

422

LATVIJAS
ŪNIVERSITĀTES RAKSTI
ACTA UNIVERSITATIS LATVIENSIS

MĒCHANIKAS FAKULTĀTES SERIJA

I. SĒJUMS
I. TOMUS

№ 4—5

R Ī G A, 1 9 3 1

P. LW
11114

8

IVU. T. NISKA
BIBLIOTEKA
641-26-88

De quelques Eléments morphologiques des Cours d'eau naturels dans le Sol mobile

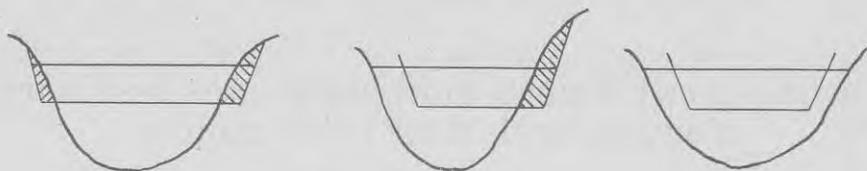
A. Vītols

Le présent article est le résultat des observations que j'ai eu l'occasion de faire durant ma collaboration en qualité d'ingénieur-conseiller pour les questions d'Hydraulique au ministère de l'Agriculture en Lettonie; il touche directement à la pratique de l'abaissement du niveau des fleuves dans le but de l'amélioration des terres à cultiver.

La méthode généralement employée à cet effet, ne tient point compte de la nature morphologique du courant à améliorer. On cherche à assurer par des travaux de régularisation deux niveaux caractéristiques, essentiels au point de vue de l'agriculture: le niveau des crues d'été et celui de végétation et parfois le niveau qui ne doit pas dépasser les orifices des canaux de drainage pour que le fonctionnement du réseau de drainage ne soit pas dérangé. En partant des quantités d'eau déterminées auparavant par le jaugeage, et fixées souvent en litres par 1 klm carré du bassin, on calcule les éléments géométriques d'un trapèze régulier par lequel on remplace la section irrégulière du courant, sans se préoccuper de la compatibilité de cette section théorique avec la nature morphologique du courant. Comme on ne suit aucune relation restrictive entre les éléments géométriques du trapèze, on parvient, très souvent, aux sections larges et plates, couvrant mal la section naturelle. Les croquis N° 1 — N° 3 montrent quelques cas typiques de mauvaise compatibilité des sections.

Les situations illustrées par les croquis N° 1 — N° 2 amènent à dénuder les rives du lit consolidées par les racines des plantes; ce qui entraîne, à son tour, une érosion énergique suivie des dépôts des matières charriées par le courant. Les partisans du modèle de trapèze

fondent leurs espoirs sur la transformation du lit qui finit, prétendent-ils, par s'accomoder à la section de trapèze. Mais alors se pose la question du gain hydraulique: en effet, une section profonde, à rayon moyen considérable, est remplacée par une autre, plus large, plus plate et à rayon moyen réduit ce qui entraînerait une perte hydraulique par



Les croquis N 1—3

rapport à l'état intact du courant. Mais heureusement une telle transformation du courant ne se produit pas, au moins, pas dans les proportions aussi considérables que le supposent les partisans du système du trapèze. Si l'on ajoute qu'il n'y a pas moyen de creuser une section trapezoïdale et que le courant ne tolère pas ce profil brisé, on aura une idée nette des inconvénients de ce système.

Aussi me suis-je efforcé, pour remplacer le trapèze, déterminé uniquement par les éléments géométriques, de parvenir à quelques valeurs de nature morphologiques, dérivées du courant à améliorer. J'ai exposé mon idée dans un article de „Acta Universitatis Latviensis“, série de la Faculté de Mécanique, Tomus I, fascic. N° 2—3, 1930, qui, dans ce qui suit, sera désigné par op. cit. L'idée consiste à supposer qu'un courant d'eau à qui on a laissé libre parcours, cherche à modeler, dans le sol mobile, un lit tel qu'il trouve le minimum de résistance, ou tel que le mouvement, accompagné de minimum de pertes d'énergie, lui conserve le maximum d'énergie inhérente. Ce problème, ainsi posé, se ramène aux symboles du Calcul des Variations: il est possible de trouver une fonction à plusieurs variables, à condition qu'un intégrale déterminée devienne maximum ou minimum. Dans le cas à considérer, la fonction cherchée est l'équation du périmètre mouillé p (Dans op. cit. p est désigné par χ), $y=f(x)$.

Partant de ce principe on aboutit à la conclusion qu'à la limite, ou la mobilité cesse d'avoir lieu (l'angle d'inclinaison du talus naturel $\alpha_0=90^\circ$), la section cherchée est le demi-cercle.

Quant au problème de résistance traité dans op. cit., voici quel-

ques détails pour en préciser la formulation. La loi de résistance est fournie par l'expression bien connue sous le titre de la formule de A Chézy: $v=C\sqrt{Ri}$ où v représente la vitesse moyenne; C , le coefficient de Chézy; R , le rayon moyen; i , l'inclinaison hydraulique. En se basant sur la formule de Manning pour $C=kR^{1/6}$ et $Q=Fv$, où F est l'aire de la section du courant, on a: $i=\left(\frac{Q}{k}\right)^2 \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} \dots (1)$

De toutes les valeurs entrant dans cette expression, on suppose données seulement Q et k . Alors, la solution $\frac{p}{F^6}=0, F=\infty$ exclue, le Calcul des Variations fournit l'expression de Op. cit., qui se transforme ensuite en l'équation (6) page 108 op. cit.:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1+p_1^2}} + ay_1\right) \delta x_1 - \left(\frac{1}{\sqrt{1+p_0^2}} + ay_0\right) \delta x_0 + \frac{p_1}{\sqrt{1+p_1^2}} \delta y_1 + \frac{p_0}{\sqrt{1+p_0^2}} \delta y_0 + \int_{x_0}^{x_1} \left\{ a - \frac{d}{dx} \left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right) \right\} (\delta y - p \delta x) dx = 0 \text{ où:}$$

$$a = -\frac{5p}{2F}, p = \frac{dy}{dx} \text{ de la courbe de périmètre à chercher}$$

$$p_0 = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0, p_1 = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{y=0} = \operatorname{tg} \alpha_0 \text{ où } \alpha_0$$

est l'angle d'inclinaison de la tangente au niveau du courant.

Attirons l'attention sur la condition supplémentaire $a = -\frac{5p}{2F}$.

Puisque $a = \frac{1}{r}$, on aurait $\frac{1}{r} = \frac{-5\pi r}{2 \cdot \frac{\pi r^2}{2}} = -\frac{5}{r}$. L'impossibilité de satisfaire

à cette condition pour un r quelconque, sauf pour $r = \infty$, est évidente; et c'est pour cette raison qu'on n'est pas parvenu à aucune solution nouvelle, autre que $F = \infty$, qui correspond à $\frac{p}{F^6} = 0, F = \infty$, déjà

trouvée. Il en serait autrement si l'on pouvait introduire, dans l'expression qui servait de base, deux coefficients arbitraires, μ et ν , en posant $i = \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \frac{p^\mu}{F^\nu}$. Alors on aurait, au lieu de $-\frac{5p}{2F} = a, \frac{\nu p}{\mu F} = -a$

ou: $\frac{\nu \pi r}{\mu \pi r^2} = \frac{2\nu}{\mu r} = -a = \frac{1}{r}, 2\nu + a\mu r = 0, 2\nu - \mu = 0$ Mais cette relation

n'est pas possible. A vrai dire, ce résultat n'était pas inattendu: La loi de résistance seule, $i = \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}}$ ne donne aucune idée des qualités du sol, qui peuvent être toutes différentes, au point de vue de sa résistance à la force d'entraînement. C'est pour cela que ladite loi doit être complétée par une donnée caractérisant la résistance du sol et restraignant le sens universel de la loi de résistance, $i = \left(\frac{Q}{k}\right) \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}}$, en d'autres termes, le problème doit être résolu au point de vue de minimum relatif.

La solution dans op. cit. correspond au minimum relatif de résistance, c'est-à-dire que, outre Q , est supposée donnée F ou p , et le problème s'énonce: il faut trouver un lit de la moindre résistance possible, étant données Q et F ou Q et p . Ces valeurs données, le problème se ramène à trouver min. p , Q et F étant données. Il reste à savoir lequel de ces deux énoncés est préférable au point de vue pratique.

Seddon (Trans. Assoc. of Eng. Soc. 1886, p. 127) avait exécuté au laboratoire une série d'expériences pour établir la loi d'après laquelle un courant modèle son lit dans le sol mobile. Et il a pu constater que le lit dans le sol mobile se formait à la condition que la vitesse moyenne du courant fût indépendante de l'inclinaison i , ce qui équivaut à poser v (vitesse moyenne du courant) $= \sqrt{Ri} = \text{constante}$. On constate, en effet, dans la nature, que la vitesse moyenne varie relativement peu dans une section donnée du courant: les écartements d'une valeur moyenne de la vitesse sont de nature passagère; après le passage des crues, l'inclinaison superficielle i se concentre sur les seuils (hauts fonds ou maigres), où les matières charriées par le courant et en suspension sont déposées pendant la chute des hautes eaux; la vitesse augmente en même temps que la force d'entraînement; les matières déposées sont enlevées ce qui est suivi, à son tour, d'une réduction de la vitesse, qui tend à sa valeur caractéristique pour le sol donné, et l'équilibre dérangé se rétablit.

En s'appuyant sur les résultats de Seddon, on trouverait que Q (constante) $= v$ (constante) $\cdot F$, d'où il suit que $F = \text{constante}$. S'il en est ainsi, l'énoncé du problème du Calcul des Variations devient: trouver un lit de la moindre résistance, Q et F étant données, ce qui équivaut à trouver min p , Q et F étant données.

Il est remarquable qu'il n'existe pas de solution du problème pour les angles d'inclinaison de la tangente du périmètre mouillé, au niveau, inférieurs à $\alpha_0 = 90^\circ$ ce qui représenterait le plus grand intérêt pratique: pour ces cas, on ne peut trouver aucune forme analytique pour le périmètre mouillé (voir op. cit.). Si l'on introduit, au contraire, la condition supplémentaire que la largeur du courant d'eau reste invariable, le Calcul des Variations fournit encore la solution du problème sous forme du segment du cercle. La comparaison de différentes courbes de périmètre mouillé, au point de vue de la résistance, m'avait amené à préférer le segment du cercle aux autres courbes du deuxième degré. En effet, pour les angles α_0 , proches de $\alpha_0 = 90^\circ$, la courbe en question s'impose, mais pour les angles éloignés de $\alpha_0 = 90^\circ$, les différentes courbes deviennent plus ou moins équivalentes au point de vue de résistance: pour toutes ces courbes, on constate un accroissement de résistance, au four et à mesure que l'angle α_0 diminue. Ces motifs m'ont conduit à baser tout projet d'amélioration d'un cours d'eau naturel, à section irrégulière, sur la section du segment de cercle comme la plus compatible avec la nature morphologique du courant. D'après cette théorie, l'angle d'inclinaison α_0 , au niveau du courant, est considéré comme une valeur caractéristique pour la stabilité du lit, arrosé par le courant. Cet angle α_0 est relié au volume du courant, entre deux sections finales $\int_{s_1}^{s_2} F_i ds$ et à la surface de miroir $\int_{s_1}^{s_2} B_i ds$ par la relation

$$\frac{2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0}{\sin^2 \alpha_0} = \frac{8(s_2 - s_1) \int_{s_1}^{s_2} F_i ds}{\left(\int_{s_1}^{s_2} B_i ds \right)^2} = \frac{8 \cdot \int_{s_1}^{s_2} F_i ds}{(s_2 - s_1) \cdot \left(\int_{s_1}^{s_2} B_i ds \right)} = \frac{8F}{B^2}$$

(voir op. cit. page 116).

Le nomogramme I ci-joint sert à trouver l'angle α_0 , F et B ayant été calculées en se basant sur les éléments géométriques de l'espace-modèle (Musterstrecke) du fleuve.

Exemple. Le calcul de F et B pour un espace-modèle du fleuve a fourni: $F = 30 \text{ m}^2$, $B = 20 \text{ m}$; il faut trouver α_0 . On croise les chiffres 30 de l'échelle F et 20 de celle B par une règle et on lit directement sur l'échelle α_0 le chiffre $\alpha_0 = 25^\circ$ sur lequel on base ensuite le projet d'amélioration de courant.

La théorie de segment de cercle n'est qu'une première approximation; car la loi de résistance hydraulique sur laquelle cette théorie est basée, est très élémentaire et rudimentaire, et ne tient point compte de beaucoup de circonstances importantes.

Passons maintenant au développement de l'idée qui faisait l'objet de la publication dans op. cit. Pour obtenir plus d'une valeur morphologique, on peut envisager, en outre, l'aire de la section verticale du courant allant par les plus grandes profondeurs, c'est-à-dire calculer $t(s_2 - s_1) = \int_{s_1}^{s_2} t_1 \cdot ds$. Dans ces conditions, le segment du cercle représentera un cas particulier du cas plus général quand $t = r(1 - \cos \alpha_0)$. Convenons de déterminer une série de courbes du deuxième degré, telles que l'ellipse, la parabole et l'hyperbole, en partant de 3 éléments géométriques du courant: F_e , B_e et t_e . (On a muni les désignations de l'index „e“ pour mettre en évidence que ce sont des valeurs équivalentes.)

En d'autres termes, on pourrait remplacer le lit en question, irrégulier et insaisissable par aucune expression analytique, par un lit uniforme et régulier avec F_e , B_e et t_e uniformes.

Nous passons maintenant à l'étude des symptômes qui déterminent le choix de l'une de ces courbes, établis par Mr. Baguinsky, mon collaborateur au Ministère de l'Agriculture, à qui je dois mes plus vifs remerciements pour son aimable secours.

Convenons d'appeler équivalentes:

a) la section qui satisfait à l'équation:

$$F_e(s_n - s_0) = \int_{s_0}^{s_n} F ds, \quad F_e = \frac{\int_{s_0}^{s_n} F ds}{s_n - s_0};$$

b) la largeur qui satisfait à l'équation:

$$B_e(s_n - s_0) = \int_{s_0}^{s_n} B ds, \quad B_e = \frac{\int_{s_0}^{s_n} B ds}{s_n - s_0} \text{ et}$$

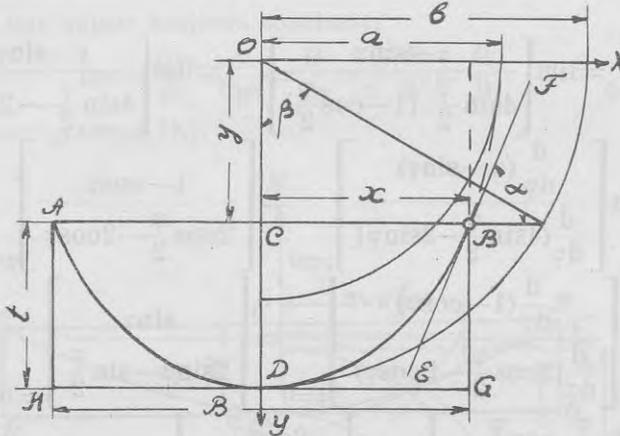
c) la profondeur qui satisfait à l'équation:

$$t_e(s_n - s_0) = \int_{s_0}^{s_n} t ds, \quad t_e = \frac{\int_{s_0}^{s_n} t ds}{s_n - s_0}.$$

Montrons que ces trois éléments déterminent tous les paramètres d'une courbe du deuxième degré.

Examinons les cas suivants:

1. Soient ADB (voir le croquis N° 4) l'arc de l'ellipse ou du cercle, le point O le centre de la courbe et OY l'axe de symétrie. On peut alors écrire l'équation de la courbe ADB sous la forme: $x = a \sin \beta$, $y = b \cos \beta$ où a et b sont les demi-axes capitaux de l'ellipse, et β un angle paramétrique.



Croquis N 4

Si la droite AB coïncide avec le niveau du courant, alors:

la largeur $B = 2x = 2a \sin \beta$,

la profondeur de la section $t = b - y = b(1 - \cos \beta)$.

Si l'on désigne par α l'angle formé par la tangente EF avec $AB \parallel OX$, on a:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2dt}{dB} = \frac{2b \sin \beta}{2a \cos \beta} = \frac{b}{a} \operatorname{tg} \beta.$$

Désignons l'aire de la section du segment par F; alors

$$F = \int_0^t B dt = 2ab \int_0^\beta \sin^2 \beta d\beta = \frac{ab}{2} \int_0^\beta (1 - \cos 2\beta) d(2\beta) = \frac{ab}{2} (2\beta - \sin 2\beta)$$

ou, posé $2\beta = \varphi$, $F = \frac{ab}{2} (\varphi - \sin \varphi)$ (L'aire du segment de cercle

$$F_c = \frac{r^2}{2} (\varphi - \sin \varphi).$$

Appelons, dans ce qui suit, le rectangle ABGH le rectangle „fondamental“. Appelons encore coefficient de remplissage le rapport de l'aire du segment ACBDA F à celle du rectangle fondamental, c'est-

à-dire $\frac{F}{Bt} = \frac{\varphi - \sin\varphi}{4\sin\frac{\varphi}{2}(1 - \cos\frac{\varphi}{2})}$ d'où il suit que $\frac{F}{Bt}$ ne dépend pas

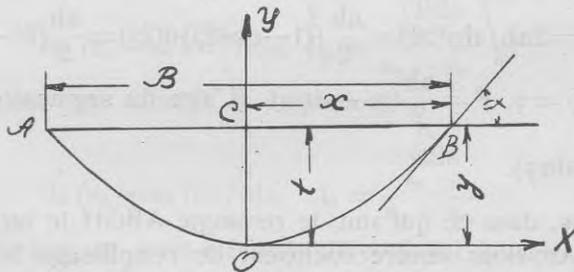
de la valeur absolue des demi-axes, mais que ce rapport est une fonction de l'angle paramétrique $2\beta = \varphi$.

En faisant varier φ de 0 jusqu'à $\varphi = 180^\circ$, on trouve que $\frac{F}{Bt}$ varie de:

$$\begin{aligned} \lim_{\varphi=0} \left(\frac{F}{Bt} \right) &= \lim_{\varphi=0} \left[\frac{\varphi - \sin\varphi}{4\sin\frac{\varphi}{2} \cdot (1 - \cos\frac{\varphi}{2})} \right] = \lim_{\varphi=0} \left[\frac{\varphi - \sin\varphi}{4\sin\frac{\varphi}{2} - 2\sin\varphi} \right] = \\ &= \lim_{\varphi=0} \left[\frac{\frac{d}{d\varphi}(\varphi - \sin\varphi)}{\frac{d}{d\varphi}(4\sin\frac{\varphi}{2} - 2\sin\varphi)} \right] = \lim_{\varphi=0} \left[\frac{1 - \cos\varphi}{2\cos\frac{\varphi}{2} - 2\cos\varphi} \right] = \\ &= \lim_{\varphi=0} \left[\frac{\frac{d}{d\varphi}(1 - \cos\varphi)}{\frac{d}{d\varphi}(2\cos\frac{\varphi}{2} - 2\cos\varphi)} \right] = \lim_{\varphi=0} \left[\frac{\sin\varphi}{2\sin\varphi - \sin\frac{\varphi}{2}} \right] = \\ &= \lim_{\varphi=0} \left[\frac{2\sin\frac{\varphi}{2} \cdot \cos\frac{\varphi}{2}}{4\sin\frac{\varphi}{2} \cos\frac{\varphi}{2} - \sin\frac{\varphi}{2}} \right] = \lim_{\varphi=0} \left[\frac{2\cos\frac{\varphi}{2}}{4\cos\frac{\varphi}{2} - 1} \right] = \frac{2}{4-1} = \frac{2}{3} \text{ jusqu'à:} \\ \lim_{\varphi=\pi} \left(\frac{F}{Bt} \right) &= \lim_{\varphi=\pi} \left[\frac{\varphi - \sin\varphi}{4\sin\frac{\varphi}{2}(1 - \cos\frac{\varphi}{2})} \right] = \frac{\pi}{4}, \end{aligned}$$

et c'est pour cela que les limites de changement du coefficient de remplissage sont: $\frac{2}{3} = 0,666(6) \leq \frac{F}{Bt} \leq \frac{\pi}{4} = 0,7854 \dots$

La même relation vaut pour le segment du cercle.



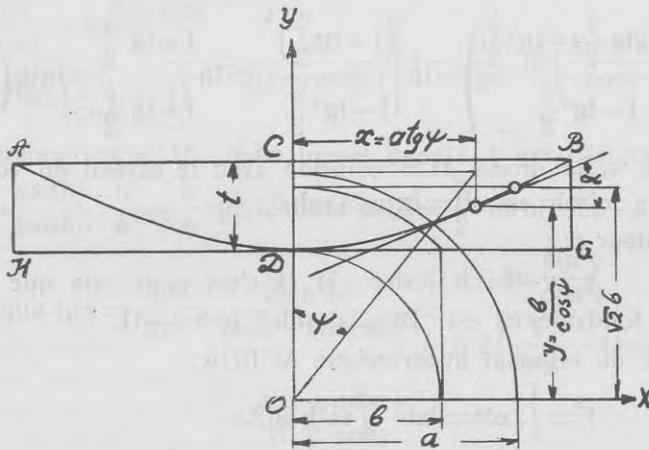
Le croquis N 5

II. Soit une parabole AOB (voir le croquis N° 5). Si O est le sommet de la parabole et la droite OY son axe de symétrie, l'équation de la parabole est: $x^2=2py$ où le paramètre $p=\frac{B^2}{8t}$.

L'aire du segment parabolique ABOA est: $F=\frac{2}{3}Bt$ et c'est pour cela que le coefficient de remplissage $\frac{F}{Bt}=\frac{2}{3}$ (voir le nomogramme N° III), a une valeur toujours constante.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{x}{p} = \frac{B}{2p} = \frac{B \cdot 8t}{2 \cdot B^2} = \frac{4t}{B}$$

(voir le nomogramme IX).



Le croquis N 6

III. Soit un arc d'hyperbole ADB (voir le croquis N° 6) et soit le point O le centre, et la droite OY l'axe de symétrie; l'équation de la courbe ADB s'écrit sous la forme:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

où a et b sont les demi-axes de l'hyperbole. En se servant de la forme paramétrique, on aura:

$$x = a \operatorname{snh} \beta \quad (\operatorname{snh} = \text{sinus hyperbolicus}),$$

$$y = b \operatorname{csh} \beta \quad \text{où } \beta \text{ est un paramètre}$$

lié à l'angle ψ pour un point arbitraire k par l'expression

$$\beta = \operatorname{Intg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2} \right).$$

En effet, on a :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{a^2 \operatorname{tg}^2 \psi}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1; \quad y = \frac{b}{\cos \psi}.$$

Faisant $x = a \operatorname{snh} \beta = a \operatorname{tg} \psi$ on a : $\operatorname{snh} \beta = \frac{e^\beta - e^{-\beta}}{2} = \operatorname{tg} \psi$;

$$y = b \operatorname{csh} \beta = \frac{b}{\cos \psi}, \text{ d'où il suit que : } \operatorname{csh} \beta = \frac{e^\beta + e^{-\beta}}{2} = \frac{1}{\cos \psi} \text{ ou } e^\beta =$$

$$= \left(\operatorname{tg} \psi + \frac{1}{\cos \psi} \right), \quad \beta = \ln \left(\operatorname{tg} \psi + \frac{1}{\cos \psi} \right) = \ln \left(\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2}} + \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2}} \right) =$$

$$= \ln \left(\frac{1 + 2 \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2}} \right) = \ln \frac{\left(1 + \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \right)^2}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2}} = \ln \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}} = \operatorname{Intg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2} \right)$$

Alors, si la droite ACB coïncide avec le niveau du courant, la largeur du miroir est : $B = 2x = 2a \operatorname{snh} \beta$;

la profondeur t :

$$t = y - b = b (\operatorname{csh} \beta - 1) \text{ et c'est pour cela que l'aire du}$$

rectangle fondamental est : $Bt = 2ab \operatorname{snh} \beta (\operatorname{csh} \beta - 1)$,

mais l'aire du segment hyperbolique ACBDA :

$$F = \int_0^t 2x dt = 2ab \int_0^\beta \operatorname{sn}^2 h \beta d\beta.$$

En se servant des relations connues $\operatorname{snh} \beta = \frac{1}{i} \operatorname{sini} \beta$ et $\operatorname{csh} \beta = \operatorname{cosi} \beta$ où $i = \sqrt{-1}$ et sin et cos sont les désignations des fonctions trigonométriques, on est amené aux formules trigonométriques qui fournissent les expressions :

$$F = 2iab \int_0^\beta \operatorname{sin}^2 i \beta d(i\beta) = \frac{iab}{2} \int_0^\beta (1 - \operatorname{cos} 2i\beta) d(2i\beta) = \frac{iab}{2} (2i\beta - \operatorname{sin} 2i\beta) =$$

$$= \frac{ab}{2} (\operatorname{snh} 2\beta - 2\beta) \text{ et c'est pour cela que } \frac{F}{Bt} = \frac{\operatorname{snh} 2\beta - 2\beta}{4 \operatorname{snh} \beta (\operatorname{csh} \beta - 1)} =$$

$$= \frac{\operatorname{snh} \varphi - \varphi}{4 \operatorname{snh} \frac{\varphi}{2} (\operatorname{csh} \frac{\varphi}{2} - 1)}. \text{ Puisque } \beta = \ln \left(\operatorname{tg} \psi + \frac{1}{\cos \psi} \right) = \ln \frac{1 + \operatorname{sin} \psi}{\cos \psi}, \text{ on a}$$

$$e^\beta = \frac{1 + \operatorname{sin} \psi}{\cos \psi}, \quad \frac{e^\beta + e^{-\beta}}{2} = \operatorname{csh} \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \operatorname{sin} \psi}{\cos \psi} + \frac{\cos \psi}{1 + \operatorname{sin} \psi} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \frac{(1+\sin\phi)^2 + \cos^2\phi}{\cos\phi(1+\sin\phi)} = \frac{1}{2} \frac{1+2\sin\phi + \sin^2\phi + \cos^2\phi}{\cos\phi(1+\sin\phi)} = \\
&= \frac{2(1+\sin\phi)}{2\cos\phi(1+\sin\phi)} = \frac{1}{\cos\phi}; \text{ de même } \frac{e^\beta - e^{-\beta}}{2} = \operatorname{sh}\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{1+\sin\phi}{\cos\phi} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\cos\phi}{1+\sin\phi} \right) = \frac{1}{2} \frac{1+2\sin\phi + \sin^2\phi - \cos^2\phi}{\cos\phi(1+\sin\phi)} = \\
&= \frac{1}{2} \frac{1+2\sin\phi + \sin^2\phi - 1 + \sin^2\phi}{\cos\phi(1+\sin\phi)} = \frac{2\sin\phi(1+\sin\phi)}{2\cos\phi(1+\sin\phi)} = \operatorname{tg}\phi. \text{ Maintenant} \\
\frac{F}{Bt} &= \frac{\operatorname{sh}2\beta - 2\beta}{4\operatorname{sh}\beta(\operatorname{ch}\beta - 1)} = \frac{2\operatorname{sh}\beta\operatorname{ch}\beta - 2\beta}{4\operatorname{sh}\beta(\operatorname{ch}\beta - 1)} = \frac{\operatorname{sh}\beta\operatorname{ch}\beta - \beta}{2\operatorname{sh}\beta(\operatorname{ch}\beta - 1)} = \\
&= \frac{\operatorname{tg}\phi}{\cos\phi} - \ln \frac{1+\sin\phi}{\cos\phi} \\
&= \frac{1}{2\operatorname{tg}\phi} \left(\frac{1}{\cos\phi} - 1 \right) = \frac{1}{2(1-\cos\phi)} \left[1 - \frac{\cos\phi}{\operatorname{tg}\phi} \ln \left(\frac{1+\sin\phi}{\cos\phi} \right) \right]
\end{aligned}$$

(voir le nomogramme IX, dans lequel l'angle ϕ est désigné par β)

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{a\operatorname{sh}\beta}{b\operatorname{ch}\beta} \cdot \frac{b^2}{a^2} = \frac{b}{a} \operatorname{tgh}\beta; \text{ mais } a\operatorname{sn}\beta = \frac{B}{2} \text{ et } b(\operatorname{ch}\beta - 1) = t \text{ d'où}$$

$$\begin{aligned}
\text{il suit que } \operatorname{tg}\alpha &= \frac{dy}{dx} = \frac{t2\operatorname{sn}^2\beta}{(\operatorname{ch}\beta - 1)B\operatorname{ch}\beta} = \frac{4t \frac{\sin^2\phi}{\cos^2\phi}}{B.2 \left(\frac{1}{\cos\phi} - 1 \right) \cos\phi} = \\
&= \frac{4t(1+\cos\phi)}{B.2 \cos\phi}
\end{aligned}$$

(voir le nomogramme IX, dans lequel l'angle ϕ est désigné par β).

Colloraire: Le coefficient de remplissage $\frac{F}{Bt}$ pour l'hyperbole est également indépendant de a et de b et de leur relation; il dépend uniquement de l'angle paramétrique $2\beta = \varphi$.

Si l'on pose $\beta = 0$ on a:

$$\begin{aligned}
\lim_{\beta=0} \left(\frac{F}{Bt} \right) &= \lim_{\varphi=0} \left[\frac{\operatorname{sh}\varphi - \varphi}{2\operatorname{sh}\varphi - 4\operatorname{sh}\frac{\varphi}{2}} \right] = \\
&= \lim_{\varphi=0} \left[\frac{\frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} + \frac{\varphi^7}{7!} + \dots}{2 \left(\varphi + \frac{\varphi^3}{3!} + \dots \right) - 4 \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi^3}{3!2^3} + \frac{\varphi^5}{5!2^5} + \dots \right)} \right] =
\end{aligned}$$

$$= \lim_{\varphi=0} \left[\frac{\frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} + \dots}{\frac{\varphi^3}{3!}(2^{-1/2}) + \frac{\varphi^5}{5!}(2^{-1/2^3}) + \dots} \right] = \frac{1}{2^{-1/2}} = 2^{1/3}$$

Si l'on pose $\beta = \infty$ on a :

$$\begin{aligned} \lim_{\beta=\infty} \left(\frac{F}{Bt} \right) &= \lim_{\varphi=\infty} \left[\frac{\operatorname{sh}\varphi - \varphi}{2\operatorname{sh}\varphi - 4\operatorname{sh}\frac{\varphi}{2}} \right] = \\ &= \lim_{\varphi=\infty} \left[\frac{\frac{d}{d\varphi}(\operatorname{sh}\varphi - \varphi)}{\frac{d}{d\varphi}(2\operatorname{sh}\varphi - 4\operatorname{sh}\frac{\varphi}{2})} \right] = \frac{1}{2} \lim_{\varphi=\infty} \left[\frac{\operatorname{ch}\varphi - 1}{\operatorname{ch}\varphi - \operatorname{ch}\frac{\varphi}{2}} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \lim_{\varphi=\infty} \left[\frac{1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\varphi}}{1 - \frac{\operatorname{ch}\frac{\varphi}{2}}{\operatorname{ch}\varphi}} \right] = \frac{1}{2} \lim_{\varphi=\infty} \left[\frac{1}{1 - \frac{\operatorname{ch}\frac{\varphi}{2}}{\operatorname{ch}\varphi}} \right]; \text{ puisque} \\ \lim_{\varphi=\infty} \left(\frac{\operatorname{ch}\frac{\varphi}{2}}{\operatorname{ch}\varphi} \right) &= \lim_{\varphi=\infty} \left(\frac{e^{\frac{\varphi}{2}} + e^{-\frac{\varphi}{2}}}{e^{\varphi} + e^{-\varphi}} \right) = \lim_{\varphi=\infty} \left(\frac{e^{\frac{\varphi}{2}}}{e^{\varphi}} \right) = \lim_{\varphi=\infty} \left(\frac{1}{e^{\frac{\varphi}{2}}} \right) = 0. \end{aligned}$$

$$\text{On aura finalement: } \frac{F}{Bt} = \frac{1}{2} \lim_{\varphi=\infty} \left[\frac{1}{1 - \frac{\operatorname{ch}\frac{\varphi}{2}}{\operatorname{ch}\varphi}} \right] = \frac{1}{2}$$

Le coefficient de remplissage pour la section hyperbolique varie donc entre les limites: $\frac{1}{2} = 0,5 \leq \frac{F}{Bt} \leq \frac{2}{3} = 0,666(6) \dots$

C'est ainsi que nous avons réussi à fixer un nouvel élément morphologique du lit. On calcule

$$F_e = \frac{\int_{s_0}^{s_n} F ds}{s_n - s_0}, \quad B_e = \frac{\int_{s_0}^{s_n} B ds}{s_n - s_0}, \quad t_e = \frac{\int_{s_0}^{s_n} t ds}{s_n - s_0}$$

et le coefficient le remplissage

$$\frac{F_e}{B_e t_e} = \frac{\int_{s_0}^{s_n} F ds}{\int_{s_0}^{s_n} B ds \cdot \int_{s_0}^{s_n} t ds} = \frac{(s_n - s_0) \cdot \int_{s_0}^{s_n} F ds}{\int_{s_0}^{s_n} B ds \cdot \int_{s_0}^{s_n} t ds}$$

qui, selon sa valeur numérique, qui varie entre les limites 0,5 et $\frac{\pi}{4} = 0,7854\dots$ précise l'espèce de la courbe de section.

Supposons que le calcul pour un courant donné ait fourni des valeurs de F_e , B_e et t_e qui donnent, à leur tour, la relation $\frac{F_e}{B_e t_e} = 0,70$. C'est le cas de l'ellipse pour laquelle on a :

$$\frac{F_e}{B_e t_e} = 0,70 = \frac{\varphi - \sin\varphi}{2\left(2\sin\frac{\varphi}{2} - \sin\varphi\right)} = \frac{2\beta - \sin 2\beta}{4\sin\beta(1 - \cos\beta)}$$

(voir le nomogramme VIII) et l'angle paramétrique $\varphi = 2\beta$ est déterminé. Ensuite, on a :

$F_e = \frac{ab}{2}(\varphi - \sin\varphi)$, $B_e = 2a\sin\frac{\varphi}{2}$ et $t_e = b(1 - \cos\frac{\varphi}{2})$ d'où il suit que :

$$\begin{aligned} a &= \frac{2\left(1 - \cos\frac{\varphi}{2}\right)}{\varphi - \sin\varphi} \cdot \frac{F_e}{t_e}, \quad b = \frac{4\sin\frac{\varphi}{2}}{\varphi - \sin\varphi} \cdot \frac{F_e}{B_e} \quad \text{et} \quad \text{tg}\alpha_0 = \\ &= \frac{2\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}\left(1 - \cos\frac{\varphi}{2}\right)} \cdot \frac{t_e}{B_e} = \frac{4t_e}{B_e} \cdot \frac{1 + \cos\beta}{2\cos\beta} \end{aligned}$$

(voir le nomogramme IX) où α est l'angle d'inclinaison de la tangente en un point du périmètre mouillé de la section transversale du courant. La valeur max. α , désignée par α_0 , correspondant au niveau des eaux, est une valeur morphologique, invariable pour le sol dans lequel le courant naturel a creusé son lit; on ne pourrait jamais le dépasser sans déranger la stabilité du lit à transformer par la régularisation. Toutes les études morphologiques du lit doivent aboutir à trouver cette valeur caractéristique.

Pour calculer les éléments morphologiques, on se sert du nomogramme VIII construit à cet effet.

Exemple. On a trouvé les valeurs F_e , B_e et t_e ; on cherche l'invariable morphologique α_0 .

L'angle paramétrique β , comme l'on a vu, est lié à $\frac{F_e}{B_e t_e}$ (coefficient de remplissage) par les expressions :

$$\frac{F_e}{B_e t_e} = \frac{\varphi - \sin\varphi}{2\left(\sin\frac{\varphi}{2} - \sin\varphi\right)} = \frac{2\beta - \sin 2\beta}{4\sin\beta(1 - \cos\beta)} \quad \text{pour l'ellipse;}$$

$$\frac{F_e}{B_e t_e} = \frac{2}{3} \text{ pour la parabole et}$$

$$\frac{F_e}{B_e t_e} = \frac{1}{2(1-\cos\beta)} \left[1 - \frac{\cos\beta}{\operatorname{tg}\beta} \ln \frac{1+\sin\beta}{\cos\beta} \right] \text{ pour l'hyperbole.}$$

La forme générale de ces expressions est $F_e \Phi(\beta) = B_e t_e$. On croise B_e sur l'échelle B_e et t_e sur l'échelle t_e . La droite passant par B_e et t_e croise l'échelle neutre, sur laquelle on pourrait lire $F_e \Phi(\beta)$ si elle était munie de chiffres; mais la valeur $F_e \Phi(\beta)$ ne nous intéresse pas. Il suffit de fixer le point correspondant sur l'échelle neutre, puis on tourne la règle autour de ce point jusqu'à ce qu'elle croise le chiffre pour F_e sur l'échelle. Enfin, on lit sur l'échelle β le résultat qui représente la valeur de l'angle paramétrique β . En même temps l'espèce de courbe est déterminée.

Pour trouver α_0 , on se sert du nomogramme IX construit à cet effet.

$\operatorname{tg}\alpha_0$ avait pour expression:

$$\operatorname{tg}\alpha_0 = \frac{4t_e}{B_e} \frac{1+\cos\beta}{2}, \text{ pour l'hyperbole;}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_0 = \frac{4t_e}{B_e} \frac{1+\cos\beta}{2\cos\beta}, \text{ pour l'ellipse.}$$

L'expression générale pour $\operatorname{tg}\alpha_0$ est $B_e \operatorname{tg}\alpha_0 = t_e \cdot f(\beta)$.

β étant déjà trouvé au moyen du nomogramme VIII, on croise les chiffres correspondant à t_e et à β ; on fixe le point de croisement sur l'échelle neutre, puis on tourne la règle jusqu'à ce qu'elle croise le chiffre connu pour B_e et on lit sur l'échelle α_0 la valeur correspondante de α_0 .

Le nomogrammes VIII et IX sont universels, ils comprennent en eux tous les cas de pratique.

Afin de créer une base pour les travaux de régularisation du courant dont le régime actuel ne correspond pas aux intérêts de l'agriculture, de la navigation etc., outre la valeur de α_0 , il faut se servir du principe déjà énoncé, à savoir que, Q étant donnée, le courant se conforme évidemment le mieux au lit dans lequel la résistance au mouvement est la plus petite possible, ou en d'autres termes: plus la section du courant à régulariser dévient de la section de la moindre résistance, plus les transformations du lit par le courant seront considérables ce qui n'est pas désirable: en tout cas, il faut chercher à

assurer un lit stable. Nous considérons α_0 comme une valeur invariable. F_p , B_p , t_p (des valeurs projetées) peuvent dévier des valeurs de F_e , B_e et t_e , puisque le niveau du courant est changé par les travaux d'amélioration. En soumettant les valeurs F_p , B_p et t_p à la condition du minimum de résistance du lit créé par ces valeurs, on constate qu'à α_0 correspond une valeur déterminée de l'angle paramétrique β et, enfin, une valeur déterminée du coefficient de l'excentricité $k = \sin \delta = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{f}{a}$ pour l'ellipse et la parabole et

$k = \sin \delta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ pour l'hyperbole, k tient maintenant place du coefficient de remplissage de section, puisqu'il détermine l'espèce de la courbe.

Nous serions menés trop loin si nous voulions exposer ici le calcul très compliqué qui nous a permis de dresser le tableau ci-dessous.

Ellipse

$$\sin \delta = k = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b} \quad \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \delta}$$

δ	0°	10°	20°	30°	40°	50	60°	70°	80°	90°
β	90°	88°45'	85°45'	80°15'	72°30'	61°55'	48°52'	33°52'	—	0°
α_0	90°	88°46'	86°	81°30'	76°25'	71°4'	66°25'	73°	—	62°43'

Hyperbole

$$\sin \delta = k = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \operatorname{tg} \beta = \cos \delta \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 = \operatorname{tg} \delta \cdot \sin \beta$$

δ	90°	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°
β	0°	—	34°12'	50°22'	64°48'	76°30'	84°2'	88°7'	89°45'	90°
α_0	62°43'	—	57°5'	53°9'	47°10'	39°11'	29°52'	19°59'	10°	0°

On voit aisément qu'outre α_0 , il existe encore deux valeurs invariables, β et δ , si le principe énoncé du minimum est juste, ce qu'il faut contrôler par l'expérience. Le tableau nous apprend que les courbes suivent l'une l'autre dans l'ordre: cercle ($k=0$), ellipse ($0 < k < 1$), parabole ($k=1$) et hyperbole ($k > 1$).

Les calculs déjà exécutés par M. Baguinsky ont montré que l'hyperbole correspond aux angles $2 \alpha_0 < 114°10'$ ($\alpha_0 < 57°5'$) ce qui représente le plus grand intérêt pratique. C'est ainsi que les courants

naturels, dont α_0 souvent ne dépasse pas $57^\circ 5'$, doivent fournir: $0,5 < \frac{F_e}{B_e t_e} < 0,666(6) \dots k > 1$. Une perspective pleine d'intérêt particulier s'offre aux expériences: il faut contrôler si un courant naturel suit les chiffres d'une colonne verticale du tableau. Certains écartements sont néanmoins possibles; alors il faudrait établir quelques normes admissibles de déviation de ces valeurs.

Il faut mentionner qu'en Lettonie, les fleuves qui sont déjà examinés à la lumière de cette théorie sont tombés dans la classe de l'hyperbole, α_0 étant $< 57^\circ 5'$ ce qui prouverait la justesse du principe énoncé. ($\alpha_0 < 57^\circ 5'$ l'hyperbole garantit un minimum de résistance).

Le tableau ci-dessus étant de fraîche date, on n'a pas encore eu l'occasion de vérifier la théorie proposée, dans toute sa généralité.

Pour ceux qui s'intéresseraient aux détails mathématiques de la solution du problème, concernant le minimum de résistance au mouvement dans un lit dont le périmètre mouillé est une courbe du deuxième degré, j'indique les équations fondamentales. La marche du raisonnement est suivante. Le Calcul des Variations avait fourni la solution pour $\alpha_0 = 90^\circ$ sous forme d'un demi-cercle. J'envisage ce cas comme celui d'une courbe inconnue qui à la limite, pour $\alpha_0 = 90^\circ$, a fourni la solution sous forme du demi-cercle, qui est une courbe du deuxième degré. On sait que le demi-cercle est un cas particulier de l'ellipse dont les demi-axes a et b satisfont à la condition $a = b = r$ où r est le rayon du demi-cercle; l'ellipse, à son tour, est un cas particulier de la parabole (l'excentricité $k = \sin \delta = 1$) et de l'hyperbole. On voit de cette manière que les courbes du deuxième degré représentent une série continue de courbes dans laquelle on passe de l'une à l'autre à une limite donnée. On conçoit le mieux ce passage continu en considérant l'excentricité k , qui varie pour cette série de courbes de $k = 0$ (demi-cercle) passant par $k = 1$ (parabole) jusqu'aux valeurs supérieures à $k = 1$ pour l'hyperbole. Cette chaîne continue, dont la limite, pour $\alpha_0 = 90^\circ$, a été établie par une voie de déduction rigoureuse, a autorisé la conjecture que, pour $\alpha_0 < 90^\circ$, le périmètre mouillé puisse être représenté par une courbe du deuxième degré.

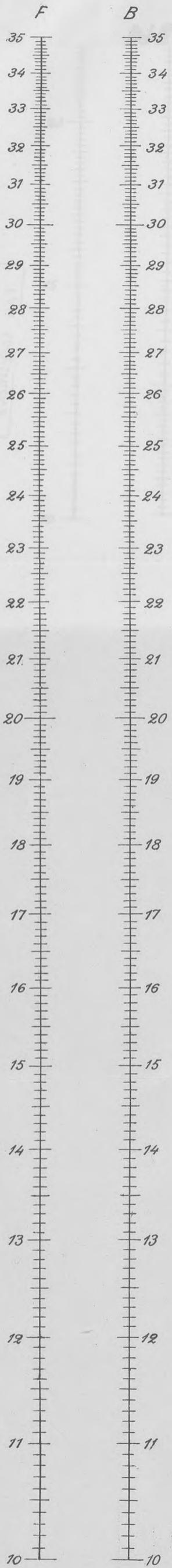
Le problème se pose maintenant en ces termes: α_0 et Q étant données, il faut déterminer une courbe du deuxième degré (k et l'angle paramétrique β) telle que cette courbe, prise pour périmètre mouillé d'un lit, consomme le moins d'énergie (minimum de résistance),

NOMOGRAMMA

VIII.

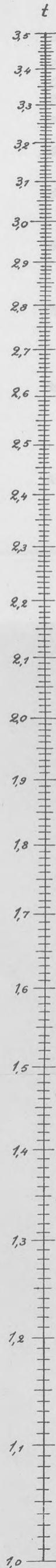
Invariante $\frac{F}{Bt}$ nozime

$$Bt = F \cdot f(\beta)$$



Parabola

Hiperbolas
grupa



$$\frac{F}{Bt} = \frac{1}{2(1-\cos\beta)} \left[1 - \frac{\cos\beta}{\operatorname{tg}\beta} \ln \frac{1+\sin\beta}{\cos\beta} \right]$$

$\frac{1}{2}$ 90°

Hiperbolas
grupa

85°

80°

75°

70°

65°

60°

55°

50°

45°

40°

30°

20°

10°

30°

40°

50°

60°

70°

80°

$\frac{\pi}{4}$ 90°

$\frac{F}{Bt} = \frac{2}{3}$ - Parabola

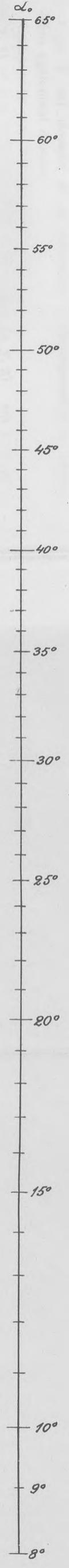
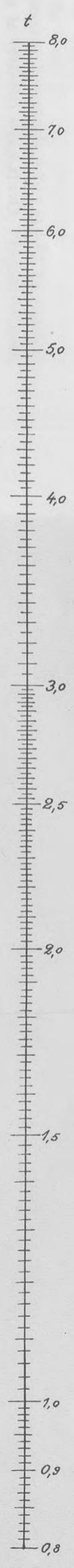
Ellipsas
grupa

$$\frac{F}{Bt} = \frac{2\beta - \sin 2\beta}{4\sin\beta(1-\cos\beta)}$$

NOMOGRAMMA IX

$$\text{tg } \alpha_0 = \frac{4t}{B} \cdot \frac{1 + \cos \beta}{2} - \text{hiperbolai}$$

$$\text{tg } \alpha_0 = \frac{4t}{B} \cdot \frac{1 + \cos \beta}{2 \cos \beta} - \text{ellipsam}$$



*Ellipsas
grupa*

Parabola

*Hiperbolas
grupa*

LVU ZINĀINISKA
 BIBLIOTĒKA
 641-26
 88

On constate aisément que le groupe des valeurs données doit être complété, pour parvenir à un problème de minimum relatif. En effet, la loi de résistance est comprise dans $i = \left(\frac{Q}{K}\right)^2 \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}}$ et, à défaut d'une donnée supplémentaire, la solution serait $F = \infty$ ce qui n'aurait aucun sens. Supposons donc donnée v (la valeur de Seddon). Alors $Q = F \cdot v$, F est donnée et le minimum i correspondra à $\min p$, α_0 étant également donnée.

Composons une fonction arbitraire:

$\Phi(x, y, z) = p(x, y, z) + \lambda_1 F(x, y, z) + \lambda_2 \operatorname{tg} \alpha_0(x, y, z)$ où x, y et z sont trois variables arbitraires, par exemple b, k, β et λ_1 et λ_2 sont des coefficients arbitraires.

D'après la règle, pour trouver le maximum ou le minimum relatif, il faut que:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0.$$

En y joignant les conditions $F(x, y, z) = \text{Constante}$ et $\operatorname{tg} \alpha_0(x, y, z) = \text{Constante}$ on aura cinq équations pour trouver x, y, z, λ_1 et λ_2 .

On aura ensuite:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{\partial p}{\partial x} + \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial \operatorname{tg} \alpha_0}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \frac{\partial p}{\partial y} + \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \frac{\partial \operatorname{tg} \alpha_0}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} &= \frac{\partial p}{\partial z} + \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \frac{\partial \operatorname{tg} \alpha_0}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (a)$$

et

$F(x, y, z) = \text{Constante}$ et $\operatorname{tg} \alpha_0(x, y, z) = \text{Constante}$.

Si l'on exclut λ_1 et λ_2 du système d'équations (a) on parvient à la déterminante:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial \operatorname{tg} \alpha_0}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial \operatorname{tg} \alpha_0}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} & \frac{\partial F}{\partial z} & \frac{\partial \operatorname{tg} \alpha_0}{\partial z} \end{vmatrix} = 0.$$

laquelle donne lieu à une fonction déterminée $\psi(x, y, z) = 0$. La solution du problème est fournie par le système: $\psi(x, y, z) = 0$, $F(x, y, z) = \text{Const}$, $\operatorname{tg} \alpha_0(x, y, z) = \text{Const}$.

Présenté à la Fakulté de mécanique le 24. avril 1931.

Daži dabisko strāvu gultņu morfoloģiskie elementi izskalojamā gruntē

A. Vītols

Autoreferāts.

Latvijas Universitātes Rakstu Mēchan. fak. ser. I. sēj., Nr. 2 un 3 (LUR mēch. I. 2 un 3) bija ievietots apcerējums par dabisko strāvu gultņu formu izskalojamā gruntī. Izejot no principa, ka strāva veido gultni kuŗā tā patērē savas enerģijas minimumu, autors, izlietodams variāciju reķinu atzinumus, bija nācis pie slēdziena, ka robežā, kur grunts izskalojamība beidzas (dabiskais nogāzes leņķis $\alpha_0 = 90^\circ$), meklējamais profils ir pusripa. Leņķiem, mazākiem par $\alpha_0 = 90^\circ$, atrisinājumu stingrā dedukcijas ceļā nebija iespējams atrast. Tanī pašā rakstā autors bija mēģinājis salīdzināt savā starpā pusripu un parabolu no strāvas kustības pretestības viedokļa un nācis pie slēdziena, ka pretestība, dabiskajam nogāzes leņķim samazinoties, pieaug un ka pie $\alpha_0 \approx 70^\circ$ ar ripu sāk konkurēt parabola.

Šinī rakstā šis konkurences jautājums ir sīkāk apskatīts, pie kam ņemtas vērā kā konkurenti visas otrās kāpes liknes: ripa, elipse, parabola un hiperbola. Katrai no šīm liknēm atrastas konkurences robežas aplapinātās grunts dabiskās nogāzes slīpuma leņķa α_0 veidā. Tekstā ievietotā tabula rāda šīs robežas, ejot no $\alpha_0 = 90^\circ$ uz leju, pie kam minēto likņu kārtība no konkurences viedokļa ir šāda: pusripa, elipse, parabola un hiperbola. No upju morfoloģiskā viedokļa bija izdevīgi ievest jēdzienu par strāvas šķieliena pildījuma koeficientu, kas spēlē noteicēju lomu teorētiskā profila veida noteikšanā. Šis koeficients ir $\frac{F_e}{B_e t_e}$, kur F_e ir strāvas, tā saucamais, ekvivalentais šķēliens, B_e tās ekvivalentais platums un t_e ekvivalentais dziļums, kuŗi definēti tā:

$$F_e = \frac{\int_{s_0}^{s_n} F ds}{s_n - s_0}, \quad B_e = \frac{\int_{s_0}^{s_n} B ds}{s_n - s_0} \quad \text{un} \quad t_e = \frac{\int_{s_0}^{s_n} t ds}{s_n - s_n},$$

kur F , B un t ir dabiskās, nerēģulārās, strāvas attiecīgie lielumi

starp diviem upes šķēļiem, kas atrodas S_n un S_o atstatumā no kāda sākuma šķēļiena. Izrādījās, ka, ja

$$\frac{2}{3} < \frac{F_e}{B_e t_e} < \pi/4,$$

tad teoretiskais strāvas šķēliens ir elipse,

$$\text{ja: } \frac{F_e}{B_e t_e} = \pi/4 \text{ — pusriņa,}$$

$$\text{ja: } \frac{F_e}{B_e t_e} = \frac{2}{3} \text{ — parabola,}$$

$$\text{ja: } \frac{1}{2} < \frac{F_e}{B_e t_e} < \frac{2}{3} \text{ — hiperbola.}$$

Kā redzams, pildījuma koeficients $\frac{F_e}{B_e t_e}$ mainās diezgan šaurās robežās; citādi tas ir ar šo likņu astronomisko ekscentricitātes koeficientu $k = \sin \delta$ (sk. tekstā ievietoto tabulu), kas mainās no: $k = 0$ (riņai) līdz $k = 1$ (parabulai) un $k > 1$ hiperbolai.

Grunts izskalojamība paliek raksturota ar α_o — saslapinātās grunts nogāzes lielāko slīpuma leņķi, kuŗu dotai gruntij jāuzskata par invariantu, un kas arī izrēģulētā gultnē paliek negrozīgs, turpretim atrastās F_e, B_e un t_e nozīmes rēģulēšanas projektam nav vairs obligatoriskas: šie lielumi projektā atvietojami ar lielumiem F_p, B_p un t_p kuŗi noteic minimālās pretestības gultni.

Kad dabiskai, nerēģulētai, gultnei F_e, B_e un t_e atrasti, tad ar nomogrammas VIII palīdzību var tūlīt noteikt teoretiskās gultnes parametrisko leņķi β un teoretiskās gultnes apslāpinātā perimetra līknes klasi (elipse, parabola jeb hiperbola). Šī operācija izdarama tā: ar līnijālu krusto attiecīgas B_e un t_e nozīmes attiecīgās skalās; atzīmē līnijāla krustošanās punktu uz neutrālas (anonimas) līnijas, griež līnijālu ap šo punktu, kamēr viņa gals krusto attiecīgo F_e nozīmi uz F_e skalas un nolasa līnijāla krustojuma punktā ar $\frac{F_e}{B_e t_e}$ skalu β nozīmi.

Kad β nozīme atrasta, tad ar nomogrammas IX palīdzību atrod raksturīgo leņķi α_o : krusto atrastās t_e un β nozīmes, griež līnijālu ap neutrālas skalas attiecīgo punktu, kamēr līnijāla gals krusto atrasto B_e nozīmi, un nolasa uz α_o skalas attiecīgo α_o nozīmi. Tādā ceļā, ar nomogrammu palīdzību, var atrast lielumus, kas ir saistīti ar ļoti komplicētām formulām.

Nomogramma I dod iespēju atrast α_0 teorētiskai gultnei ripas segmenta veidā, kuŗa bija pieņemta par pamatu pirmā tuvinājumā un kuŗa, pagaidām, tiek lietota mūsu Zemkopības ministrijas meliorācijas departamentā upju regulēšanas projektu sastādīšanai.

Saskaņā ar augšā teikto, par upes gultnes morfoloģiskiem elementiem jāuzskata trīs lielumi: pildījuma koeficients $\frac{F_e}{B_e t_e}$, parametriskais leņķis β un lielākais dabiskais nogāzes leņķis saslapinātai gruntnij α_0 , jeb otrās pakāpes liknes astronomiskais ekcentricitātes koeficients $k = \sin \delta$ (sk. tekstā ievietoto tabulu), parametriskais leņķis β un saslapinātās grunts dabiskās nogāzes lielākais slīpuma leņķis α_0 .

Nemot vērā dabā sastopamo slīpuma leņķi α_0 , kas droši ir mazāks par 57° , jānāk pie slēdziena, ka parastā likne būs hiperbola, par ko jāpārlicinās, izmantojot novērojumu datus, kuŗi parasti tiek ievākti regulēšanas projektu sastādīšanai, un ar kuŗu palīdzību viegli var sastādīt morfoloģiskos pamatelementus. Šie dati ir: F_e , B_e un t_e .

Ja strāva patiesi tiecas veidot minimālās pretestības gultni, tad dotām strāvām α_0 , β un k jāsakrīt ar min. tabulas datiem.

Iepriekšējā publicējumā LŪR mēch. I. 2 un 3 jau tika aizrādīts, cik maz ir darīts dabisko strāvju morfoloģijas attīstībā, kas izskaidrojams ar problēmas grūtībām. Kāda laimīga ideja varētu šē līdzēt. Ar autora priekšlikumu ir pavērts ceļš uz jaunu pētījumu lauku, kuŗā par reaktīvu var noderēt iegūtā tabula, sastādīta stingrā dedukcijas ceļā, liekot par pamatu minimālās pretestības principu, kuŗam sastopam mēchanikā analogiju pazīstamā Hamiltona minimālās akcijas veidā.

Par patikamu pienākumu uzskatu izteikt šē savu atzinību un pateicību inžen. Baginska kgm par likņu īpašību noskaidrošanu tabulu un nomogrammu uzbūvi, kas prasīja nopietnu un apzinīgu darbu.

Nomogramma VIII,

paredzēta liknes noskaidrošanai sakarā ar invarianta $\frac{F}{B \cdot t}$ nozīmi un parametriska leņķa β aprēķināšanu:

$$\text{lai mēs dabūtu } F = \frac{\int F \cdot ds}{L} = 16,00 \text{ m}^2,$$

$$B = \frac{\int B ds}{L} = 18,00 \text{ m} \quad \text{un} \quad t = \frac{\int t ds}{L} = 1,35 \text{ m},$$

liekam līnijālu pār B skālas iedaļu 18,00 un t skālas iedaļu 1,35. Turot zīmuļa galu līnijāla krustojamā punktā ar videjo skālu, griežam līnijālu ap zīmuļa galu, līdz līnijāls krusto F skālu iedaļās 16,00. Tādā stāvoklī līnijāls krusto skālu β iedaļās 25° . Tā tad mēs redzam, ka invarianta $\frac{F}{Bt}$ nozīme ir mazāka par $\frac{2}{3}$; tas nozīmē, ka meklējamā likne pieder hiperbolas grupai un parametriskais leņķis β ir 25° .

Nomogramma IX

paredzēta raksturiska leņķa α_0 (dabiskās nogāzes leņķa ūdens apskalotās gultnes daļā) aprēķināšanai:

no iepriekšējās nomogrammas mēs zinām, ka meklējamā likne ir hiperbola un parametriskais leņķis $\beta = 25^\circ$. Liekam līnijālu pār skālas t iedaļu 1,35 un skālas β iedaļu 25° hiperbolas grupā. Turot zīmuļa galu līnijāla krustojamā punktā ar videjo skālu, griežam līnijālu ap zīmuļa galu, līdz līnijāls krusto B skālu iedaļās 18,00. Tādā stāvoklī līnijāls krusto skālu α_0 iedaļās 16° , t. i. meklējamais raksturiskais leņķis $\alpha_0 = 16^\circ$.

Arvot \$F\$ ja \$B\$ saadaan yhtälöstä \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$.
 Tässä yhtälössä \$F\$ on voima ja \$B\$ on voiman suuruus.
 Yhtälöstä saadaan \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds = \frac{1}{L} \cdot L = 1\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds = \frac{1}{L} \cdot L = 1\$.

Yhtälöstä saadaan \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$.
 Yhtälöstä saadaan \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$.

Yhtälöstä saadaan \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$.
 Yhtälöstä saadaan \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$.

Yhtälöstä saadaan \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$.
 Yhtälöstä saadaan \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$.

Yhtälöstä saadaan \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$.
 Yhtälöstä saadaan \$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$ ja \$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds\$.

Nomogramma VIII.

parametrisa leija p...
 parametrisa leija p...

$$F = \frac{1}{L} \int_0^L ds = 1000 \text{ m}$$

$$B = \frac{1}{L} \int_0^L ds = 1500 \text{ m}$$

Essai de Projet d'Amélioration d' un Cours d'eau naturel

A. Vitols

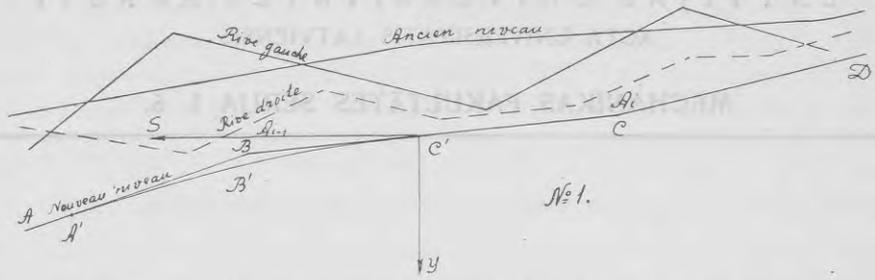
§ 1. Fixation du nouveau niveau.

L'amélioration d'un cours d'eau vise en général à fixer deux niveaux caractéristiques; ce sont le niveau des crues d'été produit par les pluies d'été, quand la végétation est en pleine floraison, et celui d'étiage, quand le courant est alimenté généralement par les sources souterraines.

Selon l'élévation du terrain où le courant a creusé son lit, les inondations sont possibles ou non; elles endommagent les intérêts de l'agriculture d'une manière qui rend nécessaire l'intervention de l'homme, pour abaisser le niveau des crues jusqu'à une norme déterminée par le relief des rives du courant. De même, le niveau d'étiage doit être régularisé, pour que les canaux de drainage aient la pente nécessaire pour leur assurer le fonctionnement normal.

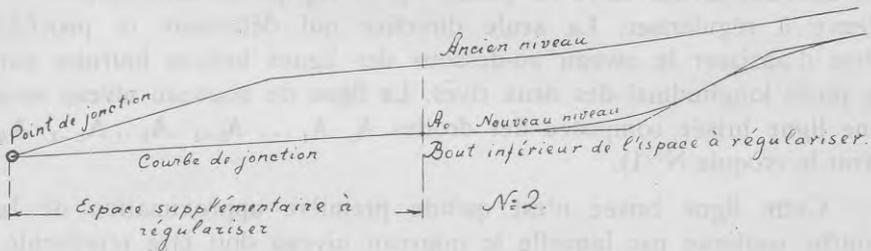
La particularité de la méthode est déterminée par le libre tracé du nouveau niveau entre les points A_0 et A_n qui bornent l'espace du fleuve à régulariser. La seule directive qui détermine ce procédé c'est d'abaisser le niveau au-dessous des lignes brisées fournies par le profil longitudinal des deux rives. La ligne du nouveau niveau sera une ligne brisée composée des droites $A_0 A_1 \dots A_{i-1} A_i \dots A_{n-1} A_n$ (voir le croquis N° 1).

Cette ligne brisée n'est qu'une première approximation de la courbe continue par laquelle le nouveau niveau doit être représenté. Pour avoir cette courbe, on se sert de courbes de passage intercalées entre deux droites voisines. Si l'on se borne au second degré de cette courbe, on a: $y = a + bs + cs^2$ où y est l'ordonnée de la courbe, dirigée



de haut en bas, s — l'abscisse dirigée dans le sens du mouvement du courant, a , b et c sont des coefficients à déterminer ce qui se fait ainsi: Comme l'on voit, $(y)_{s=0} = (a + bs + cs^2)_{s=0} = a$, le système des axes orthogonaux convenablement choisi; $\frac{dy}{ds} = b + 2cs$; $(\frac{dy}{ds})_{s=0} = (b + 2cs)_{s=0} = b = i_2$ où i_2 est l'inclinaison de la droite $A_{i-1}A_i$; $(\frac{dy}{ds})_{s=s_1} = i_2 + 2cs_1$; $c = \frac{i_1 - i_2}{2s_1}$ et $y = i_2s + (i_1 - i_2) \cdot \frac{s^2}{2s_1}$. Cette courbe de passage n'a pas non plus de points de flexion discernés par $\frac{dy^2}{ds^2} = 0$.

Le but du projet est d'assurer le niveau tracé, mais deux circonstances s'y opposent, le passage continu en question n'est pas assuré complètement. En effet, les bouts de la ligne $A_0 \dots A_n$ ne sont pas joints à l'ancien niveau et voilà ce qui arrivera: les espaces du fleuve, non régularisés, voisins des points A_0 et A_n , l'un en aval de A_0 et l'autre en amont de A_n , produiront l'inondation de l'espace régularisé



d'autant plus considérable que l'inclinaison du fleuve est faible. Pour éviter ces conséquences, qui parfois peuvent être très graves, il faut

mener la ligne, $A_0 \dots A_n$ jusqu'à la jonction avec l'ancien niveau. La jonction continue est assurée par des courbes de passage. C'est de cette manière que la quantité des travaux augmentera, mais l'exécution des travaux hors de l'espace, $A_0 \dots A_n$ est indispensable. D'un autre point de vue encore cette jonction est indispensable. Elle peut amener à conclure que les travaux supplémentaires à exécuter hors les limites $A_0 \dots A_n$ sont si grands en comparaison des travaux sur $A_0 \dots A_n$ que la raison d'être de l'amélioration du fleuve est douteuse, il peut se faire même que les travaux supplémentaires dominent dans le devis (évaluation des frais) et même qu'il ne soit pas possible de joindre les deux lignes: on parcourt un fleuve secondaire, tout de son long, on débouche dans l'artère primaire, on débouche enfin dans la mer sans avoir atteint la jonction. Que veut dire cela? C'est que l'abaissement du niveau par des travaux d'excavation est impossible et qu'il ne peut être question que de l'endiguement comme unique moyen de protection des terres cultivables contre l'inondation. Il s'entend que les deux niveaux à joindre correspondent au même débit. Si l'ancien niveau n'est pas fixé directement par le nivellement, on peut procéder ainsi: on part d'un point de niveau assez éloigné en aval du point de jonction et on construit la courbe de niveau pour la Q donnée sur laquelle sera basé le projet de l'abaissement du niveau des crues d'été; on mène la courbe en amont jusqu'à l'endroit où le point de jonction des deux niveaux est supposé. Le point de départ n'est, en général, pas sûr, une erreur ici est possible, mais cette erreur disparaît peu à peu, au fur et à mesure qu'on approche de l'endroit de jonction, qui est situé en amont du point de départ. On pourrait égaler cette erreur à l'action d'un seuil ou à une excavation dans le fond du fleuve, selon qu'on a pris ledit point plus haut, ou moins haut, que ne l'est le vrai point. Toutes les courbes de passage sont tracées quand le niveau à atteindre est définitivement adopté.

La construction de la courbe de niveau servant à joindre l'espace de fleuve à améliorer à l'ancien niveau, non dérangé par les travaux de régularisation, se base sur la formule connue de D. Bernoulli, qui pendant un siècle, depuis son établissement par Bélanger pour les lits ouverts, a subi quelques transformations (Coriolis, Boussinesq) et qui depuis la Conférence Mondiale de l'Energie, à Bâle, 1926, est employée sous la forme du Dr. Strickler. Il y a longtemps qu'on avait constaté le fait que l'énergie cinétique ne se restitue pas complètement

en énergie potentielle, quand l'accroissement d'énergie est négatif, une certaine partie en étant consommée par le procès de restitution. Cette partie étant inconnue, par raisons de réserve du calcul, on supposait la perte complète ce qui équivalait à évaluer l'accroissement négatif d'énergie cinétique à 0. Dr. Strickler tenait à trouver des moyens sûrs pour fixer les points d'installation des usines hydro-électriques, assurant la profondeur navigable, sur la longueur de tout le bief limité par deux usines voisines. Ses observations l'ont amené à poser le coefficient restituteur $\beta = 2/3$ environ,

$$\text{si } \frac{v_i^2}{2g} - \frac{v_{i-1}^2}{2g} < 0 \text{ et } \beta = 1, \text{ si } \frac{v_i^2}{2g} - \frac{v_{i-1}^2}{2g} > 0.$$

C'est de cette manière que les coefficients de Coriolis et de Boussinesq sont remplacés par celui de Strickler β . En même temps Strickler préconise la formule de Manning pour le coefficient de Chézy C, qui est $C = kR^{1/6}$

L'équation de Bernoulli corrigée par Strickler s'écrit sous la forme:

$$y_n - y_0 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\beta}{2g} (v_i^2 - v_{i-1}^2) + \sum_{i=1}^{i=n} \int_{s_{i-1}}^{s_i} \frac{v^2 ds}{k^2 R^{4/3}},$$

ou bien, v remplacée par $v = \frac{Q}{F}$,

$$y_n - y_0 = \frac{Q^2}{2g} \sum_{i=1}^{i=n} \beta \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right) + \left(\frac{Q}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^{i=n} \int_{s_{i-1}}^{s_i} \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} ds$$

où p est le périmètre mouillé.

Pour les courants naturels, il n'y a pas de moyen de calculer

$\int_{s_{i-1}}^{s_i} \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} ds$ autrement que par la loi de trapèze, c'est-à-dire on pose:

$$\int_{s_{i-1}}^{s_i} \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} ds = \left(\frac{p_i^{4/3}}{F_i^{10/3}} + \frac{p_{i-1}^{4/3}}{F_{i-1}^{10/3}} \right) \frac{(s_i - s_{i-1})}{2}$$

où $s_i - s_{i-1}$ est l'espace entre deux sections voisines assez proches. En tenant compte de ces transformations on peut transcrire l'équation de Bernoulli-Strickler:

$$\frac{y_n - y_0}{Q^2} = \frac{1}{2g} \sum_{i=1}^{i=n} \beta \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right) + \frac{1}{2k^2} \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{p_i^{4/3}}{F_i^{10/3}} + \frac{p_{i-1}^{4/3}}{F_{i-1}^{10/3}} \right) (s_i - s_{i-1})$$

dont il faut se servir pour calculer le coefficient de rugosité k , qui est une valeur inconnue.

L'application de cette formule à la construction du niveau peut être simplifiée de différentes manières. On peut, par exemple, négliger le membre d'équation qui représente l'énergie cinétique. Alors, après avoir choisi le point de départ, on adopte au hasard le niveau de la section suivante, en amont, et on aspire à atteindre l'identité:

$$y_1 - y_0 = \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \left(\frac{p_1^{4/3}}{F_1^{10/3}} + \frac{p_0^{4/3}}{F_0^{10/3}}\right) \frac{\Delta s_1}{2} \quad \text{où } \Delta s_1 = s_1 - s_0$$

C'est la manière de construction la plus employée.

y_1 étant fixée, on calcule y_2 de la même manière jusqu'à ce qu'on parvienne à l'endroit où le point de jonction des deux niveaux est supposé.

§ 2. Le coefficient de rugosité du lit.

La question de ce coefficient est d'une importance exceptionnelle. C'est pour cela que des études hydrométriques précèdent l'élaboration du projet; il faut éviter l'emploi des données qu'on trouve en abondance dans des manuels. On peut baser les recherches hydrométriques sur la formule de Hagen-Gauckler-Manning-Strickler

$$v = C \sqrt{Ri} = k R^{2/3} i^{1/2}$$

où k est le coefficient de la vitesse relié au coefficient de rugosité par la formule connue:

$$\frac{v^2}{C^2} = \frac{\tau}{\gamma}$$

où τ est l'intensité de la force de frottement, γ — le poids spécifique de l'eau. D'après Manning-Strickler

$$C = k R^{1/3} \quad \text{et on aura: } \tau = \gamma \cdot \frac{v^2}{k^2 R^{1/3}} = \frac{\gamma}{k^2} \cdot \frac{v^2}{R^{1/3}}$$

Ici, on peut prendre $\frac{\gamma}{k^2}$ pour coefficient de rugosité

$$\varphi = \frac{\gamma}{k^2}, \quad \text{alors } k = \sqrt{\frac{\gamma}{\varphi}}$$

L'erreur essentielle qu'on admet souvent en calculant le coefficient k réside en ceci: on choisit un espace de courant de peu d'étendue. La chute absolue, déterminée par le nivellement direct,

est une petite valeur sensible aux erreurs de mesurage; plus la pente du niveau est faible et l'étendue de l'espace du courant courte, plus l'erreur relative de la détermination de la chute est importante et plus la valeur calculée de k devient défectueuse.

L'auteur a consacré à la question de la détermination de k un article qui est publié Acta Universitatis Latviensis, Série de la Faculté de Mécanique, Tome I, N° 3 sous le titre: Condition essentielle à suivre pour s'assurer des valeurs les plus exactes du coefficient de rugosité. Sur la même question voir le rapport de l'auteur présenté au III Congrès International de Mécanique appliquée, Stockholm 1930. On y trouvera des détails touchant le côté méthodologique de l'évaluation du coefficient de rugosité, ce qui faisait aussi l'objet d'une discussion spéciale à la Conférence Mondiale de l'Energie, à Bâle, 1926. En renvoyant les lecteurs aux publications ci-dessus, nous passons à l'équation du mouvement, qui est la base de la présente publication.

§ 3. L'équation du mouvement.

Il faut considérer l'équation de Bernoulli, munie du correctif du Dr. Strickler β , comme la plus parfaite rédaction de celle-là. Si l'on présente cette équation sous sa forme différentielle (forme de Vauthier)

$$\begin{aligned} \text{on a: } dy &= \frac{\beta v dv}{g} + \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} ds = \frac{-\beta Q^2}{g F^3} \frac{dF}{ds} ds + \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} ds = \\ &= \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \cdot \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} ds \left(1 - \frac{\beta k^2 F^{1/3}}{g p^{4/3}} \frac{dF}{ds}\right), \quad F^{10/3} = \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \frac{p^{4/3}}{\frac{dy}{ds} \left(1 - \frac{\beta k^2 F^{1/3}}{g p^{4/3}} \frac{dF}{ds}\right)} \\ F &= \left(\frac{Q}{k}\right)^{0,6} \frac{p^{0,4}}{i^{0,3} (1-\varepsilon)^{0,3}} \quad \text{où } \varepsilon = \frac{\beta k^2 F^{1/3}}{g p^{4/3}} \frac{dF}{ds}. \end{aligned}$$

Si l'on posait $\varepsilon=0$, on admettrait l'erreur relative

$$\left(\frac{F-F_1}{F}\right) 100\% = \left\{1 - (1-\varepsilon)^{0,3}\right\} 100\%$$

On peut considérer ici ε comme coefficient d'irrégularité du courant. Pour le courant uniforme $\varepsilon=0$. Jamais ε ne peut atteindre la valeur $\varepsilon=1$, il est toujours moindre à 1, c'est-à-dire $\varepsilon < 1$. Plus le mouvement est régulier, plus l'erreur qu'on commet en posant $\varepsilon=0$ est petite. Les travaux de régularisation ont pour but d'écartier des seuils

et des retrécissements du courant; un courant régularisé montrera ε plus petit qu'il ne l'était auparavant, dans le courant irrégularisé. Or, les cours d'eau à régulariser font souvent la classe „des rivières“, d'après la terminologie de St. Venant (Ann. des Mines, 1851) où les ressauts d'eau ne se produisent pas et où l'énergie cinétique est négligeable.

C'est pour ces raisons que, sans risquer de faire une faute de calcul quelque peu considérable, on peut évaluer $\varepsilon=0$, d'autant plus que ε est une valeur algébrique tantôt positive, tantôt négative, de sorte que la faute sommaire ne fera pas une valeur importante.

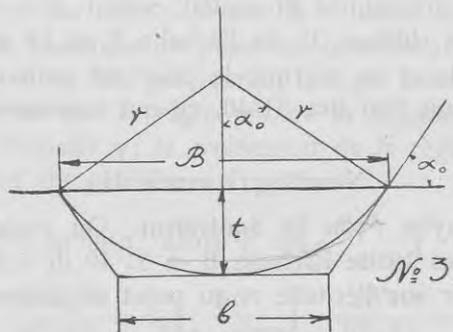
Cette proposition amène à l'expression simple pour l'aire de section transversale dans le courant régularisé:

$$F = \left(\frac{Q}{k}\right)^{0,6} \frac{p^{0,4}}{i^{0,3}} \text{ où } p \text{ est le périmètre mouillé.}$$

§ 4. Nomogrammes ressortant des relations morphologiques du lit.

On trouvera dans la partie traitant quelques problèmes de morphologie (voir N° 4 de ce tome), les raisons pour appliquer une courbe du deuxième degré à la détermination des sections projetées du cours d'eau à améliorer. La question de la préférence d'une courbe vis-à-vis de l'autre n'étant définitivement pas encore résolue, l'auteur s'est borné à choisir pour base le segment du cercle aussi pour les angles inférieurs à $\alpha_0=90^\circ$ qui, d'après la théorie établie, amènerait au choix d'une courbe du deuxième degré, en dehors du segment du cercle. Pour le cercle on a

$$p = 2r\alpha_0; \quad F = r^2\alpha_0 - r^2\sin\alpha_0 \cos\alpha_0 = \frac{r^2}{2}(2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0) = \left(\frac{Q}{k}\right)^{0,6} \frac{p_n^{0,4}}{i^{0,3}}$$



Ces relations complétées par la relation morphologique (voir la partie morphologique)

$$\frac{2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0}{\sin^2 \alpha_0} = 8 \cdot \frac{(s_2 - s_1) \int_{s_1}^{s_2} F_1 ds}{\left(\int_{s_1}^{s_2} B_1 ds\right)^2}$$

donnent lieu aux relations suivantes.

$$1) \frac{\sin 2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0}{\sin^2 \alpha_0} = 8 \cdot \frac{(s_2 - s_1) \int_{s_1}^{s_2} F_1 ds}{\left(\int_{s_1}^{s_2} B_1 ds\right)^2} \text{ (nomogramme I),}$$

$$2) r = \frac{B}{2 \sin \alpha_0} = \frac{\int_{s_1}^{s_2} B_1 ds}{2 \sin \alpha_0} \text{ (nomogramme II),}$$

$$3) z \text{ (valeur auxiliaire)} = \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} \cdot \frac{n^2 (np)^{4/3}}{(nF)^{10/3}} \text{ (nomogramme III),}$$

$$4) F = \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin \varphi} \right)^{1/4} \cdot \frac{Q^{3/4}}{k^{3/4} \Gamma^{3/3}} \text{ (nomogramme IV);}$$

$$5) t = \left[\frac{2(1 - \cos \alpha)^2}{2\alpha - \sin 2\alpha} \right]^{1/2} \cdot F^{1/2} \text{ (nomogramme V);}$$

$$6) \frac{(\varphi_2 - \sin \varphi_2)^5}{\varphi_2^2} = \frac{(\varphi_1 - \sin \varphi_1)^5}{\varphi_1^2} \cdot \frac{Q_2^3}{Q_1^3} \text{ (nomogramme VI);}$$

$$7) t = r(1 - \cos \varphi/2) \text{ (nomogramme VII).}$$

Voici quelques exemples sur l'emploi des nomogrammes.

Nomogramme I.

Ce nomogramme fournit la valeur de α_0 , angle du talus au niveau des hautes eaux, arrosant le lit capital. Soient: $F = 35 \text{ m}^2$, $B = 19,0$.

On croise les chiffres 35 de l'échelle F et 19 de celle de B au moyen de la règle et on marque le point de croisement de la règle avec l'échelle α_0 où l'on lira $31^\circ 40'$, ce qui correspond à la valeur à chercher de α_0 .

Nomogramme II.

Fournit le rayon r du lit équivalent. On croise au moyen de la règle les chiffres 19 de l'échelle B et $31^\circ 40'$ de celle α_0 , pour trouver la valeur de r sur l'échelle r, au point de croisement de celle-ci avec la règle.

Nomogramme III.

Prévu pour trouver la valeur de $z = \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} = \frac{n^2(np)^{4/3}}{(nF)^{10/3}}$ contenue dans le terme de perte de l'équation fondamentale de Bernoulli. Acceptons $p =$ (le périmètre mouillé) $= 13,0$ m, $F = 24,0$ m². En croisant au moyen de la règle les chiffres 13,0 et 24 des échelles correspondantes, on trouvera sur l'échelle de z le chiffre 0,00076 ce qui correspond à $z = \frac{13^{4/3}}{24^{10/3}} = 0,00076$.

Si $p = 1,3$ m et $F = 2,4$ m², alors on peut aisément comprendre que:

$$\frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} = \frac{(1,3)^{4/3}}{2,4^{10/3}} = 100 \cdot \frac{13^{4/3}}{24^{10/3}} = 0,076.$$

Si $p = 130$ m et $F = 240$ m² alors

$$\frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} = \frac{130^{4/3}}{240^{10/3}} = 0,01 \frac{13^{4/3}}{24^{10/3}} = 0,000076.$$

Nomogramme IV.

Sert à calculer l'aire de la section du courant F , étant données: Q , $\varphi = 2\alpha_0$, k et J .

$$\text{Soient: } Q = 23 \text{ m}^2/\text{sec}, \quad \varphi = 2\alpha_0 = 60^\circ, \\ k = 35 \text{ et } J = 0,00015.$$

On croise au moyen de la règle les chiffres 23 de Q et 35 de k , Y , on remarque le point de croisement de la règle avec la droite de F , z . On met sur le point de F , z la pointe du crayon, on tourne la règle jusqu'à ce que celle-ci prenne la situation allant par le chiffre 0,00015 de J , on remarque le point de croisement de la règle avec l'échelle de K , Y et on finit par tourner la règle autour du point trouvé de K , Y jusqu'à ce que la règle prenne la situation déterminée par le chiffre 60 de l'échelle φ ; le croisement de la règle avec l'échelle F fournit la solution du problème: $F = 37$ m².

$$\text{Si } Q = 1,4375 \text{ m}^3/\text{sec}, \text{ alors } F = \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin\varphi} \right)^{1/4} \cdot \frac{Q^{3/4}}{K^{3/4} J^{3/8}} = \\ = \frac{1}{8} \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin\varphi} \right)^{1/4} \frac{(16Q)^{3/4}}{K^{3/4} J^{3/8}} = \frac{1}{8} \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin\varphi} \right)^{1/4} \cdot \frac{23^{3/4}}{K^{3/4} J^{3/8}} = \frac{1}{8} \cdot 37 = 4,625 \text{ m}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Si } Q = 368 \text{ m}^3/\text{sec}, \text{ alors } F &= 8 \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin\varphi} \right)^{1/4} \frac{(1/16 Q)^{3/4}}{K^{3/4} J^{3/8}} = \\ &= 8 \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin\varphi} \right)^{1/4} \frac{23^{3/4}}{K^{3/4} J^{3/8}} = 8.37 = 296,0 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Les manipulations à exécuter pour obtenir le résultat définitif sont indiquées par l'ensemble des droites tracées sur le monogramme IV.

Nomogramme V.

Construit pour évaluer la profondeur t , étant données F et φ . Soient $F=37 \text{ m}^2$ et $\varphi=60^\circ$. Couvrant avec le bord de la règle les chiffres $F=37$ et $\varphi=60$ des échelles correspondantes, on note le point de croisement de la règle avec l'échelle t , lequel est désigné par le chiffre $t=2,7 \text{ m}$.

Nomogramme VI.

Construit pour évaluer l'angle φ_2 , étant données Q_1 , φ_1 et Q_2 . Soient $\varphi_1=60^\circ$, $Q_1=23 \text{ m}^3/\text{sec}$, $Q_2=6 \text{ m}^3/\text{sec}$. On couvre les chiffres $Q_1=23$ et $Q_2=6$ et on fixe le point de croisement du bord de la règle avec la droite 00 , on tourne la règle autour du point fixé jusqu'à ce que le bord croise le chiffre 60° de l'échelle φ ; le point de croisement avec l'échelle $\varphi_2=43^\circ 50'$ fournit la solution.

Nomogramme VII.

Sert à évaluer le rayon de la section r , étant données t et φ , ou à évaluer la profondeur t , étant données φ et r :

A l'aide du nomogramme V, nous avons trouvé que $t=2,7 \text{ m}$; soit encore $\varphi=60^\circ$. En couvrant les chiffres $2,7$ de l'échelle t et 60 de l'échelle φ on trouve que $r=20 \text{ m}$.

Trouvons la profondeur t_2 qui correspond à $Q_2=6 \text{ m}^3/\text{sec}$ et $\varphi_2=43^\circ 50'$.

On couvre les chiffres 20 de l'échelle r et $43^\circ 50'$ de l'échelle φ , qui correspond à Q_2 .

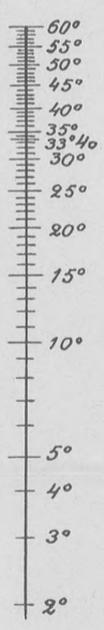
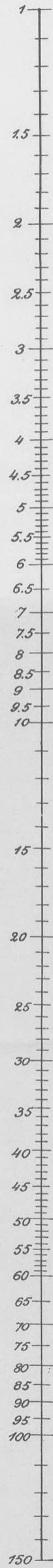
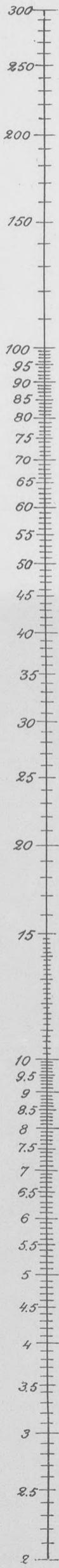
Le croisement du bord de la règle avec l'échelle $t=1,45$ fournit la valeur à chercher pour $t_2=1,45 \text{ m}$.

$$F = \frac{\int_{S_1}^{S_2} F_i ds}{S_2 - S_1}$$

$$B = \frac{\int_{S_1}^{S_2} B_i ds}{S_2 - S_1}$$

NOMOGRAMMA I

do
no nolīdzinājuma
 $\frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{8F}{B^2}$



$$B = \frac{\int_{S_1}^{S_2} B_i ds}{S_2 - S_1}$$

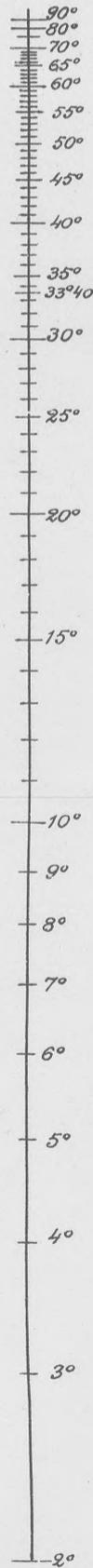
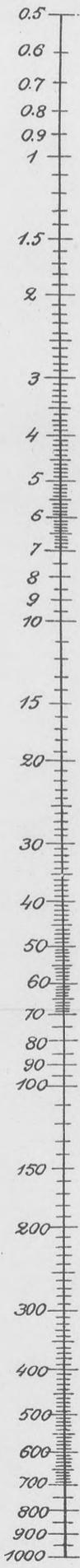
Nomogramma III

Nomogramma II

τ
no nolīdzinājuma

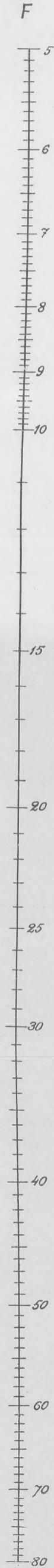
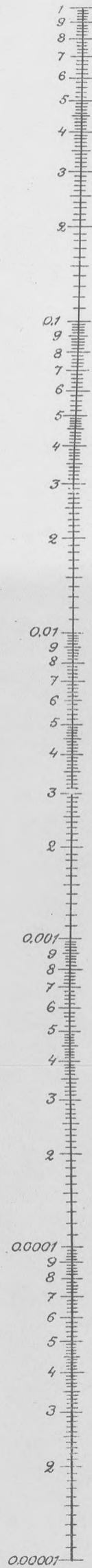
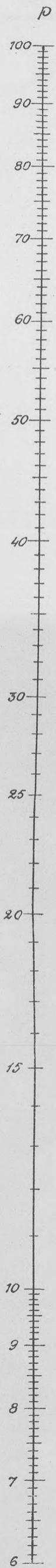
$$\tau = \frac{B}{2 \sin d_0}$$

d_0



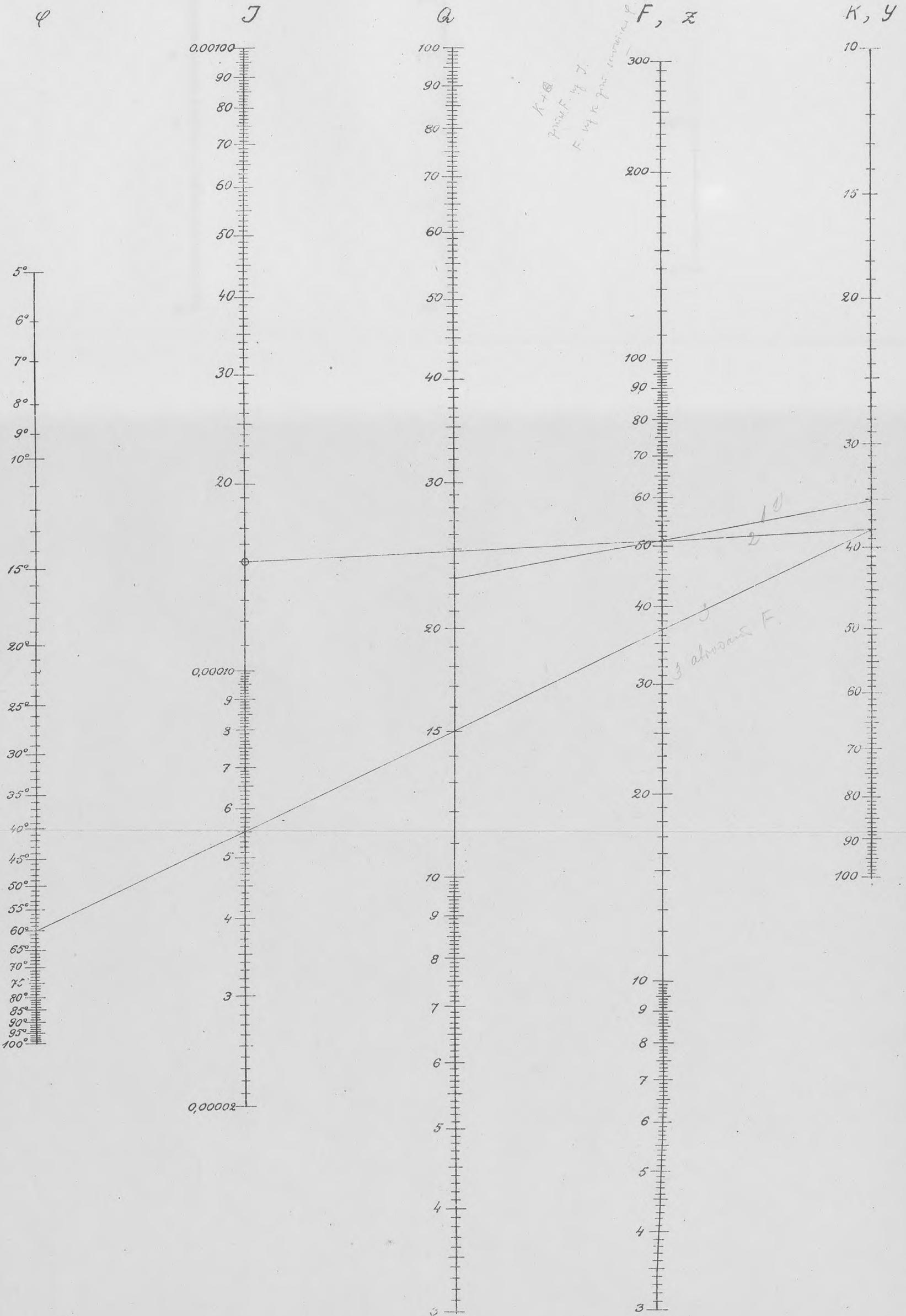
Nomogramma III

$$z = \frac{\rho^{4/3}}{F^{1/3}} = n^2 \frac{(n\rho)^{4/3}}{(nF)^{1/3}}$$



Nomogramma IV

$$z = \frac{Q}{K}; \quad z = J^{1/2} Y; \quad F = \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin\varphi} \right)^{1/4} J^{3/4} = \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin\varphi} \right)^{1/4} \frac{Q^{3/4}}{K^{3/4} J^{3/4}} = \frac{1}{8} \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin\varphi} \right)^{1/4} \frac{(16Q)^{3/4}}{K^{3/4} J^{3/4}} = 8 \left(\frac{2\varphi^2}{\varphi - \sin\varphi} \right)^{1/4} \frac{Q^{3/4}}{K^{3/4} J^{3/4}};$$



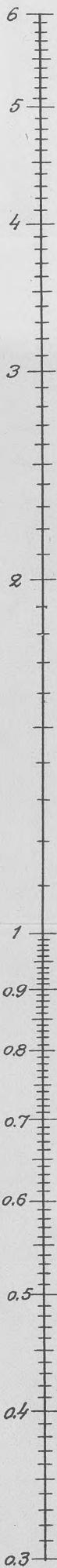
Nomogramma V

F

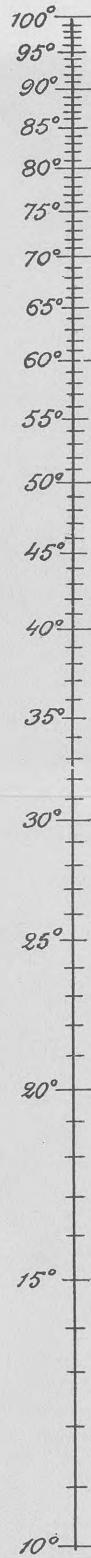


$$t = \left[\frac{2(1 - \cos \alpha)^2}{2\alpha - \sin 2\alpha} \right]^{\frac{1}{2}} F^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \left[\frac{2(1 - \cos \alpha)^2}{2\alpha - \sin 2\alpha} \right]^{\frac{1}{2}} (9F)^{\frac{1}{2}} = 3 \left[\frac{2(1 - \cos \alpha)^2}{2\alpha - \sin 2\alpha} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{F}{9} \right)^{\frac{1}{2}}$$

t



φ



Nomogramma VI

$$\frac{(\varphi_2 - \sin \varphi_2)^5}{\varphi_2^2} = \frac{(\varphi_1 - \sin \varphi_1)^5}{\varphi_1^2} \frac{Q_2^3}{Q_1^3}$$

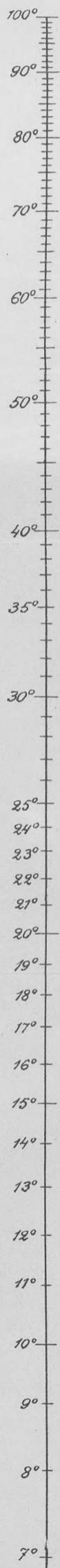
φ_2

Q_2

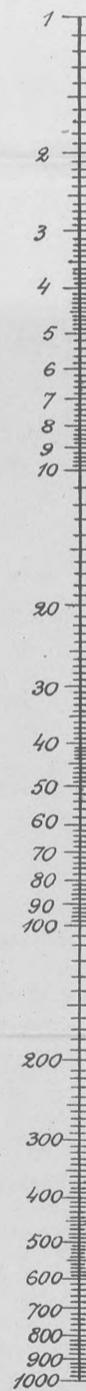
0

Q_1

φ_1

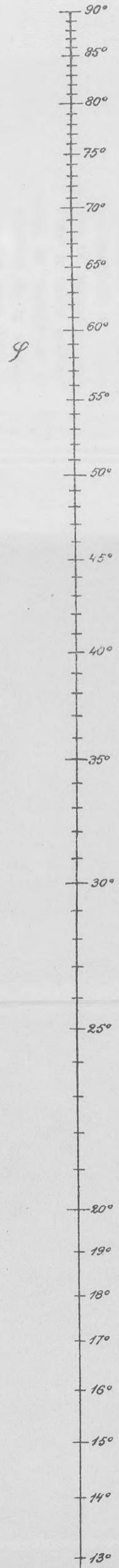
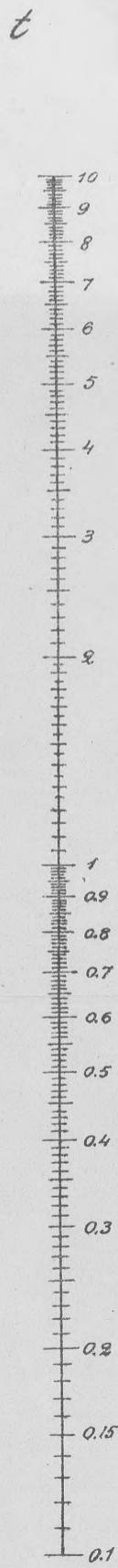
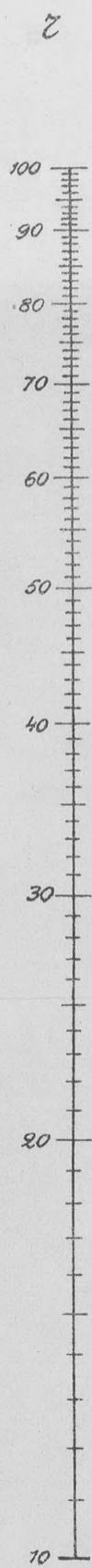


0



Nomogramma VII

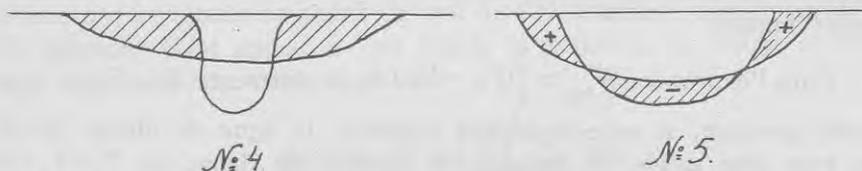
$$t = r (1 - \cos \frac{\varphi}{2})$$



§ 5. Solution du problème capital.

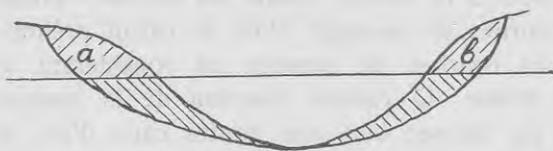
Le niveau à atteindre par les travaux de régularisation étant fixé de la manière déjà indiquée, on détermine l'inclinaison des espaces détachés, le niveau étant représenté par un certain ensemble de droites jointes entre elles et aux espaces de fleuve voisins, où aucuns travaux ne sont prévus, par les courbes de passage. Pour le calcul préliminaire, on peut négliger les courbes de passage en considérant le niveau comme une ligne brisée. Q comme fonction de la surface du bassin est déterminée par $\text{litr}/\text{sec km}^2$ des hautes eaux d'été et de celles de la période de végétation. On choisit comme point de départ les hautes eaux d'été qui déterminent souvent les travaux de régularisation; l'élément morphologique α_0 est calculé. Alors l'ensemble des nomogrammes ci-dessus fournit toutes les valeurs nécessaires pour la détermination des éléments du lit régularisé. L'opération suivante c'est de couvrir les sections du fleuve par les segments calculés. Voici quelques règles générales à suivre dans cette opération.

La situation du croquis N° 4 est à éviter: s'appuyant de ses deux bouts sur les bords

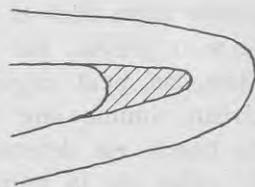


de l'ancienne section, le segment réclame qu'on dénude les rives du fleuve, souvent consolidées par les plantes et les herbes; en même temps l'aire de l'ancienne section dépasse celle du segment, celui-ci ayant la préférence en raison de la résistance au mouvement. On sacrifie cette préférence en faveur de la stabilité du lit. Si des sections serrées se suivent l'une après l'autre, sur un espace quelque peu considérable, il peut être question d'un nouvel α_0 , pour cet espace pour parvenir aux sections qui couvrent mieux celles qui se trouvent dans leur état naturel. Alors on considère cet espace à part et on calcule pour celui-ci tous les éléments nécessaires. La situation illustrée par les croquis N° 5, est distinguée par: l'aire du segment = l'aire de l'ancienne section. On peut ici également laisser intacte l'ancienne section.

Les masses de terre à enlever par excavation sont calculées d'après la formule: $W_{\text{bag}} = \int_{S_1}^{S_2} (F_a - F_p) ds$ où F_a désigne l'ancienne section F_p , la section projetée. La situation du croquis N° 6.



N° 6.



N° 7.

est distinguée par l'effet que la section projetée couvre complètement l'ancienne section de sorte que la masse à enlever est augmentée par la partie de la section au-dessus du niveau, c'est-à-dire une masse passive fait part des travaux de régularisation. Il vaut la peine attirer l'attention sur le croquis N° 7 où un promontoire est enlevé par la drague; la stabilité de cet enlèvement est problématique: c'est à peine si le courant, tendant toujours vers la rive concave, suivra le trajet imposé.

Dans l'expression $W_{\text{bag}} = \int_{S_1}^{S_2} (F_a - F_p) ds$ la différence $F_a - F_p$ est supposée positive; si celle-ci devient négative, la ligne de niveau tracée ne peut être suivie: le passage de l'espace de fleuve où $F_a - F_p < 0$ marquera une inclinaison moindre à celle qui a été acceptée. S'il en est ainsi, ces espaces de fleuve cacheront en eux une certaine réserve à l'égard de l'abaissement du niveau, dont on peut disposer de deux manières: On fait la supposition que cette réserve disparaîtra au fur et à mesure que les matières charriées par le courant seront déposées, ou bien on profite de cette réserve, pour réduire la quantité des travaux d'excavation sur des espaces de fleuve qui ne fournissent aucune réserve. Dans ce dernier cas, l'espace de réserve doit être passé par la courbe de niveau immédiatement construite sur la base de la formule de Bernoulli, en appliquant la méthode proposée ci-dessus.

Il faut mentionner que très souvent la section à projeter est influencée par le système de drague à employer. Les dragues montées sur un véhicule et se déplaçant le long des bords du fleuve, appellent

la section vers le bord le long duquel la drague se déplace, parce que la portée de la grue de la machine terrestre est limitée. Les dragues flottantes laissent une complète liberté quant à la disposition des sections par rapport à l'axe central du courant.

Comme il a été dit, il n'est pas possible d'établir des règles détaillées pour l'inscription des sections projetées, une déformation de celles-ci selon les circonstances actuelles étant toujours possible, pour ne pas trop violer le régime de fleuve qui s'est établi durant des siècles entiers.

§ 6. La question du percement des isthmes.

On considère souvent les méandres comme des obstacles sérieux au courant qui doivent être écartés par le percement de l'isthme, qui raccourcit le trajet du courant qui suivait le méandre. Or, l'expérience montre que le trajet le plus court n'équivaut pas toujours à la réduction de résistance: le courant tend à parcourir le méandre, quoique considérable, au lieu de suivre le trajet court du percement. Le méandre n'étant pas barré, une bifurcation du courant s'opère, suivant la résistance qui s'oppose au courant dans le méandre et dans le percement. Le problème de la bifurcation du débit est un problème qui se résout au point de vue de l'Hydraulique contemporaine. Le méandre étant appelé à être barré, le problème se résout comme suit: L'équation du mouvement est:

$$dy = \beta \frac{v dv}{g} + \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} ds,$$

$$y_n - y_0 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\beta}{2g} (v_i^2 - v_{i-1}^2) + \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \int_{S_{i-1}}^{S_i} \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} ds \text{ ou}$$

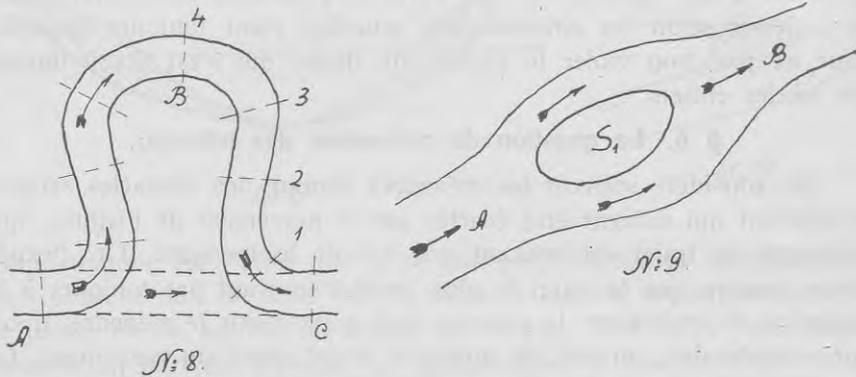
$$y_n - y_0 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\beta Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right) + \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \int_{S_{i-1}}^{S_i} \frac{p^{4/3}}{F^{10/3}} ds.$$

Soit ABC (voir le croquis N° 8) un méandre et ADC le percement à projeter. Si i est l'inclinaison à projeter et s la longueur du percement, alors la différence du niveau, aux points A et C, si l'on suit le percement, est: $y_A - y_C = is$.

Si l'on suit le méandre à écarter, alors on peut calculer la différence aux points A et C en se servant de l'équation ci-dessus du mouvement.

On sectionne le méandre en parties C-1, 1-2 etc. on prend des sections C, 1, 2, 3 etc. et on calcule pour chaque partie:

$$y'_1 - y'_c = Q^2 \left\{ \frac{\beta}{2g} \left(\frac{1}{F_c^2} - \frac{1}{F_1^2} \right) + \frac{\Delta S_1}{2k^2} \left(\frac{p_c^{4/3}}{F_c^{10/3}} + \frac{p_1^{4/3}}{F_1^{10/3}} \right) \right\}.$$



Comme on connaît le niveau dans la section C, pour obtenir la différence $y'_1 - y'_c$, on essaie différentes $y'_1 - y'_c$ jusqu'à ce qu'on ait satisfait à l'équation précédente. La différence établie, on procède au calcul de la différence $y'_2 - y'_1$ en amont jusqu'à ce qu'on soit parvenu à la section où la bifurcation cesse d'avoir lieu. Alors la différence totale de niveau entre les points A et C est calculée:

$$y'_A - y'_c = \sum_{i=x}^{i=n} (y'_i - y'_{i-1}) = y'_A - y'_c = Q^2 \sum_{i=1}^{i=n} \left\{ \frac{\beta}{2g} \left(\frac{1}{F_i^2} - \frac{1}{F_{i-1}^2} \right) + \frac{\Delta S_i}{2k^2} \left(\frac{p_i^{4/3}}{F_i^{10/3}} + \frac{p_{i-1}^{4/3}}{F_{i-1}^{10/3}} \right) \right\} \text{ II.}$$

Si la différence trouvée $y'_A - y'_c > y_A - y_c$, il faut résoudre le dilemme suivant: faut-il approfondir le méandre ou creuser le percement? Les masses à enlever se calculent de la même manière qu'en plein fleuve, en traçant la ligne de niveau entre les points, celui-ci de départ C et celui-là de borne A. La ligne est en général une ligne brisée qui détermine la masse à enlever par l'excavation. Pour épargner la peine, on n'effectue pas le calcul d'après la formule II, mais on se borne à tracer ladite ligne de niveau à laquelle s'attache une certaine cubature. Quand la cubature V_m (Volume méandre) et V_p (Volume percement)

sont trouvés, on fera bien de ne pas comparer les V , mais les frais de l'excavation. Si les frais de l'excavation font pour le méandre C_m et pour le percement C_p (en général $C_m > C_p$, vu que les frais du déplacement de la drague le long du méandre, rapportés à 1 m^3 de masse, sont supérieurs à ceux du creusement du percement où les masses à enlever sont concentrées), alors le résultat $C_m V_m < C_p V_p$ sera en faveur du méandre et le résultat contraire en faveur du percement de l'isthme.

Il est bon de mentionner que ce ne sont pas toujours des motifs de nature économique qui jouent le rôle décisif, la stabilité expresse des rives du méandre, consolidées par la végétation, peut déterminer le choix.

§ 7. Le cas de la bifurcation.

(Analogie hydraulique de la loi de Kirchof en électricité).

Les cotes de niveau, en amont et en aval de l'endroit où la bifurcation (voir le croquis N° 9) a eu lieu, satisfont à la relation $y_2' - y_1' = y_2'' - y_1''$, où les index ' et '' discernent les manches (voir le croquis N° 9). Si Q' et Q'' sont les débits correspondants, alors l'équation mouvement II fournit:

$$(Q')^2 \sum_{i=1}^{i=n} \left\{ \frac{\beta}{2g} \left(\frac{1}{F_i'^2} - \frac{1}{F_{i-1}'^2} \right) + \frac{\Delta s_i'}{2k^2} \left(\frac{p_i'^{4/3}}{F_i'^{10/3}} + \frac{p_{i-1}'^{4/3}}{F_{i-1}'^{10/3}} \right) \right\} = (Q'')^2 \sum_{i=1}^{i=n} \left\{ \frac{\beta}{2g} \right.$$

$$\left. \left(\frac{1}{F_i''^2} - \frac{1}{F_{i-1}''^2} \right) + \frac{\Delta s_i''}{2k_1^2} \left(\frac{p_i''^{4/3}}{F_i''^{10/3}} + \frac{p_{i-1}''^{4/3}}{F_{i-1}''^{10/3}} \right) \right\} \text{ ou } (Q')^2 A' = (Q'')^2 A''$$

où, pour raisons d'abréviation, est posé:

$$A' = \sum_{i=1}^{i=n} \left\{ \frac{\beta}{2g} \left(\frac{1}{F_i'^2} - \frac{1}{F_{i-1}'^2} \right) + \frac{\Delta s_i'}{2k^2} \left(\frac{p_i'^{4/3}}{F_i'^{10/3}} + \frac{p_{i-1}'^{4/3}}{F_{i-1}'^{10/3}} \right) \right\} \text{ et } A'' = \\ = \sum_{i=1}^{i=n} \left\{ \frac{\beta}{2g} \left(\frac{1}{F_i''^2} - \frac{1}{F_{i-1}''^2} \right) + \frac{\Delta s_i''}{2k_0^2} \left(\frac{p_i''^{4/3}}{F_i''^{10/3}} + \frac{p_{i-1}''^{4/3}}{F_{i-1}''^{10/3}} \right) \right\}$$

Pour mettre en évidence que A' et A'' sont des fonctions de Q' et Q'' on pourrait écrire:

$$(Q')^2 A' (Q') = \psi' (Q') = (Q'')^2 A'' (Q'') = \psi'' (Q'').$$

Comme $Q = Q' + Q''$ on a:

$$(Q')^2 A' = (Q - Q'')^2 A'' \dots \text{ Si l'on tient compte que}$$

$$A' > 0, A'' > 0, Q' > 0 \text{ et } (Q - Q') > 0 \text{ on a:}$$

$Q' = \sqrt{A'} = (Q - Q')\sqrt{A''}$ d'où il suit que:

$$Q' = \frac{Q}{1 + \sqrt{\frac{A'}{A''}}} \quad (\text{III}).$$

Cette formule détermine la distribution des débits par les manches. C'est de cette manière qu'on peut calculer Q' et Q'' , tous les éléments géométriques des manches étant donnés. La fonction A n'ayant aucune forme analytique, on ne pourrait trouver Q' et Q'' que par une voie d'approximation successive ce qui est assez gênant. L'influence du terme représentant l'énergie cinétique étant négligeable, on omet celui-là pour faciliter le calcul. Si des travaux d'excavation dans toutes les deux manches sont prévus, on trace les lignes de niveau qui, ressortant du point B d'aval, aboutissent au point A d'amont.

La formule III montre que plus A'' est grand, plus Q' est grand. Si $A' = A''$

$$(Q')_{A'=A''} = \left(\frac{Q}{1 + \sqrt{\frac{A'}{A''}}} \right)_{A'=A''} = 0,5Q; \quad (Q')_{A''=\infty} = \left(\frac{Q}{1 + \sqrt{\frac{A'}{A''}}} \right)_{A''=\infty} = Q.$$

Ce résultat veut dire que la manche II est barrée ou bien qu'elle n'existe pas du tout.

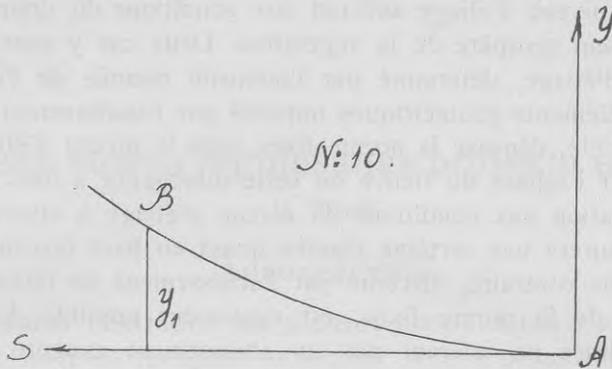
§ 8. Jonction de la courbe du niveau au remous d'exhaussement produit par le barrage.

Il ne se recommande pas de tracer les droites de niveau entre les points A et B qui bornent l'espace d'exhaussement produit par le barrage; ici, il faut tâcher de déterminer une courbe aux inclinaisons i qui suivent la loi de changement des sections, pour ne pas être forcé d'intervenir et d'exécuter des travaux d'excavation sur un espace de fleuve où les sections sont considérables.

Supposons que le remous d'exhaussement soit déterminé par $y = a + bs + cs^2 + ds^3$ (voir le croquis N° 10). Les coefficients a , b , c et d se déterminent ainsi.

Le système des axes des coordonnées étant convenablement fixé, $a = 0$. Désignons par i_0 l'inclinaison sur le barrage; alors

$$i_0 = \left(\frac{dy}{ds} \right)_{s=0} = (b + 2cs + 3ds^2)_{s=0} = b.$$



En cas où les sections près du barrage seraient considérables, on pourrait poser $b=i_0=0$.

Si la distance entre A et B est s_1 et que la différence de hauteur soit y_1 , on aura:

$$y_1 = i_0 s_1 + c s_1^2 + d s_1^3 \text{ et } \frac{dy}{ds} \Big|_{s=s_1} = i_1 = i_0 + 2c s_1 + 3d s_1^2$$

où i_1 est l'inclinaison au point B.

Il suit que:

$$c = \left\{ 3y_1 - (2i_0 + i_1) s_1 \right\} \frac{1}{s_1^2},$$

$$d = \left\{ (i_0 + i_1) s_1 - 2y_1 \right\} \frac{1}{s_1^3}$$

et l'équation de la courbe de remous est:

$$y = i_0 s + \left\{ 3y_1 - (2i_0 + i_1) s_1 \right\} \frac{s^2}{s_1^2} + \left\{ (i_0 + i_1) s_1 - 2y_1 \right\} \frac{s^3}{s_1^3}$$

$$\text{où } s_1 \gg s \gg 0.$$

Il ne faut pas perdre de vue que la courbe de remous pareillement déterminée, ainsi que tous les éléments du nouveau niveau en question, sont dus aux hautes eaux d'été, il reste à dire quelques mots sur le niveau d'étiage à atteindre.

§ 9. Niveau d'étiage.

Ce niveau est déterminé par l'intensité de l'écoulement déterminée en litr/km^2 et par les éléments géométriques qui sont déjà déterminés par les hautes eaux des crues d'été; il ne reste qu'à con-

trôler si le niveau d'étiage satisfait aux conditions du drainage et du développement prospère de la végétation. Deux cas y sont possibles: le niveau d'étiage, déterminé par l'intensité donnée de l'écoulement et par les éléments géométriques imposés par l'abaissement du niveau des crues d'été, dépasse la norme fixée pour le niveau d'étiage. Alors on peut, sur l'espace du fleuve où cette divergence a lieu, conformer la régularisation aux conditions du niveau d'étiage à atteindre. Cette manière assurera une certaine réserve quant au haut niveau des crues d'été. Le cas contraire, discerné par l'abaissement du niveau d'étiage au-dessous de la norme fixée, est également possible. Les intérêts de l'agriculture ne tolérant pas un abaissement exagéré du niveau souterrain, il faudra prendre des mesures pour que cela n'ait pas lieu. C'est de cette manière que les deux niveaux caractéristiques oscillent dans des limites assez étroites, et la tâche de l'ingénieur est de fixer ces niveaux, en tenant compte des éléments morphologiques du lit du courant qui pourraient être fournis par le courant, dans son état intact, naturel, selon l'idée qui faisait l'objet de la publication précédente.

§ 10. Quelques observations sur le côté économique du projet.

Il s'entend de soi-même que l'effet qu'on cherche à atteindre par les travaux de régularisation du courant, peut être atteint de différentes manières, mais il y en aura qui l'assureront à des prix minimes. L'auteur a proposé une méthode qui s'appuie sur la base du Calcul des Variations. Cette méthode n'étant pas encore définitivement élaborée, il s'abstient d'en donner ici l'exposé. Néanmoins, quelques indications d'ordre général sont possibles. Il faut éviter, tant que possible, des endroits d'excavation qui jouent un rôle supplémentaire, par exemple, il faut tâcher de se borner à la quantité minimum de travaux aux endroits de remous, de passage à l'ancien niveau, au delà des points A_0 et A_n , on peut profiter des endroits où W bag est passive pour y réduire l'inclinaison i , en concentrant ce gain sur les espaces où une excavation considérable s'impose etc.

Dabisko stravu regulēšanas projekta elementi

A. Vitols

Autoreferāts.

Šinī darbā tiek radīts, kā pielietot praksē dabisko atklāto strāvu (upju) morfoloģisko pētījumu rezultātus. Autors pagaidām, līdz tālāko pētījumu rezultātu analīzei, ieteic lietot regulējamo upju šķērsprofilam ripas segmentu, kas, kā iepriekšējos autora pētījumos aizrādīts, pelna ievēribu no enerģētiskā viedokļa: ripa tuvojas šķēlienam, kas patērē minimumu strāvas enerģijas. Tālākā īpatnība pastāv iekš tam, ka vēlams strāvas līmenis tiek brīvi ievilkts tā, lai viņš apmierinātu lauksaimniecības prasības. Šim līmenim tad tiek pieskaņoti bagarešanas darbi. Pie līmeņa ievilkšanas autors piegriež vērbu novilkta līmeņa savienošanai ar veco līmeni, kas līdz šim netika darīts, un rāda, kādas jaunas sekas var izsaukt šī noteikuma neievērošana.

Tālāk tiek arī apgaismota strāvas biurkācijas problēma un uzstādīts caurteces daudzuma sadalījuma likums pa attekām (hidrauliskais Kirchhofa likuma analogs). Tiek apskatīta pārrakuma problēma un aizrādīts, kā izšķirt konkurences jautājumu starp pārrakumu un cilpu, kā pieslēgties dzirnavu sprostiņiem, kā aplēst berzes koeficientus u. t. t. Autors šeit aprobežojas ar šiem aizrādījumiem, jo mūsu Zemkopības Ministrijas Meliorācijas departamentā ir atrodams pilais darba teksts latvju valodā instrukcijas veidā meliorācijas darbiniekiem.

LU bibliotēka



220040999

246698

057

P. Lācis
1917

LŪR mēch. I.

AUL mech. I.

- Nr. 4. A. Vītols. De quelques Eléments morphologiques des Cours d'eau naturels dans le Sol mobile 145
Daži dabisko strāvu gultņu morfoloģiskie elementi izskalojamā gruntē . 162
- Nr. 5. A. Vītols. Essai de Projet d'Amélioration d'un Cours d'eau naturel . . . 167
Dabisko strāvu regulēšanas projekta elementi 184a