins pēc vienas un otras metodes dod rezultātus vienādā lielumā, bet tanī pašā laikā arī viskļūdainākos, var tikt aprēķināts

$$(56) \begin{cases} \text{attiecībā uz } p_c \text{ (vai } y_c) \text{ no vienādojuma: } \frac{2\alpha - 3m\lambda}{\alpha^2} = 1 - m\lambda; \\ \text{un attiecībā uz } tg \vartheta_c \text{ no vienādojuma: } \frac{3(\alpha - 2m\lambda)}{\alpha^3} = 1 - 2m\lambda; \end{cases}$$

bet speciālā gadījumā — sijai ar vienmērīgi sadalītu noslodzījumu:

$$(56a) \begin{cases} \text{attiecībā uz } p_c \text{ (vai } y_c): \frac{3\lambda + 4\alpha}{\alpha^2} = \lambda + 2; \\ \text{un attiecībā uz } tg \vartheta_c: \frac{3(\lambda + \alpha)}{\alpha^3} = \lambda + 1. \end{cases}$$

6) Aprēķina pie tuvenās metodes „ $\alpha = \infty$ “, rezultāti jo pareizāki, jo lielāks faktiskais iemūrēšanas garums  $a$ .

7) Arī aprēķina pēc tuvenās metodes „ $\alpha = \infty$ “ rezultāti lielumiem  $p_c$  (jeb  $y_c$ ) ir vienmēr pareizāki, nekā lielumam  $tg \vartheta_c$ .

Kopā savelkot augšā minēto, var teikt:

I. Aprēķinot  $M_{max}$  un  $p_c$  sijas dimensionēšanai ir ieteicams:

1)  $M_{max}$  aprēķinā lietot tuveno metodi „ $EJ = \infty$ ”; bet kļūda nebūs arī liela, ja mēs vienkārši pieņemsim  $M_{max} = \mathfrak{M}$ ;

2)  $p_c$  aprēķinā lietot:

a) pie samērā maza iemūrēšanas garuma  $a$  – tuveno metodi „ $EJ = \infty$ ”,

bet b) pie samērā liela iemūrēšanas garuma  $a$  – tuveno metodi „ $\alpha = \infty$ ”.

II. Aprēķinot  $y_c$  un  $tg\vartheta_c$  sijas brīvās daļas elastiskās līnijas noteikšanai:

1) tikai pie ļoti maza iemūrēšanas garuma  $a$  ir ieteicams lietot tuveno metodi „ $EJ = \infty$ ”,

un 2) tikai pie ļoti liela iemūrēšanas garuma  $a$  ir ieteicams lietot tuveno metodi „ $\alpha = \infty$ ”,

bet 3) visos citos gadījumos, ja  $a$  ir tuvāk pie norobežojamā, jālieto precīzā teorija.

Visi vienādojumi, kas uz šā izmeklēšanas pamata izrādās derīgi praktiskai aprēķināšanai, ir apvilkti ar svītru.

## B. Abpusīgi iemūrēta sija.

### I. APRĒĶINS PĒC PRĒCIZĀS TEĒRIJAS.

a) Patvaļīgs simmetrisks vertikāls noslodzījums (un simmetriski izveidoti atbalsti).

Mēs atkal apskatīsim atsevišķi sijas iemūrēto daļu  $AC$  (jeb  $BD$ )



un brīvo daļu  $CD$ , iedomājoties, ka sija pie atbalstu malām  $C$  un  $D$  pārgriezta un šādos griezumos pielikts attiecīgais šķērsspēks  $Q$  un lieces moments  $M$  kā ārēji mēchaniski lielumi.

Simetrijas dēļ:  $Q$  kreisais =  $Q$  labam = pusei no noslodzījuma. Tāpat simetrijas dēļ:  $M$  kreisais =  $M$  labam.

#### I. Lieluma $M$ noteikšana.

Lieluma  $M$  noteikšanai varam uzstādīt elastības vienādojumu:

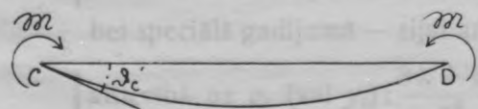
$$(57) \quad \operatorname{tg} \vartheta_c \text{ daļai } AC = \operatorname{tg} \vartheta_c \text{ daļai } CD.$$

Daļai  $AC$  spēkā ir vienādojums (15):

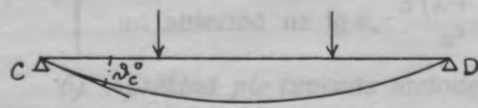
$$\operatorname{tg} \vartheta_c = \frac{2Q}{bKL^2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot (c - m\lambda a), \quad \text{kur } m = \frac{M}{Ql}.$$

Daļai  $CD$  varam rakstīt:

$$(58) \quad \operatorname{tg} \vartheta_c = \operatorname{tg} \vartheta_c' + \operatorname{tg} \vartheta_c^0, \quad \text{kur}$$



$\vartheta_c'$  ir izliekuma leņķis punktā  $C$ , tikai pateicoties momentiem  $M$ , kas abos galos pielikti sijas brīvai daļai  $CD$ ;



$\vartheta_c^0$  — leņķis tikai pateicoties dotam simmetriskajam noslodzījumam, kas pielikts sijai, brīvi gulošai punktos  $C$  un  $D$ .

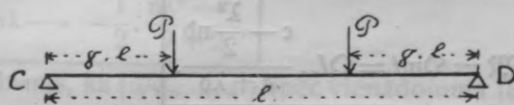
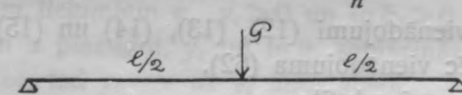
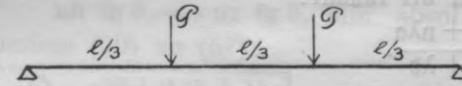
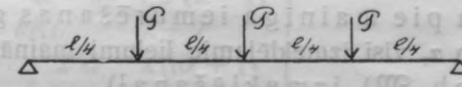
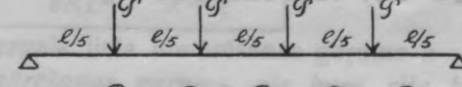
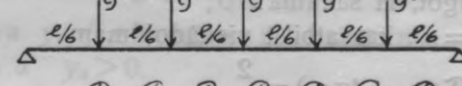
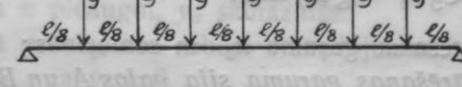
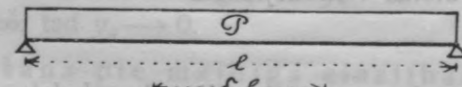
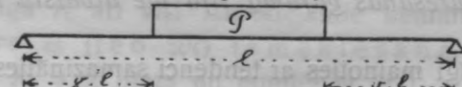
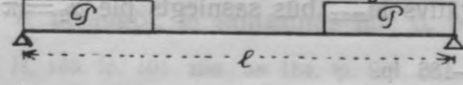
$$(59) \quad \operatorname{tg} \vartheta_c' = \frac{Ml}{2EJ} = \frac{2Qm\lambda^2}{bKL^2}.$$

Kas attiecas uz leņķi  $\vartheta_c^0$ , mēs varam pielīdzināt:

$$(60) \quad \operatorname{tg} \vartheta_c^0 = \frac{n \Omega \lambda^2}{bKL^2} \left( = \frac{n \Omega l^2}{4EJ} \right),$$

kur  $n$  ir koeficients bez dimensijas.

Tabula lielumiem  $\Omega$  un  $n$  atkarībā no dažādiem noslodzījuma veidiem.

Noslodzījuma veids	$\Omega = P \times$	$n =$
	1	$2\gamma(1-\gamma)$
$(n-1)$ slodzes à $P$ kg $n$ vienādos atstatumos $\frac{l}{n}$ cm	$\frac{n-1}{2}$	$\frac{n+1}{3n}$
$n=2$ 	0,5	$\frac{1}{2} = 0,500$
$n=3$ 	1	$\frac{4}{9} = 0,444$
$n=4$ 	1,5	$\frac{5}{12} = 0,417$
$n=5$ 	2	$\frac{2}{5} = 0,400$
$n=6$ 	2,5	$\frac{7}{18} = 0,389$
$n=8$ 	3,5	$\frac{3}{8} = 0,375$
	0,5	$\frac{1}{3} = 0,333$
	0,5	$\frac{3-\delta^2}{6}$
	1	$\frac{\gamma(3-2\gamma)}{3}$



Vienādojums (58) pieņem veidu:

$$(61) \quad \operatorname{tg} \vartheta_c = \frac{\Omega \lambda^2}{bKL^2} \cdot (n+2m).$$

Salīdzinot vienādojumus (15) un (61) uz vienādojuma (57) pamata, dabūjam:

$$\frac{2}{b} \cdot (c - m\lambda\alpha) = \lambda^2 (n+2m),$$

no kam izriet:

$$(62) \quad m\lambda = \frac{c - \frac{\lambda^2}{2}nb}{\alpha + \lambda b}; \quad \mathfrak{M} = \Omega m l = \Omega L \cdot \frac{c - \frac{\lambda^2}{2}nb}{\alpha + \lambda b}.$$

## II. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana.

1. Še arī spēkā vienādojumi (12), (13), (14) un (15); tikai  $m \cdot \lambda$  iepriekš aprēķināms pēc vienādojuma (62).

Lielumam  $\operatorname{tg} \vartheta_c$  var arī rakstīt:

$$(63) \quad \operatorname{tg} \vartheta_c = \frac{\Omega \lambda}{bKL^2} \cdot \frac{2c + n\lambda\alpha}{\alpha + \lambda b}.$$

2. a. Izmeklēšana pie mainīga iemūrēšanas gaŗuma  $a$ .

Pie mainīga  $a$ , jeb  $\alpha$ , visi izmeklējamie lielumi mainās viļņveidīgi.

Lieluma  $m$  (jeb  $\mathfrak{M}$ ) izmeklēšana<sup>1)</sup>.

Ja  $\alpha \rightarrow 0$ ,

tad  $m \rightarrow 0$ .

Lielumam  $\alpha$  pieaugot,  $m$  sākumā  $> 0$ ;

pozitīvs  $m_{max}$  ir, ja  $\alpha = \alpha_0$ , kas atbilst vienādojumam

$$(64) \quad n\lambda \mathfrak{E}g \alpha_0 \operatorname{tg} \alpha_0 - (\mathfrak{E}g \alpha_0 - \operatorname{tg} \alpha_0) = \frac{2}{\lambda}.$$

Sākot no šā iemūrēšanas gaŗuma  $a_0$   $m$  samazinās;

tikai sākot no šā iemūrēšanas gaŗuma sija galos  $A$  un  $B$  ir iespilēta.

$m = 0$ , ja  $\alpha = \alpha_1$ , kas atbilst vienādojumam

$$(65) \quad \left[ \frac{c}{b} \right]_{\alpha=\alpha_1} = \frac{n\lambda^2}{2}.$$

Tikai sākot no šā iemūrēšanas gaŗuma sija pie atbalstu malām  $C$  un  $D$  ir iespilēta.

Tālāk  $m$ , viļņveidīgi mainoties ar tendenci samazināties, paliek visu laiku  $< 0$ ; pirmais negatīvs  $m_{max}$  būs sasniegts pie  $\alpha_2 = \pi$ ;

1) Salīdz. ar H. 180.—186. lp.

$$(66) \begin{cases} a_2 = \pi L, \\ [m\lambda]_{a=a_2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{m\lambda^2 - 2}{\lambda + \frac{\sin 2\pi}{\sin^2 \pi}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{n\lambda^2 - 2}{\lambda + 2,007}. \end{cases}$$

Ja  $\alpha = \alpha_0 + \pi$ , tad būs sasniegts vai nu pirmais negatīvs  $m_{min}$ ,  
vai nu otrais pozitīvs  $m_{max}$ ,  
kas katrā ziņā jau mazāks par pirmo pozitīvo  $m_{max}$ .<sup>1)</sup>

Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ , tad  $m \rightarrow$  uz negatīvo  $m$  max. absol.:

$$(67) \quad m\lambda \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot \frac{n\lambda^2 - 2}{\lambda + 2}.$$

Redzams, ka  $[\mathfrak{M}]_{a_2 = \pi L}$  [pēc vienādojuma (66)] tikai niecīgi atšķiras  
no  $[\mathfrak{M}]_{a = \infty}$  [pēc vienādojuma (67)].

Lielumu  $y_c$  (jeb  $p_c$ ) un  $\text{tg } \vartheta_c$  izmeklēšana.

Pie visiem lielumiem  $\alpha$   $y_c > 0$  un  $\text{tg } \vartheta_c > 0$ .

Lielumam  $\alpha$  pieaugot,  $y_c$  un  $\text{tg } \vartheta_c$  samazinās.

Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ , tad  $y_c \rightarrow$  uz  $y_c$  min. absol.,

un  $\text{tg } \vartheta_c \rightarrow$  uz  $\text{tg } \vartheta_c$  min. absol.;

pēc vienādojumiem (20) un (67):

$$(68) \begin{cases} y_c \rightarrow \frac{\Omega}{bKL} \cdot \frac{n\lambda^2 + 2(\lambda + 1)}{\lambda + 2}, \\ \text{tg } \vartheta_c \rightarrow \frac{2\Omega}{bKL^2} \cdot \frac{\lambda(n\lambda + 1)}{\lambda + 2}, \end{cases}$$

t. i. arī pie bezgala liela iemūrēšanas gaŗuma  $a$   $y_c$  un  $\text{tg } \vartheta_c$  paliek  $> 0$ ;  
nav tāds iemūrēšanas gaŗums, pie kuŗa sija būtu pilnīgi iesplēta.

Lieluma  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) izmeklēšana.

Pie maza  $\alpha$   $y_a > 0$ .

Lielumam  $\alpha$  pieaugot,  $y_a$  samazinās.

$y_a = 0$ , ja  $\alpha = \alpha_0$ , kas atbilst vienādojumam (64); t. i.:

$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_{max}$ , ja  $y_a = 0$ .

Sākot no šā iemūrēšanas gaŗuma  $y_a < 0$ .

Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ , tad  $y_a \rightarrow 0$ .

b. Izmeklēšana pie mainīga elastības koeficienta  $K$ .

Pie mainīga  $K$  arī visi izmeklējamie lielumi mainās viļņveidīgi.

Lieluma  $m$  (jeb  $\mathfrak{M}$ ) izmeklēšana.

Pie maza  $K$ ,  $\alpha$  ir mazs un tādēļ  $m > 0$ .

Lielumam  $K$  pieaugot,  $m$  samazinās līdz 0, pēc tam  $< 0$ .

<sup>1)</sup> Salīdz. ar H. 188. lp. 101. zīm. un 184. lp. 99<sup>b</sup>. zīm.

Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad:

$$(69) \quad m \rightarrow \frac{1}{\frac{\lambda^2}{2} + 1} - \frac{n}{2} \rightarrow -\frac{n}{2}; \quad \mathfrak{M} \rightarrow -\frac{\mathfrak{Q}n l}{2}.$$

Lielumu  $y_c$  (jeb  $p_c$ ),  $\text{tg } \vartheta_c$  un  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) izmeklēšana.

Še spēkā ir viss, kas 7. lp. izvests vienpusīgi iemūrētai sijai.

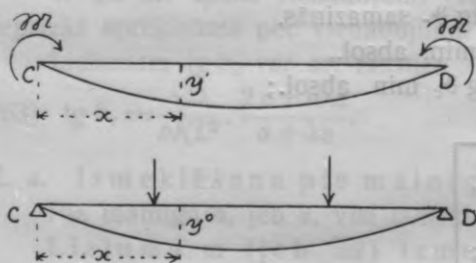
Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad  $y_c \rightarrow 0$ ; ( $p_c \rightarrow \infty$ );

$$\text{tg } \vartheta_c \rightarrow 0;$$

tikai praksē nesastopamā gadījumā  $K = \infty$  sija būs pilnīgi iespiļēta.

### III. Sijas brīvās daļas $CD$ izmeklēšana.

Sijas brīvās daļas elastiskās līnijas ordināta  $y$  (punktam ar abscisu  $x$ ) sastādās:



- 1) no viscauri vienmērīgas nosēdes  $y_c$ ;
- 2) no izliekuma  $y'$ , pateicoties momentiem  $\mathfrak{M}$ , kas abos galos pielikti sijas brīvai daļai, un
- 3) no izliekuma  $y^0$ , pateicoties simmetriskajam noslodzījumam, kas pielikts sijai, brīvi gulošai punktos  $C$  un  $D$ .

$$(70) \quad \begin{cases} y = y_c + y' + y^0, \\ \text{kur } y' = \frac{\mathfrak{M}}{2EJ} \cdot x(l-x) = \frac{2\mathfrak{Q}m\lambda}{bKL} \cdot \xi(\lambda - \xi). \end{cases}$$

$y_{max}$  būs vidū:

$$(71) \quad \begin{cases} y_{max} = y_c + y'_{max} + y^0_{max}, \\ \text{kur } y'_{max} = \frac{\mathfrak{M}l^2}{8EJ} = \frac{2\mathfrak{Q}m\lambda^3}{2bKL}. \end{cases}$$

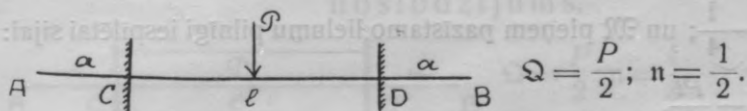
Izliekuma leņķis  $\vartheta$  sastādās:

- 1) no izliekuma leņķa  $\vartheta'$  pateicoties momentiem  $\mathfrak{M}$  un
- 2) no izliekuma leņķa  $\vartheta^0$  pateicoties simmetriskajam noslodzījumam:

$$(72) \quad \begin{cases} \text{tg } \vartheta = \text{tg } \vartheta' + \text{tg } \vartheta^0, \\ \text{kur } \text{tg } \vartheta' = \frac{\mathfrak{M}}{2EJ} \cdot (l-2x) = \frac{2\mathfrak{Q}m\lambda}{bKL^2} \cdot (\lambda - 2\xi). \end{cases}$$

Ar  $\xi = 0$  dabūjam vienādojumus (58) un (59).

b) Viena koncentrēta slodze vidū.



I. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana.

$$(73) \quad m\lambda = \frac{c - \frac{\lambda^2}{4} b}{a + \lambda b}; \quad \mathfrak{M} = \frac{P}{2} m l. ^1)$$

Iemūrēšanas gaņums  $a_0$ , pie kuŗa pozitīvs  $\mathfrak{M}$  būs vislielākais un  $y_a = 0$ , aprēķināms no vienādojuma:

$$(74) \quad \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{2}{\lambda}; \quad a_0 = \alpha_0 L. ^2)$$

$\mathfrak{M} = 0$  pie iemūrēšanas gaņuma  $a_1$ , kas aprēķināms no vienādojuma

$$(75) \quad \left[ \frac{c}{b} \right]_{\alpha = \alpha_1} = \frac{\lambda^2}{4}. ^3)$$

Ja  $a = a_2 = \pi L$ , tad būs sasniegts pirmais negatīvs  $\mathfrak{M}_{max}$ .

Sijai, kas noslodzīta ar vienu koncentrētu slodzi vidū, šis iemūrēšanas gaņums var tikt nosaukts par praktisko.

Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ , tad:

$$(76) \quad \left\{ \begin{array}{l} m\lambda \rightarrow -\frac{\lambda-2}{4}; \quad \mathfrak{M} \rightarrow -\frac{PL}{8} \cdot (\lambda-2); ^4) \\ p_c \rightarrow \frac{P}{4bL} \cdot (\lambda+2); ^5) \\ \operatorname{tg} \vartheta_c \rightarrow \frac{P\lambda}{2bKL^2}. ^6) \end{array} \right.$$

<sup>1)</sup> Ieliekot vienādojumos (15)  $m \cdot \lambda$  vietā izteiksmi (73), mēs  $y_c$  un  $\operatorname{tg} \vartheta_c$  dabūjam tādā veidā, kā H. 177. un 180. lp.; H. dabū šos rezultātus, atrisinot 175.—176. lp. 6 vienādojumus ar 6 nezināmiem lielumiem.

<sup>2)</sup> H. 181., 185. lp.

<sup>3)</sup> H. 182. lp.

<sup>4)</sup> H. 179., 195. lp.

<sup>5)</sup> H. 195. lp.

<sup>6)</sup> H. 193., 195. lp.



Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad:

$$(77) \begin{cases} m \rightarrow -\frac{1}{4}; \text{ un } \mathfrak{M} \text{ pieņem pazīstamo lielumu pilnīgi iespīlētai sijai:} \\ \mathfrak{M} \rightarrow -\frac{Pl}{8}. \end{cases}$$

$[\mathfrak{M}]_{\alpha=\infty}$  atšķiras no  $[\mathfrak{M}]_{K=\infty}$  tādā veidā, ka  $l$  vietā jāņem  $l' = l \cdot \frac{\lambda-2}{\lambda}$ ; šo lielumu H. nosauc par „atvietojošu spraugu“.<sup>1)</sup>

## II. Sijas brīvās daļas izmeklēšana.

$$(78) \begin{cases} y^0 = \frac{Px}{48EJ} \cdot (3l^2 - 4x^2) = \frac{P\xi}{12bKL} \cdot (3\lambda^2 - 4\xi^2), \\ \text{Sijas vidū: } y^0_{max} = \frac{Pl^3}{48EJ} = \frac{P\lambda^3}{12bKL}. \end{cases}$$

Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ , tad:

$$(79) \begin{cases} y' \rightarrow -\frac{P\xi}{4bKL} \cdot (\lambda - 2)(\lambda - \xi), \\ \text{Sijas vidū: } y'_{max} \rightarrow \frac{P\lambda^2}{16bKL} \cdot (\lambda - 2). \\ \text{Tā tad:} \\ y_{max} \rightarrow \frac{P}{8bKL} \cdot \left(\frac{\lambda^3}{6} + \lambda^2 + 2\lambda + 4\right)^2. \end{cases}$$

$$(80) \begin{cases} M=0 \text{ astatumā } x_0 \text{ no atbalsta malas: } x_0 \rightarrow \frac{L}{4} \cdot (\lambda - 2)^3, \\ \text{Sijas vidū: } M_{max} \rightarrow \frac{PL}{8} (\lambda + 2). \end{cases}$$

Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad lielumiem  $y_{max}$ ,  $x_0$  un  $M_{max}$  dabūjam pazīstamās izteiksmes:

$$(81) y_{max} \rightarrow \frac{Pl^3}{192EJ},$$

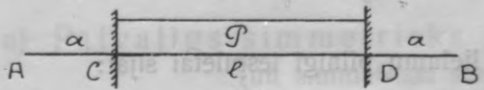
$$(82) \begin{cases} x_0 \rightarrow \frac{l}{4}, \\ M_{max} \rightarrow +\frac{Pl}{8}. \end{cases}$$

<sup>1)</sup> H. 196. lp.

<sup>2)</sup> H. 179., 195. lp.

<sup>3)</sup> H. 179., 195. lp.

c) Uz sijas visas brīvās daļas vienmērīgi sadalīts noslodzījums.



$$\Omega = \frac{P}{2}; n = \frac{1}{3}. \quad (83)$$

### I. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana.

$$(83) \quad m\lambda = \frac{c - \frac{\lambda^2}{6}d}{a + \lambda d}; \quad \mathfrak{M} = \frac{P}{2}ml.$$

Iemūrēšanas gaņums  $a_0$ , pie kuŗa pozitīvs  $\mathfrak{M}$  būs vislielākais un  $y_a = 0$ , aprēķināms no vienādojuma:

$$(84) \quad \frac{\lambda}{3} \cdot \mathfrak{S}g \alpha_0 \operatorname{tg} \alpha_0 - (\mathfrak{S}g \alpha_0 - \operatorname{tg} \alpha_0) = \frac{2}{\lambda}. \quad (88)$$

$\mathfrak{M} = 0$ , ja

$$(85) \quad \left[ \frac{c}{d} \right]_{a=\alpha_1} = \frac{\lambda^2}{6}.$$

Sijai, kas noslodzīta ar vienmērīgi sadalītu noslodzījumu, praktiskais iemūrēšanas gaņums būs, ja  $|M_{max}|$  iemūrētai daļai  $= M_{max}$  brīvai daļai;

$$|M_{max}| \text{ iemūrētai daļai} \approx |\mathfrak{M}|,$$

$$M_{max} \text{ brīvai daļai} = \frac{Pl}{8} - |\mathfrak{M}|.$$

Tā tad pie praktiska iemūrēšanas gaņuma:  $\frac{Pl}{16} = |\mathfrak{M}|$ , jeb  $m = -\frac{1}{8}$ , un attiecīgais  $\alpha$  aprēķināms no vienādojuma:

$$(86) \quad \frac{a\lambda + 8c}{d} = \frac{\lambda^2}{3}.$$

Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ , tad:

$$(87) \quad \left\{ \begin{array}{l} m\lambda \rightarrow -\frac{\mu}{6}, \text{ kur } \mu = \frac{\lambda^2 - 6}{\lambda + 2}; \\ \mathfrak{M} \rightarrow -\frac{Pl}{12} \cdot \mu; \\ p_c \rightarrow \frac{P}{6bL} \cdot (\mu + 6); \\ \operatorname{tg} \vartheta_c \rightarrow \frac{P}{3bKL^2} \cdot (\mu + 3) = \frac{P\lambda}{3bKL^2} \cdot \frac{\lambda + 3}{\lambda + 2}. \end{array} \right.$$

Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad:

$$(88) \begin{cases} m \rightarrow -\frac{1}{6}; \\ \text{un } \mathfrak{M} \text{ pieņem pazīstamo lielumu pilnīgi iespīlētai sijai:} \\ \mathfrak{M} \rightarrow -\frac{Pl}{12}. \end{cases}$$

„Atvietojoša sprauga“:  $l' = l \cdot \frac{\mu}{\lambda}$ .

## II. Sijas brīvās daļas izmeklēšana.

$$(89) \begin{cases} y^0 = \frac{P}{24 EJ} \cdot \frac{x}{l} \cdot (l^3 - 2lx^2 + x^3) = \frac{P}{6 bKL} \cdot \frac{\xi}{\lambda} \cdot (\lambda^3 - 2\lambda\xi^2 + \xi^3). \\ \text{Sijas vidū: } y^0_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{Pl^3}{EJ} = \frac{5}{96} \cdot \frac{Pl^3}{bKL}. \end{cases}$$

Ja  $\alpha \rightarrow \infty$ , tad

$$(90) \begin{cases} y' \rightarrow -\frac{P\mu}{6 bKL} \cdot \xi (\lambda - \xi). \\ \text{Sijas vidū: } y'_{max} \rightarrow -\frac{P\mu\lambda^2}{24 bKL}. \\ \text{Tā tad:} \\ y_{max} \rightarrow \frac{P}{24 bKL} \cdot \left[ \frac{5}{4} \lambda^3 - \mu(\lambda^2 - 4) + 24 \right]. \end{cases}$$

$$(91) M_{max} \rightarrow \frac{Pl}{24} \cdot (3\lambda - 2\mu).$$

Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad lielumiem  $y_{max}$  un  $M_{max}$  dabūjam pazīstamās izteiksmes:

$$(92) y_{max} \rightarrow \frac{1}{384} \cdot \frac{Pl^3}{EJ},$$

$$(93) M_{max} \rightarrow +\frac{Pl}{24}.$$

## II. APRĒĶINS PĒC TUVENĀS METODES.

Pieņemsim, ka iemūrētai daļai  $E \times J = \infty$ .

- a) Patvaļīgs simmetrisks vertikāls noslodzījums (un simmetriski izveidoti atbalsti).

I. Lieluma  $m$  (jeb  $\mathfrak{M}$ ) noteikšana.

Pēc vienādojuma (45) sijas iemūrētai daļai:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{6 \Omega}{ba^3 K} \cdot (a - 2ml) = \text{konst.}$$

un pēc vienādojuma (61) sijas brīvai daļai:

$$\operatorname{tg} \vartheta_c = \frac{\Omega l^2}{bKL^4} \cdot (n + 2m);$$

bet  $\operatorname{tg} \vartheta$  iemūrētai daļai =  $\operatorname{tg} \vartheta_c$  brīvai daļai; no kā izriet, ka:

$$(94) \quad ml = \frac{a}{2} \cdot \frac{6L^4 - na^2 l^2}{6L^4 + a^3 l} = \frac{a}{2} \cdot \frac{6 - na^2 \lambda^2}{6 + a^3 \lambda} = \frac{a}{2} \cdot \frac{24EJ - nba^2 l^2 K}{24EJ + ba^3 l K}; \mathfrak{M} = \Omega ml.$$

## II. Sijas iemūrētās daļas izmeklēšana.

1. Še arī spēkā vienādojumi (34) līdz (45), tikai  $m \cdot l$  iepriekš aprēķināms pēc vienādojuma (94).

Lielumam  $\operatorname{tg} \vartheta$  var arī rakstīt:

$$(95) \quad \operatorname{tg} \vartheta = \frac{6 \Omega l}{bK} \cdot \frac{a + nl}{6L^4 + a^3 l} = 6 \Omega l \cdot \frac{a + nl}{24EJ + ba^3 l K}.$$

2. a. Izmeklēšana pie mainīga iemūrēšanas gaŗuma  $a$ .

Lieluma  $m$  (jeb  $\mathfrak{M}$ ) izmeklēšana.

Ja  $a \rightarrow 0$ , tad  $m \rightarrow 0$ .

Lielumam  $a$  pieaugot,  $m$  sākumā  $> 0$ ; pozitīvs  $m_{\max}$  ir, ja  $a = a_0$ , kas atbilst vienādojumam:

$$(96) \quad \alpha_0^2 (2\alpha_0 + 3n\lambda) = \frac{6}{\lambda}; \quad \alpha_0 = \alpha_0 L.$$

Sākot no iemūrēšanas gaŗuma  $a_0$   $m$  samazinās;  $m = 0$ , ja  $a = a_1$ , kas atbilst vienādojumam:

$$(97) \quad \alpha_1 = \frac{1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{6}{n}}; \quad a_1 = \alpha_1 L.$$

Sākot no šā iemūrēšanas gaŗuma  $m < 0$ .

Ja  $a \rightarrow \infty$ , tad  $m \rightarrow -\frac{n}{2}$ .



Lielumu  $y_c$  (jeb  $p_c$ ) un  $\operatorname{tg} \vartheta$  izmeklēšana.

Ja  $a \rightarrow 0$ , tad  $y_c \rightarrow \infty$ ,  $p_c \rightarrow \infty$ ,  $\operatorname{tg} \vartheta \rightarrow \frac{n\Omega l^2}{bKL^4} = \operatorname{tg} \vartheta^0$ .

Lielumam  $a$  pieaugot,  $y_c$  (jeb  $p_c$ ) samazinās, bet vienmēr  $\geq 0$ , tamdēļ ka vienmēr  $2a - 3ml \geq 0$ .

Pierādījums:

ja būtu  $2a - 3ml < 0$ , jeb  $2a - \frac{3}{2}a \cdot \frac{6L^4 - na^2l^2}{6L^4 + a^3l} < 0$ , tad  $\frac{6L^4 - na^2l^2}{6L^4 + a^3l} > 1^{1/4}$ , kas nevar būt, tamdēļ ka vienmēr  $\frac{6L^4 - na^2l^2}{6L^4 + a^3l} < 1$ .

Ja  $a \rightarrow \infty$ , tad  $y_c \rightarrow 0$ ,  $p_c \rightarrow 0$ ,  $\operatorname{tg} \vartheta \rightarrow 0$ .

Lieluma  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) izmeklēšana.

Ja  $a \rightarrow 0$ , tad  $y_a \rightarrow \infty$ ,  $p_a \rightarrow \infty$ .

Lielumam  $a$  pieaugot,  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) sākumā  $> 0$ ;  $y_a$  (jeb  $p_a$ ) = 0, ja  $a = a_0$ , kas atbilst vienādojumam (96); t. i.  $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_{max}$ , ja  $y_a = 0$ .

Sākot no šā iemūrēšanas gaŗuma,  $y_a < 0$ .

Ja  $a \rightarrow \infty$ , tad  $y_a \rightarrow 0$ ,  $p_a \rightarrow 0$ .

b. Izmeklēšana pie mainīga elastības koeficienta  $K$ .

Tā kā abpusīgi iemūrētai sijai  $m$  (jeb  $M$ ) atkarīgs no  $K$ , tad arī ne tikai lielumi  $y$  un  $\operatorname{tg} \vartheta$ , bet arī lielums  $p$  atkarīgs no  $K$ .

Lieluma  $m$  (jeb  $\mathfrak{M}$ ) izmeklēšana.

Ja  $K \rightarrow 0$ , tad  $L \rightarrow \infty$ ; tā tad  $m \rightarrow \frac{a}{2l}$ ,  $\mathfrak{M} \rightarrow \frac{\Omega a}{2}$ .

Lielumam  $K$  pieaugot, sākumā  $m > 0$ , pie kam pats samazinās;  $m = 0$ , ja

$$(98) \quad K = \frac{24 EJ}{nba^2l^2}.$$

Sākot no šāda lieluma  $K$ ,  $m < 0$ .

Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad  $L \rightarrow 0$ ; tā tad

(99)  $m \rightarrow -\frac{n}{2}$  (tāpat kā pēc precīzās teorijas); tas ir tas pats, kas augšā atrasts gadījumā, ja  $a \rightarrow \infty$ .

Lielumu  $p_c$ ,  $y_c$  un  $\operatorname{tg} \vartheta$  izmeklēšana.

Ja  $K \rightarrow 0$ , tad  $p_c \rightarrow \frac{\Omega}{ba}$ , bet  $y_c \rightarrow \infty$ ;  $\operatorname{tg} \vartheta \rightarrow \frac{\Omega l}{4EJ} \cdot (a + nl)$ .

Lielumam  $K$  pieaugot,  $y_c$  un  $\operatorname{tg} \vartheta$  samazinās, bet  $p_c$  palielinās.

Ja  $K = \frac{24 EJ}{nba^2l^2}$ , pie kuŗa  $m = 0$ , tad  $p_c = \frac{4\Omega}{ba}$ ;  $y_c = \frac{4\Omega}{baK}$ ;  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{6\Omega}{ba^2K}$ .

Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad  $y_c$  un  $\operatorname{tg} \vartheta \rightarrow 0$ ;

$$(100) \quad p_c \rightarrow \frac{\Omega}{ba^2} \cdot (4a + 3nl).$$

Lielumu  $p_a$  un  $y_a$  izmeklēšana.

Ja  $K \rightarrow 0$ , tad  $p_a \rightarrow \frac{\Omega}{ba}$ , t. i.  $p_a = p_c$ , t. i. atbalstspiediens sadalās vienmērīgi uz atbalstlaukumu.

Bet  $y_a \rightarrow \infty$ .

Lielumam  $K$  pieaugot,  $p_a$  (jeb  $y_a$ ) sākumā  $> 0$ , pie kam pats samazinās;

$p_a$  (jeb  $y_a$ ) = 0, ja

$$(101) K = \frac{24 EJ}{ba^2 l (2a + 3nl)}$$

Sākot no šāda lieluma  $K$ ,  $p_a$  (jeb  $y_a$ )  $< 0$ .

$$\text{Ja } K = \frac{24 EJ}{nba^2 l^2}, \text{ pie kuŗa } m = 0, \text{ tad } p_a = -\frac{2\Omega}{ba}, y_a = -\frac{2\Omega}{baK},$$

$$\text{t. i. } |p_a| = \frac{p_c}{2}, |y_a| = \frac{y_c}{2}.$$

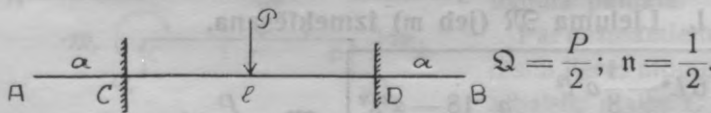
Ja  $K \rightarrow \infty$ , tad  $y_a \rightarrow 0$ ;

$$(102) p_a \rightarrow -\frac{\Omega}{ba^2} \cdot (2a + 3nl).$$

### III. Sijas brīvās daļas izmeklēšana.

Brīvo daļu izmeklējot spēkā ir vienādojumi (70) līdz (72).

b) Viena koncentrēta slodze vidū.



#### I. Lieluma $\mathfrak{M}$ (jeb $m$ ) izmeklēšana.

$$(103) m l = \frac{a}{2} \cdot \frac{6L^4 - \frac{1}{2}a^2 l}{6L^4 + a^3 l} = \frac{a}{4} \cdot \frac{12 - \alpha^2 \lambda^2}{6 + \alpha^3 \lambda}; \mathfrak{M} = \frac{P}{2} m l.$$

Iemūrēšanas gaŗums  $a_0$ , pie kuŗa pozitīvs  $\mathfrak{M}$  būs vislielākais (un  $y_a = 0$ ), aprēķināms no vienādojuma:

$$(104) \alpha_0^2 (4\alpha_0 + 3\lambda) = \frac{12}{\lambda}; \alpha_0 = \alpha_0 L.$$

$$\mathfrak{M} = 0, \text{ ja} \\ (105) \alpha_1 = \frac{2\sqrt{3}}{\lambda}.$$

Kā gadījumā  $a \rightarrow \infty$ , tā arī gadījumā  $K \rightarrow \infty$  dabūjam:

$$\left. \begin{array}{l} m \rightarrow -\frac{1}{4} \\ \mathfrak{M} \rightarrow -\frac{Pl}{8} \end{array} \right\} \text{— kas atbilst vienādojumam (77).}$$

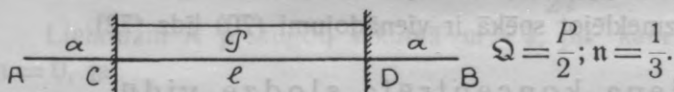
## II. Sijas brīvās daļas izmeklēšana.

Kā gadījumā  $a \rightarrow \infty$ , tā arī gadījumā  $K \rightarrow \infty$  dabūjam:

$$y_{max} \rightarrow \frac{Pl^3}{192 EJ} \text{— kas atbilst vienādojumam (81);}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_0 \rightarrow \frac{l}{4} \\ M_{max} \rightarrow \frac{Pl}{8} \end{array} \right\} \text{— kas atbilst vienādojumam (82).}$$

c) Uz sijas visas brīvās daļas vienmērīgi sadalīts noslodzījums.



### I. Lieluma $\mathfrak{M}$ (jeb $m$ ) izmeklēšana.

$$(106) \quad ml = \frac{a}{2} \cdot \frac{6L^4 - \frac{1}{3}a^2l^2}{6L^4 + a^3l} = \frac{a}{6} \cdot \frac{18 - \alpha^2\lambda^2}{6 + \alpha^3\lambda}; \quad \mathfrak{M} = \frac{P}{2} ml.$$

Iemūrēšanas gaņums  $a_0$ , pie kuŗa pozitīvs  $\mathfrak{M}$  būs vislielākais (un  $y_a = 0$ ), aprēķināms no vienādojuma:

$$(107) \quad \alpha_0^2 (2\alpha_0 + \lambda) = \frac{6}{\lambda}; \quad a_0 = \alpha_0 L.$$

$\mathfrak{M} = 0$ , ja

$$(108) \alpha_7 = \frac{\sqrt{2}}{\lambda}.$$

Praktiskais iemūrēšanas gaņums  $a$  (salīdz. 357. lp.) ir aprēķināms no vienādojuma:

$$(109) \quad \boxed{\frac{\alpha^3}{\lambda + 4\alpha} = \frac{18}{\lambda^2}}$$

Kā gadījumā  $a \rightarrow \infty$ , tā arī gadījumā  $K \rightarrow \infty$  dabūjam:

$$\left. \begin{aligned} m &\rightarrow -\frac{1}{6} \\ \mathfrak{M} &\rightarrow -\frac{Pl}{12} \end{aligned} \right\} \text{— kas atbilst vienādojumam (88).}$$

## II. Sijas brīvās daļas izmeklēšana.

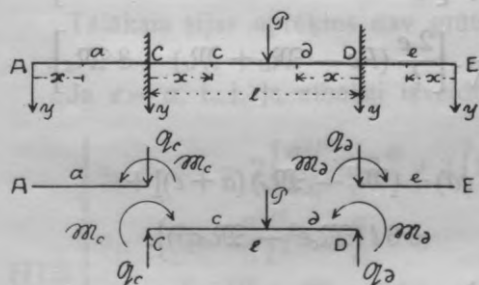
Kā gadījumā  $a \rightarrow \infty$ , tā arī gadījumā  $K \rightarrow \infty$  dabūjam:

$$y_{max} \rightarrow \frac{1}{384} \frac{Pl^3}{EJ} \text{— kas atbilst vienādojumam (92);}$$

$$M_{max} \rightarrow +\frac{Pl}{24} \text{— kas atbilst vienādojumam (93).}$$

### d) Patvaļīgs nesimetrisks vertikāls noslodzījums

(un nesimetriski izveidoti atbalsti).



Apskatīsim gadījumu, ka sija noslodzīta nesimetriski tikai ar vienu koncentrētu slodzi. No šā gadījuma visi citi noslodzījuma veidi atvasināmi uz superpozīcijas likuma pamata.

Par nezināmiem lielumiem ievēdīsim lieces momentus  $\mathfrak{M}_c$  un  $\mathfrak{M}_d$  atbalstu malās C un D.

$$(110) \quad \begin{cases} Q_c = \frac{Pd - \mathfrak{M}_c + \mathfrak{M}_d}{l}, \\ Q_d = \frac{Pc - \mathfrak{M}_d + \mathfrak{M}_c}{l}. \end{cases}$$

Lielumu  $\mathfrak{M}_c$  un  $\mathfrak{M}_d$  aprēķināšanai var uzstādīt šādus divus elastības vienādojumus:

$$(111) \quad \begin{cases} 1) \quad \text{tg } \vartheta_c \text{ daļai } AC = \text{tg } \vartheta_c \text{ daļai } CF \text{ un} \\ 2) \quad \text{tg } \vartheta_d \text{ daļai } ED = \text{tg } \vartheta_d \text{ daļai } DF. \end{cases}$$

Daļai AC pēc vienādojuma (45):

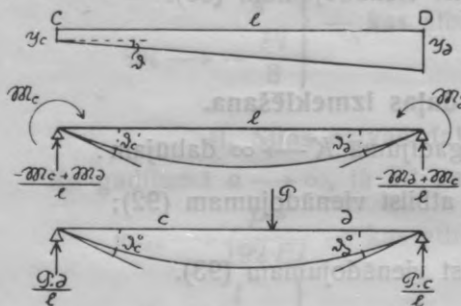
$$\text{tg } \vartheta_c = \frac{6 Q_c}{ba^3 K} \cdot \left( a - 2 \frac{\mathfrak{M}_c}{Q_c} \right) = \frac{6}{ba^2 l K} \cdot \left[ (Pd - \mathfrak{M}_c + \mathfrak{M}_d) - \frac{2l}{a} \mathfrak{M}_c \right].$$

Tāpat daļai  $ED$ :

$$\operatorname{tg} \vartheta_d = \frac{6}{be^2 l K} \cdot \left[ (Pc - \mathcal{M}_d + \mathcal{M}_c) - \frac{2l}{e} \mathcal{M}_d \right].$$

Daļai  $CF$  var rakstīt:

$\operatorname{tg} \vartheta_c = \operatorname{tg} \vartheta + \operatorname{tg} \vartheta'_c + \operatorname{tg} \vartheta_e^0$ , kur  $\vartheta$  ir leņķis, pateicoties nosēdes starpībai



$(y_d - y_c)$  atbalstu malās  $D$  un  $C$ ;  $\vartheta'_c$  ir leņķis atbalsta malā  $C$ , pateicoties tikai momentiem  $\mathcal{M}_c$  un  $\mathcal{M}_d$ , kas pielikti abos galos sijai, brīvi gulošai punktos  $C$  un  $D$ ;  $\vartheta_e^0$  ir leņķis atbalsta malā  $C$ , pateicoties tikai slodzei  $P$ , kas pielikta sijai, brīvi gulošai punktos  $C$  un  $D$ .

$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{y_d - y_c}{l}$ , kur pēc vienādojuma (37):

$$y_c = \frac{2 \mathcal{Q}_c}{ba^2 K} \cdot \left( 2a - 3 \frac{\mathcal{M}_c}{\mathcal{Q}_c} \right) = \frac{2}{ba^2 K} \cdot \left[ \frac{2a}{l} (Pd - \mathcal{M}_c + \mathcal{M}_d) - 3 \mathcal{M}_c \right],$$

$$y_d = \frac{2 \mathcal{Q}_d}{be^2 K} \cdot \left( 2e - 3 \frac{\mathcal{M}_d}{\mathcal{Q}_d} \right) = \frac{2}{be^2 K} \cdot \left[ \frac{2e}{l} (Pc - \mathcal{M}_d + \mathcal{M}_c) - 3 \mathcal{M}_d \right].$$

Tā tad:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{2}{ba^2 e^2 l^2 K} \left\{ 2ae [P(ac - ed) + (\mathcal{M}_c - \mathcal{M}_d)(a + e)] + 3l(\mathcal{M}_c e^2 - \mathcal{M}_d a^2) \right\}.$$

$$\operatorname{tg} \vartheta'_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{bKL^4} \cdot (2\mathcal{M}_c + \mathcal{M}_d),$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_e^0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{bKL^4} \cdot \frac{Pd(l^2 - d^2)}{l}.$$

Tāpat daļai  $DF$ :

$\operatorname{tg} \vartheta_d = -\operatorname{tg} \vartheta + \operatorname{tg} \vartheta'_d + \operatorname{tg} \vartheta_d^0$ , kur:

$$\operatorname{tg} \vartheta'_d = \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{bKL^4} \cdot (2\mathcal{M}_d + \mathcal{M}_c),$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_d^0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{bKL^4} \cdot \frac{Pc(l^2 - c^2)}{l}.$$



Aprēķinot  $\mathfrak{M}_c$  un  $\mathfrak{M}_d$  no vienādojumiem (111), dabūjam:

$$(112) \begin{cases} \mathfrak{M}_c = \frac{\beta_1 \alpha_{22} - \beta_2 \alpha_{12}}{\alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{21} \alpha_{12}} \cdot P, \\ \mathfrak{M}_d = \frac{\alpha_{11} \beta_2 - \alpha_{21} \beta_1}{\alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{21} \alpha_{12}} \cdot P, \\ \text{kur:} \\ \alpha_{11} = 2 \left[ a^2 \cdot \frac{l^2}{3L^4} + \frac{a}{e} \cdot \frac{a+e}{l} + 3 \left( 1 + \frac{l}{a} \right) \right], \\ \alpha_{22} = 2 \left[ e^2 \cdot \frac{l^2}{3L^4} + \frac{e}{a} \cdot \frac{a+e}{l} + 3 \left( 1 + \frac{l}{e} \right) \right], \\ \alpha_{12} = a^2 \cdot \frac{l^2}{3L^4} - 2 \frac{a}{e} \cdot \frac{a+e}{l} - 3 \left( 1 + \frac{a^2}{e^2} \right), \\ \alpha_{21} = e^2 \cdot \frac{l^2}{3L^4} - 2 \frac{e}{a} \cdot \frac{a+e}{l} - 3 \left( 1 + \frac{e^2}{a^2} \right), \\ \beta_1 = d \left[ a^2 \cdot \frac{(l^2 - d^2)}{3L^4} - \frac{2}{l} \cdot a \left( 1 - \frac{ac}{ed} \right) - 3 \right], \\ \beta_2 = c \left[ e^2 \cdot \frac{(l^2 - c^2)}{3L^4} - \frac{2}{l} \cdot e \left( 1 - \frac{ed}{ac} \right) - 3 \right]. \end{cases}$$

Tālākais sijas aprēķins nav grūts.

Ja  $e = a$ , t. i. ja atbalsti izveidoti simmetriski, tad:

$$(113) \begin{cases} \alpha_{11} = \alpha_{22} = 2 \left[ \frac{a^2 l^2}{3L^4} + 2 \frac{a}{l} + 3 \left( 1 + \frac{l}{a} \right) \right], \\ \alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{a^2 l^2}{3L^4} - 4 \frac{a}{l} - 6, \\ \beta_1 = d \left[ a^2 \frac{(l^2 - d^2)}{3L^4} - 2 \frac{a}{l} \left( 1 - \frac{c}{d} \right) - 3 \right], \\ \beta_2 = c \left[ a^2 \frac{(l^2 - c^2)}{3L^4} - 2 \frac{a}{l} \left( 1 - \frac{d}{c} \right) - 3 \right]. \end{cases}$$

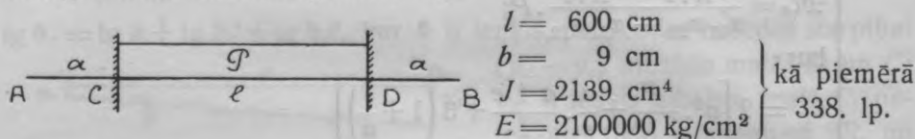
Ja vēl  $c = d = \frac{l}{2}$ , t. i. koncentrētā slodze pielikta vidū, tad:

$$(114) \beta_1 = \beta_2 = \frac{l}{2} \left( \frac{a^2 l^2}{4L^4} - 3 \right),$$

un  $\mathfrak{M}_c = \mathfrak{M}_d = \frac{a}{4} \cdot \frac{6L^4 - \frac{1}{2}a^2 l^2}{6L^4 + a^3 l} \cdot P$ , kas atbilst vienādojumam (103).

### III. TUVENĀS METODES UN PRĒCIZĀS TEĒRIJAS APRĒKINU SALĪDZINĀŠANA.

Pieņemsim, ka mums ir abpusīgi iemūrēta sija, noslodzīta ar vienmērīgi sadalītu noslodzījumu  $P$  kg.



Ejot to pašu ceļu un aprēķinu izdarot tiem pašiem gadījumiem, kā pie vienpusīgi iemūrētas sijas (salīdz. 346. lp.), aprēķināsim šādus lielumus:

- $\mathfrak{M}$  — pēc vienādojumiem (83) vai (106),  
 $p_c$  — pēc vienādojumiem (15) vai (37),  
 $\text{tg } \vartheta_c$  — pēc vienādojumiem (15) vai (45).

Tabula aprēķināšanas rezultātiem:

1)  $K = 500 \text{ kg/cm}^3$ . ( $L = 44,7$ ).

$\alpha =$	0,75		1,00		1,75		2,50		$\infty^1$
	33,53		44,70		78,2		112 cm		$\infty$
$\alpha =$	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.	prēc.
$\mathfrak{M} = P \times$	-19,60	-19,95	-29,85	-31,20	-40,75	-45,45	-42,05	-47,75	-42,20
$p_c = 10^{-2} P \times$	1,835	1,845	1,54	1,54	0,890	0,780	0,735	0,458	0,720
$\text{tg } \vartheta_c = 10^{-6} P \times$	2,035	2,008	1,345	1,218	0,626	0,363	0,538	0,144	0,532

Piezīme: Visos apskatītos gadījumos ( $a_1 = 14 \text{ cm}$ )  $< a < (a_2 = 140 \text{ cm})$ .

2)  $a = 50 \text{ cm}$ .

$K =$	319,4		999,8		1991		$\infty^2$
	1,00		1,33		1,58		$\infty$
$\alpha =$	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.	prēc.	tuv.	prēc.
$\mathfrak{M} = P \times$	-27,85	-29,50	-39,05	-41,35	-42,85	-45,40	-50,0
$p_c = 10^{-2} P \times$	1,218	1,230	1,610	1,545	1,850	1,655	—
$\text{tg } \vartheta_c = 10^{-6} P \times$	1,478	1,405	0,726	0,575	0,485	0,310	—

Piezīme: Visos apskatītos gadījumos  $a_1 < (a = 50 \text{ cm}) < a_2$ .

1) Aprēķins pēc vienādojumiem (87).

2) Aprēķins pēc vienādojumiem (88).

Tabula izdarītām procentuālām kļūdām:

1)  $K = 500 \text{ kg/cm}^3$ .

Aprēķinātie lielumi	$\alpha =$	0,75	1,00	1,75	2,50
	$a =$	33,53	44,70	78,2	112 cm
$\mathfrak{M}$		+ 1,8 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	+ 4,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	(+ 11,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> )	(+ 13,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> )
$p_c$ jeb $y_c$		+ 0,55 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	~ 0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	- 12,4 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	(- 37,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> )
$\text{tg } \vartheta_c$		- 1,3 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	- 9,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	(- 41,4 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> )	(- 73,3 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> )

Ja tuvenai aprēķināšanai ir pieņemts, ka  $\alpha \rightarrow \infty$  un lietoti vienādojumi (87), tad:

$\mathfrak{M}$			+ 3,6 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	+ 0,36 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
$p_c$ jeb $y_c$				- 2,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
$\text{tg } \vartheta_c$			- 15 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	- 0,96 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

2)  $a = 50 \text{ cm}$ .

Aprēķinātie lielumi	$K =$	320	1000	2000
	$\alpha =$	1,00	1,33	1,58
$\mathfrak{M}$		+ 5,9 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	+ 5,9 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	+ 5,95 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
$p_c$ jeb $y_c$		1,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	- 4,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	- 10,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
$\text{tg } \vartheta_c$		- 4,95 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	- 20,8 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	- 36 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

### Slēdzieni.

Salīdzinot šos rezultātus ar tiem rezultātiem, kas 347.—48. lp. iegūti vienpusīgi iemūrētai sijai, ir redzams, ka minētā vietā izdarītie *slēdzieni vispārtīgi spēkā arī abpusēgi iemūrētai sijai*.

Papildināt var vēl sekošais:

1) Tā kā arī šē lielums  $M_{max}$  (iemūrētai daļai) tikai visai maz atšķiras no lieluma  $\mathfrak{M}$ , kļūdu lielumi, ko mēs izdarām, aprēķinot  $\mathfrak{M}$  pēc tuvenās metodes, ir spēkā arī attiecībā uz  $M_{max}$ ; *aprēķins pēc tuvenās metodes „ $EJ = \infty$ ” dod lielumam  $M_{max}$ , absolūti ņemot, rezultātu drusku par lielu, pie kam kļūdas abpusēgi iemūrētai sijai ir drusku lielākas, nekā vienpusīgi iemūrētai.*

2) *Aprēķins pēc tuvenās metodes „ $EJ = \infty$ ” dod lielumiem  $p_c$  (vai  $y_c$ ) un  $\text{tg } \vartheta_c$  vispār, tāpat kā vienpusīgi iemūrētai sijai, rezultātu par mazu; tikai pie sevišķi maza iemūrēšanas gaļuma  $a$  jeb pie sevišķi maza elastības koeficienta  $K$  — drusku par lielu; pie kam kļūdas abpusēgi iemūrētai sijai mazākas, nekā vienpusīgi iemūrētai.*

3) Parallelais aprēķins pēc tuvenām metodēm „ $EJ = \infty$ ” un „ $\alpha = \infty$ ” [pēc vienādojumiem (67), (68)] dod abpusīgi iemūrētai sijai daudz pareizākus rezultātus, nekā vienpusīgi iemūrētai.

4) Tuvenais aprēķins „ $\alpha = \infty$ ” abpusīgi iemūrētai sijai ir lietojams:

a) lieluma  $\mathfrak{M}$  (vai  $M_{max}$ ) aprēķināšanai — tikko aprēķins pēc tuvenās metodes „ $EJ = \infty$ ” dod, absolūti ņemot, lielākus rezultātus, nekā aprēķins pēc tuvenās metodes „ $\alpha = \infty$ ”;

b) lielumu  $p_c$  (jeb  $y_c$ ) un  $tg\vartheta_c$  aprēķināšanai — tikko pirmās metodes rezultāti ir mazāki par otrās metodes rezultātiem.

Norobežojamais lielums  $\alpha$ , pie kura aprēķins pēc vienas un otras metodes dod rezultātus vienādā lielumā, bet tanī pašā laikā arī viskļūdainākos, var tikt aprēķināts, attiecībā uz  $\mathfrak{M}$ , no vienādojuma:

$$(115) \frac{\alpha \cdot (n\alpha^2\lambda^2 - 6)}{\alpha^3\lambda + 6} = \frac{n\lambda^2 - 2}{\lambda + 2}, \text{ bet speciālā gadījumā — sijai ar vien-$$

mērīgi sadalītu noslodzījumu:

$$(115a) \frac{\alpha \cdot (\alpha^2\lambda^2 - 18)}{\alpha^3\lambda + 6} = \frac{\lambda^2 - 6}{\lambda + 2}.$$

Kopā savēlot augšminēto var teikt:

I. Aprēķinot  $\mathfrak{M}$  (vai  $M_{max}$ ) un  $p_c$ , abpusīgi iemūrētas sijas dīmeņģināšanai vienmēr var lietot parallelo aprēķinu pēc tuvenām metodēm „ $EJ = \infty$ ” un „ $\alpha = \infty$ ”.

II. Aprēķinot  $y_c$  un  $tg\vartheta_c$  sijas brīvās daļas elastiskās līnijas noteikšanai

1) pie samērā maza elastības koeficienta  $K$  vienmēr var lietot parallelo aprēķinu pēc tuvenām metodēm „ $EJ = \infty$ ” un „ $\alpha = \infty$ ”;

2) pie samērā liela elastības koeficienta  $K$ :

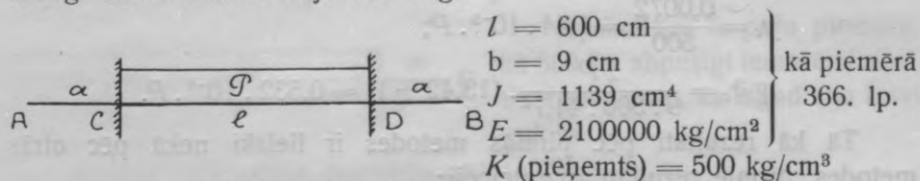
a) tikai pie ļoti maza iemūrēšanas garuma  $a$  — var lietot tuveno metodi „ $EJ = \infty$ ”,

b) tikai pie ļoti liela iemūrēšanas garuma  $a$  — var lietot tuveno metodi „ $\alpha = \infty$ ”, bet

c) pie vidēja lieluma iemūrēšanas garuma  $a$  — jālieto prēctzā teorija.

**Skaitlisks piemērs** aprēķinam pēc tuvenās metodes.

Pieņemsim, ka mums ir abpusīgi iemūrēta sija, noslodzīta ar vienmērīgi sadalītu noslodzījumu  $P$  kg.



$$\left. \begin{aligned} l &= 600 \text{ cm} \\ b &= 9 \text{ cm} \\ J &= 1139 \text{ cm}^4 \\ E &= 2100000 \text{ kg/cm}^2 \\ K (\text{pieņemts}) &= 500 \text{ kg/cm}^3 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{kā piemērā} \\ 366. \text{ lp.} \end{array}$$

$$L = 44,7 \text{ cm}; \lambda = 13,42.$$

Praktiskā iemūrēšanas gaļuma noteikšana [vienādojums (109)]:

$$\frac{\alpha^3}{13,42 + 4\alpha} = \frac{18}{13,42^2} = 0,0997;$$

tā tad  $\alpha$  praktiskais = 1,22 un  $a$  praktiskais = 54,5 cm.

$\mathfrak{M}$  un iemūrētās daļas  $M_{max}$  noteikšana.

$$m = -\frac{1}{8}; ml = -75; \mathfrak{M} = -37,5 P.$$

Pēc tuvenās metodes „ $\alpha = \infty$ “ [vienādojums (87)]:

$$\mu = \frac{13,42^2 - 6}{13,42 + 2} = 11,28;$$

$$\mathfrak{M} = -\frac{P \cdot 44,7}{12} \cdot 11,28 = -42,0 P.$$

Tā kā rezultāts pēc pirmās metodes ir mazāks nekā pēc otras metodes, pirmais rezultāts ir noteicējs:

$$\mathfrak{M} = -37,5 P.$$

Pēc vienādojumiem (42) un (44):

$$x_0 = \frac{54,5^2}{3(54,5 + 2 \cdot 75)} = 4,83 \text{ cm};$$

$$M_{max} = -\left(37,5 + \frac{4,83}{4}\right) \cdot P = -38,7 P.$$

$p_c$ ,  $y_c$  un  $\text{tg } \vartheta_c$  noteikšana.

Pēc tuvenās metodes „ $EJ = \infty$ “ [vienādojumi (37) un (45)]:

$$p_c = \frac{P}{9 \cdot 54,5^2} \cdot (2 \cdot 54,5 + 3 \cdot 75) = 1,25 \cdot 10^{-2} P;$$

$$y_c = \frac{0,0125}{500} = 2,5 \cdot 10^{-5} P;$$

$$\text{tg } \vartheta_c = \frac{3 \cdot P}{9 \cdot 54,5^3 \cdot 500} \cdot (54,5 + 2 \cdot 75) = 0,84 \cdot 10^{-6} P.$$



Pēc tuvenās metodes „ $\alpha = \infty$ “ [vienādojums (31)]:

$$p_c = \frac{P}{9 \cdot 500 \cdot 44,7} \cdot (13,42 + 2) = 0,72 \cdot 10^{-2} \cdot P;$$

$$y_c = \frac{0,0072}{500} = 1,44 \cdot 10^{-5} \cdot P;$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_c = \frac{2P}{9 \cdot 500 \cdot 44,7^2} \cdot (13,42 + 1) = 0,532 \cdot 10^{-6} \cdot P.$$

Tā kā rezultāti pēc pirmās metodes ir lielāki nekā pēc otrās metodes, pirmie rezultāti ir noteicēji:

$$p_c = 1,25 \cdot 10^{-2} \cdot P;$$

$$y_c = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot P;$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_c = 0,84 \cdot 10^{-6} \cdot P.$$

$M_{max}$  brīvās daļas vidū:

$$M_{max} = |\mathfrak{M}| = +37,5 \cdot P.$$

$y_{max}$  brīvās daļas vidū:

$$y_{max} = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot P - \frac{37,5 \cdot P \cdot 600^2}{8 \cdot 2100000 \cdot 2139} + \frac{5}{384} \cdot \frac{P \cdot 600^3}{2100000 \cdot 2139} = \\ = (2,5 - 37,5 + 62,7) \cdot 10^{-5} \cdot P = 27,7 \cdot 10^{-5} \cdot P.$$

Pieņemot siju par pilnīgi iespīlētu, dabūjam:

$$\text{negatīvs } M_{max} = -\frac{Pl}{12} = -50 \cdot P \dots \dots - 38,7 \cdot P \text{ vietā!}$$

$$\text{pozitīvs } M_{max} = \frac{Pl}{24} = +25 \cdot P \dots \dots + 37,5 \cdot P \text{ vietā!}$$

$$y_{max} = \frac{1}{384} \cdot \frac{Pl^3}{EJ} = 12,5 \cdot 10^{-5} \cdot P \dots \dots 27,7 \cdot 10^{-5} \cdot P \text{ vietā!}$$

No kā redzams, ka tāds pieņēmums dod ļoti kļūdainus rezultātus.

### C. Abpusīgi brīvi guloša sija.<sup>1)</sup>

Kā pie aprēķina I — pēc precīzās teorijas, tā arī pie aprēķina II — pēc tuvenās metodes:

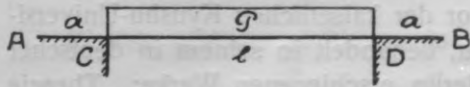
- 1) ja  $a \leq a_0$ , tad visi vienādojumi, kas izvesti abpusīgi iemūrētai sijai, bez ierobežojumiem ir spēkā arī abpusīgi brīvi gulošai sijai;
- 2) ja  $a > a_0$ , tad šādi vienādojumi ir spēkā, ja mēs tikai viņos  $a$  vietā ieliekam  $a_0$ .

$a_0$  ir lietderīgs atbalstlaukuma gaņums; sijas galu daļas, kas izvīzās pāri šai robežai, atceļas no atbalstlaukumiem un tamdēļ nav lietderīgas.

<sup>1)</sup> H. 198.—199. lp.

Pateicoties tam, ka  $a_0$  katrā ziņā ir samērā mazs, abpusīgi brīvi guloša sija vienmēr ir aprēķināma pēc tuvenās metodes „ $EJ = \infty$ “.

**Skaitlisks piemērs** aprēķinam pēc tuvenās metodes.



Apskatīsim to pašu piemēru, kā 369. lp. abpusīgi iemūrētai sijai, tikai pieņemot, ka tagad sija brīvi guloša.

$a_0$  noteikšana [vienādojums (107)]:

$$\alpha^2_0 (2\alpha_0 + 13,42) = \frac{6}{13,42} = 0,446; \text{ tā tad } \alpha_0 = 0,18 \text{ un } a_0 = 8,05 \text{ cm.}$$

$\mathfrak{M}$  noteikšana [vienādojums (105)]:

$$ml = \frac{8,05}{6} \cdot \frac{18 - 0,18^2 \cdot 13,42^2}{6 + 0,18^3 \cdot 13,42} = 2,68;$$

$$\mathfrak{M} = \frac{P}{2} \cdot 2,68 = 1,34 \cdot P.$$

$p_c$ ,  $y_c$  un  $\text{tg } \vartheta_c$  noteikšana [vienādojumi (37) un (45)]:

$$p_c = \frac{P}{9 \cdot 8,05^2} \cdot (2 \cdot 8,05 - 3 \cdot 2,68) = 1,38 \cdot 10^{-2} \cdot P;$$

$$y_c = \frac{0,0138}{500} = 2,76 \cdot 10^{-5} \cdot P;$$

$$\text{tg } \vartheta_c = \frac{3 \cdot P}{9 \cdot 8,05^3 \cdot 500} \cdot (8,05 - 2 \cdot 2,68) = 3,44 \cdot 10^{-6} \cdot P.$$

$M_{max}$  noteikšana brīvai daļai vidū:

$$M_{max} = \frac{Pl}{8} + \mathfrak{M} = P \cdot \left( \frac{600}{8} + 1,34 \right) = 76,34 \cdot P;$$

$$\frac{Pl'}{8} \text{ ir } = 76,34 \cdot P, \text{ ja}$$

atvietojošā sprauga  $l' = 610,72 \text{ cm}$  (600 cm vietā).

$y_{max}$  noteikšana brīvai daļai vidū [vienādojumi (71) un (89)]:

$$y_{max} = 2,76 \cdot 10^{-5} \cdot P + \frac{1,34 \cdot 600^2}{8 \cdot 2100000 \cdot 2139} + \frac{5}{384} \cdot \frac{P \cdot 600^3}{2100000 \cdot 2139} =$$

$$= (2,76 + 1,35 + 62,7) \cdot 10^{-5} \cdot P = 66,8 \cdot 10^{-5} \cdot P.$$

$$\frac{5}{384} \cdot \frac{P \cdot l''^3}{2100000 \cdot 2139} \text{ ir } = 66,8 \cdot 10^{-5} \cdot P,$$

ja „atvietojošā sprauga“  $l'' = 612,5 \text{ cm}$ .

Par šai rakstā iegūto rezultātu pielietojanas robežām skat. H. 208. lp.

Iesniegts fakultātei 1931. g. 28. maijā.

## Der Träger auf elastisch nachgiebigen Auflagerflächen.

Von *Erich Wiedemann*.

### Kurze Inhaltsangabe der Schrift.

Dr. Ing. K. Hayashi, Professor der kaiserlichen Kyushu-Universität zu Fukuoka - Hakosaki in Japan, behandelt in seinem in deutscher Sprache 1921 bei J. Springer in Berlin erschienenen Werke: „Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage“ die Frage des Trägers auf elastisch nachgiebigen Auflagerflächen für folgende Spezialfälle:

- a) des einerseits eingemauerten Trägers — mit einer Einzellast am freien Ende,
- b) des beiderseits  $\left\{ \begin{array}{l} \alpha) \text{ eingemauerten} \\ \beta) \text{ freiaufgelagerten} \end{array} \right\}$  Trägers — mit einer Einzellast in der Mitte.

Meine Schrift ergänzt die Ausführungen Professor Hayashis nach folgenden Richtungen:

- 1) in bezug auf das Rechnungsverfahren nach der genauen Theorie — wird ein einfacherer Weg gezeigt;
- 2) in bezug auf die nach der genauen Theorie zu untersuchenden Fälle — werden behandelt:
  - a) der einerseits eingemauerte Träger — bei beliebiger Belastung,
  - b) der beiderseits  $\left\{ \begin{array}{l} \alpha) \text{ eingemauerte} \\ \beta) \text{ frei aufgelagerte} \end{array} \right\}$  Träger — bei beliebiger symmetrischer Belastung;
- 3) es wird ein Näherungsverfahren zur Berechnung von Trägern auf elastisch nachgiebigen Auflagerflächen gezeigt, welches auf der Annahme basiert, dass das eingemauerte Trägerende gerade bleibt, d. h., dass für diesen Teil  $E \times J = \infty$  ist; durch Vergleich mit dem anderen Näherungsverfahren, welches auf der Annahme basiert, dass die Einmauerungslänge  $a = \infty$  ist, einerseits und durch den Vergleich mit der Berechnung nach der genauen Theorie andererseits, wird festgestellt, inwieweit die Anwendung des Näherungsverfahrens bei praktischen Berechnungen zulässig ist und wann das eine bzw. das andere Verfahren richtigere Resultate liefert;
- 4) die Berechnung nach dem Näherungsverfahren wird auch auf den allgemeinen Fall eines beiderseits eingemauerten Trägers mit unsymmetrischer Belastung und unsymmetrisch ausgebildeten Auflagerflächen erweitert.



Tālāk pielīdzinām:

$$(3) \quad \mathfrak{M} = mPL; \text{ salīdzinot ar manu iepriekšējo rakstu: } m = m\lambda;$$

$$L = \sqrt[4]{\frac{4EJ}{bK}} [\text{salīdz. ar iepriekš. raksta vienādojumu (4)}]; \lambda = \frac{l}{L}.$$

Divu nezināmo lielumu  $n$  un  $m$  aprēķināšanai varam uzstādīt divus elastības vienādojumus:

$$(4) \quad \begin{cases} (1) \ y_c \text{ sijas kreisai daļai} = y_c \text{ sijas labai daļai,} \\ (2) \ \text{tg } \vartheta_c \text{ sijas kreisai daļai} = -\text{tg } \vartheta_c \text{ sijas labai daļai.} \end{cases}$$

Pēc iepriekšējā raksta vienādojuma (15):

$$(5) \quad \begin{cases} y_c \text{ sijas kreisai daļai} = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{P}{bKL} \cdot \frac{1}{d_1} \cdot (b_1 - 2mc_1), \\ y_c \text{ sijas labai daļai} = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{P}{bKL} \cdot \frac{1}{d_2} \cdot (b_2 - 2mc_2), \\ \text{tg } \vartheta_c \text{ sijas kreisai daļai} = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{2P}{bKL^2} \cdot \frac{1}{d_1} \cdot (c_1 - ma_1), \\ \text{tg } \vartheta_c \text{ sijas labai daļai} = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{2P}{bKL^2} \cdot \frac{1}{d_2} \cdot (c_2 - ma_2); \end{cases}$$

$$\text{kur: } \begin{cases} a_1 = \text{Sin } 2\lambda_1 + \sin 2\lambda_1, & a_2 = \text{Sin } 2\lambda_2 + \sin 2\lambda_2, \\ b_1 = \text{Sin } 2\lambda_1 - \sin 2\lambda_1, & b_2 = \text{Sin } 2\lambda_2 - \sin 2\lambda_2, \\ c_1 = \text{Sin}^2 \lambda_1 + \sin^2 \lambda_1, & c_2 = \text{Sin}^2 \lambda_2 + \sin^2 \lambda_2, \\ d_1 = \text{Sin}^2 \lambda_1 - \sin^2 \lambda_1, & d_2 = \text{Sin}^2 \lambda_2 - \sin^2 \lambda_2, \\ \lambda_1 = \frac{l_1}{L}; & \lambda_2 = \frac{l_2}{L}. \end{cases}$$

[Salīdz. ar iepriekšējā raksta vienādojumiem (5), (15)].

Vienādojumi (4) pieņem šādu veidu:

$$(6) \quad \begin{cases} n \cdot \frac{1}{d_1} \cdot (b_1 - 2mc_1) = + \frac{1}{d_2} \cdot (b_2 - 2mc_2), \\ n \cdot \frac{1}{d_1} \cdot (c_1 - ma_1) = - \frac{1}{d_2} \cdot (c_2 - ma_2). \end{cases}$$

Dalot pirmo no šiem vienādojumiem ar otro dabūjam:

$$(7) \quad \boxed{\frac{b_1 - 2mc_1}{c_1 - ma_1} = - \frac{b_2 - 2mc_2}{c_2 - ma_2}.$$



No šāda vienādojuma, kas attiecībā uz  $m$  ir otras pakāpes, lielums  $m$  ir viegli aprēķināms.

Un tad lielumam  $n$  var rakstīt:

$$(8) \quad n = \frac{P_1}{P_2} = \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{b_2 - 2mc_2}{b_1 - 2mc_1}, \text{ vai } = -\frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{c_2 - ma_2}{c_1 - ma_1}.$$

Atbalstspiediena intensitātes  $p$  kg/cm<sup>2</sup>,

šķērsspēka  $Q$  kg,

lieces momenta  $M$  kg/cm,

izliekuma  $y$  cm

un izliekuma leņķa  $\vartheta$

aprēķināšanai tagad var lietot iepriekšējā raksta vienādojumus (12), (13) un (2).

Iesniegts fakultātei 1931. g. 28. maijā.

# Ein Beitrag zur Berechnung von stätig auf elastischer Unterlage gelagerten Trägern bei beliebiger Belastung.

Von *Erich Wiedemann.*

## Kurze Inhaltsangabe der Schrift.

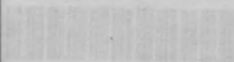
Es wird hier gezeigt, dass durch Anwendung der in der vorigen Schrift für die eingemauerten Trägerenden gewonnenen Gleichungen auf die Berechnung des stätig elastisch gelagerten Trägers bei beliebiger Belastung, der Gang dieser Berechnung sich bedeutend einfacher und daher praktisch brauchbarer gestaltet, als bei Hayashi „Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage“ S. 99—106.

LATVIJAS UNIVERSITĀTES BIBLIOTĒKA



0509079446

LU bibliotēka



220041780

249459

0.50

PLU  
144a

LÜR arch. I.

AUL arch. I.

Nr. 5. P. Campe (Kampe). Ein neuaufgefunde-  
nes Fragment der im Jahre 1786 zerstör-  
ten Umrahmung des Grabmals Bischof  
Meinhards im St. Marien-Dom zu Riga . 305  
Biskapa Meinharda izpostītā kapa piemi-  
nekļa atrastais fragments Rīgas Doma  
baznīcā . . . . . 323

Nr. 6. Ē. Videmans (E. Wiedemann). Sija ar  
elastiskiem atbalstlaukumiem . . . . . 327  
Der Träger auf elastisch nachgiebigen  
Auflagerflächen . . . . . 372  
Aprēķins sijai uz vienlaidu elastiska at-  
balstījuma ar patvaļīgu noslodzījumu . . 373  
Ein Beitrag zur Berechnung von stätig  
auf elastischer Unterlage gelagerten Trä-  
gern bei beliebiger Belastung . . . . . 376