

422

LATVIJAS
ŪNIVERSITĀTES RAKSTI
ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

MĒCHANIKAS FAKULTĀTES SERIJA

II. SĒJUMS
TOMUS

№ 9—13

LATVIJAS ŪNIVERSITĀTE

R Ī G Ā, 1 9 3 8

p. 144
1442

8

IMPERIALNA
BIBLIOTEKA
641.32.88

Paātrinājumu konstrukcijas rotējošā kloķa cilpā. (Rotierende Kurbelschleife.)

Prof. Dr. ing. N. Rozenauers.

Paātrinājumu konstrukciju ekscentriskā rotējošā kloķa cilpā autors devis jau agrāk¹⁾, bet tikai vienā gadījumā, un proti: kad mēchanismu piedzen loceklis, kas nesatur slīdpāri. Ievērojot autora attīstīto paātrinājumu plānu raksturīgo veidu un lai varētu dažādos gadījumos tos salīdzināt, šinī darbā dotas vēl paātrinājumu konstrukcijas kā centriskā, tā arī ekscentriskā kloķa cilpā dažādos piedzišanas gadījumos.

Pēc autora attīstītās metodes kinēmatiskās ķēdēs, kas satur slīdpārus kustošās plaknēs, diviem punktiem, kas pieder ar slīdpāriem saistītiem locekļiem, konstruē plāna pamatfigūru, kas vispārīgi ir paralēlograms, bet atsevišķos gadījumos var pāriet taisnstūrī vai taisnē. Paralēlograma malas ir abu punktu relatīvais normālpaātrinājums un to pašu punktu Koriolisa (Coriolis) paātrinājums.

Pašus paātrinājumus konstruē šinī figūrā, ievērojot, pirmkārt, ka to pašu punktu paātrinājumu vektoru galapunkti arī veido paralēlogramu resp. taisnstūrī vai taisni un, otrkārt, ka taisne, kas savieno punktu attēlus plāna pamatfigūrā, ir perpendikulāra taisnei, kas savieno paātrinājumu vektoru galapunktus.

I. Centriskā rotējošā kloķa cilpa, piedzīta ar 1. locekli, kas griežas vienmērīgi ar doto ātrumu $\omega_{14} = \text{const.}$ ap punktu C (1a. zīm.).

Atliekam punkta A ātrumu $V_a^{14} = V_a^{24} = \omega_{14} AC$ ortogonālā virzienā un sadalām to komponentēs pēc formulas:

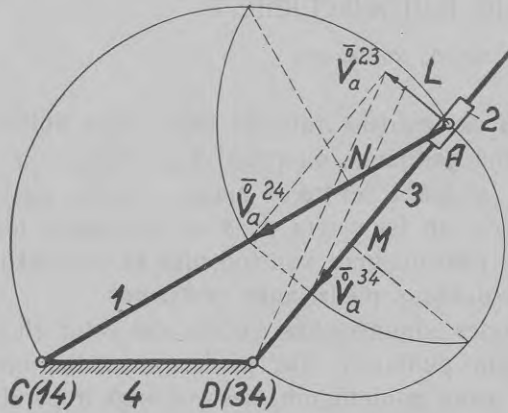
$$\vec{V}_a^{24} = \vec{V}_a^{23} + \vec{V}_a^{34}.$$

¹⁾ N. Rozenauers: Īpaša paātrinājumu konstrukcija kinēmatiskās ķēdēs, kas satur slīdpārus kustošās plaknēs. L. Ū. R. Mēch. fak. serija, II sējums № 5. 1937.

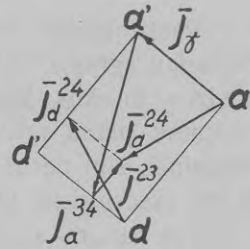
Ar tā paša ātruma $\overline{V}_a^{14} = \overline{V}_a^{24}$ palīdzību konstruējam ar pusriņķi normālo paātrinājumu \overline{AN} , kas, 1. loceklim vienmērīgi griežoties, ir arī pilns paātrinājums: $\overline{j}_a^{14} = \overline{j}_a^{24} = \overline{AN}$.

Ar ātruma \overline{V}_a^{34} palīdzību konstruējam normālpāātrinājumu \overline{AM} punkta A kustībā ap punktu D .

Tālāk savienojam relatīvā ortogonālā ātruma \overline{V}_a^{23} galapunktu ar pārnesamo polu 34 (punkts D) un velkam caur pārnesamā ortogonālā



1a. zīm.



1b. zīm.

ātruma \overline{V}_a^{34} galapunktu paralēlu taisni, kas no relatīvā stara nogriež pusi Koriolisa (Coriolis) paātrinājuma, jo, kā redzams no līdzīgiem trijstūriem,

$$\frac{AL}{\overline{V}_a^{23}} = \frac{V_a^{34}}{AD} = \omega_{34},$$

no kurienes

$$\overline{AL} = [\omega_{34} \overline{V}_a^{23}] = \frac{1}{2} \overline{j}_\gamma.$$

Paātrinājumu konstrukcijai izmantojam punktus A un D , kas atrodas uz slidošas taisnes. Tamdēļ paātrinājumu plāna pamatfigūra būs taisnstūris $aa'd'd^2$, kas konstruēts 1b. zīm. ar malām $\overline{ad} = \overline{a'd'} = \overline{AM}$ un $\overline{aa'} = \overline{dd'} = 2\overline{AL} = \overline{j}_\gamma$.

²⁾ N. Rozenauers: Īpaša paātrinājumu konstrukcija kinēmatiskās ķēdēs, kas satur slīdējus kustošās plaknēs. L.Ū.R. Mēch. fak. serija, T. II № 5. 1937.

Punktā a atliekam atrasto paātrinājumu $\bar{j}_a^{24} = \overline{AN}$, kuŗa galapunkts ir viena no otra taisnstūŗa virsotnēm, bet pretimguloŗā virsotne ir d' , jo punkta D paātrinājums $\bar{j}_d^{34} = 0$. Tamdēļ otro taisnstūŗi iegūstam, velkot caur \bar{j}_a^{24} galapunktu vienu taisni paralēli slīdes virzienam, bet otru perpendikulāri AD .

Savienojot punktus a' un d ar pārējām otrā taisnstūŗa virsotnēm tā, lai taisne, kas savieno punktu attēlus, būtu perpendikulāra taisnei, kas iet caur paātrinājumu galapunktiem, iegūstam arī paātrinājumus \bar{j}_d^{24} un \bar{j}_a^{34} , ar ko 2. un 3. locekļa paātrinājumu stāvoklis noteikts.

Atrastais paātrinājumu plāns, kā redzams 1b. zīm., apmierina visus 4 nol-mus, kas saista dažādus punktu A un D paātrinājumus:

- 1) $\bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_a^{34} + \bar{j}_\gamma$
- 2) $\bar{j}_d^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_\gamma \dots \dots \dots$ (jo ņeit $\bar{j}_d^{34} = 0$)
- 3) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}_d^{24} + \bar{j}_{an}^d + \bar{j}_{at}^d$
- 4) $\bar{j}_a^{34} = \bar{j}_{an}^d + \bar{j}_{at}^d \dots \dots \dots$ (jo ņeit $\bar{j}_d^{34} = 0$)

Kā rāda 1) un 2) nol-ms mazā taisnstūŗa malas, kas iet paralēli slīdes virzienam, dod slīdes paātrinājumu \bar{j}^{23} , kas virzīts uz augŗu.

Kā rāda 3) un 4) nol-ms, tā paŗa taisnstūŗa pārējās malas reprezentē punkta A tangenciālo paātrinājumu \bar{j}_{at}^d kustībā ap D , kas virzīts pa pulksteņrādītāju, tā tad, ja 1. loceklis grieŗas vienmēŗigi pret pulksteņrādītāju, tad 3. locekļa grieze palēnināta, bet ja 1. loceklis grieŗas pa pulksteņrādītāju, tad 3. locekļa grieze paātrināta.

II. Centriskā rotējoŗā kloŗa cilpa, piedzīta ar 3. locekli, kas grieŗas vienmēŗigi ar doto ātrumu $\omega_{34} = \text{const.}$ ap punktu D (2a. zīm.).

Atliekam punkta A ātrumu $V_a^{34} = \omega_{34} \cdot AD$ ortogōnālā virzienā un konstruējam formulu

$$\bar{V}_a^{\circ 24} = \bar{V}_a^{\circ 23} + \bar{V}_a^{\circ 34}.$$

Ar ātruma $\bar{V}_a^{\circ 34}$ palīdzību konstruējam punkta A kustībā ap punktu D normālpāātrinājumu \overline{AN} , kas, ievērojot, ka $\omega_{34} = \text{const.}$, ir arī pilns paātrinājums $\bar{j}_a^{34} = \overline{AN}$.

A paātrinājuma \bar{j}_a^{24} galapunkts. Galīgi tā tad atrodam to minētās taisnes krustošanās punktā e ar $a'd'$, sakarā ar ko $\bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24} = \overline{ae}$ un otrs taisnstūris reprezentējas ar nogriezni $d'e$.

Savienojot punktu d ar to pašu krustošanās punktu e , iegūstam $\bar{j}_d^{24} = \overline{de}$, jo otra taisnstūra platums ir nulle, bet tā paša taisnstūra augstums $d'e$ dod slides paātrinājumu $\bar{j}^{23} = \overline{d'e}$.

Iegūtais 2b. zīm. paātrinājumu plāns, kā redzams, apmierina visus 4 nol-mus, kas saista dažādus punktu A un D paātrinājumus.

$$1) \bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_a^{34} + \bar{j}_\gamma$$

$$2) \bar{j}_d^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_\gamma \dots \dots \dots (\text{jo šeit } \bar{j}_d^{34} = 0)$$

$$3) \bar{j}_a^{24} = \bar{j}_d^{24} + \bar{j}_{an}^d \dots \dots \dots (\text{jo šeit } \bar{j}_{at}^d = 0)$$

$$4) \bar{j}_a^{34} = \bar{j}_{an}^d \dots \dots \dots (\text{jo šeit } \bar{j}_d^{34} = 0 \text{ un } \bar{j}_{at}^d = 0).$$

Kā rāda $\bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24}$ paātrinājuma virziens, grieze 1 pret 4 ir paātrināta, ja 3. loceklis griežas pret pulksteņrādītāju un palēnināta, ja 3. loceklis griežas pulksteņrādītāja virzienā.

III. Ekscentriskā rotējošā kloķa cilpa, piedzīta ar 1. locekli, kas griežas vienmērīgi ar doto ātrumu $\omega_{14} = \text{const.}$ ap punktu C (3a. zīm.).

Paātrinājumu konstrukciju diviem punktiem A un B autors devis jau agrāk³⁾, tamdēļ šeit attiecīgā konstrukcijas daļa aprakstīta tikai konspektīvi.

Dotais ātrums $V_a^{14} = V_a^{24} = \omega_{14} \cdot AC$ atlikts ortogonālā virzienā un sadalīts komponentēs pēc formulas

$$\bar{V}_a^{24} = \bar{V}_a^{23} + \bar{V}_a^{34}.$$

Ar tā paša ātruma $\bar{V}_a^{14} = \bar{V}_a^{24}$ palīdzību konstruēts normālpāātrinājums AN , kas vienmērīgā griezē ir arī pilns paātrinājums $\bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24} = \overline{AN}$.

Ar ātruma \bar{V}_b^{34} palīdzību konstruēts punkta B kustībā ap D relatīvais normālpāātrinājums BM un pēc tam vilkta taisne $MK \parallel DA$. Ievērojot, ka 2. un 3. loceklis savienoti ar slīdpāri, griezes ātrumi $\omega_{34} = \omega_{24}$ un $\triangle MKB$ malas reprezentē $\triangle DAB$ malu relatīvos normālpāātrinājumus, t. i. MK ir relatīvais normālpāātrinājums taisnei AD un BK ir relatīvais normālpāātrinājums taisnei AB .

³⁾ *N. Rozenauers*: Īpaša paātrinājumu konstrukcija kinēmatiskās ķēdēs, kas satur slīdpārus kustošās plaknēs. L.Ū.R. Mēch. fak. serija, T. II № 5. 1937. 59. lapp.

ir punkts d' (jo $\bar{j}_d^{34} = 0$) un atrastais \bar{j}_d^{24} galapunkts, bet pārējās divas virsotnes guļ uz taisnes, kas bija vilkta caur \bar{j}_a^{24} galapunktu $\perp ba'$. Ar šo otrs taisnstūris ir pilnīgi noteikts, un taisnes, kas savieno punktus b' un b ar jauniegūtām taisnstūra virsotnēm, dod punkta B paātrinājumu \bar{j}_b^{34} un \bar{j}_b^{24} .

Iegūtā plānā skaidri redzami arī punktiem A un B atbilstošais paralēlograms $baa'b'$, kas pāriet taisnē, un otra tai perpendikulārā taisne, kas savieno šo punktu dažādu paātrinājumu vektoru galapunktus.

Bez tam iegūtais plāns apmierina arī visus 9 nol-mus, kas dod sakaru starp dažādiem punktu A , B un D paātrinājumiem:

- 1) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_a^{34} + \bar{j}_\gamma$
- 2) $\bar{j}_b^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_b^{34} + \bar{j}_\gamma$
- 3) $\bar{j}_d^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_\gamma \dots \dots \dots$ (jo šeit $\bar{j}_d^{34} = 0$)
- 4) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}_b^{24} + \bar{j}_{an}^b + \bar{j}_{at}^b$
- 5) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}_d^{24} + \bar{j}_{an}^d + \bar{j}_{at}^d$
- 6) $\bar{j}_a^{34} = \bar{j}_b^{34} + \bar{j}_{an}^b + \bar{j}_{at}^b$
- 7) $\bar{j}_a^{34} = \bar{j}_{an}^d + \bar{j}_{at}^d \dots \dots \dots$ (jo šeit $\bar{j}_d^{34} = 0$)
- 8) $\bar{j}_b^{24} = \bar{j}_d^{24} + \bar{j}_{bn}^d + \bar{j}_{bt}^d$
- 9) $\bar{j}_b^{34} = \bar{j}_{bn}^d + \bar{j}_{bt}^d \dots \dots \dots$ (jo šeit $\bar{j}_d^{34} = 0$)

Salīdzinot ar paātrinājumu konstrukciju, kuŗu autors devis šim mēchanismam agrāk⁴⁾, nākuši klāt punkta D paātrinājumi un relatīvie paātrinājumi pret punktu D , ar ko paātrinājumu sadalījuma aina kļuvusi pilnīgāka.

IV. Ekscentriskā rotējošā kloķa cilpa, piedzīta ar 3. locekli, kas griežas vienmērīgi ar doto ātrumu $\omega_{34} = \text{const.}$ ap punktu D (4a. zīm.).

Atliekam punkta B ātrumu $V_b^{34} = \omega_{34} \cdot BD$ ortogonālā virzienā un, velkot caur tā galapunktu taisni paralēli AB , atrodam \bar{V}_a^{24} , kuŗu sadalām komponentēs pēc formulas

$$\bar{V}_a^{24} = \bar{V}_a^{23} + \bar{V}_a^{34}$$

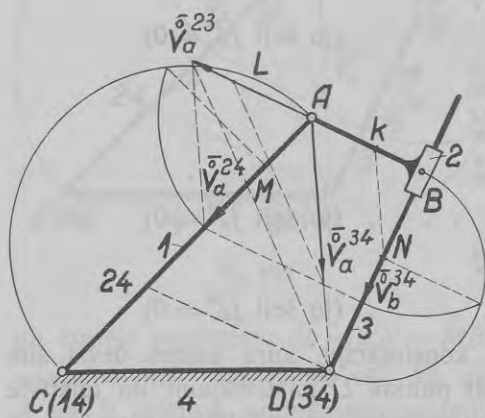
⁴⁾ *N. Rozenauers*: Ipaša paātrinājumu konstrukcija kinēmatiskās ķēdēs, kas satur slīdpārus kustošās plaknēs. L.Ū.R. Mēch. fak. serija, T. II № 5. 1937.

Ar dotā ātruma \vec{V}_b^{34} palīdzību konstruējam normālo paātrinājumu BN , kas, ievērojot, ka $\omega_{34} = \text{const.}$, ir arī pilns paātrinājums $\overline{BN} = \vec{j}_b^{34}$. Velkot $NK \parallel DA$, atrodam, ka $\overline{KN} = \vec{j}_a^{34}$ un BK reprezentē punktu A un B relatīvo normālpāātrinājumu, jo 2. un 3. loceklis savienoti ar slīdpāri un $\omega_{24} = \omega_{34}$.

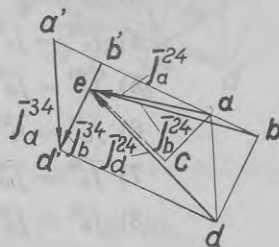
Ar atrastā ātruma \vec{V}_a^{24} palīdzību konstruējam normālpāātrinājumu AM punkta A kustībā pret C .

Tāpat kā agrāk konstruējam Koriolisa (Coriolis) pāātrinājumu \vec{j}_γ , savienojot punktu D (34) ar \vec{V}_a^{23} galapunktu un velkot caur \vec{V}_a^{34} galapunktu paralēlu taisni, kas no relatīva stara nogriež

$$\overline{AL} = \frac{1}{2} \vec{j}_\gamma.$$



4a. zīm.



4b. zīm.

Tālāk pāejam uz pāātrinājumu plāna pamatfigūras konstrukciju (4b. zīm.), kuŗa punktiem B un D , kas atrodas uz slīdošas taisnes, ir taisnstūris $dbb'd'$; punktiem A un B , kas atrodas uz taisnes, perpendikulāras slīdes virzienam, paralēlograms pāriet taisnē $baa'b'$, un punktiem A un D ir paralēlograms $daa'd'$; pie tam taisnstūra un paralēlograma kopējs pamats ir Koriolisa (Coriolis) pāātrinājums $\overline{dd'} = 2\overline{AL} = \vec{j}_\gamma$, kopējs augstums ir $\overline{db} = \overline{d'b'} = \overline{NB}$, bet paralēlograma malas $\overline{da} = \overline{d'a'} = \overline{NK}$, bez tam arī $\overline{ba} = \overline{b'a'} = \overline{BK}$.

Pašu pāātrinājumu konstrukcijai iegūtā pamatfigūrā izmantojam punktus A un D . Otrs paralēlograms, kuŗu veido pāātrinājumu vektoru

galapunkti, pārvēršas taisnē, kas iet paralēli slīdes virzienam, jo punktu A un B kustībā 3 pret 4 tangenciālie pātrinājumi ir nulle. Lai atrastu punkta A pātrinājumu kustībā 2 pret 4, atliekam $\overline{ac} = \overline{AM}$ un velkam caur punktu c taisni $\perp ca$ līdz krustošanai ar $b'd'$ punktā e . Savienojot punktus a , b un d ar punktu e , iegūstam pātrinājumus: $\overline{j}_a^{24} = \overline{ae}$, $\overline{j}_b^{24} = \overline{be}$ un $\overline{j}_d^{24} = \overline{de}$, bet nogrieznis $d'e$ reprezentē slīdes pātrinājumu $\overline{j}^{23} = \overline{d'e}$.

Kā redzams 4b. zīm., iegūtais pātrinājumu plāns apmierina visus 9 nol-mus, kas saista dažādus punktu A , B un D pātrinājumus.

- 1) $\overline{j}_a^{24} = \overline{j}^{23} + \overline{j}_a^{34} + \overline{j}_\gamma$
- 2) $\overline{j}_b^{24} = \overline{j}^{23} + \overline{j}_b^{34} + \overline{j}_\gamma$
- 3) $\overline{j}_d^{24} = \overline{j}^{23} + \overline{j}_\gamma$. . . (jo šeit $\overline{j}_d^{34} = 0$)
- 4) $\overline{j}_a^{24} = \overline{j}_b^{24} + \overline{j}_a^b$. . . (jo šeit $\overline{j}_a^b = 0$)
- 5) $\overline{j}_a^{24} = \overline{j}_d^{24} + \overline{j}_a^d$. . . (jo šeit $\overline{j}_a^d = 0$)
- 6) $\overline{j}_a^{34} = \overline{j}_b^{34} + \overline{j}_a^b$. . . (jo šeit $\overline{j}_a^b = 0$)
- 7) $\overline{j}_d^{34} = \overline{j}_a^d$ (jo šeit $\overline{j}_d^{34} = 0$ un $\overline{j}_a^d = 0$)
- 8) $\overline{j}_b^{24} = \overline{j}_d^{24} + \overline{j}_b^d$. . . (jo šeit $\overline{j}_b^d = 0$)
- 9) $\overline{j}_b^{34} = \overline{j}_d^d$ (jo šeit $\overline{j}_d^{34} = 0$ un $\overline{j}_b^d = 0$).

Iesniegts fakultātei 1937. g. 4. nov.

Beschleunigungs Konstruktionen an der rotierenden Kurbelschleife.

Prof. Dr. Ing. N. Rosenauer.

Autoreferat.

Die Beschleunigungs Konstruktion an der exzentrischen rotierenden Kurbelschleife hat der Verfasser schon früher für eine bestimmte Antriebsart gegeben¹⁾. Die Eigenart der Beschleunigungspläne des Verfassers in Betracht ziehend, werden in der vorliegenden Arbeit die Beschleunigungs Konstruktionen an der zentrischen, wie auch an der exzentrischen Kurbelschleife für verschiedene Antriebsarten gegeben.

Das Verfahren des Verfassers besteht darin, dass für zwei Punkte, die den mit einem Gleitpaar verbundenen Gliedern gehören, die Grundfigur des Planes als ein Parallelogramm konstruiert wird, dessen Seiten die relative Normalbeschleunigung der Punkte und die Coriolis-Beschleunigung darstellen. Im Falle, dass diese Punkte sich auf einer Geraden befinden, die der Gleitrichtung parallel ist, geht das Parallelogramm in ein Rechteck über und im Falle, dass die Punkte sich auf einer Geraden befinden, die senkrecht zur Gleitrichtung steht, geht das Parallelogramm in eine Gerade über.

Die Beschleunigungsvektoren werden an dieser Grundfigur, folgende Eigenschaften in Betracht ziehend, konstruiert: erstens bilden im Plane die Endpunkte der Beschleunigungsvektoren ebenfalls ein Parallelogramm resp. ein Rechteck oder auch eine Gerade, und zweitens ist die Gerade, die die Abbildungen zweier Punkte im Plane verbindet, senkrecht zur Geraden, die die Endpunkte der Beschleunigungsvektoren verbindet.

I. Eine zentrische rotierende Kurbelschleife, angetrieben vom 1-ten Gliede, das sich gleichförmig mit einer bekannten Geschwindigkeit

$\omega_{14} = \text{Const.}$ um den Punkt C dreht (Abb. 1a).

Man trägt die Geschwindigkeit

$$V_a^{14} = V_a^{24} = \omega_{14} \cdot AC$$

¹⁾ N. Rosenauer: Eine besondere Beschleunigungs Konstruktion kinematischer Ketten, die Gleitpaare in beweglichen Ebenen enthalten. Acta Universitatis Latviensis. Mēch. fak. seriija, T. II № 5. 1937.

des Punktes A in orthogonaler Richtung ab und zerlegt dieselbe nach der Formel:

$$\bar{V}_a^{024} = \bar{V}_a^{023} + \bar{V}_a^{034}.$$

Mit derselben Geschwindigkeit $\bar{V}_a^{014} = \bar{V}_a^{024}$, den Thalesschen Halbkreis benutzend, konstruiert man die Normalbeschleunigung AN , die bei gleichförmiger Drehung des 1-ten Gliedes auch die Gesamtbeschleunigung $\bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24} = \bar{AN}$ darstellt.

Mit der Geschwindigkeit \bar{V}_a^{034} wird die Normalbeschleunigung AM des Punktes A um D konstruiert.

Weiter verbindet man den Endpunkt der relativen gedrehten Geschwindigkeit \bar{V}_a^{023} mit dem Pol 34 (Punkt D) und zieht durch den Endpunkt von \bar{V}_a^{034} eine parallele Gerade, die vom relativen Strahl die halbe Coriolis-Beschleunigung AL abschneidet, wie das die folgende Proportion zeigt:

$$\frac{AL}{\bar{V}_a^{023}} = \frac{V_a^{34}}{AD} = \omega_{34}, \text{ woraus } \bar{AL} = [\omega_{34} \cdot \bar{V}_a^{023}] = \frac{1}{2} \bar{j}_\gamma.$$

Zur Beschleunigungskonstruktion werden die Punkte A und D ausgenutzt, die sich auf der gleitenden Geraden befinden, daher ist die Grundfigur des Planes das Rechteck $aa'd'd$ (Abb. 1b), dessen Seiten $\bar{ad} = \bar{a'd'} = \bar{AM}$ und $\bar{aa'} = \bar{dd'} = 2\bar{AL} = \bar{j}_\gamma$ sind.

Vom Punkte a trägt man die erhaltene Beschleunigung $\bar{j}_a^{24} = \bar{AN}$ ab, deren Endpunkt eine Ecke des zweiten Rechteckes darstellt, die gegenüberliegende Ecke ist aber der Punkt d' , da die Beschleunigung des Punktes D $\bar{j}_d^{34} = 0$ ist. Daher erhält man das zweite Rechteck, indem man durch den Endpunkt von \bar{j}_a^{24} eine Gerade parallel zur Gleitrichtung und die andere Gerade senkrecht zu AD zieht.

Verbindet man die Punkte d und a' mit den übrigen Ecken des zweiten Rechteckes, so dass die Gerade, die die Abbildungen der Punkte verbindet, zur Geraden, die durch die Endpunkte der Beschleunigungen geht, senkrecht ist, so erhält man auch die Beschleunigungen \bar{j}_d^{24} und \bar{j}_a^{34} , wodurch der Beschleunigungszustand des 2-ten und 3-ten Gliedes bestimmt ist.

Der erhaltene Beschleunigungsplan befriedigt, wie das die Abb. 1b zeigt, alle 4 Gleichungen, die die verschiedenen Beschleunigungen der Punkte A und D enthalten.

- 1) $\bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_a^{34} + \bar{j}_\gamma$
- 2) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_\gamma \dots \dots \dots$ (da $\bar{j}_a^{34} = 0$ ist)
- 3) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}_a^{24} + \bar{j}_{an}^d + \bar{j}_{at}^d$
- 4) $\bar{j}_a^{34} = \bar{j}_{an}^d + \bar{j}_{at}^d \dots \dots \dots$ (da $\bar{j}_a^{34} = 0$ ist).

Die der Gleitrichtung parallelen Seiten des zweiten Rechteckes ergeben, wie das aus der 1) und 2) Gleichung zu ersehen ist, die Gleitbeschleunigung \bar{j}^{23} , die in diesem Falle nach oben gerichtet ist.

Die beiden übrigen Seiten desselben Rechteckes ergeben, wie das aus der 3) und 4) Gleichung zu ersehen ist, die Tangentialbeschleunigung \bar{j}_{at}^d des Punktes A gegen D , die im Uhrzeigersinn gerichtet ist, also ist die Drehung des 3-ten Gliedes beschleunigt, falls das 1-te Glied sich im Uhrzeigersinn dreht.

II. Eine zentrische rotierende Kurbelschleife, angetrieben vom 3-ten Gliede, das sich gleichförmig mit einer bekannten Geschwindigkeit $\omega_{34} = \text{Const.}$ um den Punkt D dreht (Abb. 2a).

Man trägt die Geschwindigkeit $V_a^{34} = \omega_{34} \cdot AD$ orthogonal ab und konstruiert die Formel

$$\bar{V}_a^{24} = \bar{V}_a^{23} + \bar{V}_a^{34}.$$

Mit der Geschwindigkeit \bar{V}_a^{34} , den Thaleschen Halbkreis benutzend, konstruiert man die Normalbeschleunigung AN des Punktes A um D , die bei gleichförmiger Drehung des 3-ten Gliedes auch die Gesamtbeschleunigung $\bar{j}_a^{34} = \overline{AN}$ darstellt.

Mit der Geschwindigkeit \bar{V}_a^{24} wird die Normalbeschleunigung AM des Punktes A um C konstruiert.

Ebenso wie vorhin wird die Coriolis-Beschleunigung konstruiert, indem man den Endpunkt von \bar{V}_a^{23} mit dem Punkte D (34) verbindet und durch den Endpunkt von \bar{V}_a^{34} eine parallele Gerade zieht, die vom relativen Strahl die halbe Coriolis-Beschleunigung AL abschneidet.

Zur Beschleunigungskonstruktion werden wieder die Punkte A und D ausgenutzt, die sich auf der gleitenden Geraden befinden, daher ist hier die Grundfigur des Planes dasselbe Rechteck $add'a'$, wie vorhin mit den Seiten $\overline{ad} = \overline{a'd'} = \overline{AN}$ und $\overline{aa'} = \overline{dd'} = 2\overline{AL} = \overline{j}_\gamma$ (Abb. 2b).

Das zweite Rechteck geht aber in eine Gerade über, die der Gleitrichtung parallel ist, da die Tangentialbeschleunigung des Punktes A im 3-ten Gliede bei gleichförmiger Drehung des letzteren gleich Null ist. Das bedeutet, dass die Breite des zweiten Rechteckes auch gleich Null ist und dasselbe mit $a'd'$ zusammenfällt, daher befindet sich der Endpunkt der Beschleunigung $\bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24}$ auf der Geraden $a'd'$. Um denselben dort zu finden wird der Punkt C , dessen Beschleunigung $\bar{j}_c^{14} = 0$ ist, herangezogen. Es wird im Plane die Normalbeschleunigung des Punktes A um C : $\overline{ac} = \overline{AM}$ abgetragen und durch den Punkt c eine Gerade $\perp ac$ gezogen, auf der sich der Endpunkt der Beschleunigung \bar{j}_a^{24} befindet; endgültig findet man also diesen Punkt im Schnittpunkte e mit der Geraden $a'd'$. Dann ist $\overline{ae} = \bar{j}_a^{24} = \bar{j}_a^{14}$ und das zweite Rechteck wird durch den Abschnitt $d'e$ dargestellt.

Verbindet man den Punkt d mit dem Punkte e , so erhält man ausserdem die Beschleunigung $\bar{j}_d^{24} = \overline{de}$, da die Breite des zweiten Rechteckes gleich Null ist, die Höhe aber ergibt die Gleitbeschleunigung $\bar{j}^{23} = \overline{d'e}$.

Der in der Abb. 2b erhaltene Plan befriedigt alle 4 Gleichungen, die die verschiedenen Beschleunigungen der Punkte A und D vereinigen:

- 1) $\bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_a^{34} + \bar{j}_\gamma$
- 2) $\bar{j}_d^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_\gamma$ (da $\bar{j}_d^{34} = 0$ ist)
- 3) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}_a^{24} + \bar{j}_{an}^d$ (da $\bar{j}_{at}^d = 0$ ist)
- 4) $\bar{j}_a^{34} = \bar{j}_{an}^d$ (da $\bar{j}_d^{34} = 0$ und $\bar{j}_{at}^d = 0$ sind).

Aus der Richtung der Beschleunigung $\bar{j}_a^{14} = \bar{j}_a^{24}$ folgt, dass die Drehung des 1-ten Gliedes beschleunigt ist, falls sich das 3-te Glied gegen den Uhrzeiger dreht, und verzögert ist, falls sich das 3-te Glied im Uhrzeigersinn dreht.

III. Eine exzentrische rotierende Kurbelschleife, angetrieben vom 1-ten Gliede, das sich gleichförmig mit einer bekannten Geschwindigkeit $\omega_{14} = \text{Const.}$ um den Punkt C dreht (Abb. 3a).

Die Beschleunigungskonstruktion für die Punkte A und B hat der Verfasser schon früher gegeben²⁾, daher soll hier der entsprechende Teil der Konstruktion nur kurz behandelt werden.

²⁾ *N. Rosenauer*: Eine besondere Beschleunigungskonstruktion kinematischer Ketten, die Gleitpaare in beweglichen Ebenen enthalten. Acta Universitatis Latviensis. Mech. fak. serija, T. II № 5. 1937.

Die gegebene Geschwindigkeit $V_a^{14} = V_a^{24} = \omega_{14} \cdot AC$ wird orthogonal abgetragen und nach der Formel

$$\overline{V}_a^{24} = \overline{V}_a^{23} + \overline{V}_a^{34}$$

zerlegt.

Mit derselben Geschwindigkeit V_a^{24} wird die Normalbeschleunigung AN konstruiert, die bei gleichförmiger Drehung der Gesamtbeschleunigung gleich ist: $\overline{j}_a^{14} = \overline{j}_a^{24} = AN$.

Mit der Geschwindigkeit \overline{V}_b^{34} konstruiert man die Normalbeschleunigung BM des Punktes B um D und zieht nachher die Gerade $MK \parallel DA$. Da die Glieder 2 und 3 durch ein Gleitpaar verbunden sind, sind die Winkelgeschwindigkeiten dieser Glieder einander gleich: $\omega_{34} = \omega_{24}$ und die Seiten des $\triangle MKB$ ergeben die relativen Normalbeschleunigungen der Seiten des $\triangle DAB$, d. h. MK ist die relative Normalbeschleunigung der Seite AD , und BK ist die relative Normalbeschleunigung der Seite AB .

Es wird noch die halbe Coriolis-Beschleunigung AL konstruiert, indem man den Endpunkt von \overline{V}_a^{23} mit dem Punkt D (34) verbindet und durch den Endpunkt von \overline{V}_a^{34} eine parallele Gerade zieht.

Die Grundfigur des Beschleunigungsplanes (Abb. 3b) besteht aus dem Rechteck $dbb'd'$, das den Punkten B und D entspricht, die sich auf der gleitenden Geraden befinden, und dem Parallelogramm $daa'd'$, das den Punkten A und D entspricht, wobei die gemeinsame Grundlinie: $\overline{dd'} = 2\overline{AL} = \overline{j}_\gamma$ ist, die gemeinsame Höhe: $\overline{db} = \overline{d'b'} = \overline{MB}$ ist, die Seiten des Parallelogramms $\overline{da} = \overline{d'a'} = \overline{MK}$ sind. Ausserdem ist noch $\overline{ab} = \overline{a'b'} = \overline{KB}$ die relative Normalbeschleunigung der Punkte A und B , wobei das diesen Punkten entsprechende Parallelogramm in eine Gerade $baa'b'$ übergeht.

Die Beschleunigungen am erhaltenen Plane werden folgendermassen konstruiert: vom Punkte a trägt man die Beschleunigung $\overline{j}_a^{24} = \overline{AN}$ ab, zieht durch den Endpunkt derselben eine Gerade $\perp ba'$ und konstruiert ein Parallelogramm, dessen gegenüberliegende Ecke d' ist, und dessen Seiten den Seiten des Parallelogramms $daa'd'$ senkrecht sind. Die Geraden, die die Punkte a' und d mit den übrigen Ecken des erhaltenen Parallelogramms verbinden, ergeben die Beschleunigungen \overline{j}_a^{34} und \overline{j}_d^{24} . Die Seite desselben Parallelogramms, die der Gleitrichtung parallel ist, ergibt die Gleitbeschleunigung \overline{j}^{23} mit der Richtung von B zu D .

Für die Punkte B und D , die sich auf der gleitenden Geraden befinden, ist die Grundfigur des Planes das Rechteck $dbb'd'$, also bilden die Endpunkte der Beschleunigungsvektoren auch ein Rechteck, dessen zwei Ecken der Punkt d' (da $\bar{j}_a^{34} = 0$ ist) und der Endpunkt von \bar{j}_a^{24} sind, die übrigen Ecken aber sich auf der Geraden, die $\perp ba'$ gezogen war, befinden. Dadurch ist das zweite Rechteck vollständig bestimmt, und die Geraden, die die Punkte b' und b mit den übrigen Ecken des erhaltenen Rechteckes verbinden, ergeben die Beschleunigungen \bar{j}_b^{34} und \bar{j}_b^{24} des Punktes B .

Im erhaltenen Plane ist auch das den Punkten A und B entsprechende Parallelogramm $baa'b'$, das in eine Gerade übergeht, deutlich zu sehen. Auch die Endpunkte der entsprechenden Beschleunigungen liegen auf einer Geraden, die zur ersten senkrecht ist.

Ausserdem befriedigt der erhaltene Plan alle 9 Gleichungen, die die verschiedenen Beschleunigungen der Punkte A , B und D enthalten:

- 1) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_a^{34} + \bar{j}_\gamma$
- 2) $\bar{j}_b^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_b^{34} + \bar{j}_\gamma$
- 3) $\bar{j}_d^{24} = \bar{j}^{23} + \bar{j}_\gamma \dots \dots \dots$ (da $\bar{j}_d^{34} = 0$ ist)
- 4) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}_b^{24} + \bar{j}_{an}^b + \bar{j}_{at}^b$
- 5) $\bar{j}_a^{24} = \bar{j}_d^{24} + \bar{j}_{an}^d + \bar{j}_{at}^d$
- 6) $\bar{j}_a^{34} = \bar{j}_b^{34} + \bar{j}_{an}^b + \bar{j}_{at}^b$
- 7) $\bar{j}_a^{34} = \bar{j}_{an}^d + \bar{j}_{at}^d \dots \dots \dots$ (da $\bar{j}_d^{34} = 0$ ist)
- 8) $\bar{j}_b^{24} = \bar{j}_d^{24} + \bar{j}_{bn}^d + \bar{j}_{bt}^d$
- 9) $\bar{j}_b^{34} = \bar{j}_{bn}^d + \bar{j}_{bt}^d \dots \dots \dots$ (da $\bar{j}_d^{34} = 0$ ist).

IV. Eine exzentrische rotierende Kurbelschleife, angetrieben vom 3-ten Gliede, das sich gleichförmig mit einer bekannten Geschwindigkeit $\omega_{34} = \text{Const.}$ um den Punkt D dreht (Abb. 4a).

Die Geschwindigkeit des Punktes B : $V_b^{34} = \omega_{34} \cdot BD$ wird orthogonal abgetragen und durch ihren Endpunkt eine Gerade parallel zu AB gezogen. Die so erhaltene Geschwindigkeit \bar{V}_a^{24} des Punktes A wird nach der Formel

$$\bar{V}_a^{24} = \bar{V}_a^{23} + \bar{V}_a^{34}$$

zerlegt.

Mit der bekannten Geschwindigkeit \bar{V}_b^{34} wird die Normalbeschleunigung BN konstruiert, die gleichzeitig auch die Gesamtbeschleunigung $\bar{j}_b^{34} = \overline{BN}$ ist, da die Geschwindigkeit $\omega_{34} = \text{Const.}$ ist. Zieht man noch die Gerade $NK \parallel DA$, so ist $\overline{KN} = \bar{j}_a^{34}$ und BK die relative Normalbeschleunigung der Punkte A und B , weil die Glieder 2 und 3 mit einem Gleitpaar verbunden sind, und die Winkelgeschwindigkeiten gleich sind: $\omega_{24} = \omega_{34}$.

Mit der erhaltenen Geschwindigkeit \bar{V}_a^{24} konstruiert man die Normalbeschleunigung AM des Punktes A gegen C .

Ebenso wie vorhin erhält man die halbe Coriolis-Beschleunigung AL , indem man den Endpunkt von \bar{V}_a^{23} mit D (34) verbindet und durch den Endpunkt von \bar{V}_a^{34} eine parallele Gerade zieht.

Die Grundfigur des Beschleunigungsplanes (Abb. 4b) für die Punkte B und D , die sich auf der gleitenden Geraden befinden, ist das Rechteck $dbb'd'$; für die Punkte A und B , die sich auf einer zur Gleitrichtung senkrechten Geraden befinden, geht das Parallelogramm $baa'b'$ in eine Gerade über und für die Punkte A und D ist die Grundfigur das Parallelogramm $daa'd'$, wobei die gemeinsame Grundlinie dieses Parallelogramms und des Rechtecks die Coriolis-Beschleunigung $dd' = 2\overline{AL} = \bar{j}_\gamma$ ist und die gemeinsame Höhe $db = d'b' = NB$ ist, die Seiten des Parallelogramms sind $\overline{da} = \overline{d'a'} = \overline{NK}$ und ausserdem ist $\overline{ba} = \overline{b'a'} = \overline{BK}$.

Zur Konstruktion der Beschleunigungen am erhaltenen Plane werden die Punkte A und D ausgenutzt. Das zweite Parallelogramm, das die Endpunkte der Beschleunigungen bilden, geht jetzt in eine Gerade, die der Gleitrichtung parallel ist, über, da die Tangentialbeschleunigungen der Punkte A und B in der Bewegung 3 gegen 4 gleich Null sind. Um die Beschleunigung \bar{j}_a^{24} des Punktes A in der Bewegung 2 gegen 4 zu finden, trägt man $\overline{ac} = \overline{AM}$ ab und zieht durch den Punkt c eine Gerade $\perp ca$ bis zum Schnittpunkte e mit der Geraden $b'd'$. Verbindet man die Punkte a , b und d mit dem Punkte e , so erhält man die Beschleunigungen $\bar{j}_a^{24} = \overline{ae}$, $\bar{j}_b^{24} = \overline{be}$ und $\bar{j}_d^{24} = \overline{de}$. Der Abschnitt $d'e$ liefert die Gleitbeschleunigung $\bar{j}^{23} = \overline{d'e}$.

Der erhaltene Beschleunigungsplan (Abb. 4b) befriedigt ausserdem alle 9 Gleichungen, die die verschiedenen Beschleunigungen der Punkte A , B und D enthalten:

Mit der bekannten Geschwindigkeit v_1 und der Normalbeschleunigung BV konstruiert, die gleichzeitig auch die Tangentialbeschleunigung $j_1^{23} = BV$ ist, da die Geschwindigkeit $v_1 = \text{const}$ ist. Zieht man noch die Gerade $NK \parallel DA$, so ist $NV = j_1^{23}$ und BA die relative Normalbeschleunigung der Geraden 2 und 3 mit einem Gleitpaar, wobei die Punkte B und A gleich sind: $b_{23} = a_{23}$. (Ist $0 = \frac{v_1}{r} \parallel ab$) $\dots \frac{v_1^2}{m} + \frac{v_1^2}{r} = \frac{v_1^2}{r}$ (2)

Mit der erhaltenen Geschwindigkeit v_2 konstruiert man die Normalbeschleunigung AM des Punktes A gegen C . (Ist $0 = \frac{v_2}{r} \parallel ab$) $\dots \frac{v_2^2}{m} = \frac{v_2^2}{r}$ (1)

Ebenso wie vorher erhält man die halbe Coriolis-Beschleunigung AL , indem man den Endpunkt von v_2 mit D (34) verbindet und durch den Endpunkt von v_2 eine parallele Gerade zieht.

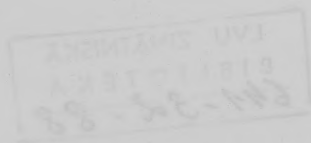
Die Grundfigur des Beschleunigungsplanes (Abb. 4b) für die Punkte B und D , die sich auf der gleitenden Geraden befinden, ist das Rechteck $dbb'd'$; für die Punkte A und B , die sich auf einer zur Gleitrichtung senkrechten Geraden befinden, geht das Parallelogramm $baa'b'$ in eine Gerade über und für die Punkte A und D ist die Grundfigur das Parallelogramm $daa'd'$, wobei die gemeinsame Grundlinie dieses Parallelogramms und des Rechtecks die Coriolis-Beschleunigung $aa' = 2AL = -j_1^{23}$ ist und die gemeinsame Höhe $db = d'b' = NB$ ist, die Seiten des Parallelogramms sind $da = d'a' = NK$ und ausserdem ist $ba = b'a' = BK$.

Zur Konstruktion der Beschleunigungen am erhaltenen Plane werden die Punkte A und D ausgenutzt. Das zweite Parallelogramm, das die Endpunkte der Beschleunigungen bilden, geht jetzt in eine Gerade, die der Gleitrichtung parallel ist, über, da die Tangentialbeschleunigungen der Punkte A und B in der Bewegung 3 gegen 4 gleich Null sind. Um die Beschleunigung j_2^{34} des Punktes A in der Bewegung 2 gegen 4 zu finden, trägt man $ac = AM$ ab und zieht durch den Punkt c eine Gerade $\perp ca$ bis zum Schnittpunkte e mit der Geraden $b'd'$. Verbindet man die Punkte a, b und d mit dem Punkte e , so erhält man die Beschleunigungen $j_2^{34} = ae, j_2^{34} = be$ und $j_2^{34} = de$. Der Abschnitt $d'e$ liefert die Gleitbeschleunigung $j_2^{34} = d'e$.

Der erhaltene Beschleunigungsplan (Abb. 4b) befriedigt ausserdem alle 9 Gleichungen, die die verschiedenen Beschleunigungen der Punkte A, B und D enthalten:

et

Il s'agit d'un extrait de la page 361.



Stephenson'a mēchanisma paātrinājumu konstrukcijas.

Prof. Dr. ing. *N. Rozenauers*.

Kaut gan Stephenson'a mēchanisms ir pamats daudzām mašīnām, kā piemēram, Holsta mašīnai, Shaping-mašīnai u. c.¹, literātūrā nav atrodamas šā mēchanisma paātrinājumu konstrukcijas. Tas izskaidrojams laikam ar to apstākli, kuŗu, gadījumā, kad mēchanisms nostādīts uz piecstūŗa bināras malas, atzīmējis vēl L. Burmesters² 1888. g., rakstot: „die Konstruktionen der Beschleunigungen sind sehr schwierig und für die praktische Ausführung zu umständlich“.

Autors ar savu darbu aizpilda šo robu un dod Stephenson'a mēchanisma paātrinājumu konstrukcijas dažādos nostādīšanas un piedzīšanas gadījumos, lietojot pie tam savas īpatnējas metodes³, kas nav tik komplikētas, ka tās praksē nevarētu lietot.

I. gadījums: Mēchanisms nostādīts uz šarnīru četrstūŗa bināras malas un piedzīts ar ternāru locekli (1 a. zīm.).

Pieņemam, ka loceklis *DC* paliek nekustošs, bet loceklis *FED* piedzen mēchanismu, vienmēŗīgi grieŗoties ap punktu *D*.

Jākonstruē paātrinājumi punktiem *B*, *A* un *G*.

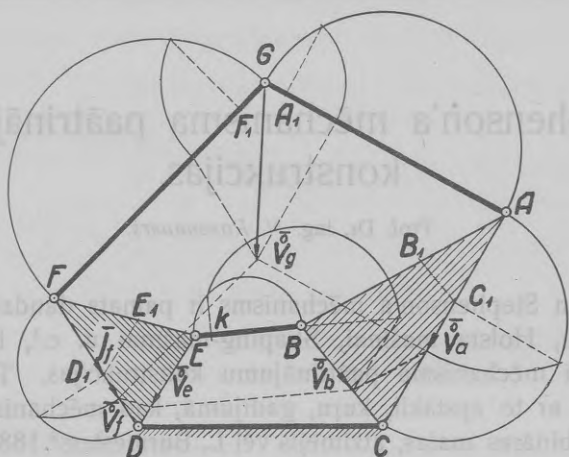
Atliekam punkta *F* doto ātrumu ortogōnālā virzienā. Konstruējot parastā kārtā poligōnu ar malām, kas parallēlas poligōna *FEBA* malām, iegūstam uz *ED*, *BC* un *AC* punktu *E*, *B* un *A* ortogōnālos ātrumus

¹ Sk. *L. Burmester*: Lehrbuch der Kinematik. 1888. 452.—463. lapp.

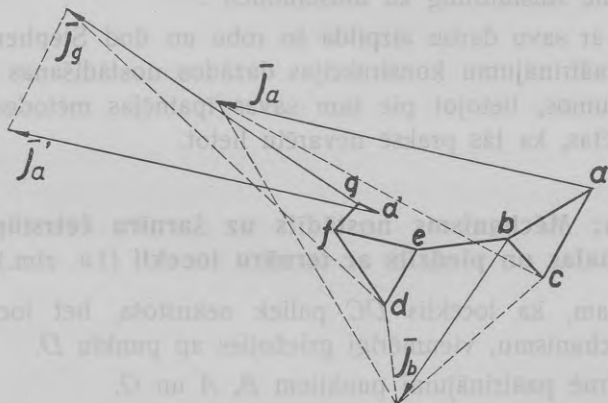
² *L. Burmester*: Lehrbuch der Kinematik. 1888. 850. lapp.

³ *N. Rozenauers*: Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normālpāātrinājumu plānu palīdzību sareŗģītās kinematiskās ķēdēs. L.Ū.R. Mēch. fak. serija. T. II, № 4. 1937.

\vec{V}_e , \vec{V}_b un \vec{V}_a . Velkot caur \vec{V}_a galapunktu taisni $\parallel AG$ līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur \vec{V}_f galapunktu $\parallel FG$, atrodam arī punkta G ortogonālo ātrumu \vec{V}_g .



1a. zīm.



1b. zīm.

Ar punkta F ātruma $\vec{V}_f = \text{const.}$ palīdzību, lietojot pusriņķi, konstruējam tam pašam punktam paātrinājumu $\vec{j}_f = \overline{FD}_1$.

Ar punkta A ātruma \vec{V}_a palīdzību konstruējam taisnei AC relatīvo normālpāātrinājumu AC_1 .

Veidojot relatīvos ātrumus, konstruējam ar pusriņķiem
loceklim BE relatīvo normālpaātrinājumu BK ,

” GF ” ” GF_1 ,
” GA ” ” GA_1 .

Velkot caur punktu D_1 taisni $D_1E_1 \parallel DE$, iegūstam $\triangle FD_1E_1$, kuŗa malas reprezentē locekļa FDE attiecīgo malu relatīvos normālpaātrinājumus.

Tāpat velkot $C_1B_1 \parallel CB$, iegūstam $\triangle AB_1C_1$, kuŗa malas reprezentē locekļa ABC malu relatīvos normālpaātrinājumus.

Tālāk pārejam uz relatīvo normālpaātrinājumu plāna konstrukciju: atliekam (1b. zīm.) nogriezni $\overline{be} = \overline{BK}$ un konstruējam $\triangle bac \# \triangle B_1AC_1$ un $\triangle efd \# \triangle E_1FD_1$. Atliekam vēl $\overline{fg} = \overline{F_1G}$ un $\overline{ga'} = \overline{GA_1}$, ar ko relatīvo normālpaātrinājumu plāns iegūts.

Pašu paātrinājumu konstrukciju iegūtā plānā izdarām šādi: paātrinājumi \overline{j}_f un \overline{j}_e plānā reprezentējas ar \overline{fd} un \overline{ed} ; paātrinājuma \overline{j}_b sākuma punkts ir b , bet galapunktu iegūstam, velkot caur punktu d taisni $\perp eb$ līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu $c \perp cb$. Paātrinājuma \overline{j}_a sākuma punkts ir a , bet galapunktu iegūstam, velkot caur \overline{j}_b galapunktu taisni $\perp ab$ līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu $c \perp ac$.

Paātrinājumu \overline{j}_a pārnesam uz punktu a' , iegūstot vektoru $\overline{j}_{a'}$. Beidzot atrodam arī paātrinājumu \overline{j}_g , kuŗa sākuma punkts ir g , bet galapunktu iegūstam, velkot caur $\overline{j}_{a'}$ galapunktu taisni $\perp ga'$ līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu $d \perp fg$.

Kā redzams 1b. zīm., šeit attīstītā konstrukcija ir vienkāršāka un pārskatāmāka par parastī lietojamo⁴, kuŗu autors devis agrāk.

II. gadījums: Mēchanisms nostādīts uz ternāra locekļa un piedzīts ar piegulošu četrstūra malu (2a. zīm.).

Pieņemam, ka loceklis DEF paliek nekustošs, bet loceklis CD piedzen mēchanismu, vienmērīgi griežoties ap punktu D (2a. zīm.).

Jākonstruē paātrinājumi punktiem B , A un G .

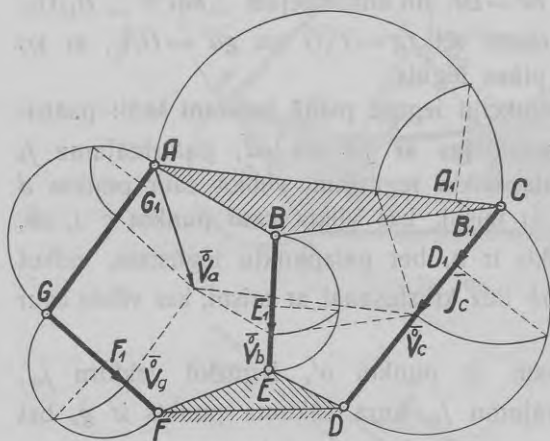
Atliekam punkta C doto ātrumu ortogonālā virzienā un, velkot taisni $\parallel CB$, atrodam arī punkta B ortogonālo ātrumu \overline{V}_b . Divas taisnes

⁴ N. Rozenauers: Infleksijas un Bresa riņķa konstrukcija kinēmatiskās ķēdes locekļiem ar ātrumu un paātrinājumu vektoru palīdzību. L.Ū.R. Mēch. fak. serija. T. I, № 13. 1936.

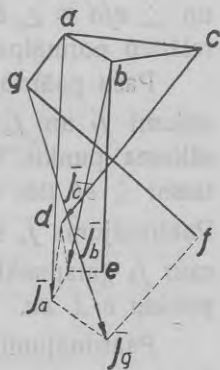
caur \vec{V}_c un \vec{V}_b galapunktiem, kas vilktas paralēli CA un BA , dod punkta A ātruma \vec{V}_a galapunktu. Taisne, kas vilkta caur pēdējo $\parallel AG$, nogriež arī punkta G ortogonālo ātrumu \vec{V}_g .

Ar punkta C dotā ātruma $\vec{V}_c = \text{const.}$ palīdzību konstruējam tā paša punkta paātrinājumu $\vec{j}_c = \vec{CD}_1$.

Ar ātrumu \vec{V}_b un \vec{V}_g palīdzību konstruējam, lietojot pusriņķus locekļa BE relatīvo normālpāātrinājumu BE_1 un
 " GF " " " GF_1 .



2a. zīm.



2b. zīm.

Veidojot relatīvos ātrumus, konstruējam ar pusriņķiem locekļa AG relatīvo normālpāātrinājumu AG_1 un taisnes AC " " A_1C .

Velkot caur punktu A_1 taisni $A_1B_1 \parallel AB$, iegūstam $\triangle A_1B_1C$, kuŗa malas reprezentē locekļa ABC malu relatīvos normālpāātrinājumus.

Labākas pārredzamības dēļ relatīvo normālpāātrinājumu plāns⁵ konstruēts 2b. zīm. trīsreiz lielākā mērogā. Šim nolūkam atlikti: $\overline{ac} = 3\overline{A_1C}$, konstruēts $\triangle abc \sim \triangle ABC$ un atlikti $\overline{cd} = 3\overline{CD_1}$, $\overline{be} = 3\overline{BE_1}$, $\overline{ag} = 3\overline{AG_1}$ un $\overline{gf} = 3\overline{GF_1}$, ar ko relatīvo normālpāātrinājumu plāns iegūts.

Pašus pāātrinājumus konstruējam iegūtā plānā šādi: vektors \overline{cd} reprezentē trīsreiz lielākā mērogā pāātrinājumu \vec{j}_c , velkot caur punktu

⁵ N. Rozenauers: Pāātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normālpāātrinājumu plānu palīdzību sarežģītās kinēmatiskās ķēdēs. L. Ū. R. Mēch. fak. serija. T. II, № 4. 1937.

d taisni $\perp bc$ līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu $e \perp be$, iegūstam paātrinājuma \bar{j}_b galapunktu; savienojot šo punktu ar b , atrodam pašu vektoru \bar{j}_b .

Paātrinājuma \bar{j}_a sākuma punkts ir a , bet galapunktu atrodam, velkot caur \bar{j}_b galapunktu taisni $\perp ba$ līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu $d \perp ca$.

Beidzot paātrinājuma \bar{j}_g sākuma punkts ir g , bet galapunktu iegūstam, velkot caur \bar{j}_a galapunktu taisni $\perp ag$ līdz krustošanai ar taisni, kas vilkta caur punktu $f \perp fg$.

Jāpiezīmē vēlreiz, ka 2b. zīm. visi paātrinājumi iegūti trīsreiz lielākā mērogā.

III. gadījums: Mēchanisms nostādīts uz ternāra locekļa un piedzīts ar piegulošu piecstūra malu (3a. zīm.).

Pieņemam, ka loceklis DEF paliek nekustošs, bet loceklis GF piedzen mēchanismu vienmērīgi, griežoties ap punktu F (3a. zīm.).

Jākonstruē paātrinājumi punktiem A, B un C .

Ātrumu konstrukcijai atrodam pēc autora metodes^{6,7} locekļu GA un EB krustošanas punktu Q , ko uzskatām par locekļa ABC punktu. Punkta Q ortogonālais ātrums sakrīt ar taisni QE , tā noteikšanai atliekam punkta G doto ātrumu V_g ortogonālā virzienā un caur tā galapunktu velkam taisni $\parallel GQ$, kas no QE nogriež punkta Q ortogonālo ātrumu \bar{V}_q . Savienojam punktu Q ar C , un velkam caur \bar{V}_q galapunktu taisni $\parallel QC$, kas no CD nogriež punkta C ortogonālo ātrumu \bar{V}_c . Caur tā galapunktu velkam vienu taisni $\parallel CA$, otru $\parallel CB$, un iegūstam \bar{V}_a un \bar{V}_b .

Ar dotā punkta G ātruma $\bar{V}_g = \text{const.}$ palīdzību konstruējam tā paša punkta paātrinājumu $\bar{j}_g = \bar{GF}_1$.

Ar ātrumu \bar{V}_b un \bar{V}_c palīdzību konstruējam, lietojot pusriņķus:

locekļa BE relatīvo normālpāātrinājumu BE_1 un
 " CD " " " CD_1 .

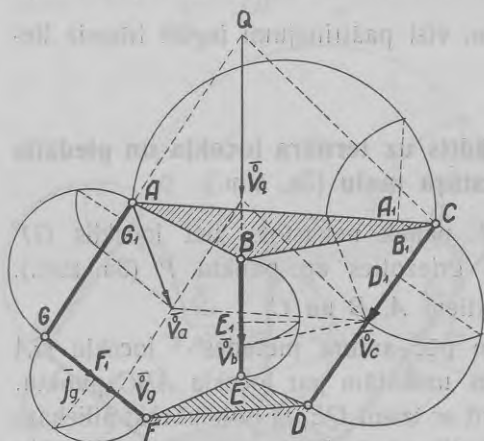
⁶ N. Rozenauers: Jauns paņēmieni ātrumu konstrukcijai sarežģītās kinēmatiskās ķēdēs. L.Ū.R. Mēch. fak. serija. T. I, № 14. 1936.

⁷ N. Rosenauer: Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. Bd. 17, Heft 3. 1937.

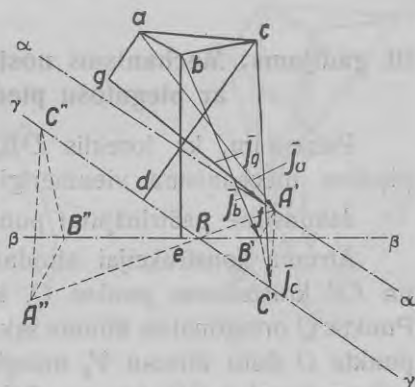
Veidojot relatīvos ātrumus, konstruējam ar pusriņķiem locekļa AG relatīvo normālpātrinājumu AG_1 un taisnes CA " " " CA_1 .

Velkot caur punktu A_1 taisni $A_1B_1 \parallel AB$, iegūstam $\triangle A_1B_1C$, kuŗa malas reprezentē locekļa ABC malu relatīvos normālpātrinājumus.

Labākas pārredzamības dēļ atkal relatīvo normālpātrinājumu plāns konstruēts 3b. zīm. trīsreiz lielākā mērogā. Šim nolūkam atlikts $\overline{ac} = 3\overline{A_1C}$, konstruēts $\triangle abc \sim \triangle ABC$ un atlikts $\overline{cd} = 3\overline{CD_1}$, $\overline{be} = 3\overline{BE_1}$, $\overline{ag} = 3\overline{AG_1}$ un $\overline{gf} = 3\overline{GF_1}$, ar ko relatīvo normālpātrinājumu plāns iegūts.



3a. zīm.



3b. zīm.

Jāpiezīmē, ka šis plāns III. gadījumā ir tas pats kā II. gadījumā; starpība ir tikai tā, ka tagad gf reprezentē punkta G pilnu pātrinājumu un cd ir punkta C normālpātrinājums, bet II. gadījumā cd bija pilns pātrinājums un gf normālpātrinājums.

Pašus pātrinājumus iegūtā plānā konstruējam šādi: vektors \overline{gf} reprezentē trīsreiz lielākā mērogā punkta G pātrinājumu $\overline{j_g}$, caur tā galapunktu f velkam taisni $\alpha - \alpha \perp ag$, uz kuŗas meklējams pātrinājuma $\overline{j_a}$ galapunkts. Caur punktu d velkam taisni $\gamma - \gamma \perp dc$, uz kuŗas meklējams pātrinājuma $\overline{j_c}$ galapunkts, un caur punktu e velkam taisni $\beta - \beta \perp eb$, uz kuŗas meklējams pātrinājuma $\overline{j_b}$ galapunkts.

Meklējamo pātrinājumu vektoru galapunktu iegūšanai jākonstruē $\triangle A'B'C'$ tā, lai tā virsotnes atrastos uz taisnēm $\alpha - \alpha$, $\beta - \beta$ un $\gamma - \gamma$, bet attiecīgās malas būtu perpendikulāras $\triangle ABC$ malām. Šo konstruk-

ciju var izdarīt tiri geometriskā ceļā: Velkam kaut kur starp taisnēm $\beta-\beta$ un $\gamma-\gamma$ taisni $B''C'' \perp BC$ un konstruējam $\triangle B''C''A'' \sim \triangle BCA$. Iegūto punktu A'' savienojam ar taisni $\beta-\beta$ un $\gamma-\gamma$ krustošanas punktu R un atrodam $A''R$ krustošanas punktu A' ar taisni $\alpha-\alpha$. Velkam $A'C' \perp AC$ līdz $\gamma-\gamma$ un $A'B' \perp AB$ līdz $\beta-\beta$. Savienojot punktus a ar A' , b ar B' un c ar C' , iegūstam meklējamās paātrinājums: $\vec{j}_a = \vec{a}A'$, $\vec{j}_b = \vec{b}B'$ un $\vec{j}_c = \vec{c}C'$.

Jāpiezīmē vēl, ka 3b. zīm. visi paātrinājumi iegūti trīsreiz lielākā mērogā.

IV. gadījums: Mēchanisms nostādīts uz piecstūŗa bināras malas un piedzīts ar piegulošu ternāru locekli (4a. zīm.).

Pieņemam, ka loceklis GF paliek nekustošs, bet loceklis DEF piezden mēchanismu, vienmēŗīgi grieŗoties ap punktu F .

Jākonstruē paātrinājumi punktiem A , B un C .

Atliekam punktu D un E dotos ātrumus ortogōnālā virzienā.

Ātrumu konstrukcijai atrodam 2. un 5. locekļa relatīvo polu 25, pagarinot EB un DC līdz krustošanai. Polu 25 savienojam ar punktu F (56), un šīs taisnes krustošanas punktā ar GA atrodam polu 26. Ievērojot, ka punktu A , B un C ortogōnālie ātrumi iet caur polu 26, atrodam \vec{V}_c , velkot caur \vec{V}_d galapunktu taisni $\parallel DC$. Tāpat atrodam \vec{V}_b , velkot caur \vec{V}_c galapunktu taisni $\parallel CB$, un beidzot atrodam arī \vec{V}_a , velkot caur \vec{V}_b galapunktu taisni $\parallel BA$.

Ar ātruma \vec{V}_d palīdzību, lietojot pusriņķi, konstruējam punkta D paātrinājumu $\vec{j}_d = \vec{D}F_1$. Velkot caur punktu F_1 taisni $F_1E_1 \parallel FE$, iegūstam arī punkta E paātrinājumu $\vec{j}_e = \vec{E}_1F_1$.

Ar punkta A ātruma \vec{V}_a palīdzību, lietojot pusriņķi, konstruējam punkta A normālpāātrinājumu AG_1 .

Veidojot relatīvos ātrumus, konstruējam ar pusriņķiem:

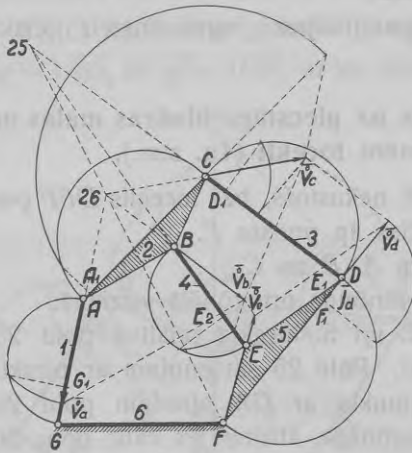
locekļa CD relatīvo normālpāātrinājumu CD_1 ,
” BE ” ” BE_2 ,
taisnes CA ” ” CA_1 .

Tālāk pāŗejam uz relatīvo normālpāātrinājumu plāna konstrukciju⁸: atliekam $\vec{ca} = \vec{CA}_1$ (4b. zīm.) un konstruējam $\triangle cba \sim \triangle CBA$. Punktā

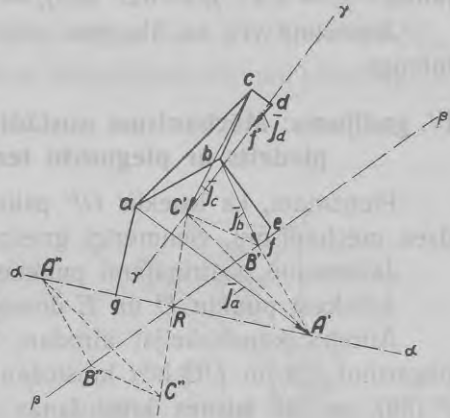
⁸ *N. Rozenauers*: Paātrinājumu konstrukcija ar relatīvo normālpāātrinājumu plānu palīdzību sareŗģitās kinēmatiskās ķēdes. L.Ū.R. Mēch. fak. serija. T. II, № 4. 1937.

a atliekam $\overline{ag} = \overline{AG}_1$, punktā b atliekam $\overline{be} = \overline{BE}_2$ un tālāk $\overline{ef} = \overline{E_1F_1} = \overline{j_c}$. Punktā c atliekam $\overline{cd} = \overline{CD}_1$ un tālāk $\overline{df} = \overline{DF}_1 = \overline{j_a}$, ar ko relatīvo normālpātrinājumu plāns iegūts.

Pašus pātrinājumus iegūtā plānā konstruējam šādi: caur punktu g velkam taisni $\alpha - \alpha \perp ga$, caur punktu f velkam taisni $\beta - \beta \perp eb$, un caur punktu f' velkam taisni $\gamma - \gamma \perp dc$.



4a. zīm.



4b. zīm.

Pātrinājumu $\overline{j_a}$, $\overline{j_b}$ un $\overline{j_c}$ galapunkti meklējami uz taisnēm $\alpha - \alpha$, $\beta - \beta$ un $\gamma - \gamma$, un to noteikšanai jākonstruē $\triangle A'B'C'$ ar virsotnēm uz minētām taisnēm un ar malām, perpendikulārām attiecīgām $\triangle ABC$ malām.

Šo konstrukciju var izdarīt tīri ģeometriskā ceļā: Velkam kaut kur starp taisnēm $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ taisni $A''B'' \perp AB$ un konstruējam $\triangle A''B''C'' \sim \triangle ABC$. Punktu C'' savienojam ar taisni $\alpha - \alpha$ un $\beta - \beta$ krustošanas punktu R . Atzīmējam taisnes $C''R$ krustošanas punktu C' ar taisni $\gamma - \gamma$, un velkam caur šo punktu taisni $C'A' \perp CA$ līdz $\alpha - \alpha$ un $C'B' \perp CB$ līdz $\beta - \beta$.

Savienojot punktus a ar A' , b ar B' un c ar C' , iegūstam meklējamos pātrinājumus: $\overline{j_a} = \overline{aA'}$, $\overline{j_b} = \overline{bB'}$ un $\overline{j_c} = \overline{cC'}$.

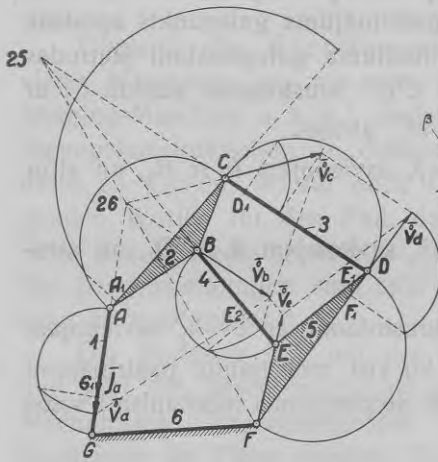
V. gadījums: Mēchanisms nostādīts uz piecstūŗa bināras malas un piedzīts ar pieguloŗu bināru locekli (5a. zīm.).

Pieņemam, ka loceklis GF paliek nekustoŗs, bet loceklis AG piedzen mēchanismu, vienmēŗīgi grieŗoties ap punktu G .

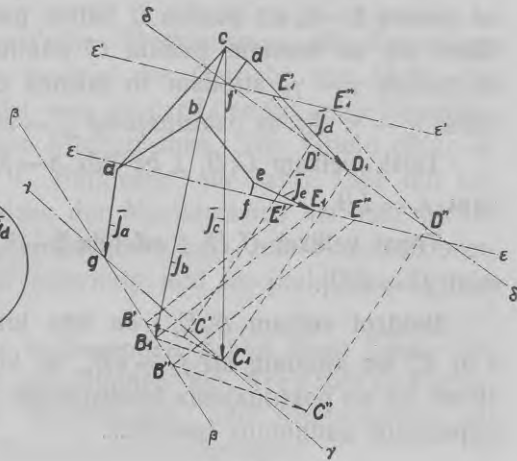
Jākonstruē pātrinājumumi punktiem B , C , D un E .

Ātrumu konstrukcijai atrodam tāpat kā IV. gadījumā polus 25 un 26. Pēdejo savienojam ar punktiem B un C . Doto punkta A ātrumu atliekam ortogonālā virzienā, caur tā galapunktu velkam taisni $\parallel AB$, un atrodam punkta B ātrumu \vec{V}_b . Velkot tālāk taisni $\parallel BC$, atrodam punkta C ātrumu \vec{V}_c . Taisne, kas vilkta caur \vec{V}_c galapunktu $\parallel CD$, no FD nogriež ātrumu \vec{V}_d , un taisne, kas vilkta $\parallel DE$, no FE nogriež \vec{V}_e .

Relatīvo normālpātrinājumu konstrukcijas šinī gadījumā neatšķiras no tām pašām IV. gadījumā un izdarītas 5a. zīm. tāpat ka 4a. zīm.



5a. zīm.



5b. zīm.

Arī relatīvo normālpātrinājumu plāns 5b. zīm. ir tas pats kā 4b. zīm.; starpība ir tikai tā, ka šinī gadījumā $\overline{ag} = \overline{AG}_1 = \overline{ja}$ reprezentē punkta A pilnu pātrinājumu, bet $\overline{df'} = \overline{DF}_1$ un $\overline{ef} = \overline{E_1F_1}$ ir tikai punktu D un E normālpātrinājumi.

Pašus pātrinājumus iegūtā plānā konstruējam šādi: ievērojot, ka $\overline{ag} = \overline{ja}$ ir punkta A pilns pātrinājums, velkam caur punktu g taisni $\beta - \beta \perp ab$ un $\gamma - \gamma \perp ac$, uz kuŗām meklējami punktu B un C pātrinājumu galapunkti.

Caur punktu f velkam taisni $\epsilon - \epsilon \perp ef$, uz kuŗas meklējams punkta E pātrinājuma galapunkts, un caur punktu f' velkam taisni $\delta - \delta \perp f'd$, uz kuŗas meklējams punkta D pātrinājuma galapunkts.

Uz šīs taisnes izvēlamies divus tādus fiktīvus punktus D' un D'' un meklējam atbilstošus fiktīvus punkta E pātrinājuma galapunktus

uz taisnes $\varepsilon' - \varepsilon'$, kas vilkta caur punktu f' paralēli $\varepsilon - \varepsilon$. Šim nolūkam velkam $D'E_1'$ un $D''E_1''$ perpendikulāri de . Iegūtos punktus E_1' un E_1'' pārnesam uz taisni $\varepsilon - \varepsilon$, atliekot $fE' = f'E_1'$ un $fE'' = f'E_1''$.

Tālāk atrodam punkta B fiktīvu paātrinājumu galapunktus, kas atrodas uz taisnes $\beta - \beta$, velkot $E'B'$ un $E''B''$ perpendikulāri be . Beidzot atrodam arī punkta C fiktīvu paātrinājumu galapunktus C' un C'' , velkot $B'C' \perp bc$ līdz krustošanai ar taisni $D'C'$, kas vilkta $\perp cd$; un velkot $B''C'' \perp bc$ līdz krustošanai ar taisni $D''C''$, kas vilkta $\perp cd$.

Ievērojot, ka punkta D fiktīvam paātrinājuma galapunktam, slīdot uz taisnes $\delta - \delta$, arī punkta C fiktīva paātrinājuma galapunkts apraksta taisni un ka īstenam punkta C paātrinājuma galapunktam jāatrodas uz taisnes $\gamma - \gamma$, atrodam to taisnes $C'C''$ krustošanas punktā C_1 ar taisni $\gamma - \gamma$. Ar to paātrinājums $\bar{j}_c = \overline{cC_1}$ atrasts.

Tālāk velkam $C_1B_1 \perp bc$ līdz $\beta - \beta$, savienojam b ar B_1 , un atrodam $\bar{j}_b = \overline{bB_1}$.

Tāpat velkam $C_1D_1 \perp cd$ līdz $\delta - \delta$, savienojam d ar D_1 , un atrodam $\bar{j}_d = \overline{dD_1}$.

Beidzot velkam $B_1E_1 \perp be$ līdz krustošanai ar $\varepsilon - \varepsilon$, savienojam e ar E_1 un atrodam arī $\bar{j}_e = \overline{eE_1}$, ar ko visi meklējamie paātrinājumi atrasti un arī paātrinājumu konstrukcijas Stephenson'a mēchanismā visos iespējamajos gadījumos izsmeltas.

Iesniegts fakultātei 1937. gada 2. decembrī.

Die Beschleunigungskonstruktionen am Stephenson'schen Mechanismus.

Prof. Dr. Ing. N. Rosenauer.

Autoreferat.

Ogleich der Stephenson'sche Mechanismus die Grundlage vieler Maschinen ist, wie zum Beispiel das Getriebe von Holst, die Shaping-Maschine u. s. w.¹, findet man in der Literatur keine Beschleunigungskonstruktionen an diesem Mechanismus. Der Grund dafür ist darin zu suchen, worauf noch L. Burmester² im Jahre 1888 mit folgenden Worten für den Fall, dass der Mechanismus auf eine binäre Seite des Fünfecks gestellt ist, hingewiesen hat: „die Konstruktionen der Beschleunigungen sind sehr schwierig und für praktische Ausführung zu umständlich.“

Der Verfasser füllt mit der vorliegenden Arbeit diese Lücke aus und gibt die Beschleunigungskonstruktionen am Stephenson'schen Mechanismus für verschiedene Aufstellungs- und Antriebsarten mit Benützung der Pläne relativer Normalbeschleunigungen³.

I Fall: Der Mechanismus ist auf eine binäre Seite des Gelenkvierecks gestellt und wird von einem ternären Gliede angetrieben (Abb. 1a).

Es wird angenommen, das Glied DC bleibe fest und das Glied FED treibe in gleichförmiger Drehung um den Punkt D an.

Zu konstruieren sind die Beschleunigungen der Punkte B , A und G .

Man trägt die bekannte Geschwindigkeit des Punktes F orthogonal ab und erhält üblicherweise die Geschwindigkeiten der Punkte E , B

¹ Siehe L. Burmester: Lehrbuch der Kinematik. 1888. Seite 452—463.

² L. Burmester: Lehrbuch der Kinematik. 1888. Seite 850.

³ N. Rosenauer: Die Beschleunigungskonstruktion kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Acta Universitatis Latviensis. Mēch. fak. serija. T II, № 4. 1937.

und A , indem man ein Polygon zieht, dessen Seiten denen des Polygons $FEBA$ parallel sind. Weiter zieht man durch den Endpunkt von \bar{V}_a eine Gerade $\parallel AG$ bis zum Schnittpunkte mit der Geraden, die durch den Endpunkt von \bar{V}_f parallel zu FG gezogen ist, und erhält auch \bar{V}_g .

Die bekannte Geschwindigkeit $\bar{V}_f = \text{Const.}$ des Punktes F benutzend, konstruiert man mit dem Thales'schen Halbkreise die Beschleunigung $\bar{j}_f = \overline{FD}_1$ desselben Punktes.

Die Geschwindigkeit \bar{V}_a benutzend, konstruiert man die relative Normalbeschleunigung AC_1 der Geraden AC .

Weiter bildet man die relativen Geschwindigkeiten und konstruiert mit den Thales'schen Halbkreisen

die relative Normalbeschleunigung	BK	des Gliedes	BE ,
"	"	"	GF_1 " " GF ,
"	"	"	GA_1 " " GA .

Zieht man die Gerade $D_1E_1 \parallel DE$, so erhält man das $\triangle FD_1E_1$, dessen Seiten die Normalbeschleunigungen der entsprechenden Seiten des $\triangle FDE$ darstellen.

Gleichfalls zieht man $C_1B_1 \parallel CB$ und erhält das $\triangle AB_1C_1$, dessen Seiten die Normalbeschleunigungen der entsprechenden Seiten des $\triangle ABC$ darstellen.

Weiter wird in der Abb. 1b der Plan relativer Normalbeschleunigungen konstruiert. Zu diesem Zweck trägt man $\overline{be} = \overline{BK}$ ab, konstruiert $\triangle bac \# \triangle B_1AC_1$, $\triangle efd \# \triangle E_1FD_1$ und trägt $\overline{fg} = \overline{F_1G}$ wie auch $\overline{ga'} = \overline{GA_1}$ ab, womit der Plan relativer Normalbeschleunigungen erhalten ist.

Die Konstruktion der Beschleunigungen am erhaltenen Plane wird folgendermaßen durchgeführt: die Beschleunigungen \bar{j}_f und \bar{j}_e sind im Plane durch die Strecken \overline{fd} und \overline{ed} dargestellt; der Anfangspunkt der Beschleunigung \bar{j}_b ist b , den Endpunkt derselben ergeben die Geraden durch den Punkt $d \perp eb$ und durch den Punkt $c \perp cb$ gezogen. Der Anfangspunkt der Beschleunigung \bar{j}_a ist a , den Endpunkt erhält man, indem man eine Gerade durch den Endpunkt von $\bar{j}_b \perp ab$ bis zum Schnittpunkte mit der Geraden zieht, die durch den Punkt $c \perp ac$ gezogen ist.

Zur besseren Übersicht ist der Plan relativer Normalbeschleunigungen⁵ in der Abb. 2b in einem dreimal grösseren Massstab konstruiert. Zu diesem Zwecke ist $\overline{ac} = 3 \overline{A_1C}$ abgetragen, $\triangle abc \sim \triangle ABC$ konstruiert und $\overline{cd} = 3 \overline{CD_1}$, $\overline{be} = 3 \overline{BE_1}$, $\overline{ag} = 3 \overline{AG_1}$ und $\overline{gf} = 3 \overline{GF_1}$ abgetragen, womit auch der Plan gewonnen ist.

Die Konstruktion der Beschleunigungen am erhaltenen Plane wird folgendermassen durchgeführt: der Vektor \overline{cd} stellt die dreimal vergrösserte Beschleunigung $\overline{j_c}$ dar. Zieht man durch den Punkt d eine Gerade $\perp bc$ bis zum Schnittpunkte mit der Geraden, die durch den Punkt $e \perp be$ gezogen ist, so erhält man den Endpunkt von $\overline{j_b}$.

Der Anfangspunkt der Beschleunigung $\overline{j_a}$ ist a , den Endpunkt ergeben die Geraden durch den Endpunkt von $\overline{j_b} \perp ba$ und durch den Punkt $d \perp ca$.

Endlich findet man den Endpunkt der Beschleunigung $\overline{j_g}$, deren Anfangspunkt g ist, im Schnittpunkte der Geraden, die durch den Endpunkt von $\overline{j_a} \perp ag$ und durch den Punkt $f \perp fg$ gezogen sind.

Es ist zu beachten, dass in der Abb. 2b alle Beschleunigungen dreimal vergrössert sind.

III Fall: Der Mechanismus ist auf ein ternäres Glied gestellt und wird von der anliegenden Seite des Gelenkfünfeckes angetrieben (Abb. 3a).

Es wird angenommen, das Glied DEF bleibe fest und das Glied GF treibe in gleichförmiger Drehung um den Punkt F an.

Zu konstruieren sind die Beschleunigungen der Punkte A , B und C .

Zur Geschwindigkeitskonstruktion wird nach dem Verfahren des Verfassers^{6,7} der Schnittpunkt Q der Glieder GA und EB gefunden, der als Punkt des Gliedes ABC aufgefasst wird.

Die gedrehte Geschwindigkeit des Punktes Q fällt in die Gerade QE . Zur Ermittlung dieser Geschwindigkeit trägt man V_g orthogonal ab und zieht durch den Endpunkt eine Gerade $\parallel GQ$, die von QE die Geschwindigkeit $\overline{V_g}$ abschneidet.

⁵ N. Rosenauer: Die Beschleunigungskonstruktion kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Acta Universitatis Latviensis. Mēch. fak. serija. T II, № 4. 1937.

⁶ N. Rosenauer: Ein neues Verfahren zur Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Acta Universitatis Latviensis. Mēch. fak. serija. T. I, № 14. 1936.

⁷ N. Rosenauer: Über die Geschwindigkeitskonstruktion kinematischer Ketten. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 17, Heft 3. 1937.

Den Punkt Q verbindet man mit C und zieht durch den Endpunkt von \vec{V}_q eine Gerade $\parallel QC$, die von CD die gedrehte Geschwindigkeit \vec{V}_c abschneidet. Durch deren Endpunkt zieht man noch eine Gerade $\parallel CA$, eine andere $\parallel CB$ und erhält \vec{V}_a und \vec{V}_b .

Die bekannte Geschwindigkeit \vec{V}_g des Punktes G benutzend, konstruiert man die Beschleunigung $\vec{j}_g = \overline{GF}_1$ desselben Punktes.

Mit den Geschwindigkeiten \vec{V}_b und \vec{V}_c konstruiert man mittelst der Thales'schen Halbkreise

die Normalbeschleunigung BE_1 des Gliedes BE und
 " " " " CD_1 " " CD .

Weiter bildet man die relativen Geschwindigkeiten und konstruiert mit den Thales'schen Halbkreisen

die relative Normalbeschleunigung AG_1 des Gliedes AG und
 " " " " CA_1 " " CA .

Zieht man durch den Punkt A_1 die Gerade $A_1B_1 \parallel AB$, so erhält man das $\triangle A_1B_1C$, dessen Seiten die relativen Normalbeschleunigungen der entsprechenden Seiten des $\triangle ABC$ darstellen.

Zur besseren Übersicht ist wieder der Plan relativer Normalbeschleunigungen in der Abb. 3b in dreimal grösserem Masstabe konstruiert. Zu diesem Zweck ist $\overline{ac} = 3\overline{A_1C}$ abgetragen, $\triangle abc \sim \triangle ABC$ konstruiert und $\overline{cd} = 3\overline{CD_1}$, $\overline{be} = 3\overline{BE_1}$, $\overline{ag} = 3\overline{AG_1}$ und $\overline{gf} = 3\overline{GF_1}$ abgetragen, womit der Plan gewonnen ist.

Es muss bemerkt werden, dass dieser Plan im III-ten Fall derselbe ist, wie im II-ten, der Unterschied besteht nur darin, dass jetzt gf die Gesamtbeschleunigung des Punktes G darstellt und cd nur die Normalbeschleunigung des Punktes C ist; im II-ten Fall dagegen war cd die Gesamtbeschleunigung und gf die Normalbeschleunigung.

Die Beschleunigungskonstruktion am erhaltenen Plane wird folgendermassen durchgeführt: der Vektor \overline{gf} stellt die dreimal vergrösserte Beschleunigung \vec{j}_g dar, durch seinen Endpunkt f zieht man die Gerade $\alpha - \alpha \perp ag$, auf der sich der Endpunkt der gesuchten Beschleunigung \vec{j}_a befindet. Durch den Punkt d zieht man die Gerade $\gamma - \gamma \perp dc$, auf der sich der Endpunkt der gesuchten Beschleunigung \vec{j}_c befindet, und durch den Punkt e zieht man die Gerade $\beta - \beta \perp eb$, auf der sich der Endpunkt der gesuchten Beschleunigung \vec{j}_b befindet.

Um die Endpunkte der gesuchten Beschleunigungen zu finden, muss ein $\triangle A'B'C'$ so konstruiert werden, dass dessen Ecken auf den Geraden $\alpha-\alpha$, $\beta-\beta$ und $\gamma-\gamma$ liegen, die Seiten aber den entsprechenden Seiten des $\triangle ABC$ senkrecht sind.

Diese Konstruktion kann rein geometrisch gemacht werden: man zieht irgendwo zwischen den Geraden $\beta-\beta$ und $\gamma-\gamma$ eine Gerade $B''C'' \perp BC$ und konstruiert das $\triangle B''C''A'' \sim \triangle BCA$. Durch den erhaltenen Punkt A'' und den Schnittpunkt R der Geraden $\beta-\beta$ und $\gamma-\gamma$ zieht man eine Gerade $A''R$, die $\alpha-\alpha$ im gesuchten Punkte A' trifft. Weiter zieht man $A'C' \perp AC$ bis $\gamma-\gamma$ und $A'B' \perp AB$ bis $\beta-\beta$. Verbindet man die Punkte a mit A' , b mit B' und c mit C' , so erhält man die gesuchten Beschleunigungen $\overline{j_a} = \overline{aA'}$, $\overline{j_b} = \overline{bB'}$ und $\overline{j_c} = \overline{cC'}$.

Es muss noch beachtet werden, dass die Beschleunigungen in der Abb. 3b dreimal grösser erhalten sind.

IV Fall. Der Mechanismus ist auf eine binäre Seite des Fünfeckes gestellt und wird vom beiliegenden ternären Gliede angetrieben (Abb. 4a).

Es wird angenommen, das Glied GF bleibe fest und das Glied DEF treibe in gleichförmiger Drehung um den Punkt F an.

Zu konstruieren sind die Beschleunigungen der Punkte A , B und C .

Man trägt die bekannten Geschwindigkeiten der Punkte D und E orthogonal ab.

Zur Geschwindigkeitskonstruktion findet man den relativen Pol 25 der Glieder 2 und 5 im Schnittpunkte der Geraden EB und DC . Den Pol 25 verbindet man mit dem Punkte F (56) und erhält im Schnittpunkte dieser Geraden mit GA den Pol 26.

Da die gedrehten Geschwindigkeiten der Punkte A , B und C durch den Pol 26 gehen, so erhält man $\overline{V_c}$, indem man durch den Endpunkt von $\overline{V_d}$ eine Gerade $\parallel DC$ zieht. Ebenso erhält man auch $\overline{V_b}$, wenn man durch den Endpunkt von $\overline{V_e}$ eine Gerade $\parallel CB$ zieht, und $\overline{V_a}$ wenn man durch den Endpunkt von $\overline{V_b}$ eine Gerade $\parallel BA$ zieht.

Die bekannte Geschwindigkeit $\overline{V_d}$ des Punktes D benutzend, konstruiert man die Beschleunigung $\overline{j_d} = DF_1$ desselben Punktes.

Dann zieht man eine Gerade $F_1E_1 \parallel FE$ und erhält auch die Beschleunigung $\overline{j_e} = \overline{E_1F_1}$ des Punktes E .

Mit der Geschwindigkeit \bar{V}_a des Punktes A konstruiert man die Normalbeschleunigung AG_1 desselben Punktes.

Die relativen Geschwindigkeiten benutzend, konstruiert man mit den Thaleschen Halbkreisen

die relative Normalbeschleunigung CD_1 des Gliedes CD ,
 " " " BE_2 " " BE und
 " " " CA_1 der Geraden CA .

Weiter konstruiert man in der Abb. 4b den Plan relativer Normalbeschleunigungen⁸⁾. Zu diesem Zweck trägt man $\overline{ca} = \overline{CA_1}$ ab und konstruiert $\triangle cba \sim \triangle CBA$. Vom Punkte a trägt man $\overline{ag} = \overline{AG_1}$ ab, vom Punkte b trägt man $\overline{be} = \overline{BE_2}$ und weiter $\overline{ef} = \overline{E_1F_1} = \overline{j_e}$ ab. Vom Punkte c trägt man $\overline{cd} = \overline{CD_1}$ und weiter $\overline{df'} = \overline{DF_1} = \overline{j_d}$ ab, womit der Plan relativer Normalbeschleunigungen gewonnen ist.

Die Konstruktion der Beschleunigungen am erhaltenen Plane wird folgendermassen durchgeführt: durch den Punkt g zieht man die Gerade $\alpha - \alpha \perp ga$, durch den Punkt f zieht man die Gerade $\beta - \beta \perp eb$, und durch den Punkt f' zieht man die Gerade $\gamma - \gamma \perp dc$.

Die Endpunkte der Beschleunigungen \bar{j}_a , \bar{j}_b und \bar{j}_c befinden sich auf den Geraden $\alpha - \alpha$, $\beta - \beta$ und $\gamma - \gamma$, und zur Ermittlung derselben muss ein $\triangle A'B'C'$ so konstruiert werden, dass dessen Ecken auf den genannten Geraden liegen, die Seiten aber den entsprechenden Seiten des $\triangle ABC$ senkrecht sind.

Diese Konstruktion kann rein geometrisch gemacht werden: man zieht irgendwo zwischen den Geraden $\alpha - \alpha$ und $\beta - \beta$ die Gerade $A''B'' \perp AB$ und konstruiert $\triangle A''B''C'' \sim \triangle ABC$. Durch den erhaltenen Punkt C'' und den Schnittpunkt R der Geraden $\alpha - \alpha$ und $\beta - \beta$ zieht man eine Gerade $C''R$, die die Gerade $\gamma - \gamma$ im Punkte C' trifft. Weiter zieht man noch $C'A' \perp CA$ bis zur Geraden $\alpha - \alpha$ und $C'B' \perp CB$ bis zur Geraden $\beta - \beta$. Verbindet man die Punkte a mit A' , b mit B' und c mit C' , so erhält man die gesuchten Beschleunigungen $\bar{j}_a = aA'$, $\bar{j}_b = bB'$ und $\bar{j}_c = cC'$.

⁸⁾ N. Rosenauer: Die Beschleunigungskonstruktion kinematischer Ketten mit Hilfe von Plänen relativer Normalbeschleunigungen. Acta Universitatis Latviensis. Mēch. fak. serija. T. II, № 4. 1937.

V Fall. Der Mechanismus ist auf eine binäre Seite des Fünfeckes gestellt und wird vom beiliegenden binären Gliede angetrieben (Abb. 5a).

Es wird angenommen, das Glied GF bleibe fest und das Glied AG treibe in gleichförmiger Drehung um den Punkt G an.

Zu konstruieren sind die Beschleunigungen der Punkte B , C , D und E .

Zur Geschwindigkeitskonstruktion findet man ebenso wie im IV Falle die Pole 25 und 26. Den Pol 26 verbindet man mit den Punkten B und C .

Die bekannte Geschwindigkeit des Punktes A trägt man orthogonal ab, zieht durch deren Endpunkt eine Gerade $\parallel AB$ und erhält die Geschwindigkeit \vec{V}_b . Durch deren Endpunkt zieht man eine Gerade $\parallel BC$ und erhält die Geschwindigkeit \vec{V}_c . Eine Gerade, die durch den Endpunkt von $\vec{V}_c \parallel CD$ gezogen ist, schneidet von FD die Geschwindigkeit \vec{V}_d ab. Endlich zieht man noch eine Gerade $\parallel DE$ und erhält auf FE die Geschwindigkeit \vec{V}_e .

Die Konstruktion der relativen Normalbeschleunigungen unterscheidet sich in diesem Falle nicht von derselben im IV Falle und ist in der Abb. 5a ganz ebenso durchgeführt wie in der Abb. 4a.

Auch der Plan relativer Normalbeschleunigungen in der Abb. 5b ist derselbe wie in der Abb. 4b, der Unterschied besteht nur darin, dass in diesem Falle $\overline{ag} = \overline{AG}_1 = \overline{j}_a$ die Gesamtbeschleunigung des Punktes A darstellt, dagegen sind $\overline{df'} = \overline{DF}_1$ und $\overline{ef} = \overline{E}_1\overline{F}_1$ nur die Normalbeschleunigungen der Punkte D und E .

Die Beschleunigungskonstruktion wird am genannten Plane folgendermassen durchgeführt: da $\overline{ag} = \overline{j}_a$ die Gesamtbeschleunigung des Punktes A ist, so zieht man durch den Punkt g die Geraden $\beta - \beta \perp ab$ und $\gamma - \gamma \perp ac$, auf denen die Endpunkte der Beschleunigungen der Punkte B und C liegen.

Durch den Punkt f zieht man eine Gerade $\varepsilon - \varepsilon \perp ef$, auf der der Endpunkt der Beschleunigung des Punktes E liegt; durch den Punkt f' aber zieht man eine Gerade $\delta - \delta \perp f'd$, auf der der Endpunkt der Beschleunigung des Punktes D liegt.

Auf der letzten Geraden wählt man zwei solche fiktive Punkte D' und D'' und sucht die entsprechenden Endpunkte der fiktiven Beschleunigungen des Punktes E auf der Geraden $\varepsilon' - \varepsilon'$, die durch den Punkt f' parallel zu $\varepsilon - \varepsilon$ gezogen ist. Zu diesem Zweck zieht man $D'E_1'$ und $D''E_1''$ senkrecht zu de . Die erhaltenen Punkte E_1' und E_1'' werden auf die Gerade $\varepsilon - \varepsilon$ übertragen, indem man $fE' = f'E_1'$ und $fE'' = f'E_1''$ abträgt.

Weiter findet man die Endpunkte B' und B'' der fiktiven Beschleunigungen des Punktes B , die sich auf der Geraden $\beta - \beta$ befinden, indem man $E'B'$ und $E''B''$ senkrecht zu be zieht. Endlich findet man noch die Endpunkte C' und C'' der fiktiven Beschleunigungen des Punktes C , indem man $B'C' \perp bc$ bis zum Schnittpunkte mit der Geraden $D'C'$ zieht, die $\perp cd$ gezogen ist; ebenso zieht man auch $B''C'' \perp bc$ bis zum Schnittpunkte mit der Geraden $D''C''$, die $\perp cd$ gezogen ist.

Da der Endpunkt der fiktiven Beschleunigung des Punktes C sich auch auf einer Geraden bewegt, falls der Endpunkt der fiktiven Beschleunigung des Punktes D die Gerade $\delta - \delta$ beschreibt, so findet man den Endpunkt der wahren Beschleunigung des Punktes C im Schnittpunkte C_1 der Geraden $C'C''$ mit $\gamma - \gamma$. Damit ist auch die Beschleunigung $\bar{j}_c = \overline{cC_1}$ gefunden.

Weiter zieht man $C_1B_1 \perp bc$ bis $\beta - \beta$, verbindet den Punkt b mit B_1 und erhält $\bar{j}_b = \overline{bB_1}$.

Ebenso zieht man $C_1D_1 \perp cd$ bis $\delta - \delta$, verbindet den Punkt d mit D_1 und erhält $\bar{j}_d = \overline{dD_1}$.

Endlich zieht man noch $B_1E_1 \perp be$ bis $\varepsilon - \varepsilon$, verbindet den Punkt e mit E_1 und erhält auch $\bar{j}_e = \overline{eE_1}$, womit alle gesuchten Beschleunigungen gefunden sind.

Damit sind auch die Beschleunigungskonstruktionen am Stephenson'schen Mechanismus in allen möglichen Fällen durchgeführt.

Auf der Geraden ef zieht man zwei senkrechte Punkte g und h und sucht die entsprechenden Endpunkte der Bahnen Beschleunigungen des Punktes E auf der Geraden $e - g$, die durch den Punkt g parallel zu ef gezogen ist. In diesem Zweck zieht man W, E' und D, E' senkrecht zu den Bahnen Punkte E' und D' und den auf die Gerade $e - g$ übertragen indem man $E' = gE'$ und $D' = hD'$ abträgt.

Weiter findet man die Endpunkte B' und A' der fiktiven Beschleunigungen des Punktes B die sich auf der Geraden $e - g$ befinden indem man E' und B' senkrecht zu ef zieht. Endlich findet man noch die Endpunkte C' und C'' der fiktiven Beschleunigungen des Punktes C indem man B' und C' bis zum Schnittpunkt mit der Geraden $e - g$ verlängert, ebenso C' und C'' bis zum Schnittpunkt mit der Geraden $h - g$ verlängert.

Die Geraden ef und gh sind die Bahnen Beschleunigung des Punktes E und D der Endpunkte der fiktiven Beschleunigung des Punktes B und C der Geraden ef und gh sind die Bahnen Beschleunigung des Punktes E und D der Endpunkte der fiktiven Beschleunigung des Punktes B und C .

Die Geraden ef und gh sind die Bahnen Beschleunigung des Punktes E und D der Endpunkte der fiktiven Beschleunigung des Punktes B und C .

Durch den Punkt f zieht man eine Gerade $e - g$ auf der der Endpunkt der Beschleunigung des Punktes E liegt; durch den Punkt h aber zieht man eine Gerade $h - g$ auf der der Endpunkt der Beschleunigung des Punktes D liegt.

On the theoretical shapes of the guide and runner vanes in two-dimensionally calculated propeller turbines.

By Dr. A. Delvigs.

In an axial propeller turbine we can, from a geometrical standpoint, subdivide the channel through which the water flows, into four parts, viz., (see Fig. 1): 1) the radial channel where the guide vanes are situated,

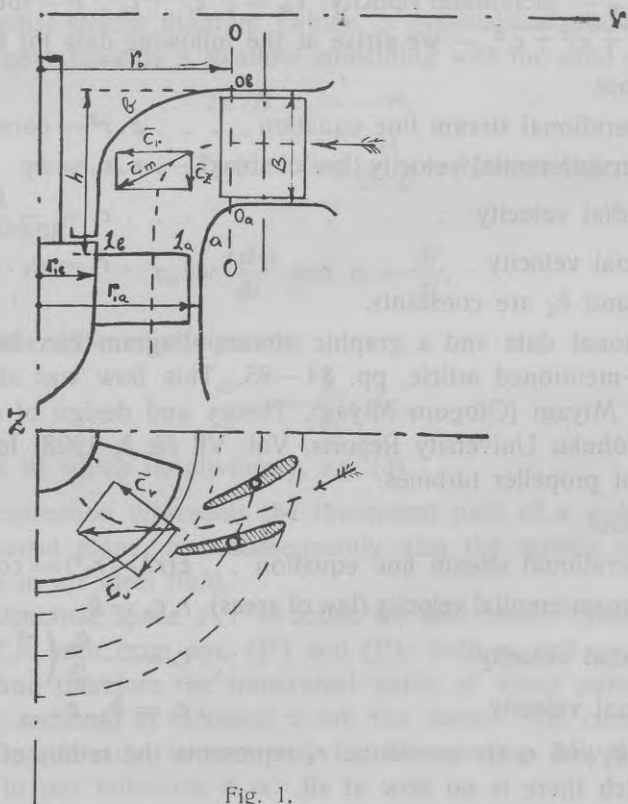


Fig. 1.

2) the curved clearance space between the guide vanes and the runner, 3) the cylindrical (or sometimes spherical in Kaplan turbines) runner channel, and 4) the suction pipe enlarged downwards.

The shape of the guide vane channel is easily explained; as we almost always regulate reaction turbines by rotating guide vanes, and as, moreover, the flow about the turbine axis must be symmetrical, — the walls of the channel must be formed by two parallel transversal planes. As to the shape of the clearance space, where the direction of the flow changes from radially inwards to axially downwards, I have advocated two hydrodynamically computed flows in an article recently published (Some remarks about the shape of the clearance space in propeller turbines. Acta Universitatis Latviensis II 6, 1937, p. 75). If we use cylindrical co-ordinates (r, φ, z) with the positive z axis pointing downwards and coinciding with the turbine axis and denote the velocities as follows: c_r — radial velocity; c_u — circumferential velocity; c_z — axial velocity; c_m — meridional velocity: $c_m = \sqrt{c_r^2 + c_z^2}$; c — total velocity: $c = \sqrt{c_u^2 + c_r^2 + c_z^2}$, — we arrive at the following data for both flows:

1st flow:

meridional stream line equation $z \cdot r^2 = \text{const.} . . . (1^a)$

circumferential velocity (law of areas) . . $r \cdot c_u = k_1 . . . (1^b)$

radial velocity $c_r = -\frac{k_2}{2} \cdot r (1^c)$

axial velocity $c_z = k_2 \cdot z . . . (1^d)$

where k_1 and k_2 are constants.

Additional data and a graphic stream diagram can be found in the above-mentioned article, pp. 84—85. This flow was already suggested by Miyagi (Otogoro Miyagi, Theory and design of a propeller turbine. Tôhoku University Reports, Vol. VII № 3, 1928) for the construction of propeller turbines.

2nd flow:

meridional stream line equation . . $z(r^2 - r_k^2) = \text{const.} . (2^a)$

circumferential velocity (law of areas) $r \cdot c_u = k_1 (2^b)$

radial velocity $c_r = -\frac{k_2}{2} \left(\frac{r^2 - r_k^2}{r} \right) (2^c)$

axial velocity $c_z = k_2 \cdot z (2^d)$

where k_1, k_2 and r_k are constants. r_k represents the radius of a cylinder inside which there is no flow at all.

Additional data and a stream diagram can be found in the above-mentioned article pp. 86—87. Further I have demonstrated there (see pp. 92) that this flow is in my opinion particularly suitable for the construction of clearance spaces of propeller turbines.

If we assume a constant energy throughout the flow, in which case the constants k_1 and k_2 are the same for all stream lines, — and if we furthermore assume that the number of guide vanes is infinite (i. e. we reduce the problem to a two-dimensional one), — it is easy to determine their shape. If the channel is purely radial (between two transversal planes), we obtain, as it is well known, cylinders, the transversal sections of which are logarithmic spirals:

$$r = r_c \cdot e^{-\frac{k_2}{k_1} \cdot \varphi} \dots \dots \dots (3)$$

where r_c is the initial radius.

That is easily proved, as from the law of areas we have: $r \cdot c_u = k_1$; from the radial stream diagram (which is symmetrical about the axis and convergent towards a swallow coinciding with the axis) we obtain:

$$2\pi r B \cdot c_r = -\Theta,$$

$$\text{or: } r \cdot c_r = -k_2 \text{ (denoting } \frac{\Theta}{2\pi B} = k_2 = \text{const.)}$$

Substituting:

$$c_u = \frac{r d\varphi}{dt} \text{ and } c_r = \frac{dr}{dt},$$

we obtain the differential equation:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{k_2}{k_1} \cdot d\varphi,$$

the integral of which is, obviously, eq. (3).

This expression represents the theoretical path of a water particle in a transversal plane, and consequently also the section curve of a guide vane in an ideal fluid.

In a clearance space $z \cdot r^2 = \text{const.}$ we also obtain cylindrical surfaces, as it is seen from eqs. (1^b) and (1^c): both c_u and c_r are only r functions, and therefore the transversal paths of water particles (i. e. guide vane sections) at different z are the same. The corresponding equation has already been stated by Miyagi (see Miyagi, p. 71). According to our notations it is:

$$r = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{r_c^2} + \frac{k_2}{k_1} \varphi}} \dots \dots \dots (4)$$

where r_c is the initial radius, as in (3).

The corresponding line is spiral shaped and less curved than a logarithmic spiral with the same initial data.

In the clearance space $z(r^2 - r_k^2) = \text{const.}$ the result is analogous; as c_u and c_r are only r functions (see eqs. (2^b) and (2^c)) the theoretical shapes of the guide vanes are cylinders, the transversal section of which we obtain as follows:

From eqs. (2^b) and (2^c) we obtain:

$$c_u = \frac{rd\varphi}{dt} = \frac{k_1}{r}; \quad c_r = \frac{dr}{dt} = -\frac{k_2}{2} \left(\frac{r^2 - r_k^2}{r} \right).$$

Dividing, we obtain:

$$\frac{dr}{r(r^2 - r_k^2)} = \frac{dr}{2r_k^2 \left[\frac{1}{r - r_k} + \frac{1}{r + r_k} - \frac{2}{r} \right]} = -\frac{k_2}{2k_1} \cdot d\varphi$$

and integrating:

$$r = \frac{r_k}{\sqrt{1 - \frac{r_c^2 - r_k^2}{r_c^2} \cdot e^{-\frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{r^2}{r_k^2} \varphi}}} \dots \dots \dots (5)$$

where r_c is the initial radius, as in (3) and (4).

The corresponding line is also spiral shaped and still less curved than both former lines. In Fig. 2 there are represented all three curves; the initial conditions are the same: at $r_c = 25$ the angle co-ordinate $\varphi = 0$; $r_k = 7$; $k_1 = 100$. In order to obtain the same angle of inclination $\left(\alpha_c = \frac{\pi}{4} \right)$ for all three curves at $r_c = 25$, we have assumed: $k_2 = 100$ for the logarithmic spiral, $k_2 = \frac{1}{3.125}$ for the curve eq. (4) and $k_2 = \frac{1}{2.88}$ for the curve eq. (5). As it is seen, the curves eqs. (4) and (5) from $r \sim 19$ up to $r = 30$ and further, almost coincide with a straight line with the initial angle of inclination $\alpha_c = \frac{\pi}{4}$ at $r_c = 25$.

As I have pointed out in the above-mentioned publication (see p. 93), one of the principal advantages of the flows eqs. (1^a) and (2^a) for the construction of clearance spaces is based on the fact that we obtain cylindrical guide vanes there. Taking into account the peculiarity of the curves eqs. (4) and (5) just discussed, it is easy to prove that we can practically substitute planes for those cylindrical surfaces. Let us use (see Fig. 1) the suffix 0 for the notations at the transition from the radial guide vane channel to the curved clearance space, the

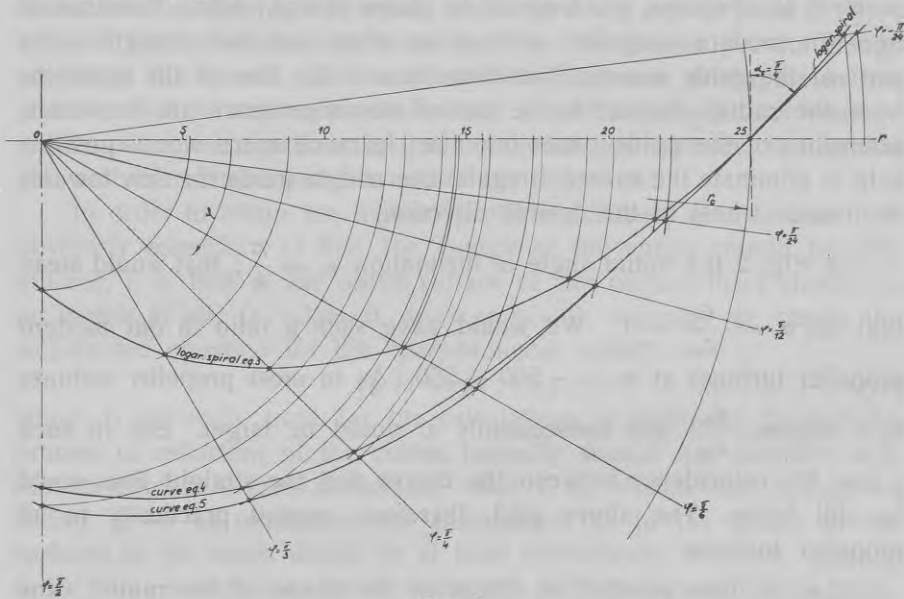


Fig. 2.

suffix 1 for those at the entrance edge of the runner blade, the suffix a for the notations at the outer walls of the channels, the suffix b for those at the inner walls. In the previously mentioned publication (see pp. 79 and 89) I have given the principal dimensions of actually constructed propeller turbines in relation to the outer radius of the runner channel $r_{1a} = 1$, viz., $r_{1b} = \sim 0.33 - 0.43$; $r_0 = \sim 1.05 - 1.2$; $h = \sim 0.9 - 1.1$; $B = \sim 0.7 - 0.9$; $r_k = \sim 0.32 - 0.33$. In the scale of Fig. 2, where $r_k = 7$, the radius r_0 would result in:

$$r_0 = \sim \frac{(1.05 \div 1.2) \cdot 7}{0.325} = \sim 22.7 \div 25.9.$$

The transition from the radial channel to the curved clearance space, therefore, lies well within the limits of the almost straight part

of the lines, — and should we extend the outlet parts of the vanes into the clearance space, this straight line would be their theoretical transverse section. As it is well known, such an extension is actually practised, — and in my opinion it is rather desirable from different points of view, viz., 1) as it is possible to reduce the dimensions of the guide wheel, the forces necessary for regulation purposes are smaller; 2) as comparatively thick middle parts of the rotating guide vanes have to be used, the flow is guided principally by their outlet parts; it is, of course, much easier to shape straight forms than curved ones (in modern propeller turbines we often find such straight outlet parts of the guide vanes); 3) as distortions of the flow at the transition from the radial channel to the curved clearance space are inevitable, extensions of the guide vanes into the clearance space would possibly help to eliminate the caused irregularities and to guide the flow towards the runner wheel in the desired direction.

In Fig. 2 the initial angle of inclination $\alpha_c = \frac{\pi}{4}$; that would mean that $\tan \alpha_c = \frac{c_{rc}}{c_{uc}} = 1$. We would have such a ratio in our modern propeller turbines at $n_s = \sim 500 - 550$. As in most propeller turbines n_s is higher, $\frac{c_{rc}}{c_{uc}}$ and consequently α_c would be larger. But in such a case the coincidence between the curves and the straight line would be still better. The above said, therefore, applies practically to all propeller turbines.

Let us now proceed to determine the shape of the runner vane surfaces, assuming that the number of them is infinite. Euler's fundamental equation for a unidimensional elementary turbine is, as well known

$$dM = \frac{d\Theta \gamma}{g} [(c_u \cdot r)_1 - (c_u \cdot r)_2]$$

where M is the turning moment of the runner, Θ the water consumption, γ the specific weight. For the whole turbine we obtain:

$$M = \frac{\Theta \gamma}{g} [(c_u \cdot r)_1 - (c_u \cdot r)_2] \dots \dots \dots (6)$$

This equation (see Lorenz, *Neue Theorie und Berechnung der Kreislräder*, 1906, p. 36) is based on the assumption that $(c_u \cdot r)_1 = \text{const.}$ throughout the entrance surface of the runner, and that $(c_u \cdot r)_2 = \text{const.}$ throughout the outlet surface of it.

Multiplying eq. (6) with the angular velocity of the runner ω we obtain, as known, the output of the runner $L = \varepsilon \Theta \gamma H$, where ε is the hydraulic efficiency of the turbine, H the head. Further, substituting $r \cdot \omega = u$, — where u is the peripheral velocity of a stated point of the turbine, — we obtain the fundamental equation in the usual form:

$$\varepsilon g H = (u \cdot c_u)_1 - (u \cdot c_u)_2 \dots \dots \dots (7)$$

Eqs. (6) and (7) show us that the process of the transition of the energy from the water to the runner is rather a simple one: the circumferential flow is a potential vortex [see e. g. eqs. (1^b) and (2^b)], — and the runner reduces the intensity of it. The runner gets its energy only from this source; the meridional flow does not participate in this process; that is, besides, plausible from a mechanical point of view, — as all possible accelerations in the meridional flow intersect the turbine axis and therefore turning moments are impossible.

In order to attain the highest possible efficiency of a turbine it is obviously essential: 1) that the energy of the vortex should be fully utilized, i. e. that at the outlet surface of the turbine there should be no vortex at all: $(r \cdot c_u)_2 = 0$, or $(u \cdot c_u)_2 = 0$; whereby we obtain the well-known equation for the "perpendicular outlet":

$$\varepsilon g H = (u \cdot c_u)_1 \dots \dots \dots (7^a)$$

which is generally used for the calculations of turbines; 2) that the process of reduction of the vortex intensity should not interfere with the conditions in the meridional flow, i. e., should not change or distort it, — as otherwise our calculations as to the shape of the surfaces of the vanes would be at least theoretically incorrect. Already in 1912 Bauersfeld, in a noteworthy article (VDI Zeitschrift 1912, p. 2045: Bauersfeld, Die Konstruktion der Francis-Schaufel nach der Lorenzschen Turbinentheorie und ihre Eigenschaften) showed that in order to obtain an irrotational meridional flow the sole condition is

$$(c_u \cdot r) = f(\chi) \dots \dots \dots (8)$$

where χ is the angular co-ordinate of a system, which rotates with the turbine. Geometrically that means that the projections of the $(c_u \cdot r) = \text{const.}$ curves on transversal planes must be radially straight lines; from a mechanical point of view it means that the reduction of the vortex intensity is a function of χ only, i. e. it is the same between two meridional planes. The transversal projections of the entrance and outlet edges of the runner vane must, therefore, be radial lines, — as the reduction of the vortex intensity starts and ends there; further, each meridional section of the vane is a curve $r \cdot c_u = \text{const.}$

These statements enable us to determine the correct shape of the runner vane surface. We restrict ourselves to the analysis of a propeller turbine in a cylindrical channel, where the paths of the water particles are situated on concentric cylindrical surfaces. The path of a particle relative to the turbine is obviously the cylindrical section of the vane at a fixed radius; if we know several such sections at different r , the construction of the vane is easily possible, and, — as known, — it is generally practised in such a way.

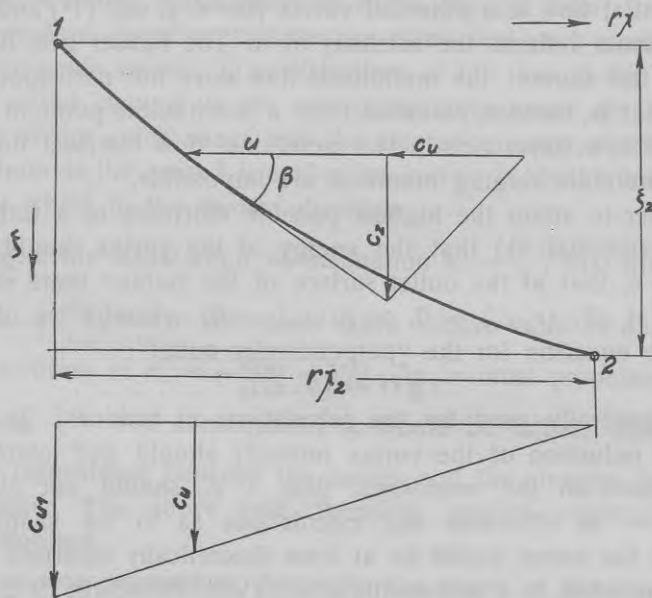


Fig. 3.

As the radial co-ordinate r of the path of a water particle is constant, and consequently $u = \text{const.}$, — the reduction of the vortex intensity simply amounts to a reduction of c_u to nought (see eq. (7^a)). The way in which this reduction takes place along the surface of the runner vane is in a sense arbitrary; from a practical point of view it is, of course, desirable to obtain a reduction as even as possible. That means a uniform load of the vane surface, and therefore in an actual turbine (with a finite number of vanes) lesser local vacuums and fewer possibilities of cavitation. As in most propeller turbines the cylindrical sections of the vanes are only slightly curved lines, it is perhaps quite sufficient to assume a linear variation of c_u along $r \cdot \chi$ in order to

obtain the almost uniform surface load desired. Assuming such a variation we obtain at an arbitrary $r\chi$ (see Fig. 3):

$$\frac{c_u}{c_{u1}} = \frac{\chi_2 - \chi}{\chi_2}, \text{ or: } c_u = c_{u1} \left(1 - \frac{\chi}{\chi_2}\right) \dots \dots \dots (9)$$

where χ_2 is the angular co-ordinate of the outlet edge, assuming that the angular and axial co-ordinates of the entrance edge are:

$$\chi_1 = 0; \quad \xi_1 = 0.$$

From the velocity diagram Fig. 3 we obtain [with eq. (9)]:

$$\cotan \beta = \frac{r \cdot d\chi}{d\xi} = \frac{u - c_u}{c_z} = \frac{u - c_{u1} \left(1 - \frac{\chi}{\chi_2}\right)}{c_z}.$$

In a turbine with a cylindrical runner casing c_z , r and u are constants for a stated water particle; the integration of the differential equation is therefore very easy:

$$d\xi = r \cdot c_z \cdot \frac{d\chi}{u - c_{u1} \left(1 - \frac{\chi}{\chi_2}\right)};$$

$$\xi + \text{const} = \frac{c_z \cdot r \chi_2}{c_{u1}} \cdot \ln \left[u - c_{u1} \left(1 - \frac{\chi}{\chi_2}\right) \right].$$

If $\chi = 0$, $\xi = 0$; therefore the constant equals to:

$$\frac{c_z \cdot r \chi_2}{c_{u1}} \cdot \ln (u - c_{u1})$$

and we obtain:

$$\xi = \frac{c_z \cdot r \chi_2}{c_{u1}} \cdot \ln \left[\frac{u - c_{u1} \left(1 - \frac{\chi}{\chi_2}\right)}{u - c_{u1}} \right] \dots \dots \dots (10)$$

This expression represents the path of a water particle on an arbitrary cylindric surface, and consequently also the corresponding cylindric section of the runner vane.

We obtain the depth of the runner as function of r , substituting $\chi = \chi_2$:

$$\xi_2 = \frac{c_z \cdot r \chi_2}{c_{u1}} \cdot \ln \left(\frac{u}{u - c_{u1}} \right) \dots \dots \dots (11)$$

It is clearly to be seen that it is an impossibility to construct the curves eq. (10), if $c_{u1} \geq u$, — i. e., if we had a “normal-speed” or “slow-speed” turbine. This is fully in accordance with the results of Bauersfeld’s investigations [see the above-mentioned article, VDI Zeitschrift 1912, p. 2047]. The practical value of this conclusion is, of course, not very significant, — as propeller turbines are without exception high-speed runners; it nevertheless shows that the radius of the hub r_{1b} (see Fig. 1) must be sufficiently large, — especially so if the specific number of revolutions n_s is not very high (as then u is not great, but c_{u1} is comparatively great, — see eq. (7^a)). As well known, in practice we always use large hubs [$r_{1b} = \sim (0.33 \div 0.43) r_{1a}$], — the principal reasons being the necessity to eliminate the practically useless central core of the vortex where besides the danger of cavitation is great (because of the great c_{u1}), — and the necessity to have a solid construction to hold the vanes and, if required, to regulate them (in Kaplan turbines).

Eq. (11) furthermore shows that ξ_2 varies with r ; as c_{u1} decreases in inverse proportion to r (law of areas) and u increases in direct proportion to r , ξ_2 obviously varies in proportion to a function

$$r^2 \cdot \ln \left(\frac{1}{1 - \frac{a}{r^2}} \right)$$

where a is a constant and $\frac{a}{r^2} < 1$. The limit $\frac{a}{r^2} = 1$, resp. $u = c_{u1}$ results in $\xi_2 = \infty$; the other limit $r = \infty$ results in a , as we can easily

prove by differentiating $\frac{1}{r^2}$ and $\ln \left(\frac{1}{1 - \frac{a}{r^2}} \right)$. The depths ξ_2 decrease

with r in the vicinity of $u = c_{u1}$ very rapidly, afterwards, however, more and more slowly. If the entrance edge of the vane were a perpendicular to the axis line in the meridional section, the outlet edge would therefore be a curve which in the vicinity of the hub (especially at low n_s) would be considerably inclined, — or vice-versa. That is illustrated by the following data for a runner with $n_s = \sim 600$ and $r_{1b} = \sim 0.385 r_{1a}$:

$r = \sim 0.385 r_{1a}$	$0.43 r_{1a}$	$0.50 r_{1a}$	$0.6 r_{1a}$	$0.8 r_{1a}$	$1.0 r_{1a}$
$\xi_2 = \sim 0.937 r_{1b} \chi_2$	$0.681 r \chi_2$	$0.508 r \chi_2$	$0.360 r \chi_2$	$0.261 r \chi_2$	$0.203 r_{1a} \chi_2$
or $\xi_2 = \sim 0.356 r_{1a} \chi_2$	$0.293 r_{1a} \chi_2$	$0.254 r_{1a} \chi_2$	$0.228 r_{1a} \chi_2$	$0.209 r_{1a} \chi_2$	$0.203 r_{1a} \chi_2$

As we see, at $r = 0.385 r_{1a}$, ξ_2 is about 1.75 times, — at $r = 0.43 r_{1a}$ (which is the largest radius of the hub in proportion to r_{1a} in practice) ξ_2 is still about 1.45 times larger than ξ_2 at the outer periphery of the runner.

In practice, however, we meet comparatively less frequently with propeller turbines with such projections of the vanes on meridional planes (the high-speed runners of the diagonal and Nagler types are similar to them); we generally come across runners of approximately the same depth ξ_2 throughout the vane; the principal reason for this may be due to the wish to reduce the areas of the vane surfaces as much as possible. That is an essential factor, if we want to obtain higher n_s , — as in practice we always have to do with friction phenomena which can result in considerable losses (see e. g. Kaplan-Lechner, Theorie u. Bau v. Turbinen-Schnellläufern; p. p. 140—145). Besides, a drawback of eq. (10) in practice is the necessity of computing several points of each vane section in order to draw the curves; as the equation is a transcendent one, a simpler graphic construction is impossible.

Taking into account the aforesaid we may be justified in determining the shapes of the cylindrical sections of the vane surfaces also in the more important case in practice ($\xi_2 = \text{const.}$ throughout the vane). Then it is, of course, impossible to have an irrotational meridional flow through the runner, — as that requires different ξ_2 . As Bauersfeld points out (see the above-mentioned article, VDI Zeitschrift 1912, p. p. 2049—2051) the meridional flow is then superposed by a ring whirl which displaces the stream lines in the stream diagram towards or from the axis (according to the direction of the whirl), — i. e. the whirl changes the distribution of the velocities in the meridional flow. That does not necessarily affect the efficiency of the turbines; we must only obtain a perpendicular outlet of the water (i. e. $c_{u2} = 0$), — then the whirl components disappear after the water has passed the runner.

In this case it would on principle be necessary to take into account the variations of the velocities in the meridional flow because of the influence of the ring whirl. Whether this probably extremely complicated modification would be justified in practice, remains a question. We should not forget that we have actually to do with rather an irregular, turbulent and asymmetric stream, with friction resistances, etc., which distort the ideal stream diagrams; there will always be required modifications and adjustments based only on experimental work, —

and probably these will be of a much greater significance than those which the non-observance of the influence of the ring whirl will require.

Not-taking the influence of the ring whirl into consideration, i. e. assuming $c_r = 0$ and $c_z = \text{const.}$ throughout the runner, the calculation is easy. In order to obtain a sufficiently uniform load of the vane surface, we assume, — as in the previous case, — a linear variation of c_u ; in order to get $\xi_2 = \text{const.}$ throughout the vane, we assume this linear variation taking place along the axial co-ordinate ξ (see Fig. 4);

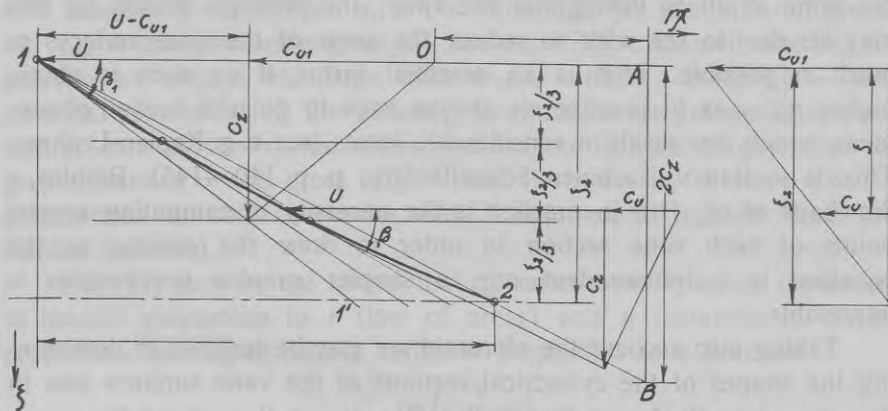


Fig. 4.

it obviously means that after reaching the same depth, all water particles have contributed the same amount of energy to the runner, and that in all transversal sections the distribution of the circumferential velocities is the same as in a potential vortex ($r \cdot c_u = \text{const.}$), — only with different intensities which decrease downwards and disappear at the outlet edge. At an arbitrary ξ we have:

$$\frac{c_u}{c_{u1}} = \frac{\xi_2 - \xi}{\xi_2}; \text{ or: } c_u = c_{u1} \left(1 - \frac{\xi}{\xi_2}\right) \dots \dots \dots (12)$$

With this expression from the velocity diagram (see Fig. 4) we obtain:

$$\cotan \beta = \frac{r \cdot d\chi}{d\xi} = \frac{u - c_u}{c_z} = \frac{u - c_{u1} \left(1 - \frac{\xi}{\xi_2}\right)}{c_z};$$

$$\text{or: } r \cdot d\chi = \frac{u - c_{u1} \left(1 - \frac{\xi}{\xi_2}\right)}{c_z} \cdot d\xi.$$

Integrating we obtain:

$$r\chi = \frac{u - c_{u1}}{c_z} \cdot \xi + \frac{c_{u1}}{2c_z \xi_2} \cdot \xi^2 + \text{const.}$$

Assuming $\chi = 0$, and $\xi = 0$ at the entrance edge (see Fig. 4) the constant = 0, and we obtain the equation of the cylindrical section of the vane:

$$r\chi = \frac{u - c_{u1}}{c_z} \cdot \xi + \frac{c_{u1}}{2c_z \xi_2} \cdot \xi^2 \quad \dots \dots \dots (13)$$

This equation represents a parabola, the axis of which is parallel to the $r\chi$ axis. In order to comprehend its properties better we transform eq. (13) into:

$$\left[\xi + \frac{(u - c_{u1}) \xi_2}{c_{u1}} \right]^2 = \frac{2c_z \cdot \xi_2}{c_{u1}} \left[r\chi + \frac{(u - c_{u1})^2 \cdot \xi_2}{2c_{u1} \cdot c_z} \right] \quad \dots (13^a)$$

This equation clearly shows the half-parameter and the location of the principal vertex; if $u > c_{u1}$ the vertex is in the upper quadrant to the left of the co-ordinate system; if u increases and c_{u1} decreases, — i. e. the turbine is of the high-speed type, or the radius of the cylindrical section is large, — the distance to the vertex increases; the half-parameter also increases. In these circumstances, therefore, the cylindrical sections of the vanes take the shapes of only slightly curved lines more and more, — which is a well-known result.

In our previous analysis eq. (10) had no solution if $u \leq c_{u1}$; eqs. (13) or (13^a) on the contrary represent parabolas also in these circumstances; if $u = c_{u1}$, — i. e. we had a "normal-speed" turbine, — the vertex obviously coincides with the origin of the co-ordinates; if $u < c_{u1}$, the vertex is in the lower quadrant to the left; the entrance part of the vane would, therefore, be inclined in the direction of the rotation, — as it is necessary in "low-speed" turbines. Both cases are, of course, of no interest when looked upon from a practical point of view, as normal-speed or low-speed propeller turbines are not being used.

Substituting in eq. (13) $\xi = \xi_2$, we obtain the circumferential dimension (breadth) $r\chi_2$ between the entrance and outlet points of the curve:

$$r\chi_2 = \frac{\xi_2 (2u - c_{u1})}{2c_z} \quad \dots \dots \dots (14)$$

and the corresponding angular co-ordinate χ_2 :

$$\chi_2 = \frac{\xi_2 (2u - c_{u1})}{2r \cdot c_z} \quad \dots \dots \dots (14^a)$$

As u increases in direct proportion, and c_{u1} in inverse proportion to r , χ_2 obviously varies in proportion to a function $\left(1 - \frac{a}{r^2}\right)$, where a is a constant. With a decrease of r , therefore χ_2 also decreases, or: if the entrance edge is a radially straight line in a transversal section, the outlet edge is a curve, or vice-versa. For instance, in a propeller turbine with $n_s = \sim 600$, $r_{1b} = \sim 0.385 r_{1a}$ and $\chi_{2a} = \sim 64^\circ 30'$, we have the following χ_2 at other different r :

$r = \sim 0.385 r_{1a}$	$0.54 r_{1a}$	$0.70 r_{1a}$	$0.85 r_{1a}$	$1.0 r_{1a}$
$\chi_2 = \sim 42^\circ 30'$	$55^\circ 15'$	$60^\circ 20'$	63°	$64^\circ 30'$

This result corresponds with the curved shape of the entrance (or outlet) edge of the runner vane often found in practice; it also seems to be in accordance with Kaplan's remark that for a high-speed propeller turbine runner vane: . . . "ist eine entsprechende Abrundung der Eintrittskanten empfehlenswert" . . . (see Kaplan-Lechner, Turbinen-Schnellläufer, p. 185).

If we use eq. (13) for the construction of the runner vane surface sections, it is possible to reduce the analytical calculations of the turbine to a minimum and to design the turbine graphically for the greatest part.

The starting point of the calculation, — the radius of the runner r_{1a} , — we must, of course, obtain from data which are based on practical and experimental observations. Ahlfors (VDI Zeitschrift 1926, p. 87) and Pantell (Wasserkraft 1933, p. 241) give an expression for the diameter:

$D_a = c \sqrt[3]{\frac{\Theta}{n}}$, where c is a co-efficient, which can be used for this purpose. Knowing r_{1a} , we obtain the other principal dimensions of the meridional turbine profile from data about the proportions in actual constructions (a compilation of them was given in connection with the shape of the guide vanes).

The construction of the wall curves of the clearance space is very easy. If, for instance, we use eq. (2^a): $z(r^2 - r_k^2) = \text{const.}$, with a stated initial point (r_1, z_1) , we proceed as follows: the equation: $z_1(r_1^2 - r_k^2) = z_2(r_2^2 - r_k^2)$ is the product of two other equations:

$$\frac{z_1}{z_x} = \frac{r_2 - r_k}{r_1 - r_k} \dots \dots \dots (15^a);$$

and

$$\frac{z_x}{z_2} = \frac{r_2 + r_k}{r_1 + r_k} \dots \dots \dots (15^b)$$

where z_x is the axial co-ordinate of an auxiliary point, the radial co-ordinate of which is r_2 . To find point 2 (on an arbitrary $r=r_2$) graphically, we prick off r_k from the origin of co-ordinates C (see Fig. 5, right hand part) to the right and to the left, thus obtaining points A and B . Through point 1 we draw a horizontal and a vertical line; further we draw a vertical line $r=r_2$ which intersects the horizontal line through 1 in D ; through D and A we draw a line which intersects the vertical line through 1 in E ; a horizontal line through E intersects the line $r=r_2$ in the auxiliary point x , — as it is easy

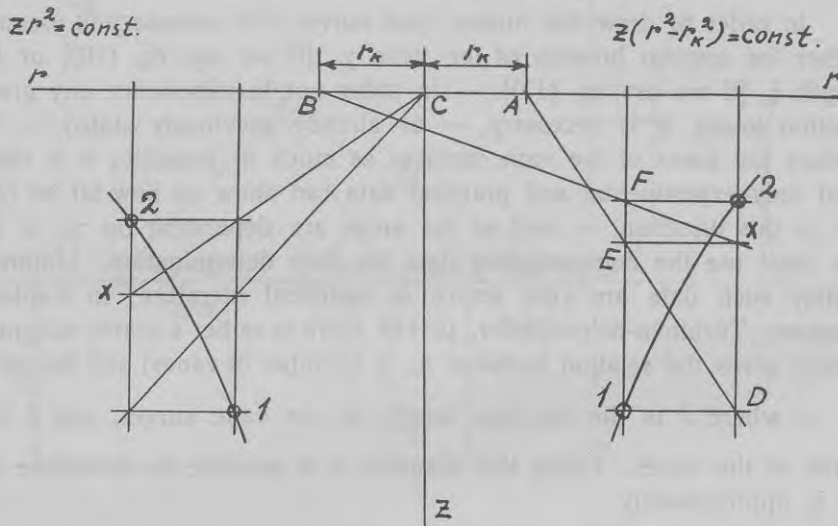


Fig. 5.

to prove from the similarity of the obtained rectangular triangles and eq. (15^a); connecting x with B , we obtain F as the intersection between this line and the vertical line through 1; finally drawing a horizontal line through F up to the intersection with the line $r=r_2$, we obtain the required point 2, — as it is also easy to prove from the similarity of the triangles obtained and eq. (15^b).

If $r_k=0$, the points A and B coincide with C ; on principle the construction remains the same and is shown in the left part of Fig. 5. In such a case we obviously obtain the curve eq. (1^a): $r \cdot z^2 = \text{const.}$

Knowing the principal dimensions of the turbine profile, we compute with the Θ (discharge), n (speed r. p. m.), and H (head) given, the velocities u_{1a} and c_z , and the constant k_2 (see eqs. 1^d or 2^d); the

fundamental equation (7^a) admits of computing c_u , say for the point 1^a, and therefore also k_1 (see eqs. 1^b or 2^b). — As we have previously seen, the curves eqs. (4) and (5) are almost straight lines; in order to construct the outlet parts of the guide vanes it is, therefore, practically sufficient to compute only c_{u0} (from eqs. 1^b or 2^b) and c_{r0} (from eqs. 1^c or 2^c) at the radius r_0 (where the radial channel ends and the curved clearance space begins); then it is easy to find $\frac{c_{r0}}{c_{u0}} = \tan \alpha_0$, where α_0 is the angle of inclination of the guide vane line.

In order to draw the runner vane curves, it is necessary to assume either the angular breadth of the vane χ_2 [if we use eq. (10)] or its depth ξ_2 [if we use eq. (13)]. — In order not to experience any great friction losses, it is necessary, — as already previously stated, — to reduce the areas of the vane surfaces as much as possible; it is clear that only experimental and practical data can show us how far we can go in this direction, — and as the areas are dependent on χ_2 or ξ_2 , we must use the corresponding data for their determination. Unfortunately such data are very scarce in technical literature; in Kaplan-Lechner, Turbinen-Schnellläufer, p. 144 there is rather a scanty diagram which gives the relation between n_s, z (number of vanes) and the ratio $\frac{l}{t}$, — where l is the medium length of the vane curves, and t the pitch of the vanes. Using this diagram it is possible to determine χ_2 or ξ_2 approximately.

Those are almost all analytical computations necessary, if we use eq. (13) for the construction of the runner vane curves. With a computed $u_{1a} = \frac{\pi \cdot r_{1a} \cdot n}{30}$, by drawing parallel lines it is easy to construct all other u , as they are proportional to r (see Fig. 6). — As c_z is constant on the whole entrance edge, and $c_u = \frac{k_1}{r}$ is inversely proportional to r , we can with a computed c_{u1a} and c_z construct all entrance velocity diagrams, as follows (see Fig. 6):

We draw an auxiliary line $X X_a X_1$ through the starting point o of the velocities u and c_u ; another horizontal auxiliary line is drawn at the distance c_z from the u and c_u line. With the computed u_{1a} and c_{u1a} we construct the velocity diagram for the point 1^a. For an arbitrary point 1 the construction begins by drawing parallel lines through

the terminal points of u_{1a} and u_1 , which lines intersect the auxiliary line at the points X_a and X_1 respectively; then we connect X_1 with the terminal point of c_{u1a} and draw through X_a a parallel line which intersects the u and c_u line at the terminal point of the c_{u1} required; drawing a vertical line up to the intersection with the horizontal line at the distance c_z , and connecting the intersection point with the starting point and the terminal point of u_1 , we obtain the velocity diagram for the point 1 required.

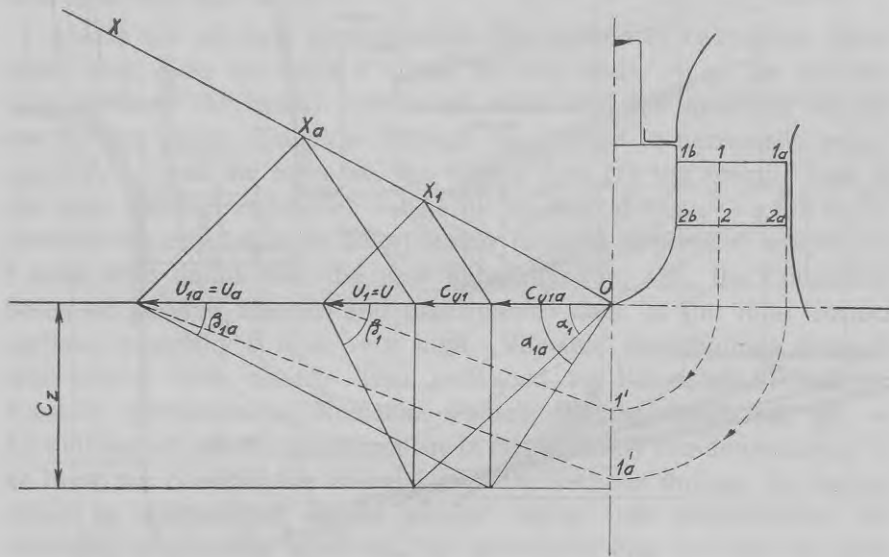


Fig. 6.

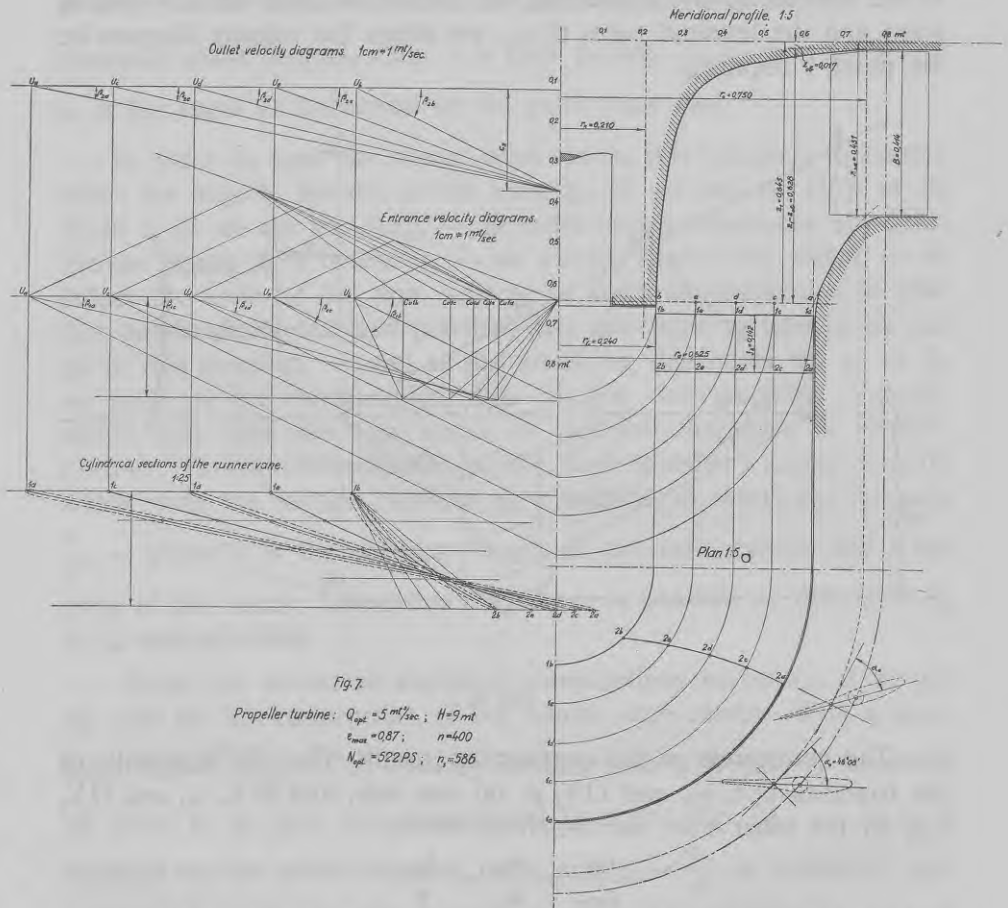
The correctness of the construction results from the similarity of the triangles $OX_a u_{1a}$ and $OX_1 u_1$ on one side, and $OX_a c_{u1}$ and $OX_1 c_{u1a}$ on the other side; we therefrom obtain:

$$\frac{c_{u1}}{c_{u1a}} = \frac{u_{1a}}{u_1} = \frac{r_{1a}}{r}$$

The construction of the outlet velocity diagrams is simpler, — as all $c_u = 0$; it is therefore sufficient to construct rectangular triangles with the constant c_z and the variable u . — Those diagrams are not necessary; but if they are constructed we can test the accuracy of the relative outlet angles β_2 of the vane curves with such diagrams.

The graphical construction of a cylindrical section of the runner vane is shown in Fig. 4. — From the starting point O of the entrance

velocity diagram we prick off $(u - c_{u1})$ to the right*; through the resulting point A we draw a vertical line and there prick off $2c_2$, obtaining the point B . Connecting B with 1 [which we assume as origin of the co-ordinate system $(r\chi, \xi)$], and drawing a horizontal line at the distance ξ_2 from the $r\chi$ axis, we obtain the point of intersection 2, which



represents the outlet edge of the vane, — as it results from eq. (14)*. — Knowing points 1 and 2 of the parabolic curve (see eq. (13)) and the angle of inclination β_1 at 1, we use the well-known construction of a parabola: we prolong the relative velocity line up to the intersection

* In Fig. 4 the inscriptions " $u - c_{u1}$ ", and " $r\chi_2$ " on the corresponding measure lines are, by mistake, missing.

point 1' with the horizontal line through 2, and divide the distance 1'2 into say 3 equal parts; through the points obtained and 1 we draw lines. Further dividing the vertical depth ξ_2 of the curve into the same number (3) of parts, we draw equidistant horizontal lines through the points obtained; the points of intersection with the corresponding inclined lines belong to the parabola required.

To illustrate the above said in Fig. 7 there is represented the graphical calculation of a propeller turbine; there the principal numerical data are also stated.

As to the practical application of the method of calculation developed here, I do not think it could be very wide, — as the discrepancy between the actual number of vanes and the assumed infinite one is very great. The flow through the turbine is necessarily asymmetrical, — and the more so, the higher n_s is (as the specific load of the vane surfaces increases). — As the theoretical ideal, — a full three-dimensional calculation is unfortunately (at least at present) impossible, I have little doubt that the next approximation, viz., the calculation based on aerofoil theories and experimental data, is the most correct method, especially if n_s is very high. Valuable contributions towards this subject have already been published by Bauersfeld, Pfeleiderer, Amstutz, Zimmermann, Numachi, Pantell, Weinig, Schilhansl, etc. — As well known, those calculations are in fact also only two-dimensional, — as there we consider the co-axial cylindrical sections through the runner vanes as independent unities without taking into consideration the influence of the ring whirl on the meridional flow (as also we have done in eq. (13)). A drawback is the considerable number of experimental data necessary, — and from a pedagogic point of view the calculations are often too complicated and unclear. — In this respect the two-dimensional calculation with an infinite number of vanes, which has been outlined in this article, has its advantages, — as it gives some simple results and hints of a more or less general nature, — though the numeric values may be incorrect.

If perchance the two-dimensional method of calculation indicated here should be applicable for practical purposes, I think that would be possible only at comparatively moderate (though commonly used) n_s , — up to 600 or, perhaps, at the utmost up to 800. — In his fundamental work (Kaplan-Lechner, Theorie u. Bau v. Turbinen-Schnellläufern, 1931) Kaplan uses a graphical two-dimensional method for the calculation of turbines up to $n_s = \sim 600$; as to $n_s = 800$ Kaplan

indicates (p. 169) that with the usual ratios $\frac{l}{t} > 1$ [where l is the length of the vane curve, t the pitch of the vanes] it is impossible to obtain high efficiencies, if n_s exceeds 800 considerably, — and later on (pp. 180) states the difficulties he has experienced in constructing turbines with $n_s \geq 900$. It therefore seems that at higher n_s there is little chance of using so simplified a method as the two-dimensional one. — A further indication is given by Weinig (Weinig, *Über die Winkel-übertreibung v. Turbinenschaufeln*; *Wasserkraft* 1934, p. 25). Speaking about the flow through a blade grid, he says that the theoretical conclusion, — viz., that a variation of the direction of the entering stream is followed by a corresponding variation in the direction of the out-flowing stream, — is not in accordance with the facts, if $\frac{l}{t} \geq 0.7$.

That seems to indicate that in these circumstances the guiding influence (in the hydraulic sense) of the vanes is sufficiently strong to impress itself upon the flow, and that the theoretical asymmetry (because of the circulation flow round the vane) of the flow is not yet very much accentuated. As Kaplan's diagram (p. 144) gives a $\frac{l}{t} = \sim 0.7$ for $n_s = 600$, — but on p. 169 he speaks, as stated above, about a $\frac{l}{t} = \sim 1$ at $n_s = 800$, — the limits of the application of the two-dimensional method are not quite clear, and will probably be somewhere between those numbers. — As already indicated above, this method will in any case require experimentally determined modifications and adjustments in order to take into account the actual number and the thickness of the vanes, the asymmetry and turbulence of the flow, the friction influences, etc.

Presented to the Faculty on October 14th, 1937.

Par teorētiskām vad- un darblāpstiņu formām divdimensionāli aprēķinātās propellerturbīnēs.

Dr. A. Delvigs.

Autoreferāts.

Darbā aplūkotas teorētiskās vad- un darblāpstiņu formas propellerturbīnēs ar bezgalīgi lielu lāpstiņu skaitu, un kuņas radiālā vadrata telpa savienota ar cilindrisko darbrata telpu ar hidrodinamiski aprēķinātās spraugas telpas $z \cdot r^2 = \text{const.}$, vai $z(r^2 - r_k^2) = \text{const.}$ palīdzību.

Aplūkojot cilindrisko vadlāpstiņu teorētiskās formulas, tiek tālāk pierādīts, ka, pagarinot vadlāpstiņu izplūdes galus un ievirzot tos spraugas telpā, mēs iegūstam līnijas, kuņas praktiski neatšķiņas no taisnām, — kas ir ļoti ērti viņu izveidošanai, — un jaunākā laikā arī pieņemts praksē.

Teorētiskās darblāpstiņu formas atrastas izejot no noteikuma, ka lāpstiņas virsmai jābūt pēc iespējas vienmērīgāk slogotai. Lāpstiņu griezumu un augstumu, resp. platumu formulas atrastas diviem gadījumiem: 1) bezvirpuļu meridionālstrāvai un 2) vienādam darblāpstiņas augstumam meridionālprofilā, — kas gan izsauc riņķa virpuli meridionālstrāvā, bet toties vairāk saskan ar praktiskiem izveidojumiem — un bez tam atļauj ērtu grafisku lāpstiņu griezumu konstrukciju. — Beidzot doti norādījumi turbīnes grafiskā aprēķina izdarīšanai, un īsumā iztirzāts jautājums par darbā aplūkotā paņēmiena praktiskās pielietošanas iespējamības robežām.

Sūccaurules nozīme un iespaids uz turbīnes darbību elementārā grafiskā attēlojumā.

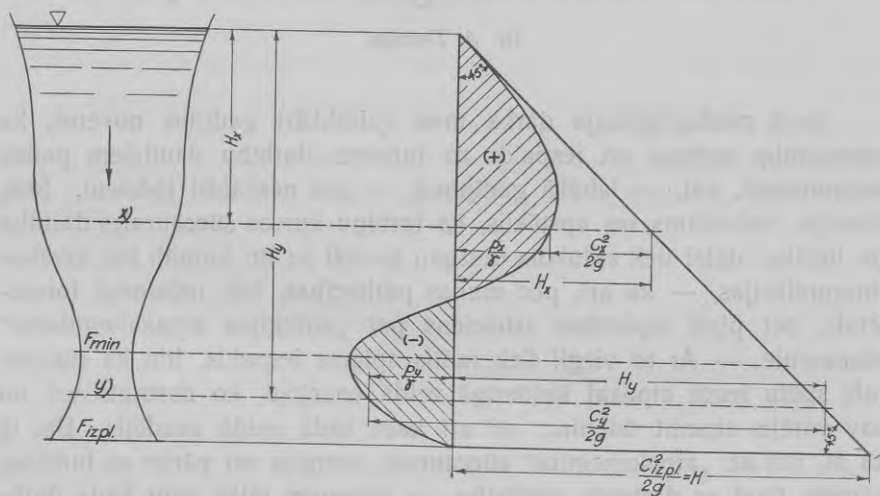
Dr. A. Delvigs.

Savā paidagōgiskajā darbā man vairākkārt gadījies novērot, ka sūccaurules nozīme un iespaids uz turbīnes darbību daudziem paliek nesaprotami, vai, — labākā gadījumā, — ļoti neskaidri jēdzieni. Šeit, domāju, vainojams tas apstāklis, ka turbīņuursos sūccaurules darbība pa lielākai daļai tiek aplūkota diezgan pavirši un tiri formāli bez tuvākas interpretācijas, — kā arī, pēc manas pārlicības, ļoti nelaimīgi formulētais, bet plaši izplatītais izteiciens par „enerģijas atpakaļiegūšanu“ sūccaurulē. — Ar to viegli tiek radīts aplams iespaids, itin kā sūccaurule spētu iegūt atpakaļ lietderīgā veidā enerģiju, ko darbrats vai nu nav varējis atņemt ūdenim, vai arī kaut kādā veidā zaudējis. Bet tā kā šī, itin kā „atpakaļiegūtā“ sūccaurulē, enerģija var pāriet uz turbīnes vārpstu tikai ar darbrata palīdzību, — jāpieņem tālāk kaut kāda darbrata tāliespaidošana no sūccaurules puses, kuŗa atļautu šādu enerģijas pāreju.

Tāds lietas stāvoklis vairāk nekā nožēlojams, — it sevišķi mūsu laikos. — Agrākos gados, kad reakcijas turbīnes bija pēc mūsu tagadējiem standartiem bez izņēmuma lēnskrējeji, — sūccaurule vēl nespēlēja tādu ārkārtīgi svarīgu lomu kā patlaban. Toreiz ūdens kinētiskās enerģijas daudzums izplūdes no darbrata vietā reti pārsniedza kādus 10, un maksimāli, varbūt, 15% no visa ūdens (potenciālās) enerģijas daudzuma dotos krituma apstākļos; ja arī šīs enerģijas daudzums gāja kaut pavisam zudumā, lieta nebija pārāk ļauna. — Pavisam citādi ir apstākļi mūsu modernos ātrskrējejos, — kur izplūdes no darbrata vietā kinētiskā stāvoklī atrodas 30 ÷ 50, un izņēmumu gadījumos pat jau līdz 60% no visa ūdens enerģijas daudzuma. — Atļaut iet zudumā šādiem enerģijas daudzumiem ir absolūti neiespējami no saimnieciskā

viedokļa; tādās turbīnēs tādēļ pareizi konstruēta un darbojoša sūcāurule, — kuŗa atļautu reducēt šos iespējamos zaudējumus, — ir kardināla svara jautājums.

Šī raksta uzdevums ir veicināt labāku sūcāurules darbības un nozīmes izpratni. — Lai to sasniegtu iespējami vienkāršiem, elementāriem līdzekļiem, esmu izvēlējis grafisko ceļu. Šeit pievestām līdzīgas diagrammas ir jau lietotas no Farmakovska (Farmakovsky, Hidravličeskije dvigateļi, 1928, lpp. 41 ÷ 46); par nožēlošanu viņas tur nav pareizas; bez tam interpretācija ir ļoti nepilnīga un, pēc mana ieskata, nav nevainojama.



1. Zīm.

Diagrammas attēlo plūstošā pa turbīnes kanālu ūdens enerģijas daudzumus uz 1 kg ūdens resp. kritumus

$$\left(\frac{\text{kg mt}}{\text{kg}} = \text{mt}\right),$$

kuŗi atbilst potenciālai enerģijai H , tilpuma enerģijai $\frac{p}{\gamma}$ (vienkāršības dēļ spiedieni p domāti, kā manometriski resp. darba spiedieni, — skaitot atmosfēras spiedienu par nulli), un kinētiskai enerģijai $\frac{c^2}{2g}$.

Vertikālā virzienā nogrieznis H_x no ūdens līmeņa līdz kādam dotam griezumam x (sk. 1. zīm.), ir, acīm redzot, potenciālās enerģijas daudzums, kuŗš atbrīvojies ūdens daļiņai nokrītot no līmeņa līdz x .

Ja enerģiju ūdenim neatņem un zaudējumu nav, šis enerģijas daudzums sadalīsies tilpuma un kinētiskās enerģijas daļās pēc Bernoulli likuma [pieņemot, ka ātrums līmeņa tuvumā ir nulle, — kas turbīņu ierīcēs praktiski neatšķīšas no īstenības]:

$$H_x = \frac{p_x}{\gamma} + \frac{c_x^2}{2g} \dots \dots \dots (1)$$

Zinot kanāļa šķērsgriezumus un caurplūstošā ūdens daudzumu $\Theta = F_{izpl.} \cdot \sqrt{2gH}$, varam atrast c_x no nepārtrauktības likuma, un līdz ar to arī $\frac{c_x^2}{2g}$ un $\frac{p_x}{\gamma}$.

Lai šos enerģijas daudzumus grafiski attēlotu ar nogriežņu palīdzību, un pie tam iegūtu pārredzamu diagrammu, pagriezām no pieņemtas pamatvertikāles H_x par 90° pa labi (resp. konstruējam iepriekš palīglīniju zem 45° , un velkam horizontāli līdz krustošanai ar palīglīniju, iegūstot H_x), un izdarām sadalījumu $\frac{p_x}{\gamma}$ un $\frac{c_x^2}{2g}$ daļās uz šīs horizontāles.

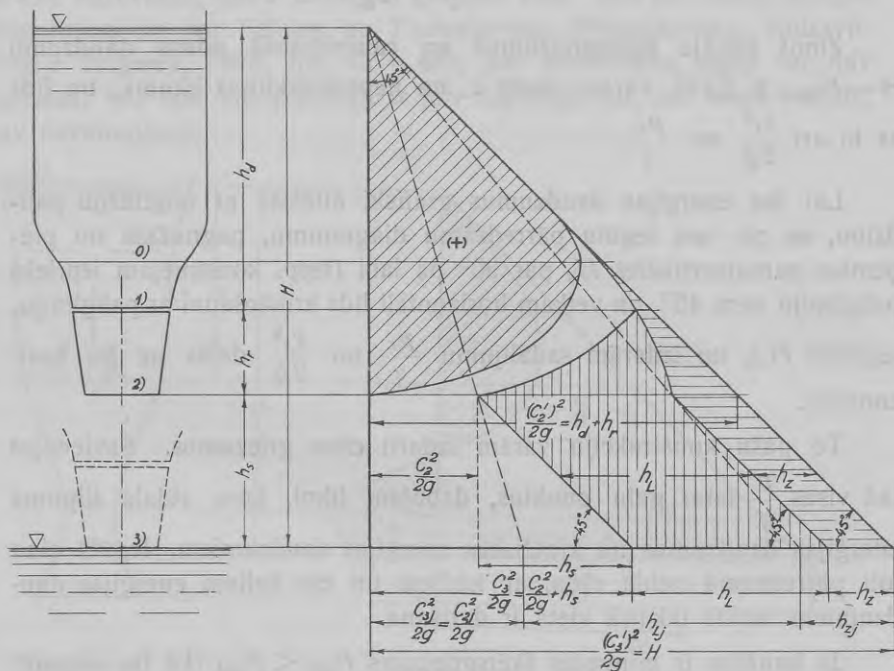
To pašu konstrukciju varam izdarīt citos griezumos. Savienojot tad visus $\frac{p}{\gamma}$ labo galu punktus, dabūjam likni, kuŗa atdala tilpuma enerģijas daudzumus no kinētiskās enerģijas daudzumiem. Iegūtā aina ļoti pārredzamā veidā rāda, ar kādiem un cik lieliem enerģijas daudzumiem mums ikkatrā vietā ir darišana.

Ja kanālim ir minimāls šķērsgriezums $F_{min.} < F_{izpl.}$ (kā tas vienmēr ir reakcijas turbīnēs ar sūccaurulēm), tad, kā zināms, viņa apkārtņē mēs dabūjam negatīvus darba spiedienus (resp. vakuumus) un ātrumus, kuŗi ir **lielāki** par izplūdes ātrumu $c_{izpl.} = \sqrt{2gH}$ [to bez grūtībām var pierādīt ar nepārtrauktības likumu un (1)]. — Kādam griezumam y , kur p ir negatīvs, $\frac{p_y}{\gamma}$ jāatliek pa kreisi no pamatvertikāles (sk. zīm. 1.); uz nol. (1) pamata, $\frac{c_y^2}{2g}$ tad būs atstatums starp $\frac{p_y}{\gamma}$ kreisā gala punktu un slīpo palīglīniju, pie kam viņš var būt lielāks par $\frac{c_{izpl.}^2}{2g} = H$.

Negatīvi $\frac{p}{\gamma}$ rodas arī, ja šķērsgriezumi kanāļa apakšējā galā ir konstanti (resp. kanālis tur ir cilindrisks); tad šeit ātrumi, un līdz ar

to $\frac{c^2}{2g} = \frac{c_{izpl.}^2}{2g} = \text{const.}$; tādēļ $\frac{p}{\gamma}$ kreiso galu punktu liknei jāiet, acīm redzot, zem 45° pa kreisi uz augšu.

Diagrammas augšējā un apakšējā griezumos attiecīgie $\frac{p}{\gamma} = 0$, — ja ūdens tur saskaras ar atmosfēru.



2. zīm.

Piemērosim tagad aplūkoto diagrammu reakcijas turbīnes izpētīšanai, un iztīrāsīm vispirms gadījumu, kad turbīnei sūccaurules nav (sk. 2. zīm.). — Kā zināms, minimālais šķērsgriezums atrodas reakcijas turbīnes darbrata izplūdes vietā, kuŗu apzīmēsīm (kā tas parasti pieņemts) ar indeku 2. Ieplūdes darbratā vietu apzīmēsīm ar indeku 1, ieplūdes vadratā vietu ar 0. — Apakšūdēns līmeņa vietu apzīmēsīm ar indeku 3.

Visu kritumu H varam sadalīt 3 daļās: h_d (kritums līdz darbrata ieplūdes vietai), h_r (darbrata augstums) un h_s (darbrata izplūdes vietas augstums virs apakšūdēns līmeņa).

Ja turbīne neatņem ūdenim enerģiju, un ja nekādu zaudējumu nav, $\frac{p}{\gamma}$ galu punktu likne zīmejama vienkārši: kaut cik ievērojami ātrumi, un

līdz ar to arī $\frac{c^2}{2g}$ parasti radīsies tikai 0 griezuma tuvumā, — tādēļ $\frac{p}{\gamma}$ labo galu punktu līkne apmēram tur sāksies; beigsies viņa 2. griezumā, kur ūdens strūkļa izplūst atmosfērā, un tādēļ $p_2 = 0$; ūdens izplūst no darbrata ar ātrumu c_2' un kinētiskās enerģijas daudzumu

$$\frac{(c_2')^2}{2g} = h_d + h_r.$$

Ja turbīne strādā ar zaudējumiem un atņem ūdenim lietderīgu enerģiju, apstākļi attēlojas ļoti vienkārši. — Zaudējumi uz 1 kg ūdens attēlojas tāpat kā nogriežņi (resp. kritumi); viņi sāksies tur, kur ūdenī rodas ātrumi, un beigsies 2. griezumā, — sasniedzot šeit kādu vērtību h_z . Atliekot dažādos griezumos konstatētos zaudējumus no slīpās zem 45° palīglīnijas pa kreisi, un savienojot kreisos galus ar līkni, dabūjam zaudējumu pieaugumu gaitas grafisko attēlojumu līdz 2. griezumam.

Sākot ar šo vietu uz leju jaunu zaudējumu nav (ja neievēro atmosfēras pretestību), — un tādēļ tālāk h_z galu punktu līkne būs paralēla palīglīnijai (zem 45°) taisne ($h_z = \text{const}$).

Jāpiezīmē, ka principiāli būtu iespējams ievērot diagrammā arī atmosfēras pretestību, ūdens strūklai kritot no 2. līdz 3. griezumam, — skaitot to par zaudējumu. Starpība būtu tā, ka h_z kreiso galu punktu līkne tad nebūtu vairs taisne zem 45° , bet pa kreisi no viņas izlocīta līkne. — Analogiski turpmākās diagrammās (3. un 4. zīm.) varētu ievērot sūccaurules hidrauliskos zaudējumus. Ja tas šinī darbā nav darīts un zaudējumi zem darbrata izplūdes vietas viscaur skaitīti par nulli, — tad tikai tādēļ, lai neapēnotu sūccaurules fundamentālo iespaidu uz turbīnas darbību un lai pārāk nekomplīcētu diagrammas un interpretāciju. — Ja šeit zīmētās diagrammas saprastas, tad nav nekādas grūtības pie vēlēšanās ievērot viņās arī sūccaurules hidrauliskos zaudējumus.

Tāpat kā nogriežņus (resp. kritumus) varam attēlot lietderīgi pārnestos uz vārpstu enerģijas daudzumus. Enerģijas pāreja iesākas 1. griezumā un beidzas 2. griezumā, — kur izmantotais enerģijas daudzums sasniedz savu pilno vērtību h_L ; līdz ar to h_L kreiso galu punktu līknes sākums un gals noteikti. Uz leju no 2. griezuma h_L vairs nevar mainīties, — tādēļ h_L galu punktu līkne ir atkal taisne zem 45° .

Izplūdes no darbrata vietā (2. griezumā) paliek pāri neizmantotais kinētiskās enerģijas daudzums $\frac{c_2^2}{2g}$ (t. s. „provīzorisks izplūdes zaudē-

jums"). Novērst šo „zaudējumu“ nav nekādas iespējamības, — jo atstrādātais ūdens pastāvīgi jānovada noteiktā daudzumā, tā tad ar noteiktu, galīgu c_2 . Kā sākumā minēts, modernos ātrskrejējos (propelerturbīnēs ar lielu n_s), — kuņus lieto pie zemiem kritumiem, un caur kuņiem šī iemesla dēļ jāizlaiž lieli Θ (lai dabūtu pietiekoši lielas jau-
das), — nepieciešamo lielo c_2 dēļ šis „zaudējums“ var sastādīt pusi un vairāk no visas rīcībā esošās ūdens enerģijas. Skaidrs, ka tādos apstākļos turbīne bez sūcmaucules būtu saimniecisks absurds, jo šeit „provizoris-
kais izplūdes zaudējums“ ir īsts zaudējums, kuņš netiek izmantots. — Zīm. 2. tālāk rāda, ka tas vēl nav viss; uzstādot turbīni virs apakš-
ūdens līmeņa (kas vēlams praktiski-technisku apstākļu dēļ), provizoriskais izplūdes zaudējums vēl palielinās par neizmantotā krituma daļu h_s ; t. s. „galīgais izplūdes zaudējums“:

$$\frac{c_3^2}{2g} = \frac{c_2^2}{2g} + h_s.$$

Atskaitot pārējos hidrauliskos zaudējumus h_z , galīgais izplūdes zaudējums ir, acīm redzot, neizmantotā aizejošā strūklā ūdens enerģijas daļa. — Uzstādītā virs apakšūdens līmeņa turbīne bez sūcmaucules tādēļ neizmanto visu kritumu H , bet tikai daļu $h_d + h_r$; daļa h_s iet pilnīgi zudumā.

Uzlabot apstākļus varētu tādā veidā, ka novieto darbrata izplūdes griezumu 2. apakšūdens līmeņa augstumā 3. — Tad darbrats izman-
totu visu kritumu H . Ja mēs tad laistu turbīni ar proporcionāli

$$\sqrt{\frac{H}{h_d + h_r}}$$

palielinātu ritu skaitu, darba apstākļi, kā zināms, būtu absolūti līdzīgi iepriekšējiem, resp. jaunie h_{zj} , h_{Lj} un

$$\frac{c_{2j}^2}{2g} = \frac{c_{3j}^2}{2g}$$

būtu proporcionāli veciem lielumiem. Grafiski jaunie lielumi vienkārši atrodami, velkot no diagrammas trijstūņa virsotnes starus caur veco lielumu h_z un h_L galu punktiem līdz krustošanai ar horizontāli 3. grie-
zuma augstumā. — Redzams, ka jaunais galīgais izplūdes zaudējums:

$$\frac{c_{3j}^2}{2g} = \frac{c_{2j}^2}{2g}$$

ir mazāks par veco:

$$\frac{c_3^2}{2g} = \frac{c_2^2}{2g} + h_s,$$

un ka jaunais lietderīgi izmantotais darbs h_{Lj} ir lielāks par veco h_L .

Bez tālākiem paskaidrojumiem saprotams arī, ka darbrata tālāka pazemināšana (zem apakšūdens līmeņa) mums nekā nedodu; ātrumi paliktu tādi paši, — tikai tilpuma enerģijas daudzumi $\frac{p}{\gamma}$ pieaugtu proporcionāli dziļumam. To varētu parādīt arī grafiski, — bet tā kā šis gadījums nekā interesanta un svarīga nedod, to tuvāk neiztirzāsim.

Aplūkosim tālāk reakcijas turbīni ar cilindrisku sūccauruli (sk. zīm. 3.); darbrats uzstādīts virs apakšūdens līmeņa; vienkāršības dēļ tālāk pagaidām pieņemsim, ka sūccaurule beidzas apakšūdens līmeņa 3. augstumā.

Pieņemsim vispirms analogiski agrākam, ka darbrats neatņem ūdenim enerģiju, un ka zaudējumu nav.

Sūccaurules cilindriskās formas dēļ ātrumi 2. griezumā c_2' būs tikpat lieli kā ātrumi 3. griezumā c_3' . Bernoulli likums dod:

2. griezumā:

$$h_d + h_r = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{(c_2')^2}{2g}$$

3. griezumā:

$$H = h_d + h_r + h_s = \frac{(c_3')^2}{2g} = \frac{(c_2')^2}{2g}$$

No abiem nolīdzinājumiem atrodam:

$$\frac{p_2}{\gamma} = -h_s \dots \dots \dots (2)$$

Tas nozīmē, ka 2. griezumā rodas t. s. „statiskais vakuums“, un ka tilpuma enerģijas daudzums tur ir negatīvs (skaitot formāli atbilstošo atmosfēras spiedienam tilpuma enerģijas daudzumu par nulli); $\frac{p_2}{\gamma}$ gala punkts tādēļ atrodas diagrammā h_s atstatumā pa kreisi no pamatvertikāles. — Atrodot tādā pašā veidā $\frac{p_y}{\gamma}$ kādam citam sūccaurules griezumam (h_y atstatumā no 2. griezuma), mēs atradīsim analogiski:

$$\frac{p_y}{\gamma} = -(h_s - h_y).$$

$\frac{p}{\gamma}$ galu punktu līkne sūccaurulei būs tādēļ taisne zem 45° , — kā parādīts zīm. 3.

Kas attiecas uz $\frac{p}{\gamma}$ galu punktu līkni virs 2. griezuma, — tad skaidrs, ka viņas sākums būs, — tāpat kā zīm. 2., — 0 griezuma tuvumā, —

pie kam tur $\frac{p}{\gamma}$ ir pozitīvi. — Līknes tālāka gaita, turpretim, būs citāda, nekā zīm. 2., — jo viņai beidzot jāsavienojas ar $\frac{p_2}{\gamma} = -h_s$ gala punktu, kur negatīvais spiediens sasniedz savu maksimālo absolūto vērtību. Zinot šķērsriezumu vērtības, līknes gaitu var arī izpētīt analītiski vai grafiski. Kādā griezumā z spiedienam p_z jālidzinās nullei.

Šinī vietā:

$$H_z = \frac{(c_z')^2}{2g};$$

bet, tā kā:

$$c_z' = \frac{\Theta}{F_z},$$

un:

$$\Theta = F_3 \cdot c_3' = F_3 \cdot \sqrt{2gH},$$

mēs atrodam, ievietojot:

$$H_z = \frac{F_3^2 \cdot 2gH}{F_z^2 \cdot 2g} = H \cdot \frac{F_3^2}{F_z^2} \dots \dots \dots (3^a)$$

vai:

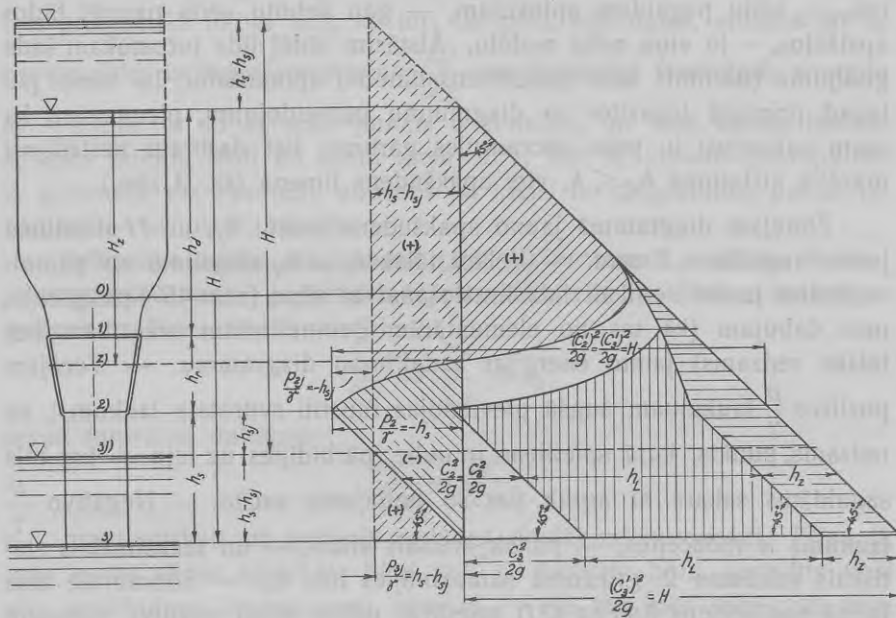
$$F_z = F_3 \sqrt{\frac{H}{H_z}} \dots \dots \dots (3^b).$$

Ja šķērsriezumi zināmi resp. doti kā atstatumu no līmeņa funkcija no (3^a) var viegli atrast vietu, kuŗā spiedieni pāriet no pozitīviem uz negatīviem. — Formula (3^b) rāda, ka tur šķērsriezums ir lielāks par sūccaurules šķērsriezumu F_3 apakšūdens līmeņa augstumā; jo lielāks ir H attiecībā pret H_z , — t. i. jo augstāk uzstādīts darbrats, — jo lielākam jābūt F_z , salīdzinot ar F_3 . Praktiski tas nozīmē, ka tādos apstākļos ne tikai darbrata apakšējā daļa, bet eventuāli viss darbrats un pat vadrats var vēl atrasties vakuuma sfērā. It sevišķi tas sakāms par praksē gandrīz vienīgi sastopamām turbīnēm ar kūniski uz leju paplašinātām sūccaurulēm (kuŗas aplūkosim turpmāk); tur šķērsriezums F_3 apakšūdens līmeņa augstumā ir lielāks par turbīnes izplūdes šķērsriezumu F_2 , — bet formulas (3^a) un (3^b) paliek spēkā.

Kā zināms, teorētiski maksimālais vakuums nevar pārsniegt atmosfēras spiedienu resp. apm. 10 m ūdens staba. Praktiski, saprotams, iespējamās kavitācijas dēļ, mēs tik lielus h_s nekad nepielaidīsim; nav jāaizmirst, ka šeit pievestā veidā elementāri aprēķinātie statistiskie vakuumi tālu vēl neattēlo īstenību visā pilnībā (tas pats sakāms arī par kūniski paplašinātās sūccaurulēs izsauktiem dinamiskiem vakuumiem,

sk. turpmāk). — Kā to rāda teorētiski un praktiski pētījumi, spiedieni uz darblāpstiņu virsmām sadalās patiesībā ļoti nevienādi, un tur vienmēr varam konstatēt lokālus maksimālo vakuumu centrus. Jo ātrskrejošāka ir turbīne, jo mazākai jābūt berzes apstākļu dēļ lāpstiņu virsmai, — un jo asāk izteikti ir šie vakuumu centri.

Tālāk, — pat vislabākās konstrukcijās nebūs novēršamas vietas, kurās ūdens plūst ar nevajadzīgi lielu ātrumu, un kurās tādēļ spiedieni pēc Bernoulli likuma ir ļoti mazi, — piem. sprauga starp darbratu un



3. zīm.

kameras sienu propellerturbīnē, sūccaurules centrālā serde, u. t. t.; arī šinī ziņā turbīne ir jo jūtīgāka, jo lielāks ir viņas n_s . — Visu šo apstākļu dēļ pie elementāri aprēķinātiem statistiskiem un dinamiskiem vakuumiem jāpieliek zināma rezerve, — kuŗa ir jo lielāka, jo lielāks ir n_s . Lai kavitācija nenotiktu, aprēķināto vakuumu un rezerves summai jābūt mazākai par teorētiski pielaižamiem 10 m. Vidējos datus nepieciešamās rezerves (atkarībā no n_s) noteikšanai devuši, kā zināms, piem. Thoma un Rogers-Moody; noteiktākas vērtības var dot, saprotams, tikai laboratoriju mēģinājumi ar darbratu modeļiem, — jo spiedienu sadalījuma aina ir individuāla ikkatrai lāpstiņas virsmas formai.

Pie lielākiem n_s dinamiskā vakuuma un rezerves summai dažreiz jābūt tik lielai, ka statiskam vakuumam nekas nepaliek pāri; taisni otrādi, — šeit jāgādā par to, lai 2. griezumā būtu statisks ūdens pārspiediens. Teorētiski tas viegli sasniedzams, uzstādot darbratu pietiekoši zemi zem apakšūdens līmeņa; — tad uz darbratu spiedis attiecīgais ūdens stabs. — Cits jautājums ir, vai tas visos gadījumos saimnieciski iespējams; ja turbīnei sūccaurule paliek, — kā tas praktiski vienmēr ir vajadzīgs (sk. turpmāk), — nepieciešamās ļoti dziļās un dārgās ūdensbūves viegli var apdraudēt ietaises rentabilitāti. — Cilindrisku sūccauruli, — kādu pagaidām aplūkojam, — gan nebūtu vērts paturēt tādos apstākļos, — jo viņa nekā nedotu. Atstāsim tādēļ līdz turpmākam šāda gadījuma (darbrats zem apakšūdens līmeņa) aplūkošanu; lai tomēr jau tagad principā iepazītos ar diagrammu pārveidojumu, pieņemsim, ka esam paturējuši to pašu sūccaurules gaļumu, bet darbratu uzstādījuši mazākā atstatumā $h_{sj} < h_s$ virs apakšūdens līmeņa (sk. 3. zīm.).

Zīmējam diagrammā jauno apakšūdens līmeni 3j, un H atstatumā jauno augšūdens līmeni. — Velkot tālāk $h_s - h_{sj}$ atstatumā no pamatvertikāles jaunu vertikāli līdz krustošanai ar slīpo (zem 45°) palīglīniju, mēs dabūjam (kā tas no elementārām ģeometriskām sakarībām bez tālākā redzams) jauno enerģijas sadalījumu diagrammu. — Vecajam pozitīvo $\frac{p}{\gamma}$ laukumam augšā pievienojas raustīti svītrotais laukums; kā redzams, punkts, kurā spiediens ir nulle, pārbīdījies uz leju, — kas bija sagaidāms sakarā ar agrāk par šo jautājumu sacīto. — Negatīvo $\frac{p}{\gamma}$ laukums ir reducējies, — paliek kreisais stūris, — un maksimālais statiskais vakuums 2. griezumā samazinājies līdz h_{sj} . — Sūccaurulē zem jaunā apakšūdens līmeņa (3j) spiedieni paliek atkal pozitīvi, pieaugot uz leju proporcionāli dziļumam, un dodot jaunu pozitīvo $\frac{p}{\gamma}$ laukumu. — Kā redzams, koprezultātā spiedieni visos turbīnes kanāļa šķērsgriezumos palielinājušies par konstantu vērtību, — proti darbrata stāvokļa pazeminājumu $h_s - h_{sj}$; ātrumi turpretim nav mainījušies. — Tā kā enerģijas pāreja no ūdens uz darbratu atkarājas vienīgi no ātrumu apstākļiem [kas formāli izteicas arī turbīņu galvenajā nolīdzinājumā: $\varepsilon gH = u_1 \cdot c_{u1} - u_2 \cdot c_{u2}$], — varam secināt, ka turbīnes darbrata novietošanas augstumam ir nozīme vienīgi no kavitācijas, bet ne enerģijas izmantošanas viedokļa. [To pašu dabūjam arī, ja skaitām tīri formāli iegūto darbratā enerģiju par ūdens enerģijas daudzumu ieplūdes un izplūdes vietās diferenci, t. i.:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g},$$

jo, — kā redzējam, — ātrumi nemainās, un p_1 ar p_2 mainās vienādi].

Pārejot uz turbīni, kuŗa izmanto ūdens enerģiju un strādā ar zaudējumiem, zīmējam vispirms zaudējumu galu punktu likni un taisni (zem 45°), kā agrākā gadījumā bez sūccaurules; kā jau toreiz aizrādijām, vienkāršības dēļ mēs skaitīsim sūccaurules hidrauliskos zaudējumus par nulli. — Ja tālāk pieņemam, ka darbības apstākļi mūsu turbīnē ir līdzīgi agrāk aplūkotiem (turbīnē bez sūccaurules), — tad h_z būs procentuāli tikpat liels, kā tur; tas pats, saprotams, attiecas arī uz provīzorisko izplūdes zaudējumu $\frac{c_2^2}{2g}$ un lietderīgi izmantoto enerģiju h_L . — Līdz ar to h_L gala punkts ir noteikts, un mēs varam iezīmēt h_L galu punktu likni un taisni (zem 45°); šeit h_L kreisais gala punkts 2. griezumā var eventuāli atrasties pa kreisi no diagrammas pamatvertikāles, — kā piem. zīm. 3.

Salīdzinot iegūto diagrammu (zīm. 3) ar zīm. 2., redzam ievērojamu starpību: tur, — ja darbrats bija uzstādīts virs apakšūdens līmeņa, — galīgais izplūdes zaudējums bija

$$\frac{c_3^2}{2g} = \frac{c_2^2}{2g} + h_s;$$

tagad turpretim dabūjam:

$$\frac{c_3^2}{2g} = \frac{c_2^2}{2g},$$

t. i. provīzorisks un galīgais izplūdes zaudējumi ir vienādi. [Zīm. 2. mēs iegūtu šādus apstākļus tikai tad, ja darbrats būtu uzstādīts tieši virs apakšūdens līmeņa, resp. zem tā, — jo tad mēs izmantotu visu kritumu H]. — Zīm. 3. tālāk rāda, ka izmantotais enerģijas daudzums h_L ir lielāks, nekā h_L zīm. 2, — ja tur darbrats atrodas virs apakšūdens līmeņa, — un līdzinās tam, kuŗu tur dabūjam pie darbrata uzstādīšanas tieši virs apakšūdens līmeņa. — Cilindriskā sūccaurule atļauj tā tad turbīnei izmantot visu kritumu H tā, itin kā viņa būtu uzstādīta bez sūccaurules tieši virs apakšūdens līmeņa, — izņemot tikai palielinātās kavitācijas briesmas. — Diagramma skaidri rāda, kā tas notiek: pateicoties sūccaurulei, darbratā tiek radīti ātrumu apstākļi, itin kā turbīne atrastos apakšūdens līmeņa augstumā; turbīnes izplūdes vietā kinētiskā enerģija tiek palielināta līdz $\frac{(c_3')^2}{2g}$ uz tilpuma enerģijas (kuŗa pati paliek negatīva) rēķina; tālāk sūccaurulē šī pēdējā atkal tiek papild-

nāta līdz nullei (kas atbilst atmosfēras spiedienam), — vai ūdens staba spiedienam izplūdes vietā (ja sūcāurules gals atrodas zem līmeņa), — uz kritumam h_s atbilstošās potenciālās enerģijas rēķina.

Aplūkosim beidzot svarīgāko praksē gadījumu, kad reakcijas turbīne izveidota ar kōniski uz leju paplašinātu sūcāuruli; vienkāršības dēļ pieņemsim pagaidām atkal, ka sūcāurule beidzas apakšūdens līmeņa augstumā (sk. 4. zīm.).

Ja turbīne strādā bez zaudējumiem un neatņem ūdenim enerģiju, spēkā ir atkal Bernoulli likums. Kā agrāk, mēs dabūjam 2. un 3. griezumos:

$$h_d + h_r = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{(c_2')^2}{2g}; \quad H = h_d + h_r + h_s = \frac{(c_3')^2}{2g},$$

un no šejienes:

$$\frac{p_2}{\gamma} = - \left(h_s + \frac{(c_2')^2 - (c_3')^2}{2g} \right) \dots \dots \dots (4).$$

Šeit pēc nepārtrauktības likuma $c_2' > c_3'$, jo $F_2 = F_{\min} < F_3$.

Kā redzams, vakuums 2. griezumā tagad ir lielāks, nekā cilindriskās sūcāurules gadījumā, un sastādās no 2 daļām: „statiskā vakuuma“ — h_s , ar kuŗu mums tur jau bija darišana, un t. s. „dinamiskā vakuuma“

$$\frac{(c_2')^2 - (c_3')^2}{2g},$$

kuŗu rada sūcāurules paplašinājums, un kuŗu mēs arī jau minējām, runājot par iespējamo darbrata uzstādīšanas augstumu. Abi šie vakuumi būs sastopami, saprotams, arī ikkatrā citā sūcāurules griezumā, — un tādēļ $\frac{p}{\gamma}$ galu punktu likne sūcāurules rajonā būs pa kreisi no taisnes zem 45° novirzīta likne, kā tas redzams 4. zīm.

Arī virs darbrata izplūdes griezuma 2 apstākļi ir, acīm redzot, citādi, nekā zīm. 3.; pieņemot to pašu sākuma punktu 0 griezuma tuvumā,

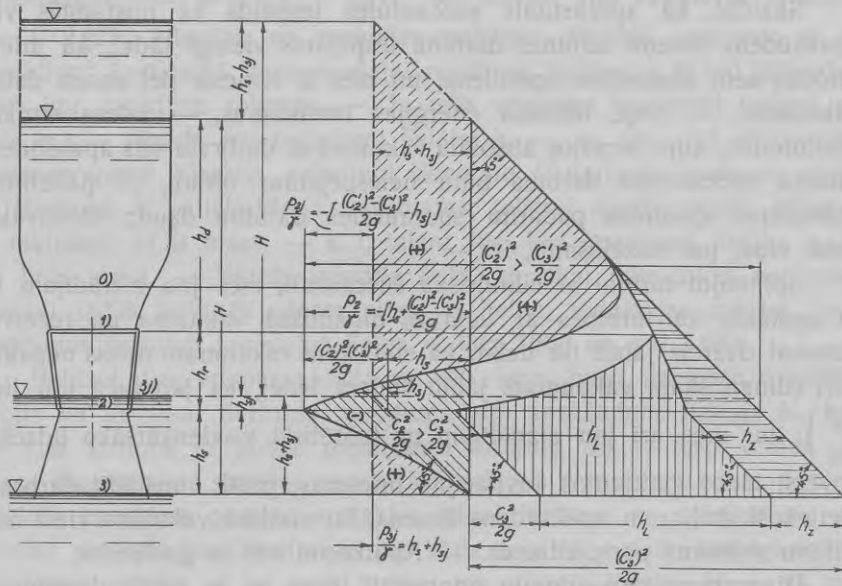
$\frac{p}{\gamma}$ likne būs tagad vairāk izlocīta pa kreisi, — jo viņai jābeidzas $\frac{p_2}{\gamma}$ kreisā gala punktā, — kuŗš pa dinamiskā vakuuma vērtību

$$\frac{(c_2')^2 - (c_3')^2}{2g}$$

vairāk attālinājies no pamatvertikāles.

Pāriesim tagad uz turbīni, kuŗa darbojas ar zaudējumiem un atņem ūdenim enerģiju. — Ja pieņemam atkal līdzīgus agrākiem darbības apstākļus, tad $\frac{(c_2')^2}{2g}$ jāsadala proporcionālos agrākiem (zīm. 2. un 3.)

nogriežņos h_z , h_L un $\frac{c_2^2}{2g}$, un jāzīmē analogiskas h_z un h_L galu punktu līknes un taisnes zem 45° . — Tūlīņ redzama kardināla starpība: cilindriskās sūcmašīnas gadījumā provizorisks izplūdes zaudējums $\frac{c_2^2}{2g}$ un galīgais izplūdes zaudējums $\frac{c_3^2}{2g}$ bija vienādi; tagad, turpretim, galīgais izplūdes zaudējums $\frac{c_3^2}{2g}$ ir par dinamiskā vakuuma vērtību mazāks, nekā



4. zīm.

provizorisks izplūdes zaudējums $\frac{c_2^2}{2g}$; šī, patiesībā, arī ir bieži pārprastā t. s. „enerģijas atpakaļiegūšana“ sūcmašīnā. Diagramma (4. zīm.) rāda, ka šeit nekā nesaprotama nav: sūcmašīna darbojas vienīgi kā enerģijas transformators; palielinot darbrata atrašanās vietā uz tūluma enerģijas rēķina kinētiskās enerģijas daudzumu virs tā, kāds atbilst kritikumam

$$\left[\frac{(c_2^2)^2}{2g} > \frac{(c_3^2)^2}{2g} = H \right],$$

sūcmašīna nostāda darbratu itīn kā palielinātā virs H (par dinamisko

vakuumu) krituma apstākļos. — Provīzorisks izplūdes zaudējums $\frac{c_2^3}{2g}$ tad var būt pat ļoti liels, — kā tas nenovēršams pie liela n_s ; sūcāurule viņu transformē (resp. reducē) atpakaļ tilpuma enerģijā, — jo tās iztrūkumu, saprotams, ir nepieciešami restaurēt līdz tam daudzumam, kāds atbilst spiedienam izplūdes vietā (šīnī gadījumā nullei, — kāda atbilst atmosfēras spiedienam). Rezultātā galīgais izplūdes zaudējums $\frac{c_3^2}{2g}$, atkarībā no sūcāurules paplašinājuma, resp. viņas ātrumu redukcijas spējām, — var būt pavisam mazs.

Skaidrs, ka aprakstītais sūcāurules iespajds uz nostādītās virs apakšūdens līmeņa turbīnes darbību iespējams vienīgi tādēļ, ka ūdens atrodas zem atmosfēras spiediena, un mēs šī iemesla dēļ varam dabūt vakuumus, — resp. tilpuma enerģijas iztrūkumus, — ūdens strūklā. Hidroierīcē, kuļa atrastos absolūtā vakuumā ar darbratu virs apakšūdens līmeņa, sūcāurules darbība būtu neiespējama; otrādi, — palielināts atmosfēras spiediens padarītu sūcāurules darbību daudz efektīvāku, nekā viņa, par nožēlošanu, ir. —

Aplūkojot turbīni ar cilindrisku sūcāuruli, mēs jau aizrādījām uz to apstākli, ka turbīnēs ar lielu n_s dinamiskā vakuuma un rezerves summai dažreiz jābūt tik lielai, ka statiskam vakuumam nekas nepaliek pāri (dinamiskam vakuumam jābūt lielam tādēļ, ka jāreducē ļoti lieli $\frac{c_2^2}{2g}$); tur mēs arī jau aizrādījām uz teorētiski visvienkāršāko līdzekli, novērst tādos gadījumos kavītācijas briesmas, proti: nostādīt darbratu pietiekoši dziļi zem apakšūdens līmeņa, lai statisko vakuumu vietā mēs dabūtu statiskus pārspiedienus. — Aplūkosim vēl šo gadījumu.

Diagrammu pārveidojam principiāli tāpat, kā to agrāk darījām ar zīm. 3. — Apzīmējot jaunā apakšūdens līmeņa $3j$ augstumu *vir*s turbīnes izplūdes šķērsgriezuma 2. ar h_{sj} , — velkam jaunu pamatvertikāli $h_s + h_{sj}$ atstatumā no vecās līdz krustošanai ar slīpo (zem 45°) palīglīniju, — ar ko, patiesībā, diagrammas pārveidošana jau nobeigta. — Tāpat kā cilindriskās sūcāurules gadījumā, ātrumu un enerģijas pārejas apstākļi pie jaunā h_{sj} paliek, acīm redzot, tie paši vecie. Mainās vienīgi spiedieni, resp. tilpuma enerģijas daudzumi, — palielinoties visos šķērsgriezumos par konstanto apakšūdens līmeņu atstatumu $h_s + h_{sj}$; pozitīvo spiedienu laukums augšā pieaug, un viņam pievienojas otrs laukums apakšā (līdz sūcāurules izplūdes galam); negatīvo spiedienu laukums samazinās, un paši vakuumi ir par $h_s + h_{sj}$ mazāki nekā agrāk, — bet līdz ar to kavītācijas briesmas ir mazinātas.

Atšķirībā no gādījuma ar cilindrisko sūccauruli, — kuŗu varēja likvidēt, ja darbratu uzstāda zem apakšūdens līmeņa, — kōniskā sūccaurule ir joprojām vajadzīga enerģijas transformācijas (resp. ātrumu redukcijas) nolūkam.

Ātrskrejošu turbīņu darbībai tā īpatnība, — ka paplašināta sūccaurule rada darbratā caurplūdes apstākļus, kuŗi atbilst itin kā palielinātam pret H kritumam, — ir svarīga no vēl viena viedokļa. Ja mēs vēlamies sasniegt labus lietderības reizuļus, tad, kā zināms, turbīņu aploces ātrumus u nevar izvēlēties pārāk plašās robežās, proti: ideālai aktīvai tangenciālturbīnei $u = 0,5 \cdot \sqrt{2gH}$, un ideālai tīri reaktīvai turbīnei $u = \sqrt{2gH}$; atkarībā no reakcijas pakāpes, faktiski izveidoto t. s. „reaktīvo“ (patiesībā tikai pa daļai reaktīvo) turbīņu u tā tad jāatrodas kaut kur uzrādītās robežās. — Ja mēs vēlamies konstruēt turbīni ar lielu n_s , — jāgādā par iespējami lielāku u , — un šīni ziņā sūccaurule ir neatsverams līdzeklis, palielinot šķietamo H darbrata atrašanās vietā. Šī šķietamā H palielināšana, saprotams, relatīvi daudz vairāk jūtama, ja faktiskais H ir mazs, — t. i. taisni tur, kur iespējami lielāks n_s ir no liela svāra. — Varētu gandrīz teikt, ka tikai pateicoties nepieciešamām tādās turbīnēs sūccaurulēm ar lielām redukcijas spējām, bija iespējams sasniegt tagadējos lielos n_s līdz 1200 un pat 1400.

Beidzot diagrammas norāda uz vēl vienu, bieži aizmirstu, apstākli, proti: ka ne tikai darbrata augstums virs apakšūdens līmeņa h_s , bet arī viss kritums H noteic pielaižamo turbīnes n_s , — resp. otrādi. — Visas diagrammas zīmētas nenoteiktā, relatīvā mērogā; ja piem. 4. zīm. attēlotu enerģijas pārejas apstākļus kādai turbīnei ar noteiktu n_s , un turbīne strādātu bez kavitācijas pie kāda dota H , — tad vispārīgi nebūs iespējams strādāt ar to pašu turbīni pie divreiz lielāka H , — jo tad arī vakuūmam jābūt divreiz lielākam. Tā kā atkarīgo no atmosfēras maksimāli pielaižamo vakuūmu (~ 10 m) mēs nevaram mainīt, atliek divi ceļi: 1) vai nu uzstādīt darbratu ar sūccauruli zemāk, — eventuāli pat pavisam zem apakšūdens līmeņa, — kas nepieciešamo dārgo dziļbūvju dēļ bieži būs saimnieciski neiespējams (kā jau agrāk minēts), un tādēļ izvedams tikai līdz zināmai robežai; 2) vai arī ņemt turbīni ar mazāku n_s , kuŗa dod mazākus reducējamus provizoriskus izplūdes zaudējumus $\frac{c_2^2}{2g}$ un prasa mazāku rezervi lokālu vakuūmu centru ievērošanai.

Die Bedeutung und Einwirkung des Saugrohres auf die Arbeitsweise der Turbine in elementarer, graphischer Darstellung.

Dr. A. Delwigs.

Autoreferat.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Problem, die leider ziemlich oft unverstandene Wirkungsweise und Bedeutung des Saugrohres in möglichst einfacher und übersichtlicher Weise klarzustellen. Zu diesem Zwecke ist ein graphisches Hilfsmittel gewählt worden, welches in ähnlicher Weise schon von Farmakovsky, — leider nur nicht richtig, — benutzt worden ist, — und welches darin besteht, dass die potentiellen Energiemengen pro kg Wasser, — resp. die durch Linienabschnitte dargestellten Gefälle, — um 90° gedreht, und dort in ihre Bestandteile: Volumenenergie $\frac{p}{\gamma}$ und Geschwindigkeitsenergie $\frac{c^2}{2g}$ zerlegt werden. Nachdem später noch die Verlustenergiemengen, und die nutzbar auf das Laufrad übertragenen Energiemengen in gleicher Weise als Linienabschnitte aufgetragen worden sind, erhält man eine vollständige graphische Darstellung der Durchfluss-, Energieumwandlungs- und Übergangsverhältnisse, die den sogenannten „Energierückgewinn“ des Saugrohres bildlich als einen Energietransformationsprozess erkennen lässt. — In dieser Weise sind untersucht worden: eine Reaktionsturbine ohne Saugrohr, eine solche mit cylindrischem Saugrohr und eine solche mit konisch erweitertem Saugrohr, — und diese Fälle miteinander verglichen worden (siehe Fig. 2, 3 und 4). In Fig. 3 und 4 ist auch die Frage, — welchen Einfluss auf die Sicherheit gegen Kavitation eine Änderung der Lage des Laufrades in bezug auf den Unterwasserspiegel hervorruft, untersucht worden.

Endlich ist an Hand der Fig. 4 gezeigt worden, welche Bedeutung das erweiterte Saugrohr für die Frage der Erhöhung der Schnellläufigkeit hat, — und inwiefern nicht nur die Saughöhe, sondern auch das Totalgefälle einen Einfluss auf die zulässige Grösse von n_s , — resp. umgekehrt, — haben.

Grafoanalitiska metode kloķa mēchanisma momentānā klaņa virziena noteikšanai.

Jaun. asistents J. Muižnieks.

Virzuļu mašīnu cilindros attīstītā pārspiediena un taisnvirzienīgi svārstošos masu inerces spēka summa P nav konstanta, bet mainās atkarībā no virzuļa stāvotnes. Kloķa mēchanisms šo mainīgo spēku P ar klaņa palīdzību pārnēs uz kloķa vārpstu. Klaņa spēka S tangenciālā komponenta T dod kloķvārpstai vērpes momentu. Tā kā tangenciālais spēks T nav konstants, tad līdz ar viņu mainās arī viņa izsauktais mašīnas vērpes moments. Darba mašīnas un elektriskie ģenerātori, kuŗu piedzišanai lieto virzuļu mašīnas, prasa noteiktas vienmērības vērpes momentu. Prasītās vienmērības vērpes momentu iegūst no virzuļu mašīnām, apgādājot tās ar attiecīgas masas spara ratu — kinētiskās enerģijas akumulātoru.

Pareiza spara rata svāra noteikšanai, izejot no priekšā rakstītās vēlamās vērpes momenta vienmērības, lieto ortogonālās koordinātās pārkonstruēto polāro tangenciālā spēka T diagrammu, kas attēlo tā maiņas likumu, atkarībā no kloķa redzes vietas uz kloķa aploces.

Ja zīmējuma apmēri vai izvēlētais tangenciālā spēka diagrammas mērogs neatļauj kloķa mēchanismu attēlot visā pilnībā, kas pie lielāka $L:R$ aizņem daudz vietas, ieteicams veikt spēku T grafisko atrašanu, neizejot no kloķa aploces robežas. Lai to sasniegtu, Brix's devis grafoanalitisku paņēmienu virzuļa pārvietoējuma noteikšanai, atkarībā no kloķa stāvokļa. Atliekot no kloķa aploces centra O (1. zīm.) virzienā, pretējā cilindra atrašanās virzienam lielumu $b = \frac{R^2}{2L}$, kur R — kloķa un L — klaņa gaŗumi, dabūjam punktu B . Velkot caur punktu B taisni BK_b , paralēlu momentānam kloķa stāvoklim OK , un no atrastā taisnes BK_b un kloķa aploces krustpunkta K_b — perpendikulu pret horizontālo diametru, dabūjam punktu V . Attālums PV ir vienāds ar virzuļa pārvietoējumu, skaitītu no virzuļa kreisā sastinguma stāvokļa.

Minētās tangenciālo spēku T diagrammas konstrukcijai vēl vajadzīgs momentānais klaņa virziens, ko Brix'a paņēmieni nedod.

Klaņa momentāno virzienu atrašanai varētu pielietot sekojošu, diagrammas robežās ietelpošu konstrukciju: ap centru O vilkt aploci ar rādiusu

$$r = \frac{R}{n+1}, \text{ kur } n = \frac{L}{R}.$$

Velkot no punkta K' taisni $K'C \parallel KK''$, dabū punktu C . Tā kā

$$\triangle OK'C \sim \triangle OKK'', \text{ tad } \frac{l}{L} = \frac{r}{R},$$

no kurienes:

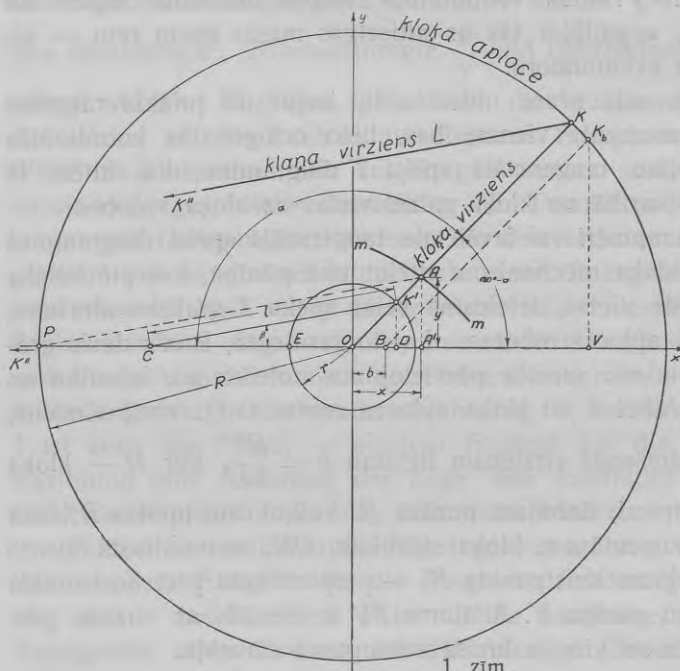
$$CK' = l = r \cdot \frac{L}{R} = r \cdot n.$$

Tādā ceļā dabūts kloķa mēchanisms $CK'O$ samazinātā mērogā un līdz ar to — momentānais klaņa virziens CK' .

Ar iegūto neērtības tomēr pilnīgi nav novērstas, jo:

- 1) Samazinātais mēchanisma mērogs vairo neprecizitāti, un
- 2) Katrai momentānai klaņa stāvotnei CK' , nospraužot gaŗumu l , jāatrod atbilstošais punkts C , kas saistīts ar lieku laika patēriņu un

viegļu pārskatīšanās iespēju, jo punkti C atrodas tuvu viens otram uz diametra CO .



1. zīm.

Tādēļ jāmeklē tāda ģeometriskā vieta $m-m$, kuŗas katrs krustšanās punkts A ar momentāno kloķa virzienu OK , savienots ar punktu P , dotu taisni $AP \parallel KK''$, resp. $K'C$, t. i. meklējamo momentāno klaņa virzienu.

Apzīmējot meklējamās ģeometriskās vietas punktu, resp. punkta A , koordinātas ar x un y , atrodam, ka:

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (1)$$

Tā kā

$$\frac{AA'}{PA'} = \operatorname{tg} \beta, \quad AA' = y \quad \text{un} \quad PA' = PO + OA' = R + x = r(n-1) + x,$$

tad

$$\frac{y}{r(n+1) + x} = \operatorname{tg} \beta \dots \dots \dots (2)$$

No $\triangle CK'O$ seko, ka

$$\frac{l}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta},$$

no kurienes

$$\sin \beta = \frac{r}{l} \cdot \sin \alpha = \frac{1}{n} \cdot \sin \alpha \dots \dots \dots (3)$$

Nolidzinājumu sistēma (1)–(3) dod sakarību starp x , y , α un β . Izslēdzot no viņas α un β , dabūsim sakarību starp x un y , t. i. meklējamās ģeometriskās vietas nolidzinājumu.

Ņemot vērā nolidzinājumu (3),

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \cdot \sin^2 \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}},$$

tad nolidzinājums (2) dod:

$$\frac{y}{r(n+1) + x} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

Pēdējo nolidzinājumu ceļot kvadrātā, dabū:

$$\frac{y^2}{[r(n+1) + x]^2} = \frac{\sin^2 \alpha}{n^2 - \sin^2 \alpha} \dots \dots \dots (4)$$

Tā kā

$$\sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}},$$

tad pēc nolidzinājuma (1),

$$\sin^2 \alpha = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\left(-\frac{y}{x}\right)^2}{1 + \left(-\frac{y}{x}\right)^2} = \frac{y^2}{x^2 + y^2},$$

un izteiksme (4) dod meklēto sakarību starp x un y

$$\frac{y^2}{[r(n+1)+x]^2} = \frac{y^2}{(x^2+y^2) \left(n^2 - \frac{y^2}{x^2+y^2} \right)},$$

kuŗu vienkārŗojot, dabūjam

$$y^2[r(n+1)+x]^2 - y^2[n^2(x^2+y^2) - y^2] = 0.$$

No ŗejienes:

$y=0$ — izteic x asi, kuŗa, acim redzot, nav meklētā ģeometriskā vieta, un

$$r^2(n+1)^2 + 2r(n+1) \cdot x + x^2 - n^2x^2 - n^2y^2 + y^2 = 0,$$

vai

$$x^2(1-n^2) + 2r \cdot x(n+1) + r^2(n+1)^2 + y^2(1-n^2) = 0.$$

Dalot nolīdzinājumu ar $1-n^2$, dabūsim

$$x^2 - 2x \frac{r}{n-1} - \frac{r^2(n+1)}{n-1} + y^2 = 0;$$

$$x^2 - 2x \frac{r}{n-1} + y^2 = \frac{r^2(n+1)}{n-1}.$$

Pieskaitot abām nolīdzinājuma daļām $\frac{r^2}{(n-1)^2}$, dabūsim

$$\begin{aligned} x^2 - 2x \frac{r}{n-1} + \frac{r^2}{(n-1)^2} + y^2 &= \frac{r^2(n+1)}{n-1} + \frac{r^2}{(n-1)^2} = \\ &= \frac{r^2(n^2-1) + r^2}{(n-1)^2} = \frac{r^2 \cdot n^2}{(n-1)^2}, \end{aligned}$$

no kurienes

$$\left(x - \frac{r}{n-1} \right)^2 + y^2 = \left(\frac{r \cdot n}{n-1} \right)^2.$$

Tā kā $r = \frac{R}{n+1}$, tad

$$\begin{aligned} \frac{r \cdot n}{n-1} &= \frac{R \cdot n}{(n-1)(n+1)} = \frac{R \cdot n}{n^2-1}, \\ \frac{r}{n-1} &= \frac{R}{n^2-1}. \end{aligned}$$

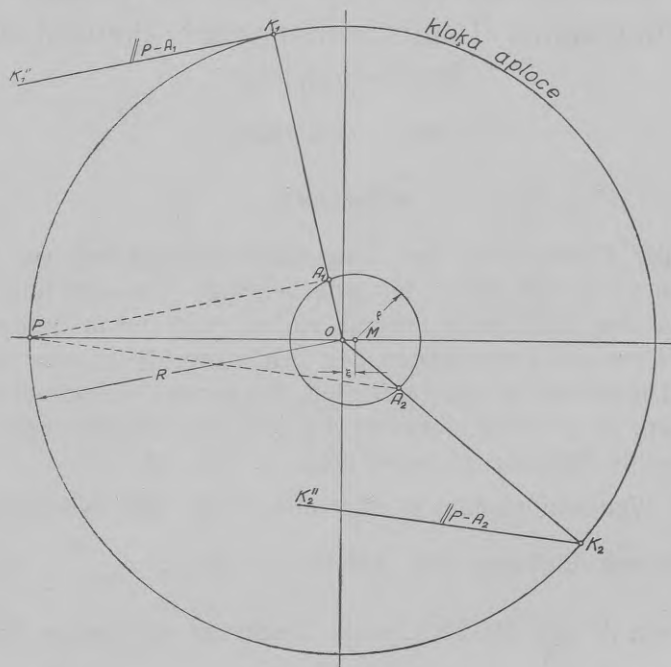
Meklētais nolīdzinājums galīgā veidā būs

$$\left[\left(x - \frac{R}{n^2-1} \right)^2 + y^2 = \left(\frac{R \cdot n}{n^2-1} \right)^2 \right]$$

Šis nolīdzinājums izteic aploci, kuŗas radiuss $\rho = \frac{R \cdot n}{n^2-1}$ un centra koordinātas $\xi = \frac{R}{n^2-1}$; $\eta = 0$, pie kam $\rho = n \cdot \xi$.

Atrastās aploces elementi satur vienīgi kloķa aploces radiusu R un attiecību $n = L : R$. Tvaika mašīnās visbiežāk pielietotai attiecībai $n = 5$,

būs $\xi = \frac{R}{5^2 - 1} = \frac{R}{24}$, un $\rho = n \cdot \xi = \frac{5}{24} \cdot R$.



2. zīm.

Metodes praktiskā pielietošana parādīta 2. zīmējumā. No kloķa aploces centra O atliek virzienā, pretējā cilindra atrašanās virzienam, nogriezni $OM = \xi$ un novelk ap punktu M kā centru aplci ar radiusu ρ . Iezīmējot kaut kādu kloķa stāvokli, piem. OK_1 , savienojot krustošanās punktu A_1 ar polu P , dabū momentāno klaņa virzienu A_1P . Klaņa stāvokli noteic $K_1K_1'' \parallel A_1P$. Analogi parādīta konstrukcija kloķa stāvoklim K_2 .

Šī metode, pielietojot to kopā ar Brix'a paņēmieni, vienkārši un precīzi noteic visus tangenciālo spēku diagrammas būvei vajadzīgos elementus, paliekot vienmēr kloķa aploces robežās.

Iesniegts fakultātei 1938. g. 3. martā.

Eine graphoanalytische Methode zur Bestimmung der momentanen Längsrichtung der Pleuelstange im Kurbelgetriebe.

Asist. J. Muischneeks.

Autoreferat.

Bei der Konstruktion des Tangentialkraftdiagramms von Kolbenmaschinen ist es notwendig, für jede beliebige Kolbenstellung die genaue Lage des Kurbelmechanismus einfach und genau bestimmen zu können. Wenn die Dimensionen des Zeichnungsblattes oder der Maßstab des Diagramms es nicht gestatten, den ganzen Kurbelmechanismus darzustellen, ist es empfehlenswert die jeweilige Pleuelstangenrichtung nach folgende Methode zu bestimmen: (s. Fig. 2.).

Vom Wellenmittelpunkt O trägt man in der der Zylinderlage entgegengesetzten Richtung den Abschnitt $OM = \xi = \frac{R}{n^2 - 1}$ ab, worin $n = \frac{L}{R}$; von M aus als Mittelpunkt beschreibt man einen Kreis vom Radius $\rho = n \cdot \xi$. Den Schnittpunkt A_1 der jeweiligen Kurbelrichtung OK_1 mit dem Kreis um M ($\rho = n \cdot \xi$) verbindet man mit dem Pol P und erhält in der Gerade A_1P eine Parallele zur jeweiligen Längsrichtung der Pleuelstange.

Diese Methode im Verein mit dem Brix'schen Verfahren bestimmt in einfacher Weise sämtliche zur Konstruktion des Tangentialkraftdiagramms notwendigen Elemente, wobei die graphische Darstellung stets innerhalb des Kurbelkreises verbleibt.

LU bibliotēka



220041006

246698

0.50

P.
1949

LŪR mēch. II. **AUL mech. II.**

Nr. 9.	N. Rozenauers (N. Rosenauer). Paātrinājumu konstrukcijas rotējošā kloķa cilpā	129
	Beschleunigungskonstruktionen an der rotierenden Kurbelschleife	138
Nr. 10.	N. Rozenauers (N. Rosenauer). Stephenson'a mēchanisma paātrinājumu konstrukcijas	147
	Die Beschleunigungskonstruktionen am Stephenson'schen Mechanismus	157
Nr. 11.	A. Delvigs . On the theoretical shapes of the guide and runner vanes in two-dimensionally calculated propeller turbines	167
	Par teoretiskām vad- un darblāpstiņu formām divdimensionāli aprēķinātās propellerturbīnēs	187
Nr. 12.	A. Delvigs . Sūccaurules nozīme un iespaids uz turbīnes darbību elementārā grafiskā attēlojumā	189
	Die Bedeutung und Einwirkung des Saugrohres auf die Arbeitsweise der Turbine in elementarer, graphischer Darstellung	204
Nr. 13.	J. Muižnieks (J. Muischneeks). Grafoanalītiska metode kloķa mēchanisma momentānā kļāņa virziena noteikšanai	205
	Eine graphoanalytische Methode zur Bestimmung der momentanen Längsrichtung der Pleuelstange im Kurbelgetriebe.	208b